4° Phys. g. 178 s/(1

Bayerische Staatsbibliothek
<36655052420014

WILHELM WEBER'S WERKE

HERAUSGEGEBEN

VON DER

KÖNIGLICHEN GESELLSCHAFT DER WISSENSCHAFTEN

ZU

GÖTTINGEN

ERSTER BAND

AKUSTIK MECHANIK OPTIK UND WÄRMELEHRE

BESORGT DURCH WOLDEMAR VOIGT

MIT DEM BILDNISS WILHELM WEBER'S

XIII TAFELN UND IN DEN TEXT GEDRUCKTEN ABBILDUNGEN

Bayerische
Staatsbibliothek
München

BERLIN

VERLAG VON JULIUS SPRINGER

1892

Fl. 160 d

15/V. 92

22

4° Phys. g. 178 ⅝/1

Wilhelm Weber hat dem ihm wiederholt ausgesprochenen Verlangen nach einer Gesammtausgabe seiner Werke bei aller Bescheidenheit seiner Meinung über den Werth der eigenen Schriften schon im Jahre 1890 nachgegeben. Er hat dann seinerseits den lebhaften Wunsch ausgesprochen, dass die Königl. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, welche die Herausgabe der Werke seines grossen Freundes Gauss besorgt hat, auch seine Werke herausgebe. Die Erfüllung dieses Wunsches, welchem sich seine Verwandten gern anschlossen, hat sich die Königl. Gesellschaft durch die unterzeichnete Kommission beeifert in Angriff zu nehmen und ist zu dem Zwecke mit Herrn Professor Heinrich Weber in Braunschweig und Herrn Professor Wilhelm Braune in Leipzig als den Vertretern der Familie Wilhelm Weber's in Verbindung getreten.

Zunächst hat dieselbe an Herrn Julius Springer in Berlin einen Verleger gefunden, welcher diesem wissenschaftlichen Unternehmen das volle Verständniss entgegenbringt, für eine würdige Ausstattung sorgen und einen, dem Wunsche nach ausgedehnter Verbreitung dieser so sehr lehrreichen Werke förderlichen, möglichst geringen Preis stellen wird.

Von den Erben von Ernst Heinrich Weber und von Eduard Weber sind die Autorrechte der von diesen zusammen mit ihrem Bruder Wilhelm Weber verfassten Werke an die *Königl. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen* übertragen worden. Die Verlagshandlungen der grösseren dieser Schriften, Herr Fr. Riehm in Basel für die 1825 erschienene *Wellenlehre,* und die Dieterich'sche Buchhandlung in Göttingen für die 1836 erschienene *Mechanik der menschlichen Gehwerkzeuge,* haben ihre Genehmigung zum Abdruck der Schriften in den gesammelten Werken ertheilt.

Die Königlich Sächsische Gesellschaft der Wissenschaften in Leipzig hat bereitwillig den Abdruck der in ihren Abhandlungen erschienenen

101

Fortsetzung auf der dritten Umschlagseite.



Wilhelm Weber.

geb. 24. October 1804. — gest. 23. Juni 1891.

Verlag von Julius Springer in Berlin.



WILHELM WEBER'S WERKE

HERAUSGEGEBEN

VON DER

KÖNIGLICHEN GESELLSCHAFT DER WISSENSCHAFTEN

ZU

GÖTTINGEN

ERSTER BAND

AKUSTIK MECHANIK OPTIK UND WÄRMELEHRE

BESORGT DURCH WOLDEMAR VOIGT

MIT DEM BILDNISS WILHELM WEBER'S

XIII TAFELN UND IN DEN TEXT GEDRUCKTEN ABBILDUNGEN

Bayerische
Staatsbibliothek
München

BERLIN

VERLAG VON JULIUS SPRINGER

1892

BIBLIOTHECA
REGIA
MONACENSIS

Druck von Oscar Brandstetter in Leipzig.

Vorwort zum ersten Bande.

Der vorliegende erste Band der gesammelten Werke W. Weber's enthält die Arbeiten aus dem Gebiete der Akustik, der Mechanik, Optik und Wärmelehre. Dieselben stammen zum überwiegenden Theil aus der Zeit, *bevor* Weber durch die Anregung von Gauss auf dasjenige Arbeitsgebiet geführt wurde, auf welchem seine Kraft sich erst voll entwickeln und seine wissenschaftliche Persönlichkeit sich zu derjenigen Bedeutung auswachsen sollte, die gegenwärtig allgemein anerkannt ist.

Die hier vereinigten Abhandlungen haben in erster Linie historisches Interesse; sie enthalten nur zum Theil selbstständige Arbeiten, und auch in diesen ist mancherlei gegenwärtig als unrichtig abzulehnen. Aber in einer Ausgabe, welche in erster Linie ein Ehrendenkmal für den grossen Physiker sein soll, dürfen diese Marksteine der Anfänge seiner Entwickelung nicht fehlen.

Für die Anordnung der Abhandlungen konnte die chronologische Folge ihrer Entstehung allein nicht maassgebend sein, denn sie hätte häufig Verwandtes weit von einander getrennt. Es schien vielmehr angemessen, Gruppen von Arbeiten verwandten Inhaltes zu bilden, in ihnen eine chronologische Ordnung einzuführen, und die Gruppen selbst in den beiden Theilen des Bandes wiederum ungefähr nach dem Datum der sie eröffnenden Abhandlung aneinander zu reihen.

Den ersten Theil (Akustik) eröffnen die noch unter dem unmittelbaren Einfluss Chladni's geschriebenen Abhandlungen I—XIII, welche theils über die akustischen Arbeiten Anderer kritischen Bericht erstatten, theils von Jenen angestellte Experimente prüfend wiederholen und weiterführen. Die Reihe schliesst mit der Biographie Chladni's und einem Referat über dessen Akustik.

Eine zweite Reihe wird gebildet von den Abhandlungen über die Töne der Zungenpfeifen, in denen Weber wirklich neue und grundlegende Beobachtungen über ein zuvor kaum bearbeitetes Gebiet mittheilt, und von einer Anzahl kürzerer Notizen über einzelne Fragen der Akustik; sie wird geschlossen durch die 1835 für das Universallexikon der Tonkunst geschriebene kurze Uebersicht über die gesammte Akustik.

Als Anhang ist diesem Theil eine der Besprechungen beigefügt, welche CHLADNI der unter XIV abgedruckten Habilitationsschrift seines jungen Freundes hat angedeihen lassen.

W. WEBER's *Doktordissertation* wird man unter den hier zusammengestellten Abhandlungen vergebens suchen; sie ist nach dem Ergebniss von mir angestellter Erkundigungen nicht gedruckt worden und auch handschriftlich im Nachlass nicht aufgefunden. Der Titel „Theoria efficaciae laminarum maxime mobilium arcteque tubos aërem sonantem continentes claudentium“ lässt mit Sicherheit schliessen, dass sie in erweiterter Form als Habilitationsschrift gedient hat.

Legen die im ersten Theil vereinigten Abhandlungen Zeugniss von der andauernden Beschäftigung mit einem abgeschlossenen Gebiete der Physik ab, so geben die im zweiten Theil (Mechanik, Optik, Wärmelehre) zusammengestellten Nachricht von mehr gelegentlich und auf kürzere Zeit erfassten Problemen.

Die Keime für eine grössere Entwickelung liegen hier besonders in den Abhandlungen V—VII, in denen nach einer geistvollen Methode von GAUSS die Erscheinungen der elastischen Nachwirkung wohl zum ersten Male einer exakten Untersuchung unterworfen sind.

Ein besonderes Interesse nimmt auch die Abhandlung XVI in Anspruch, in welcher der Verfasser eine sehr sinnreiche Methode zur Beobachtung des Unterschiedes der adiabatischen und isothermischen Dilatation fester Körper mittheilt und anwendet, den er allerdings, noch auf dem Standpunkt der älteren Wärmetheorie stehend, wesentlich anders verwerthet, als es gegenwärtig geschieht.

Die vorliegende Gesammtausgabe hält sich sachlich — abgesehen von der Verbesserung einzelner offenbarer Rechen- und Druckfehler — streng an die ersten Veröffentlichungen. Hinsichtlich des Formalen ist zu bemerken, dass Citate, welche auf eine Stelle *derselben* Abhandlung hinweisen, einfach dem neuen Abdruck gemäss geändert, — Citate, die sich auf andere Abhandlungen WEBER's beziehen, aber, bis auf die Einführung einer konsequenten Nummerirung der Bände von POGGENDORFF's Annalen, in ihrer Form belassen sind; in eckigen Klammern ist in letzterem Falle unter der Seite ein Verweis auf die entsprechende Stelle der Gesammtausgabe hinzugefügt. Durch dasselbe Zeichen sind andere Zusätze des Herausgebers als solche kenntlich gemacht.

Göttingen, im Juli 1892.

W. Voigt.

Inhaltsverzeichniss des ersten Bandes.

Akustik.

Seite

I. Auszug aus den die Theorie des Schalles und Klanges betreffenden Aufsätzen von Felix Savart. (1825) 3
Hierzu Tafel I.

II. Ueber Savart's Klangversuche. (1825) 29
Hierzu Tafel II.

III. Ueber Polarisation des Schalles in einem anderen Sinne als dem Wheatstone'schen. (1826) 60

IV. Ueber Unterbrechungen der Schallstrahlen in der, transversal schwingende Stäbe und Gabeln umgebenden, Luft. (1826) . 64
Hierzu Tafel III.

V. Savart's Versuche über die Bewegungen mittelbar erschütterter Membranen. (1827) 92
Hierzu Tafel IV, Fig. 1—17.

VI. Benutzung einer resonirenden Membran zur Beobachtung der Interferenz der Schallwellen. (1827) 99

VII. Bemerkungen über Wheatstone's phonisches Kaleidoskop. (1827) 101
Hierzu Tafel IV, Fig. 18—30.

VIII. Auszug aus den die Theorie des Schalles und Klanges betreffenden Aufsätzen von Felix Savart. (1827) 103
Hierzu Tafel V.

IX. Zwei merkwürdige, für die Bewegungslehre wichtige Erscheinungen. (1828) . 126

X. Etwas über resonirende Luftsäulen und Lufträume von Wheatstone. (1828) 130

XI. Allgemein fassliche Darstellung des Vorganges, durch welchen Saiten und Pfeifen dazu gebracht werden, einfache Töne und Flageolettöne hervorzubringen. (1826) 135
Hierzu Tafel VI und VII.

XII. Lebensbild E. F. F. Chladni's. (1830) 168

XIII. Kurze Uebersicht der Schall- und Klanglehre, nebst einem Anhange, die Entwickelung und Anordnung der Tonverhältnisse betreffend, von E. F. F. Chladni; angezeigt von W. Weber. (1828) 198

Seite

XIV. Leges oscillationis oriundae, si duo corpora diversa celeritate oscillantia ita conjunguntur, ut oscillare non possint nisi simul et synchronice. (1827) 207
Hierzu Tafel VIII.

XV. Kompensation der Orgelpfeifen. (1828) 257

XVI. Ueber die Konstruktion und den Gebrauch der Zungenpfeifen. (1829) 266

XVII. Versuche mit Zungenpfeifen. (1829) 276
Hierzu Tafel IX.

XVIII. Theorie der Zungenpfeifen. (1829) 292

XIX. Ueber die Erzeugung der Aliquottöne auf Zungenpfeifen und auf der Klarinette. (1830) 332

XX. Ueber die zweckmässige Einrichtung eines Monochordes und den Gebrauch desselben, zum Nutzen der Physik und Musik. (1829) 346
Hierzu Tafel X.

XXI. Ueber die Tartini'schen Töne. (1829) 360

XXII. Vergleichung der Theorie der Saiten, Stäbe und Blaseinstrumente. (1833) . 365

XXIII. Akustik. (1835) 377

Anhang.

Anzeige einer viele neue Entdeckungen enthaltenden Abhandlung des Herrn Dr. Wilhelm Weber in Halle, über die Gesetze der Zungenpfeifen; von Dr. E. F. F. Chladni 403

Mechanik, Optik, Wärmelehre.

I. Bemerkung über ein von Herrn Poisson für die Extension elastischer Drähte aufgestelltes Theorem. (1828) 413

II. Ueber die noch vorhandene Unzuverlässigkeit im specifischen Gewichte des Wassers. (1830) 416

III. Ueber die Beugung der Glasoberfläche beim Zerspringen. (1830) 419

IV. Ueber eine Vorsicht, welche bei Messung der Elasticität fester Körper nach ihren verschiedenen Dimensionen anzuwenden ist. (1833) . 432

V. Ueber die Elasticität der Seidenfäden. (1835) 438

VI. De fili bombycini vi elastica. (1841) 445
Hierzu Tafel XI.

VII. Ueber die Elasticität fester Körper. (1841) 475
Hierzu Tafel XI.

VIII. Ueber drei neue Methoden der Konstruktion von Waagen. (1837) 489

IX. De tribus novis librarum construendarum methodis. (1841) . . 497
Hierzu Tafel XII.

X. Ueber Barometer- und Thermometerskalen. (1837) 516

XI. Ueber einheitliche Maasssysteme. (1861) 526

Seite

XII. Kritik eines anonym in der „deutschen Vierteljahrsschrift“, 3. Heft, 1861 (Stuttgart und Tübingen 1861, 8⁰) erschienenen Aufsatzes: „Die deutsche Maass- und Gewichtsfrage.“ (1861) . 540

XIII. Theorie der durch Wasser oder andere inkompressibele Flüssigkeiten in elastischen Röhren fortgepflanzten Wellen. (1866) . 548

XIV. Ueber Konstruktion des Bohnenberger'schen Reversionspendels. (1883) . 553

XV. Ueber das von Gauss berechnete und von Steinheil ausgeführte Fernrohrobjektiv. (1861) 563

XVI. Ueber die specifische Wärme fester Körper, insbesondere der Metalle. (1830) 573
Hierzu Tafel XIII.

Anhang.

Versuche über die Abnahme der Schwingungsbögen eines an einem Seidenfaden aufgehangenen Gewichts 596

Berichtigung. S. 207 letzte Zeile steht irrthümlich „*Tafel IX*“ statt „*Tafel VIII*“.

AKUSTIK.

I.

Auszug aus den die Theorie des Schalles und Klanges betreffenden Aufsätzen von Felix Savart.

Mit einigen Bemerkungen über scheinbare Widersprüche zwischen SAVART's Entdeckungen und CHLADNI's früheren Arbeiten und anderen Zusätzen,[1])

von

Wilhelm Weber,

Mitgliede des physikalischen Seminariums in Halle.

[Schweigger's Jahrbuch der Chemie und Physik, XIV, p. 385—428. 1825.]

Seit drei Jahren habe ich mich gemeinschaftlich mit meinem Bruder, Professor WEBER in Leipzig, mit Versuchen über die Bewegung der Wellen beschäftigt, bei welchen wir in engen und schmalen, aber tiefen und langen, mit Glaswänden versehenen Gefässen die Bewegungen, in welche kleine im Wasser schwebende Theilchen durch erregte Wellen versetzt werden, beobachtet haben. Wir haben nämlich sowohl durch Vergrösserungsgläser die Gestalt der Bahnen, welche diese durch Wellen bewegte Theilchen durchlaufen, und zwar an der Oberfläche und in der Tiefe der Flüssigkeit, nahe am Orte der Erregung der Wellen, und in verschiedenen Entfernungen zu bestimmen gesucht, und die Durchmesser derselben gemessen, und durch den Gebrauch einer sehr genauen Tertienuhr, die uns Herr Professor SCHWEIGGER aus dem physikalischen Apparate der Universität Halle mitzutheilen die Güte hatte, die Zeit ausgemittelt, in welcher ein durch eine bestimmte Welle bewegtes Theilchen seine Bahn durchlief. Es ist uns auf diese Weise gelungen, anschaulich zu machen, wie aus der Bewegung der einzelnen Wassertheilchen die Bewegung der Welle an der Oberfläche und Tiefe hervorgeht. Wir haben ferner die Geschwindigkeit der Wellen von bestimmter Grösse im Branntwein, Wasser, Quecksilber bei verschiedenen Tiefen genau gemessen, die Erscheinungen bei der Begegnung und dem Durcheinandergehen der

[1]) [Hierzu Tafel I.]

Wellen, sowie bei der Zurückwerfung derselben untersucht, und den dabei Statt habenden Vorgang der Interferenz durch Messungen bestimmt. Schon seit langer Zeit hat man sich in der Akustik zur Erläuterung gewisser auffallender Erscheinungen auf die Wellen tropfbarer Flüssigkeiten berufen, z. B. zur anschaulichen Darstellung der Verbreitung des Schalles, der vielfachen Durchkreuzung der Schallwellen, ohne dass sie sich dabei stören, u. s. w. Auch diejenige Art von Schwingung, in welcher sich tönende Scheiben befinden, und die sich durch die Chladni'schen Klangfiguren verräth, ist uns im Wasser und Quecksilber hervorzubringen gelungen, worin sie so langsam geschieht, dass die Entstehung und der Vorgang deutlich dabei beobachtet werden kann. Hierauf machten wir eine Reihe von Versuchen an langen aufgespannten Schnuren und Seilen, um die Entstehung einer Schwingung mit Schwingungsknoten auf ähnliche Weise als im Wasser sichtbar zu machen, und beschlossen endlich unsere Arbeit damit, mehrere der Chladni'schen, Savart'schen und Wheatstone'schen Versuche zu wiederholen, wobei wir Gelegenheit fanden, namentlich hinsichtlich der Savart'schen Versuche, einige Berichtigungen zumachen. Man findet diese Beobachtungen in unserer Schrift: *Wellenlehre auf Experimente gegründet, oder über die Wellen tropfbarer Flüssigkeiten mit Anwendung auf Schall und Licht,* mit 18 Kupfertafeln, Leipzig, bei Gerhard Fleischer 1825, aus einander gesetzt.

Ich will hier zuerst eine Darstellung der wichtigsten Savart'schen, in den Ann. de Chim. et de Phys. par Gay-lussac et Arago 1824. t. XXIV. p. 56—89, und t. XXV. p. 12—50, p. 138—178, p. 225—269 enthaltenen, bis jetzt, meines Wissens, noch in keiner deutschen Zeitschrift zur Sprache gebrachten, Versuche im Auszuge geben; dann in einem zweiten Abschnitte zeigen, dass die Unterscheidung von Schwingungen, die Chladni auf seine Versuche gegründet hat, durch Savart's neue Versuche nicht schwankend geworden sind, und dann Berichtigungen einiger Savart'schen Versuche beifügen. Ich habe hierbei die Masse der Savart'schen Untersuchungen, nach Verschiedenheit ihres Gegenstandes, in 10 Paragraphen getheilt und den Inhalt darüber gesetzt. Die Deutlichkeit und Uebersicht dieses kurzen Auszuges nöthigten mich, die einzelnen Abhandlungen in veränderter Ordnung auf einander folgen zu lassen. Uebrigens sind die Savart'schen Versuche treu übersetzt mitgetheilt und durch Anführungszeichen unterschieden.

Die hauptsächlichsten Entdeckungen Savart's lassen sich in folgenden drei Punkten zusammenfassen:

Erstens hat Savart *die Klangfiguren longitudinal schwingender Körper zuerst hervorgebracht und untersucht,* und namentlich ruhende Linien, welche longitudinal schwingende cylindrische Körper spiralförmig umgeben, nachgewiesen.

Zweitens hat Savart *die verschiedenen Bewegungen des auf schwingende Körper gestreuten Sandes untersucht.* Bei der grossen Zusammengesetztheit der Bewegungen an der Oberfläche tönender Körper ist das von Savart erhaltene Resultat wichtig, *dass die Theilchen aller Oberflächen eines tönenden Körpers fast immer, soweit die Beobachtung reicht, sich mit dem Ton erregenden Körper* (z. B. mit dem Violinbogen) *parallel bewegen.*

Drittens hat Savart durch Versuche dargethan, *dass die Schwingung der Oberfläche, durch welche der darauf liegende Sand in eine senkrechte hüpfende Bewegung versetzt wird, allmählig in die Schwingung, durch welche der Sand blos sich an der Oberfläche, ihrer Länge oder Quere nach, hinzuschieben genöthigt wird, übergehen könne, ohne dass ein wesentlicher Unterschied zwischen diesen Schwingungen zu bemerken sei.* Nur die Knotenlinien und die Stärke des Tones, nicht aber seine Höhe, ändere sich auf eine sehr einfache Weise ab.

Erster Abschnitt.

Auszug aus den die Theorie des Schalles und Klanges betreffenden Aufsätzen von Felix Savart.

§ 1.

Eine longitudinal schwingende Glasröhre hat auf ihrer inneren und äusseren Oberfläche parallele schraubenförmig gewundene Knotenlinien. Auf jeder dieser Oberflächen einer ihren tiefsten Ton gebenden Röhre fängt eine solche Linie in der Mitte an, und ihre beiden Hälften gehen entweder beide rechts oder beide links gewunden nach den entgegengesetzten Enden der Röhre fort. Die Schraubenwindungen dieser Linie sind nicht gleichförmig, sondern bestehen absatzweise aus Stücken, die sich bald mehr, bald weniger krümmen. Die Schraubenwindungen an der äusseren und entsprechenden inneren Oberfläche liegen nicht senkrecht unter einander, sondern um die Hälfte einer Windung verschoben. Was hier von einer einfach schwingenden Röhre gesagt ist, gilt von jedem Stücke einer Röhre, die sich in mehrere schwingende Abtheilungen getheilt hat.

„Alle Körper,“ sagt Savart [1]), „die in longitudinaler Schwingung sich befinden, zeigen auf verschiedenen Flächen eine verschiedene Lage der Knotenlinien, die gewöhnlich so gestellt sind, dass z. B. bei einem schmalen Stabe die Linien an der einen Fläche beinahe der Mitte des Zwischenraumes zwischen zwei Linien der entgegengesetzten Fläche entsprechen. Sie sind geradlinig und senkrecht auf den Kanten der Platte. Endigen diese den Sand sammelnden Linien sich nicht an der Ober-

[1]) Tom. XXV, p. 225.

fläche selbst, so müssen sie sich auf der schmalen Seite der Platte (lame) fortsetzen: und in der That zeigt der Versuch, dass die schmalen Seiten eines Stabes ruhende Linien haben, die mit denen beider Flächen einen gewissen Zusammenhang andeuten.

„Auch Glascylinder zeigen auf verschiedenen Seiten verschiedene Lagen von Knotenlinien. Glascylinder von ungefähr 3 Fuss Länge reichen zu diesen Versuchen hin; doch sind längere noch brauchbarer. Röhren, z. B. von 6 Fuss Länge, zeigen die Erscheinung mit grosser Genauigkeit. Die Erzitterung bringt man leicht mit einem nassen Tuchlappen hervor, mit welchem man längs des Cylinders, den man zwischen zwei Fingern in seiner Mitte in horizontaler Lage hält, streicht. Das Tuch muss sehr nass sein, um ohne starken Druck den Ton hervorzubringen.

„Man mache von Papier Ringe, deren Durchmesser 3 bis 4mal grösser sind, als der des Glascylinders, und hänge sie, vertheilt längs des in horizontaler Lage befindlichen Cylinders, auf. Wenn der Durchmesser und die Länge des Cylinders beträchtlich sind, können die Papierringe einen 5 bis 6mal grösseren Durchmesser haben. Der kleine Papierstreifen, welcher den Ring bildet, muss stets sehr schmal sein.

„Ich nehme jetzt an, dass man einen an beiden Enden freien Cylinder so schwingen lässt, dass er den möglichst tiefsten Ton giebt; es werden die an der Röhre vertheilten Ringe sich in eine Ordnung stellen, die jedesmal stattfindet, so lange die Ringe auf derselben Seite der Röhre aufliegen. Bezeichnet man diese Seite (arête) und drehet den Cylinder herum, so dass die entgegengesetzte Seite nach oben gekehrt ist, so entfernen sich die Ringe sogleich von ihrer Stelle. Die Knoten der erstern Seite entsprechen fast der Mitte des Zwischenraums zwischen zwei ruhenden Punkten der entgegengesetzten Seite, und zwar welche Seite man auch zur anfänglichen Beobachtung gewählt haben mag. Dieses gilt gleichmässig für massive und für hohle Cylinder, wenn man blos ihre äussere Oberfläche prüft. Dieser Versuch macht es wahrscheinlich, dass um Cylinder die Knotenlinien in Schraubenwindungen gelegen sind; und in der That zeigt auch die Erfahrung, dass sie wirklich diese Lage haben.

„Sucht man mit Sorgfalt alle ruhenden Punkte an dem ganzen Cylinder, so findet man für den tiefsten Ton, dass in beiden Hälften des Cylinders die schraubenförmige Windung, welche die ruhenden Punkte zusammen bilden, nicht eine continuirliche ist, sondern dass zwei Windungen Statt finden, die von den Punken N_1, n_1 Fig. 1 ausgehen, und von da nach den Enden sich erstrecken, mit dem merkwürdigen Umstande, dass sich beide in einander entgegengesetzter Richtung winden. Etwa in der Mitte des Cylinders ist zwischen N_1, n_1 ein länglicher Fleck, wo die Theilchen an der Bewegung der übrigen Röhre gar nicht Theil

zu nehmen scheinen. Von hier aus werden die Schwingungen der schwingenden Theilchen immer stärker bis ans Ende. Man kann dieses auf doppelte Weise bestätigen; erstens dadurch, dass der kleine Ring, je mehr er dem Ende sich nähert, desto heftiger fortgerissen wird; zweitens sieht man, wenn man den Cylinder so neigt, dass der Ring gegen die Wirkung seiner eignen Schwere fortgerissen wird, dass die Neigung desto grösser sein kann, je mehr sich der Ring dem Ende nähert.

„Die hohlen Cylinder zeigen gleichfalls die Lage der Knotenlinien in einer Schraubenwindung; ihre äussere Oberfläche verhält sich gerade wie bei massiven Cylindern; aber auch ihre inneren Oberflächen haben eine in allen Stücken der der äusseren analoge Bewegung; man sieht auch hier eine stetige Knotenlinie nach derselben Richtung gehen, die sich auch an allen Stellen ebenso gegen die Axe neigt als die Knotenlinie an der äussern Oberfläche; nur ist zu bemerken, dass der Punkt, von welchem die innere Linie ausgeht, nicht dem Punkte entspricht, von dem die äussere ausgeht, sondern ihm gerade entgegengesetzt ist. Daraus folgt denn, dass an einer äusseren und der ihr entsprechenden inneren Seite die ruhenden Punkte eine solche Lage haben, dass die ruhenden Punkte an der einen Seite in der Mitte des Zwischenraumes liegen, der zwischen zwei ruhenden Punkten der andern Seite ist.

„Um diese Bewegung zu prüfen, kann man Röhren von 4 bis 9 Linien im Durchmesser und 3 bis 6 Fuss Länge gebrauchen, etwas Sand hineinschütten, der nicht zu fein sein darf, damit er nicht an der Oberfläche hängen bleibt. Statt Sand kann man ein einziges kleines Elfenbein- oder Marmor- oder Siegellackkügelchen nehmen. Die Bewegungen der schwingenden Theilchen, zumal in einer Röhre von 6 Fuss Länge, sind so heftig, dass sie ziemlich schwere Körper fortreissen können, selbst gegen die Wirkung der Schwere, wenn man die Röhre neigt, indem man das Ende in die Höhe hebt, nach welchem hin der Sand oder das Kügelchen fortgetrieben wird. Es versteht sich, dass die Röhren zu diesen Versuchen keine knotigen Stellen und keine Risse haben dürfen, die sich häufig finden, welche aber die Regelmässigkeit der Schwingungen stören würden; desgleichen müssen sie innerlich und äusserlich genau cylindrisch sein. Wenn man mit Sand die Bewegung im Innern einer Röhre erforscht, kann man zugleich prüfen, was an der äussern Oberfläche vorgeht, mit Hülfe eines Papierringes. Man sieht alsdann, dass die obere äussere Seite AB Fig. 2 dieselbe Bewegung hat als die innere untere Seite EF, und dass die innere Seite CD dieselbe Bewegung hat als die Seite GH, wie es die Buchstaben $n \dots N \dots n_1 \dots\dots N_1 \dots\dots$ etc. in der Figur anzeigen. Man kann daher die Bewegung der äussern Oberfläche der Röhre kennen lernen, indem man die der innern erforscht, da die Seite EF dieselben Resultate giebt als die Seite AB. Dieser

Umstand ist darum wichtig, weil die Bewegungen des Sandes oder des Kügelchens in der Röhre merkwürdige Eigenschaften zeigen, woraus man die Richtung erkennen kann, welche die Knotenlinie in den verschiedenen Punkten der Länge der Röhre hat; denn ihre Neigung gegen die Axe bleibt nicht immer dieselbe. Es stelle z. B. Fig. 3 die innere Fläche einer Glasröhre dar, und man habe den Sand auf die ruhende Linie $N_3 n_3$ gebracht, indem die Seite 3 unten liegen soll. Dreht man die Röhre in der Richtung 1, 4, 3, 2, um die Bewegung einer zwischen 3 und 4 liegenden Seite zu prüfen, so theilt sich der Sand, der die Linie $N_3 n_3$ bildete, in zwei Theile, die nach den Punkten v, v' fortschreiten, und sammelt sich hier, nimmt aber eine Lage an, welche eine geringe Neigung der Knotenlinie an diesem Orte anzeigt. Bis kurz vor den Punkten N_4, n_4 behält er fast dieselbe Lage, indem er sich auf einen kleinen Fleck zusammenzieht; ist er aber auf diese Punkte selbst gekommen, so dehnt er sich in eine längliche und etwas schiefe Linie N_4, n_4 aus, welche zwischen zwei Abtheilungen sich befindet, die entgegengesetzte Bewegungen in der Richtung der Länge der Röhre haben; es werden dadurch die Sandkörner, welche diese Linie bilden, so vorwärts geschoben, dass sie eine Ellipse beschreiben. Stellt Fig. 4 den untern Theil der Röhre dar, und 4 die unterste Seite, so hat der Sand die Lage wie in N_4, und alle seine Körner beschreiben Ellipsen um den Punkt c. Bewegen sich die Sandkörner in der Linie N_4 Fig. 3 *rechts nach links* in der Ellipse herum, so bewegen sie sich in der Linie n_4 *links nach rechts.* Legt man, statt des Sandes, ein kleines Kügelchen auf den Durchschnitt der Linie N_4 oder der Linie n_4, so sieht man dass es in der ganzen Ausdehnung dieser Linie in eine drehende Bewegung um seinen senkrechten Durchmesser gesetzt wird, und dass, wenn es sich in N_4 von rechts nach links drehet, in n_4 es sich von links nach rechts bewegt. Kommt der Sand zwischen N_4 und N_1, zwischen n_4 und n_1 zu liegen, so behält er seine drehende Bewegung, nimmt jedoch einen immer geringeren Raum ein, je mehr man ihn in der einen Hälfte der Röhre dem Punkte N_1, in der andern Hälfte dem Punkte n_1 nähert; in diesen Punkten selbst concentrirt er sich in einen kleinen runden Haufen, in welchem keine drehende Bewegung mehr Statt findet. Ist der Sand bis hierher gekommen, so hat er eine halbe Windung der schraubenartigen Linie durchlaufen, welche die Knotenlinie bildet. Der kleine runde Haufen beginnt aber seine Gestalt zu ändern, wird elliptisch, und erhält wieder seine drehende Bewegung, wenn man fortfährt die Röhre in der Richtung 1, 4, 3, 2 zu drehen, er verlängert sich sehr bei N_2 und n_2, rundet sich dann wieder bei N'_3 und n'_3, wo er nun wieder keine drehende Bewegung mehr zeigt; jetzt hat die ruhende Linie eine ganze Windung gemacht. Fährt man fort in derselben Richtung die Röhre zu drehen,

so kann man eine zweite Windung verfolgen, und so fort bis ans Ende; die Erscheinungen zeigen sich immer in der nämlichen Ordnung.

„Bringt man statt des tiefsten Tones, welchen der Cylinder giebt, die höhere Oktave desselben hervor, so sieht man, dass die Knotenlinien gleichfalls zusammenhängend sind und eine Schraubenlinie bilden, mit dem wichtigen Umstande, dass die Linie sich stets in entgegengesetzter Richtung von den Punkten aus, die man durch Berührung unbeweglich macht, windet. LL' Fig. 5 sei ein Glascylinder, frei an seinen beiden Enden, und so schwingend, dass er den Ton 2 [1]) giebt, man kann die Punkte N, N' berühren, ohne den Ton zu stören; die schraubenförmige Knotenlinie wird sich dann von N bis N', z. B. von links nach rechts drehen, während sie sich in den beiden Theilen NL, $N'L'$ von der rechten zur linken Seite dreht.

„Man muss bemerken, dass der Punkt N, wo die Schraubenwindung eine andere Richtung annimmt, auf der dem Punkte N', wo die Schraubenwindung gleichfalls ihre Richtung ändert, diametral entgegengesetzten Seite gelegen ist.

„Uebrigens ist auch für den Ton 2 zu bemerken, dass die Knotenlinie, indem sie sich um den Cylinder windet, nicht einen immer gleichbleibenden Winkel mit der Axe bildet; Fig. 5 stellt den Gang einer mit Sorgfalt beobachtenden Windung einer Knotenlinie an einer 6 Fuss langen Röhre dar, die den Ton 2 gab. Vergleicht man diese Figur mit Fig. 1, so erkennt man, dass der Lauf beider Linien in beiden Fällen entsprechend ist.

„Obgleich es schwer ist, den Ton 3 so hervorzubringen, dass man die Bewegung des Sandes oder der kleinen Ringe dabei gut erkennen kann, so sieht man doch mit langen dünnen Röhren auch bei diesem Tone so viel, dass die ruhenden Linien, wie bei den vorhergehenden, sich schlangenförmig um den Cylinder drehen, und dass die Richtung ihrer Drehung in der Nähe der Punkte, die man berühren muss um den Ton zu erhalten, stets entgegengesetzt ist. Dasselbe gilt für den Ton 4, den man noch hervorbringt, wenn man in diesen Versuchen geübt ist."

§ 2.

Bei longitudinal schwingenden prismatischen Stäben liegen die Knotenlinien der einen Fläche mitten inne zwischen den Linien auf der entgegengesetzten Fläche. — Auch bei longitudinal schwingenden prismatischen

[1]) So bezeichnet Savart die höhere Oktave des tiefsten Tones, welchen die Glasröhre giebt, weil er zwei Schwingungen macht, während der letztere nur eine vollbringt.

Stäben kann zuweilen ein Zusammenhang der Knotenlinien der Oberflächen durch die Knotenlinien der Seitenflächen wahrgenommen werden.

„Nachdem wir," heisst es in Savart's Abhandlung [1], „die Lage der Knotenlinien an cylindrischen, an beiden Enden freien Stäben geprüft, musste man dieselben Versuche an prismatischen Stäben wiederholen können. Aber hierbei vermehren sich die Schwierigkeiten, da man es hier mit Körpern von beträchtlichen Dimensionen zu thun bekommt, welche daher schwer erzittern. Ich nahm eine Eisenstange von fast 40□ Linien im Durchschnitt, und 3 Fuss Länge, bestreute eine Fläche mit Sand, während ich sie zwischen zwei Fingern in ihrer Mitte in horizontaler Richtung hielt, und brachte sie in longitudinale Erzitterung, indem ich an ihr eines Ende mit einem kleinen Hammer schlug. Ich beobachtete dann, dass zwei ihrer Flächen, die einander entgegengesetzt lagen, stets eine Reihe gerader, auf die Seitenkante des Stabes perpendikularer Knotenlinien zeigten, und dass die der einen Fläche den Zwischenräumen der an der anderen Fläche entsprachen, während die beiden anderen Flächen, die wir die Durchschnittsflächen nennen wollen, Knotenlinien zeigten, die bei dem ersten Blicke keine Verbindung mit denen der beiden Oberflächen zu haben schienen; war aber die Erzitterung schwach, so bemerkte man, dass nahe an den Kanten der Sand Linien andeutete, deren eines Ende an einen Knoten der einen Oberfläche stiess, und deren anderes Ende, nicht weit von der Kante sich entfernend, sich desto mehr dem ersten Ende näherte, je länger die Erzitterung dauerte; wenn aber die Erschütterung stark wurde, verschwand auch diese Andeutung einer Knotenlinie gänzlich. Es scheint nach diesem Versuche, als wenn die zusammenhängende Knotenlinie gar nicht gegen die Axe des Stabes auf irgend einer seiner Oberflächen geneigt wäre, sondern längs der Durchschnittsfläche, dicht an der Kante hinläuft, und dann in einer bestimmten Entfernung mit einem Male sich herumbeugt, um auf der andern Oberfläche eine neue gegen die Axe nicht geneigte Linie zu bilden, u. s. f. Ich habe diese Lage in Fig. 6 abgebildet: LL' ist ein parallelepipedischer Stab, an dem $N, N\ldots$ die Knotenlinien an der einen Oberfläche darstellen, während $n, n\ldots$ die an der entgegengesetzten darstellen; diese Linien sind, wie man sieht, durch gewundene Linien verbunden, welche der Versuch aber nicht so regelmässig giebt.

„Das einzige Charakteristische, welches durchgängig bei der Schwingungsart Statt findet, die wir jetzt prüfen, besteht also darin, dass die Knotenlinien der einen Fläche in ihrer Lage nie den Knotenlinien irgend einer andern Fläche entsprechen."

[1]) Tom. XXV, p. 238.

§ 3.

Ein longitudinal schwingender an einem Ende fester Stab zeigt auch eine einzige schraubenförmige Knotenlinie.

„Man suche die Lage einer ähnlichen zusammenhängenden ruhenden Linie, wie wir sie an freien longitudinal schwingenden Cylindern und prismatischen Stäben gefunden haben an massiven oder hohlen Cylindern, *die an einem ihrer Enden unbeweglich befestigt sind*[1]); diesen Versuch kann man sehr leicht machen an einem kleinen Glascylinder von ohngefähr 1 Linie Durchmesser und 26 bis 30 Zoll Länge, dessen eines Ende man in ein kleines in ein Stückchen Holz gebohrtes Loch befestigt, welches man darauf zwischen den Zwingen eines Schraubstocks unbeweglich einklemmt. Der Stab muss nothwendig auf diese Weise festgehalten werden, wenn der Ton rein hervortreten soll. Hat man einen reinen Ton erhalten, so nimmt man den kleinen Schraubstock in die eine Hand, und giebt dem Stabe eine horizontale Lage, alsdann vertheilt man kleine Papierringe auf der ganzen Länge des Stabes, und bringt ihn auf die gewöhnliche Weise in Erzitterung, indem man ihn mit einem Stücke nassen Tuches reibt. Hier bemerkt man, dass an diametral entgegengesetzten Seiten die kleinen Papierringe verschiedene Lagen annehmen; und es ist leicht zu erkennen, dass die Knotenlinie sich um den Cylinder windet, indem sie vom festen Ende ausgeht und sich erst am freien Ende endigt.

„Damit tangential longitudinal schwingende Körper reine Töne geben, ist es unbedingt nöthig, dass ihre Länge sich durchaus nicht ändern kann."

§ 4.

Wenn ein longitudinal schwingender Körper an einem andern an seinen beiden Enden befestigt ist, und dieser wieder mit andern Körpern in Berührung steht; so hängt die Höhe des Tones von allen in Berührung stehenden Körpern zugleich ab. — Eine longitudinal schwingende, an beiden Enden feste Saite zeigt ebenfalls eine schraubenförmige Knotenlinie. — Ein longitudinal schwingender Papierstreif zeigt an seinen beiden Flächen Knotenlinien, von welchen die der einen mitten inne zwischen denen der andern liegen.

„Fig. 7 zeigt den Apparat, dessen ich mich bedient habe, um die tangential longitudinalen Schwingungen von Stäben, die an ihren beiden Enden unbeweglich fest sind, zu erforschen. *LL* ist ein Glasstab, der

[1]) Savart hatte anfänglich diese von Chladni entdeckten und geprüften Längenschwingungen eines an einem Ende befestigten Stabes geläugnet; nachdem aber Chladni in den Ann. de Chim. et de Phys. Tom. XX. einen Aufsatz gegen diese ungegründete Aeusserung mitgetheilt hatte, hat Savart selbst auch diese Längenschwingungen hervorgebracht und hier zu seinen Untersuchungen angewandt.

cylindrisch oder parallelepipedisch sein kann; er ist in zwei sehr starke Holzklötze *T*, *T* befestigt, die wieder durch eine dicke Holzleiste *B*, welche die Basis des Apparats ist, verbunden sind. Ein solcher Apparat ist vorzüglich geschickt, um zu zeigen, wie die Zahl der Schwingungen eines zusammengesetzten Körpers sehr verschieden sein kann, den verschiedenen Körpern gemäss, mit welchen man ihn in Berührung bringt: der Ton ist weit höher, wenn man die Basis des Apparats auf einen Körper von beträchtlichen Dimensionen stützt, als wenn man ihn in der Hand hält: wieder anders ist der Ton, wenn man den Apparat auf den Tisch stellt, und so ändert er sich stets nach der grösseren oder geringeren Zahl Punkte der Basis und der Holzklötze *T*, *T*, deren Bewegung man hemmt.

„Es ist viel leichter, die tangential longitudinalen Schwingungen von Cylindern, deren beide Enden unbeweglich sind, zu erforschen, wenn sie in dem Cylinder durch Mittheilung eines andern schwingenden Körpers hervorgebracht werden, zumal wenn diese Cylinder sehr dünn sind, wie die Saiten musikalischer Instrumente oder Metalldrähte. Dazu muss man sie zwischen zwei unbewegliche Körper spannen, deren einer ein Wirbel ist, der sich um sich selbst drehen kann, und der andere ein kleiner Stab, etwa von Stahl, der sich in einer auf den Draht senkrechten Lage befindet. Bringt man diesen kleinen Stab mit einem Violinbogen in transversale Erzitterung, so theilt sich die Bewegung dem Drahte mit, der dann longitudinale Schwingungen macht. Den Gang der Knotenlinie findet man durch Anhängen mehrerer kleiner Papierringe längs des Fadens. *AA* Fig. 8 sei ein kleiner Cylinder von Stahl, an einer Holzleiste *BB* senkrecht befestigt, die sehr dick sein muss, damit ihr nicht zu leicht eine Bewegung mitgetheilt werden kann. Am unteren Theile dieses Stahlcylinders befestigt man das Ende einer dünnen Darmsaite *cc'*. Das andere Ende der Darmsaite geht über einen kleinen Steg *S* an einen Wirbel, den man beliebig drehen kann, um die Spannung der Saite zu verringern oder zu erhöhen. Streicht man mit dem Violinbogen in der Richtung *FF'*, parallel mit *cc'*, so werden, sobald der Ton hervorgebracht wird, alle kleinen Papierringe sich bewegen, und jeder zu dem ihm nächsten Knoten sehr geschwind eilen. Kehrt man den Apparat um, so dass die Saite, welche ihre horizontale Lage behält, zu unten zu liegen kommt, lässt aber die Papierringe an den früher von ihnen eingenommenen Orten, so entfernen sich, sobald man die Saite in Schwingung versetzt, die Ringe von diesen Stellen, und stehen erst still, wenn sie ungefähr sich in der Mitte der Zwischenräume befinden, welche je zwei ruhende Punkte der zuerst geprüften Seite trennen. Drehet man allmählig die verschiedenen Seiten der Saite nach oben, so erkennt man, dass die ruhenden Punkte eine

zusammenhängende Linie bilden, die sich schlangenförmig um den Körper windet. Man muss bei diesem Versuche den Violinbogen genau in der senkrechten Ebene bewegen, welche den Stab und die Saite enthält.

„Auf ähnliche Weise kann man die tangential longitudinalen Schwingungen einer dünnen, an beiden Enden befestigten Membrane untersuchen. LL' Fig. 9 ist ein kleiner Papier- oder Pergamentstreif von 11 bis 15 Zoll Länge, an seinen beiden Enden an den kleinen Leistchen a und b befestigt, die mit ihm rechte Winkel bilden, und deren untere Enden durch eine starke Holzleiste BB' verbunden sind. Ist die Membran gut aufgespannt, und man streicht mit dem Violinbogen eine der kleinen Leisten a und b in der Richtung FF', der dünnen blos durch Spannung elastischen Platte parallel, so entstehen tangential longitudinale Schwingungen, und zugleich Knotenlinien von grosser Nettigkeit, von welchen die der einen Fläche der Membrane in der Mitte der Zwischenräume derer der andern liegen, so dünn auch die Membran sein mag. Die Erscheinungen ändern sich nicht, die Zahl der Schwingungen in einer Sekunde mag gross oder klein sein, selbst wenn sie kleiner ist, als dass ein Ton entstehen kann. Es ist zu bemerken, dass eine dünne Membrane tangential longitudinal schwingen kann, auch wenn sie nicht gespannt ist."

§ 5.

Unterscheidung von tangential longitudinaler, tangential transversaler und normaler Schwingung. — Eine tangential transversal schwingende Platte zeigt auf entgegengesetzten Flächen Knotenlinien, die sich bald entsprechen, bald nicht. — Nicht wesentlicher Unterschied zwischen tangential transversalen und normalen Schwingungen.[1])

„Da wir häufig sehen werden, dass die tangentiale Schwingung nicht blos der Länge des Stabes nach Statt findet, sondern auch seiner Breite nach, und ebenso in einer Menge schiefer Richtungen, so halte ich es der Deutlichkeit wegen für nothwendig, verschiedene Benennungen für die Bewegungen zu gebrauchen, welche in den verschiedenen Richtungen Statt finden. Erstens kann in einer dünnen Platte eine die Oberfläche berührende Bewegung in der Richtung AB (Fig. 10), d. i. ihrer Länge nach, parallel mit ihren Seitenkanten Statt finden, und diese Bewegung will ich die *tangential longitudinale* nennen; zweitens kann die Bewegung tangential in der Richtung CD geschehen, d. i. perpendicular auf die Seitenkanten der Platte, und diese will ich die *tangential transversale* nennen; drittens kann diese an den Oberflächen tangentiale Bewegung in unzähligen schiefen Richtungen geschehen, und diese will ich *tangential schiefe* nennen; viertens endlich will ich *normale* Be-

[1]) Tom. XXV, p. 18 u. 260.

wegungen diejenigen nennen, welche perpendikular gegen die Oberflächen einer Platte Statt finden.

„Bei tangential transversalen Schwingungen zeigen dünne Platten eigenthümliche Figuren, die zuweilen auf beiden Oberflächen einander genau gegenüber liegen, gewöhnlich aber nicht; immer aber finden auf entsprechenden Punkten der Platten entgegengesetzte Bewegungen des Sandes statt. Am gewöhnlichsten liegen sich die Sandlinien nicht gegenüber auf breiten Platten; sie liegen oft wie in Fig. 11, sehr ähnlich wie die in Fig. 12, welche durch tangential longitudinale Schwingung entsteht; nur mit dem Unterschiede, dass in Fig. 11 die Stellen *a'*, *b'*, *c'*, *d'* der Knotenlinie sehr deutlich und stark sind, und die Stellen *nn*... nur sehr schwach; und dass das umgekehrte in Fig. 12 Statt findet, so dass die Theile der Linie, welche auf die Richtung der Bewegung fast senkrecht sind, in beiden Fällen mehr hervortreten, als die anderen. Bei schmalen Stäben liegen die Knotenlinien beständig gegenüber und die angrenzenden Abschnitte haben entgegengesetzte Bewegung. (Fig. 13.) In jedem Falle aber theilen immer die Knotenlinien die vier Längenkanten auf gleiche Weise ab; es scheint daher, dass auf den schmalen Durchschnittsflächen die Sandlinien sich genau gegenüber liegen würden, wie bei normalen Schwingungen.

„Wie man sieht, findet zwischen der longitudinal transversalen und der normalen Bewegungsart eine zu grosse Analogie Statt, als dass man sie für wesentlich verschieden halten könnte. Da sie denselben Gesetzen unterworfen sind und ähnliche Lagen der Knotenlinien zeigen, so sind sie nur darin verschieden, dass bei normalen Schwingungen wegen der geringen Dicke der Platten, wenn die Erzitterung sehr stark ist, wirkliche Beugungen stattfinden können."

§ 6.

Eine mit einer gespannten Saite in Verbindung stehende Platte erhält durch dieselbe solche Schwingungen, dass alle ihre Theilchen sich parallel mit den Theilchen der schwingenden Saite bewegen, welche Lage die Saite auch gegen die Platte haben mag; ein zuverlässiges Mittel, bestimmte Erzitterungen hervorzubringen.

„Von welcher Beschaffenheit[1]) sind die von schwingenden Saiten auf Platten fortgepflanzten Schwingungen, je nachdem die Saiten mit den resonirenden Platten grössere oder kleinere Winkel bilden, je nachdem sie transversal oder longitudinal schwingen? Ich will suchen, dieses durch Versuche zu bestimmen, um die Saiten als ein zuverlässiges Mittel, bestimmte Erzitterungen hervorzubringen, anwenden zu können.

[1]) Tom. XXV, p. 12—50.

„Man bohre in den Mittelpunkt einer Kreisscheibe aus Holz oder Metall ein Loch, durch welches nur mit Mühe eine Saite, wie man sie zu musikalischen Instrumenten gebraucht, durchgezogen werden kann. Man spanne die Saite auf irgend eine Weise normal auf die Oberflächen der Kreisscheibe, wie es in Fig. 14 dargestellt ist, und gebe ihr eine senkrechte Lage. Auf die obere Fläche der Kreisscheibe bringe man eine dünne Lage trocknen und nicht zu feinen Sandes. Streicht man nun mit einem Violinbogen die Saite bei *e*, so sieht man den Sand tangential an der Oberfläche hingleiten und in Knotenlinien sich aufhäufen. Kehrt man den ganzen Apparat um, so dass die untere Fläche der Kreisscheibe die obere wird, so zeigt sich, dass die Lage der Knotenlinie auf diesen beiden Flächen verschieden ist.

„Ein anderer Fall ist in Fig. 15 dargestellt. Man spannt eine Saite auf irgend eine Weise und giebt ihr eine senkrechte Lage; man nimmt dann eine dünne und schmale Leiste, etwa von Holz, in ihrer Mitte zwischen zwei Finger, hält sie in horizontaler Lage, und bringt eines ihrer Enden mit dem unteren Theile der Saite in Berührung; darauf setzt man diese mittelst des Violinbogens in transversale Bewegung, auf die Art, dass ihre Schwingungen in einer Ebene Statt finden, welche verlängert die Leiste in zwei gleich breite Hälften theilt. Bedeckt man nun die Leiste mit Sand, so sieht man erstens, dass sie selbst bei beträchtlicher Länge in Schwingung geräth, z. B. noch bei einer Länge von 3 oder $4^1/_2$ Par. Fuss und darüber; zweitens, dass diese Schwingungen tangential longitudinale sind, was man aus der Richtung der Bewegungen des Sandes erkennt, dessen Körner, um Knotenlinien zu bilden, vorwärts rücken, ohne die Oberfläche zu verlassen; endlich sieht man, dass diese Schwingungen in derselben Richtung, als die, in welcher die Saite schwingt, Statt finden. Aendert man die Lage des Violinbogens, und lässt die Saite in einer senkrechten Richtung auf der, in welcher sie vorhin schwang, und folglich in senkrechter Richtung auf die Kanten des Stabes schwingen, so ist auch jetzt noch der Stab in tangentialer Schwingung, die aber ihre Richtung geändert hat. Die jetzigen Schwingungen geschehen in einer Richtung, die einen rechten Winkel mit der Richtung bilden, in welcher die Schwingungen vorhin stattfanden, so dass die Richtung auch jetzt wieder dieselbe ist, als in welcher die Saite ihre Schwingungen vollbringt, was man immer aus der Bewegung des Sandes erkennt, da alle Körner in geraden parallelen Linien sich gegen die Kanten der Platte bewegen, indem sie dicht an der Oberfläche, auf die man sie gestreuet hat, hingleiten. Erhält alsdann die Ebene, in welcher die Saite schwingt, eine andere Richtung, so erhalten auch die Schwingungen des Stabes wieder eine andere Richtung, und zwar dieselbe, in welcher die Saite schwingt.“

§ 7.

Wird die Saite in longitudinale Schwingung gebracht, so findet der Parallelismus der Schwingungen, der Platte und der Saite, gleichfalls Statt. — Durch blosse Aenderung der Richtung des die Saite in Schwingung setzenden Violinbogens kann man eine Platte allmählig von der tangential transversalen zur normalen Schwingung übergehen lassen, wobei man 1) die Richtung, in welcher der Sand sich bewegt, stets mit der Richtung des Violinbogens sich ändern, zugleich aber auch dadurch 2) die Klangfiguren, welche anders für tangential transversale als für normale Schwingungen sind, allmählig sich umgestalten sieht.

„In dem Fig. 16 dargestellten Apparate ist die Saite senkrecht auf den Flächen einer Kreisscheibe, und berührt sie blos in einem Punkte der Peripherie, während der diametral entgegengesetzte Punkt gegen einen festen Körper gestützt wird. Streicht man nun mit dem Violinbogen bei e, welches hierzu die passendste Stelle ist, so macht L tangentiale Schwingungen in derselben Richtung, als die Saite schwingt. Fig. 17 zeigt die Lage der Linien, die dabei der Sand bildet, wenn mit dem Violinbogen in der Richtung FF' gestrichen wird. Dieser Versuch zeigt das Eigenthümliche, dass die ruhenden Linien parallel der Richtung der Bewegungen des Sandes sind, während sie gewöhnlich senkrecht darauf, oder mehr oder weniger schief sind. Auf der unteren Fläche der Kreisscheibe entsprechen die Schwingungsknoten der Mitte des Zwischenraums zwischen je zwei Knoten der in der Figur dargestellten Fläche. Sehr oft liegen die Knotenlinien anders, auch wenn die Schwingungen der Saite in der Richtung FF' Fig. 17 Statt finden; eine der Figuren, die sich am leichtesten zeigen, ist die Fig. 18 dargestellte. Wenn die Richtung der Ebene, in welcher die Saite schwingt, sich ändert, z. B. wie F_1F_1' Fig. 19, oder wie F_2F_2' Fig. 20 zeigt, so ändert gleichzeitig auch der Sand seine Bewegung, und die Knotenlinien modificiren sich in Folge dieser veränderten Bewegung. Die Erscheinungen sind dieselben, wenn man statt der Kreisscheibe Platten von ganz anderer Gestalt nimmt, rechtwinklige, dreiseitige u. s. w., von welcher Substanz sie auch sein mögen. Bei diesem Versuche muss die schwingende Saite genau immer dieselbe Stelle des Körpers berühren. Dieses findet allein Statt, wenn die Saite an der Kante des Körpers eine kleine Furche bildet, deren Oberfläche, immer in Berührung mit der Saite, in einer bestimmten Richtung gerieben wird. Indem diese obgleich geringe Reibung in kurzer Zeit sehr oft sich in derselben Richtung wiederholt, so entstehen mit der Reibung parallele Schwingungen, anfangs schwach und blos in den der Saite zunächst liegenden Teilchen, aber bald über den ganzen Körper mit solcher Gewalt sich ausbreitend, dass der Sand von den bewegten Stellen der Oberfläche weggetrieben wird, und sich

auf den ruhenden Stellen ansammelt. Es ist leicht zu sehen, dass das Gesetz der Mittheilung der Schwingungen für alle Körper dasselbe ist; vereinigt man zwei Stäbe unter einem rechten Winkel mit einander, und der eine (den wir mit der Saite in den frühern Versuchen vergleichen können) schwingt normal, so schwingt der andere stets tangential, und die Richtung der tangentialen Schwingungen ist immer dieselbe, als die der normalen.

„Bei allen vorhergehenden Schwingungen machte die Saite normale Schwingungen. Bringt man sie in longitudinale Schwingung, indem man sie in der Richtung ihrer Länge mit einem mit Kolophoniumpulver bestäubten Tuchlappen reibt, oder indem man sie mit dem Violinbogen in Schwingung setzt, dem man eine sehr geneigte, der Saite fast parallele Richtung giebt: so schwingen die Scheiben oder Platten, mit welchen sie in Berührung ist, normal, was man fast mit allen bisher beschriebenen Apparaten bestätigen kann.

„Wenn eine normal schwingende Saite ihre Bewegung einer dünnen Platte mittheilt, deren Verlängerung sie ist, d. h. wenn die beiden Körper in einer Ebene liegen, so zeigt die Erfahrung, dass die mitgetheilten Schwingungen allmählig ihre Richtung ändern, je nachdem die Ebene, in welcher die Saite ihre Schwingungen vollbringt, mit den Flächen der Platte verschiedene Winkel bildet.

„Es sei LL' Fig. 21 eine an T, einem unbeweglichen Klotze, befestigte Holzplatte, die bei L' mit einer Saite ce verbunden ist. Die Saite liegt bei e auf einem Stege auf, und man kann sie durch einen ordinären Wirbel beliebig spannen; alle Stücken des Apparats befinden sich auf einer festen Basis B'. Streicht man die Saite mit dem Violinbogen, senkrecht gegen ihre Axe, so dass sie in einer Ebene schwingt, mit welcher die Linie VV' auf der Fläche LL' parallel ist, so wird die Platte in tangentiale Schwingung gebracht, deren Richtung perpendikular auf ihre Kanten ist; die mit Sand erhaltene Figur ist, etwa auf der oberen Fläche der Platte, eine gerade Linie wie n, n', n'' Fig. 22, parallel den Kanten von LL', während man auf der unteren Fläche gar keine Knotenlinie bemerkt; die Richtung, in der sich der Sand bewegt, und folglich auch die, in welcher die Theilchen der Platte schwingen, kann durch Pfeile, die mit den Kanten rechte Winkel bilden, dargestellt werden, und diese Pfeile werden auf den beiden entgegengesetzten Flächen der Platte immer entgegengesetzte Richtung haben. Neigt man darauf den Violinbogen, so dass die Schwingungsebene der Saite mit der Fläche der Platte einen Winkel von 20° oder 25° bildet, wie man es bei A Fig. 23 sieht, die blos die kleine rechtwinklige Ebene am Ende der Platte, und die Projektion der Saite auf diese kleine Ebene, und die neue Lage FF' darstellt: so wird die Richtung, in der sich

der Sand bewegt, noch dieselbe sein; aber die Knotenlinie der oberen Fläche wird ihre Gestalt und Lage ändern, sie wird sich krümmen, wie es Fig. 23 dargestellt ist; eine andre ebenfalls verzogene Figur wird sich auf der untern Fläche zeigen, aber die krummen Linien werden im Vergleich mit denen auf der obern Fläche entgegengesetzte Lage haben. Neigt man den Violinbogen noch mehr, so dass er mit den Flächen der Platte einen Winkel von 45° bildet, so wird die Richtung, in der sich die Sandkörner bewegen, noch dieselbe bleiben, aber sie werden zu springen anfangen; die Knotenlinien werden sich noch ändern, sie werden zwar noch verschiedene Lagen auf den beiden Flächen der Platte behalten (Fig. 24), werden aber immer mehr eine senkrechte Lage gegen die Kanten erhalten, und sich immer mehr auf beiden Flächen entsprechen, je mehr die Ebene, in welcher die Saite schwingt, sich einer auf die Flächen der Platte senkrechten Ebene nähert; hat sie diese Lage erreicht, so werden die Knotenlinien vollkommen gegenüber liegen (Fig. 25). Die Sandkörner werden jetzt hoch in die Höhe geschleudert werden. Mit einem Worte, für alle möglichen Neigungen der Ebene, in welcher die Saite gegen die Flächen der Platte schwingt, gestalten sich die Knotenlinien auf verschiedene Weise, und da der Ton, und folglich die Zahl der Schwingungen stets dieselbe bleibt, so kann man wohl diese allmähligen Umbildungen der Knotenlinien nur einer Aenderung in der Richtung zuschreiben, in welcher die Theilchen der dünnen Platte schwingen."

§ 8.

Dieselbe Platte giebt bei beiden Schwingungsarten denselben Ton, der aber bei der normalen Schwingung weit stärker ist, als bei tangential transversalen.

„Es ist ohne Zweifel der Umstand bei diesem Versuche sehr merkwürdig, dass der Ton verschieden stark ist, je nachdem die Platte normal oder tangential schwingt. Im letztern Falle ist der Ton auffallend schwächer, als im erstern: zwischen diesen beiden äussersten Grenzen bemerkt man, wenn man stufenweise von den tangentialen Schwingungen zu den völlig normalen Schwingungen übergeht, dass auch der Ton stufenweis an Kraft und Helligkeit gewinnt.

„Fig. 26 stellt einen Apparat dar, der aus einem Gefässe *ABCD* zusammengesetzt ist, welches bis *EE'* mit einer tropfbaren Flüssigkeit angefüllt ist. Perpendikular auf die Wand *AB*, in der Mitte ihrer Länge ist eine Glasplatte *LL'* befestigt, deren schmale Seiten mit der Oberfläche der Flüssigkeit parallel und deren Flächen auf ihr senkrecht stehen; *ab* ist ein kleiner Glascylinder, bei *L'* mit Siegellack befestigt, und durch eine Oeffnung der Wand *CD*, welche er genau erfüllt, durch-

gehend: hält man den Apparat in horizontaler Lage und streicht *ab* mit dem Violinbogen in der Richtung *FF'* parallel mit der Oberfläche der Flüssigkeit, und also normal auf die Ebenen, in welchen die Flächen der Platte *LL'* liegen, so wird diese Platte in normale Schwingung kommen. Betrachtet man darauf von einer passenden Stelle, was auf der Oberfläche der Flüssigkeit vorgeht, so sieht man kleine Riefen oder Wellen, die sich an den schwingenden Theilen der Platte bis zu einer grossen Entfernung erstrecken, aber an den Stellen, wo an der Platte Knotenlinien sind, fast gänzlich aufhören. Bemerkt man genau, bis wie weit diese Wellen sich erstrecken, und neigt alsdann allmählig den Violinbogen, also *FF'*, gegen die Oberfläche der Flüssigkeit: so sieht man, dass die Entfernung, bis zu welcher die Wellen reichen, allmählig abnimmt, und fast Null wird, wenn *FF'* einen Winkel von ohngefähr 70° bis 80° mit der Oberfläche der Flüssigkeit bildet. Fährt man fort den Violinbogen zu neigen, und sucht einen recht starken und gleichförmigen Ton zu erhalten, so sieht man, dass, wenn *FF'* der parallelen Lage mit den breiten Flächen der Platte sich nähert, neue Riefen sich bilden, die keine Aehnlichkeit mit den erstern haben, und die nur dicht an den Oberflächen des schwingenden Körpers Statt zu finden scheinen; sie sind diesen Oberflächen parallel und nur wenig über die Flüssigkeit erhaben. Wenn im Gegentheil die Schwingungen normal waren, so waren die Riefen an den schwingenden Stellen der Platte sehr erhaben, und die Bewegung der Flüssigkeit stark genug, um Tröpfchen selbst sehr weit zu schleudern.

„Umgiebt man die Platte *LL'* mit einem cylindrischen Glase von 3 bis 4 Zoll Durchmesser, wie man es Fig. 27 sieht, hält den Apparat senkrecht, und giesst Wasser in das Gefäss *AB*, bis es an den Punkt hinan gefüllt ist, wo Saite und Platte mit einander verbunden sind; bringt darauf *LL'* in eine normale Schwingung, indem man den Violinbogen an der Saite *ce* in einer auf die Flächen der Platte senkrechten Ebene bewegt: so sieht man, wenn der Ton sehr tief und also die Zahl der Schwingungen in einer Sekunde nicht beträchtlich ist, dass sich an der Oberfläche des Wassers kleine Wellen bilden, die alle unter einander und mit den Flächen der Platte parallel sind; ist aber der Ton höher, so zeigen sich die Wellen in einer ganz andern Gestalt. (Man sehe Fig. 28.) Es entstehen dann nicht blos mit den Flächen der Platte parallele Riefen, sondern es entstehen ausserdem bedeutend stärkere, die um *LL'* herum wie Radien liegen; endlich findet zugleich auch noch eine dritte sehr unterschiedene Art von Bewegung Statt, die der ganzen Flüssigkeitsmasse gemein ist; sie besteht darin, dass die Wassertheilchen von der schmalen Seite der Platte sich vorwärts bewegen, und abwärts von den strahlenförmigen Riefen eine krumme

Linie beschreiben, bis sie den Flächen der Platte fast gegenüber stehen, denen sie sich darauf fast in gerader Linie nähern. Von hier kommen sie wieder zu der schmalen Seite, und werden wieder von da fortgetrieben, um denselben Weg von neuem zu durchlaufen. Die Pfeile Fig. 28 zeigen diese Bewegung, die man leicht beobachten kann, wenn man leichten Staub auf die Oberfläche des Wassers wirft.

„Nachdem man gesehen hat, wie weit sich die strahlenförmigen Riefen bei der normalen Schwingung erstrecken, und man neigt darauf etwas den Violinbogen, so bemerkt man, dass sie sich nicht mehr so weit erstrecken, und allmählig abnehmen, bis die Ebene, in welcher man den Violinbogen bewegt, sich einer mit den Flächen des Streifens parallelen Ebene nähert; ehe sie aber so weit gelangt, ohngefähr bei 50°, 60° oder 70°, je nachdem die Breite der Platte ihre Dicke mehr oder weniger übertrifft, bemerkt man kleine Riefen von derselben Art, als die vorhergehenden, die sich vor der schmalen Seite bilden und die darauf desto stärker werden, je mehr die Richtung der Schwingung tangential transversal wird und folglich normal auf die schmale Seite. Wirft man alsdann auf die Oberfläche des Wassers feinen und sehr leichten Staub, wie feine Sägespähne, so sieht man, dass der schmalen Seite gegenüber eine ganz analoge Bewegung Statt findet, als bei der normalen Schwingung den Flächen gegenüber sich zeigte; nur erstreckt sie sich nicht so weit und es entsteht dadurch dicht an der Ecke der Platte eine Kreisbewegung der Wassertheilchen, wie die Pfeile Fig. 29 sie anzeigen.

„Die abnehmende Stärke des Tones, von der wir oben gesprochen haben, wenn die Richtung der Schwingung mehr und mehr schief wird, ist leicht durch diese allmählig in der normalen Richtung abnehmenden Wellen zu erklären. Es müssen dadurch auf dieselbe Weise Wellen in der Luft erregt werden und folglich die Wirkung auf uns eben so sein, als wenn die Grösse der Schwingungen des tönenden Körpers abgenommen hätte. Zwar nehmen die Wellen des Wassers in der auf die schmale Seite normalen Richtung zu, wenn sie in der auf die Flächen normalen Richtung abnehmen; aber sie sind dort nie so deutlich und erstrecken sich nie so weit; so dass bei der normalen Schwingung stets eine weit grössere Masse Wasser in sichtbare Erzitterung gebracht wird, als bei einer Schwingung in irgend einer andern Richtung. Es folgt daraus, dass die normalen Schwingungen einen weit stärkern Ton geben müssen, als die tangentialen oder schiefen Schwingungen."

§ 9.

Machen die Theilchen eines Körpers in Bezug auf zwei einander gegenüberstehende Flächen normale Schwingungen, so finden zugleich an den andern Flächen tangentiale Schwingungen statt. — Bei schwingenden

Körpern muss bisweilen zwischen zwei Schwingungen unterschieden werden, zwischen den Bewegungen, welche die Molekulen machen, und einer Totalbewegung oder Beugung, welche den Körper in eine grössere oder geringere Zahl Abtheilungen theilt, welche in entgegengesetzter Richtung schwingen.

„Wenn die dünne Platte und die Saite in derselben Ebene liegen, aber statt die letztere in transversale Schwingung zu bringen, man sie in der Richtung ihrer Länge in Schwingung setzt, so schwingt die dünne Platte immer tangential, und zwar ist die Richtung ihrer Schwingungen immer dieselbe, in welcher die Saite ihre Schwingungen macht. Fig. 30 sei ein dreieckiger Holzrahmen, an jedem Winkel befinde sich ein Wirbel f, f', f'', so dass man mit jedem derselben eine Saite c, c', c'' spannen kann, die bei e, e', e'' an eine dünne Holz- oder Metallplatte L befestigt sind, so dass Saite und Platte in einer Ebene liegen: hält man den Apparat in horizontaler Lage und reibt eine der Saiten in der Richtung ihrer Länge mit einem mit Kolophonium bestäubten Tuchlappen, so wird die Platte tangential schwingen, und die Sandkörner werden sich stets parallel mit der in Erzitterung gebrachten Saite bewegen.

„Mit dem Apparat Fig. 21 kann man diesen Versuch auf eine sehr einfache aber nicht so vollständige Art machen; man braucht blos die Saite mit einem mit Kolophonium bestäubten Tuchlappen zu reiben, um augenblicklich tangential longitudinale Schwingungen der Platte hervorzubringen, wobei sich sehr deutlich die Knotenlinien bilden, welche perpendikular auf die Kanten sind und an der einen Fläche mitten inne zwischen denen an der entgegengesetzten Fläche liegen.

„Der sehr einfache Apparat[1]) Fig. 31 besteht aus einem Quadranten DD' mit einer an der Peripherie verschiebbaren Klammer C, an welcher die Saite ce befestigt ist, die man mit einem Wirbel beliebig spannen kann. Diese Klammer kann durch eine Schraube in allen beliebigen Lagen festgemacht werden, so dass die Saite, deren unteres Ende durch die Platte LL' geht, mit der obern Fläche der letztern alle möglichen Winkel bilden kann. Die Platte soll eine solche Lage haben, dass ihre Kanten auf die Fläche des Quadranten normal sind. Sie wird in einen unbeweglichen Klotz R befestigt, in welchen sie 4 bis 5 Linien tief eingefugt wird. Ihre Verbindung mit der Saite ist sehr einfach; man braucht blos einen Knoten am untern Ende der letztern zu machen, und sie durch ein kleines, eng sie umschliessendes, Loch der Platte 4 bis 5 Linien vom befestigten Ende entfernt durchzuziehen. Man bringe die Saite in normale Erzitterung, indem man sie mit dem Violinbogen der Fläche des Quadranten parallel streicht; hat die Saite eine senkrechte Lage gegen die Flächen der Platte LL' (wie

[1]) Tom. XXV, p. 138—178.

in A Fig. 32, wo blos das Ende des Stabes dargestellt ist), so wird die Richtung FF', in welcher die Schwingung Statt findet, parallel mit LL' sein und perpendikular auf seine Kanten. Wenn die Richtung der Saite mit den Flächen der Platte einen kleinern Winkel als 90⁰ bildet, wie in B Fig. 32, so wird die Richtung FF', die immer perpendikular auf ce bleibt, gegen LL' geneigt werden.

„Damit diese Versuche gut gelingen, sind folgende Vorkehrungen nöthig. Will man die Saite in longitudinale Erzitterung bringen, so muss der Halbmesser des Kreisbogens etwa 3 Fuss lang sein, um die Saite, welche dieselbe Länge hat, durch Reiben mit einem mit Kolophonium bestäubten Tuchlappen leicht in Schwingung setzen zu können. Im Gegentheile muss die Saite für normale Schwingungen viel kürzer sein und der Halbmesser des Quadranten muss etwa ein Fuss betragen, sonst kann die Saite verschiedenerlei Schwingungen zu gleicher Zeit machen. Um dies zu vermeiden, muss man auch noch die Saite so stark als möglich spannen und sie nur schwach erschüttern, indem man mit dem Violinbogen leise und immer in derselben Richtung streicht. Auch auf die Beschaffenheit des Körpers, auf welchem der Quadrant während der Versuche aufsteht, muss man Rücksicht nehmen, man muss ihn immer auf weiche Körper setzen. Endlich muss man, wenn die Saite normal schwingt, aber auf den Flächen der Platte senkrecht steht, vermeiden, dass sie einen Ton giebt, den auch die Platte bei normaler Schwingung geben kann; denn die Platte kann alsdann, statt tangential zu schwingen, die normale Bewegung annehmen, die mit der Saite in Einklang steht.

„Es ist ein sehr deutlicher Unterschied in der Stärke, wenn der Ton der Saite durch tangentiale Schwingungen der Platte und wenn er durch normale Schwingungen verstärkt wird, so dass ihn niemand verkennen kann. Ausser der beträchtlicheren Stärke besitzen die durch normale Schwingung verstärkten Töne der Saite einen sehr hellen und scharfen Klang, der für den Hörer selbst sehr angreifend werden kann.

„LL' Fig. 33 sei eine Holzplatte von etwa ein Fuss Länge, mit parallelen Flächen, 4 bis 5 Linien dick, deren zwei Durchschnitte N... n... aber so gegen einander geneigt sind, dass sie in L' zusammenstossen, während sie bei L etwa 2 Zoll weit entfernt sind. Bringt man den Durchschnitt aL' in horizontale Lage, kehrt ihn nach oben, und bedeckt ihn mit Sand, und streicht mit dem Violinbogen an einer der beiden Flächen der Platte bei e in der Richtung FF', ungefähr parallel mit der Kante der kleinen Ebene ab, so wird sich sogleich eine bestimmte Anzahl Knotenlinien bilden, wie N, N', N'', perpendikular auf die Kanten des Durchschnitts, und der Sand wird von dem Durchschnitte, auf welchem er liegt, in die Höhe springen. Bezeichnet man

die Lage dieser Knoten und dreht die Platte um, so dass der Durchschnitt bL' oben ist, so wird auch hier sich eine bestimmte Anzahl Knotenlinien bilden, wie n, n', n'', die den Linien auf dem erstern Durchschnitt entsprechen. Es ist also der Stab in der gewöhnlich sogenannten transversalen Schwingung, wenn man die beiden Durchschnitte als die Flächen der Platte betrachtet. Wendet man jetzt eine der zwei grösseren Flächen der Platte nach oben, wie in Fig. 34, streuet Sand darauf und streicht mit dem Violinbogen immer in der Richtung FF', parallel mit ab, so bewegen sich die Sandkörner an der Oberfläche tangential, in der Richtung Vv, $V'v'$ parallel unter sich und mit FF', und wenn auf der einen Fläche der Sand sich in der Richtung des Pfeiles Vv bewegt, bewegt er sich auf der andern Fläche in der entgegengesetzten $V'v'$; wenn er auf der einen Fläche eine Knotenlinie bildet, wie nn' Fig. 35 No. 1, so fliehen die Sandkörner auf der andern Fläche No. 2 von der Mitte der Platte bis sie von ihr herunter fallen. Dieses bemerkt man nicht blos am breitesten Theile, sondern selbst noch an der schmalsten Stelle der Platte; daraus kann man schliessen, dass ein Körper, der seinen breitern Flächen nach normal schwingt, nicht blos in einer solchen Bewegung ist, vermöge welcher er sich abwechselnd beugt, sondern dass er noch eine andere Art von Bewegungen macht, welche der sogenannten *longitudinalen* analog ist. Dieser Versuch lässt sich nicht an einer parallelepipedischen Platte machen, weil, wenn der Durchschnitt sehr schmal ist, der Sand, während der schütternden Bewegung des Körpers, nicht dableibt; und weil, wenn die Platte nicht schmal ist, man sie durch Reiben an einer der Flächen nicht in Schwingung bringen kann; sie muss aber doch auch zugleich breit sein, um den tangentialen Gang der Sandkörner und die Knotenlinien sehen zu können. Alle diese Schwierigkeiten vermeidet man, wenn man eine Platte nimmt, wie die vorhin beschriebene.

„Nimmt man ein cylindrisches Glas, etwa ein Bierglas, mit genau ebenem Boden, kehrt den Boden nach oben und bestreut ihn mit Sand, so sieht man die Sandkörner sich immer unter einander und dem Violinbogen parallel bewegen. Man kann den Versuch auch machen, wenn man mit dem Boden des Glases eine dünne Platte LL' Fig. 36 verbindet. Streicht man mit dem Bogen in der Richtung FF', so werden die Sandkörner in der Richtung Vv fortgerissen werden, parallel den Kanten der Platte, wenn diese Kanten mit FF' parallel sind; verwandelte sich aber FF' in $F_1F'_1$, welches perpendicular auf die Kanten der Platte ist, so würde sich VV', oder die Richtung, in welcher die Theilchen des Glases und der Platte schwingen, in V_1V_1' verwandeln, und auf ähnliche Weise für alle Richtungen, welche man dem Violinbogen giebt. Wenn man LL', statt an den Boden des Glases, an irgend

einer Stelle seines Cylinders befestigte, wie in Fig. 37, in einiger Entfernung vom Boden, so sieht man, dass auch jetzt noch die Mittheilung der Bewegung mit den vorigen Beobachtungen übereinstimmt; nähert man aber LL' dem Rande des Glases (Fig. 38), so schwingt die Platte stets normal, die Richtung FF' sei welche sie wolle, den Fall ausgenommen, wo der Umring des Glases sich so abtheilt, dass LL' auf einem Knoten ruht, indem der Violinbogen dem Rande parallel bewegt wird.

„Auf jeden Fall scheint diese Thatsache klar zu beweisen, dass man unterscheiden muss zwischen den Bewegungen, welche die Molekulen machen und einer Totalbewegung oder Beugung, die den Körper in eine grössere oder geringere Zahl Abtheilungen theilt, welche in entgegengesetzter Richtung schwingen.“

§ 10.

Von der Natur der Luftbewegung in cylindrischen Röhren kann man direkt urtheilen vermittelst einer dünnen Membrane, die auf einen Ring gespannt ist, der an Fäden aufgehängt wird. — Der Mündung eines offenen oder an dem Ende verschlossenen Gefässes gegenüber wird der an einem andern klingenden Körper hervorgebrachte Ton, welchen die Luft in dem Gefässe als selbstklingender Körper würde geben können, sehr verstärkt, auch die Oktave oder andere harmonische Töne. — Nur bei einem geringen Durchmesser der Pfeifen verhalten sich die Töne wie die Längen; bei einem beträchtlichen Durchmesser hängen sie auch von der Weite ab.

„Mit Hülfe einer dünnen Membrane [1]), die man über einen, wie eine Wagschaale, an Fäden aufgehangenen Ring spannt, kann man die Bewegung der Luft in Orgelpfeifen untersuchen. Man muss dazu eine weite Orgelpfeife senkrecht über das Blasewerk stellen, und, während sie tönt, die vorher mit Sand bestreute Membran allmählig in sie herablassen. Gegen die obere Oeffnung der Orgelpfeife sieht man sie nur gering erzittern; die Bewegung wird aber desto stärker, je näher man der Stelle kommt, welche ein Viertel der Länge der Orgelpfeife abtheilt, worauf die Erschütterung der Sandkörner nach und nach wieder abnimmt bis zur Mitte, dann wieder stärker wird bei der Annäherung an das untere Viertel, über welches hinaus die Nähe der Oeffnung keine genaue Beobachtung mehr zulässt. Durch diese Versuche bestätigt es sich zugleich, dass der Schwingungsknoten stets näher am Mundstücke als am vollkommen offnen Ende liegt. Wenn die Membran an diesen Schwingungsknoten kommt, erhält der Ton eine grössere Stärke; ohne Zweifel indem die Membran dasselbe bewirkt, was eine leise Berührung des Schwingungsknotens fester Körper zur genaueren Bestimmung der

1) Tom. XXIV, p. 57.

Lage der Knotenlinien beiträgt, wenn man harmonische Töne hervorbringen will.

„Man kann diesen Versuch noch mit grösserer Feinheit mit ziemlich engen Orpelpfeifen anstellen, wenn man ein Papierblättchen von geringerem Durchmesser als die Röhre an Kokonfäden aufhängt. Die Röhre kann auch von Glas sein, um die Bewegung des Sandes in den verschiedenen Lagen der Membran leicht sehen zu können.

„Man kann durch Mittheilung eine Luftsäule [1]) in Schwingung setzen, mittelst eines schwingenden festen Körpers, der eben so oft schwingt, als die Luftsäule. Hat man z. B. mit der Stimme den Ton aufgesucht, den irgend ein Gefäss, es sei verschlossen oder offen, das einen grossen Durchmesser im Verhältnisse zur Tiefe hat, am meisten verstärkt, und man lässt eine Uhrglocke, welche denselben Ton giebt, dicht vor der Mündung des Gefässes ertönen, so findet man, dass der Ton beträchtlich verstärkt wird und einen Wohlklang und Fülle erreicht, die für den, welcher nicht daran gewöhnt ist, angreifend ist. Diese sonderbare Erscheinung tritt auch ein, wenn man weite Röhren gebraucht, deren Länge nach Willkür verändert werden kann, um genau die Grösse zu bestimmen, bei welcher der Ton am meisten verstärkt wird. Gebraucht man dazu verschlossene Röhren, so muss man einen schiebbaren, dicht schliessenden Boden machen; gebraucht man offene Röhren, so muss man sie aus zwei oder drei Stücken zusammensetzen, welche in einander geschoben werden können, wie bei einem Fernrohre. So kann man mit einer Röhre mehrere verschiedene Töne verstärken. Hat man durch Probiren die Länge (z. B. einer verschlossenen Röhre) gefunden, die mit einem bestimmten Tone zusammenstimmt, und man vergleicht sie mit der Länge einer ebenfalls an einem Ende verschlossenen Orgelpfeife, die denselben Ton als der tönende feste Körper giebt, so findet man diese Längen ungleich. Die Orgelpfeife ist viel länger, als die weite Röhre. Der Unterschied ist um so bedeutender, je grösser der Durchmesser der letztern im Verhältniss zu ihrer Länge ist. Der Ton einer Uhrglocke z. B., welche 1024 Schwingungen in einer Sekunde macht, und die daher mit einer verschlossenen Orgelpfeife von 6 Zoll im Einklang ist, wird am meisten verstärkt durch ein ungefähr 5 Zoll weites und nur $4^1/_2$ Zoll tiefes Gefäss.

„Lässt man nahe an der einen Oeffnung einer an beiden Enden offenen Orgelpfeife eine Glas- oder Metallplatte, welche denselben Ton als die Pfeife giebt, schwingen, so ertönt auch die Luftsäule, wie wenn sie durch Blasen in eine schwache Schwingung gebracht worden wäre. Man muss dabei die Platte so vor die Oeffnung halten, dass ihre Flächen senkrecht auf die Axe der Röhre sind.

[1]) Tom. XXIV, p. 59 sqq.

„Nimmt man nun statt dieser Orgelpfeife eine cylindrische, vollkommen offene Röhre von gleichem Durchmesser, so zeigt sich, wenn sie eben so lang als die Orgelpfeife, nicht dieselbe Erscheinung; verlängert man sie aber, so findet man bald den Punkt, wo ihre Luftsäule ebenso tönt, wie die der Orgelpfeife. Nimmt man darauf Röhren von stufenweis immer grössern Durchmessern, so muss man, um den Einklang zu erhalten, die Länge der Röhren abnehmen lassen, so dass diese bald geringer wird, als die der Orgelpfeife. Hat man mehrere Röhren von gleicher Länge, aber ungleichem Durchmesser, so können die dickeren Luftsäulen nur durch tiefere Töne zum Schwingen gebracht werden. Beachtenswerth ist es dabei, dass die Art der Erschütterung fast ganz ohne Einfluss ist, z. B. es schwingt eine Luftsäule, indem eine schwingende Platte vor die Oeffnung der Röhre gehalten wird, ebenso, wenn die ganze die Röhre begrenzende Luftfläche, als wenn nur ein kleiner Theil derselben in Erschütterung gesetzt wird.

„Es folgen hier die Resultate von zwei Reihen Versuchen mit cylindrischen nach beiden Seiten offenen Röhren. In der ersten Reihe blieb der Ton derselbe, der Durchmesser wurde aber verändert, und man suchte die Längen, welche die grösste Verstärkung gaben.

	No.	Durchmesser der Röhren	Länge	Länge der Luftwelle	Länge einer gewöhnlichen Orgelpfeife, die denselben Ton ($\bar{\bar{a}}$) giebt.
$\bar{\bar{a}}$ war konstanter Ton.	1	15 Lin.	170 Lin.	$172^{1}/_{5}$ Lin., wenn die Temperatur 0°.	160 Linien.
	2	37 „	156 „		
	3	54 „	144 „		
	4	72 „	132 „		
	5	78 „	138 „		
	6	96 „	127 „		
	7	125 „	90 „		

„In der zweiten Reihe von Versuchen blieb die Länge der Röhren dieselbe, ihr Durchmesser wurde aber verändert, und man suchte die Töne, welche die Luftsäulen in Schwingung setzten.

	No.	Durchmesser der Röhren	Töne	No.	Durchmesser der Röhren	Töne	
72 Linien war die konstante Länge.	8	10 Lin.	*c*	14	10 Lin.	*b*	36 Linien war die konstante Länge.
	9	15 „	*h*	15	15 „	*a*	
	10	18 „	*b*	16	18 „	*gis*	
	11	23 „	*a*	17	23 „	*fis*	
	12	33 „	*g*	18	7 „	*h*	
	13	54 „	*fis*				

„Um indess eine Luftsäule in einer Röhre durch Mittheilung in Schwingung zu bringen, braucht sie nicht nothwendig so genau bestimmte Dimensionen zu haben; die Erscheinung findet noch Statt (freilich in geringerem Grade), auch wenn sie länger oder kürzer, weiter oder enger ist, nur innerhalb gewisser Schranken, die aber um so weiter sind, je grösser der Durchmesser der Röhre im Verhältnisse zu seiner Länge ist; es verstärkt z. B. eine Röhre von einigen Zoll Länge und ungefähr 1 Fuss Durchmesser mehrere Nachbartöne des Tones, mit welchem sie wirklich in Einklang ist, sehr beträchtlich; während für eine enge und lange Röhre der Einklang sehr genau sein muss, wenn eine Verstärkung erfolgen soll.

„Für den Bau von Saiteninstrumenten folgt daraus, dass ihre Resonanz, wenn man einen schönen Ton erhalten will, ein Volumen Luft von gewissen bestimmten Dimensionen enthalten müsse. Wird der Raum des Resonanzbodens verkleinert, oder mit der äussern Luft in Verbindung gesetzt, so verlieren vorzüglich die tiefen Töne. Grosse gläserne Glocken vor der Oeffnung passender Röhren geben Töne von einer Stärke und Reinheit, so dass man nichts schöneres hören kann; alle bekannten Töne scheinen in Vergleichung mit ihnen dünn.“

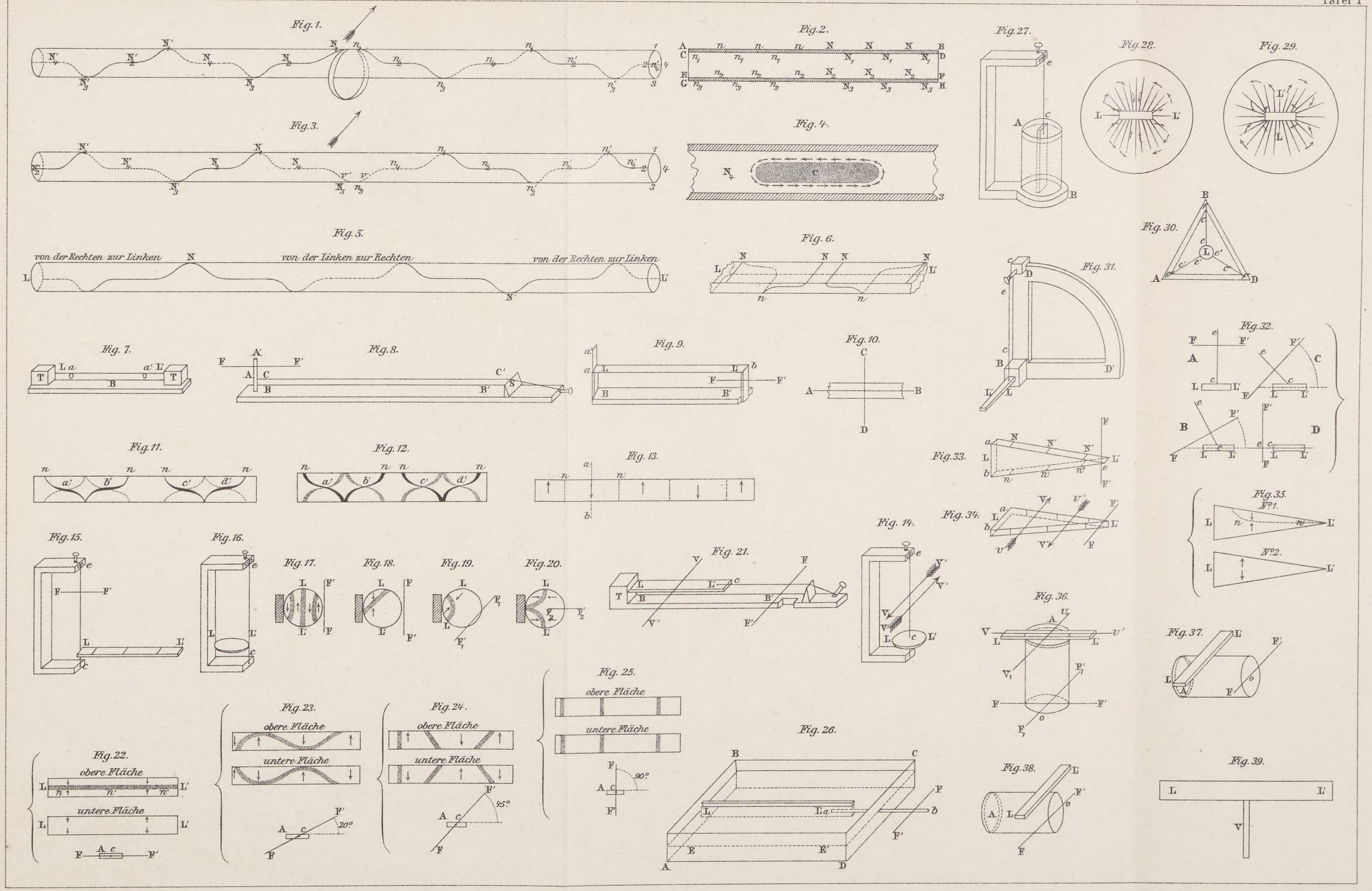
Endlich ist noch zu bemerken, dass Savart behauptete, dass die von Chladni unterschiedenen drehenden Schwingungen nicht wesentlich von den transversalen Schwingungen verschieden seien, und dass es zweitens unrichtig sei, dass an Stäben jeder Längenton von dem der gleichartigen drehenden Schwingungen um eine Quinte sich unterscheide. Ich will blos Chladni's Antwort[1]) auf diese zwei Punkte hersetzen: „Indessen,“ sagt Chladni, „habe ich in meiner deutschen Akustik § 133, und in meinem Traité d'Acoustique § 87 und 124, 3, auch schon die Uebereinkunft der drehenden Schwingungen mit gewissen Arten der Transversalschwingungen gezeigt.... Herr Savart tadelt, dass ich gesagt habe, an Stäben wäre jeder Längenton von dem der gleichartigen drehenden Schwingungen um eine Quinte verschieden. Ich habe aber in meiner Akustik, § 97 und 98, und in meinem Traité d'Acoustique, § 86, nur von cylindrischen und prismatischen Stäben, wo Breite und Dicke einander gleich sind, geredet, und da beträgt der Unterschied, wie ich gesagt habe, eine Quinte; wenn Herr Savart aber von breiten Streifen (lames) im Allgemeinen redet, so hat er recht, wenn er sagt, dass das Verhältniss anders sein kann; ich habe aber dieses auch schon in meiner Akustik, in den Nachträgen und Berichtigungen zu § 97 und 98 und zu § 133 Anmerkung (S. 307 und 308) ausdrücklich bemerkt.“

Desgleichen will ich hier noch den bei einigen Versuchen von

[1]) Allgem. musikalische Zeitung, Leipzig 1824, No. 52, p. 842f.

Savart eingeschlagenen Weg angeben, um bei der Verbindung mehrerer Körper in Gewissheit zu sein, welcher von ihnen töne, z. B. bei den Versuchen mit einem Apparate wie Fig. 39. „Die Platte LL'," sagt Savart [1]), „hält man horizontal und reibt den kleinen Stab mit einem kleinen nassen Tuchlappen. Mit einiger Vorsicht kann man den Ton der tangential transversalen Schwingungen der Platte mit ziemlicher Reinheit erhalten. Da der kleine Cylinder eine mit der in Erzitterung zu bringenden Masse der Platte proportionale Länge haben muss, so muss man sich sicher stellen, dass der Ton, den man erhält, wirklich von der Platte, und nicht vom Cylinder herrühre; aber nichts ist leichter als diese Gewissheit zu erlangen. Wenn man irgend einen Ton erhalten hat, verkürzt man den Cylinder ungefähr um einen Zoll: erhält man alsdann nicht mehr denselben Ton, so war jener entweder der Ton der beiden vereint schwingenden Körper, oder blos der Ton des kleinen Cylinders allein; bleibt aber der Ton derselbe, so ist offenbar, dass er von der Platte herrührt."

[1]) Ann. de Chim. Tom. XXV, p. 256.


Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
von der Rechten zur Linken
von der Linken zur Rechten
von der Rechten zur Linken
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8.
Fig. 9.
Fig. 10.
Fig. 11.
Fig. 12.
Fig. 13.
Fig. 14.
Fig. 15.
Fig. 16.
Fig. 17.
Fig. 18.
Fig. 19.
Fig. 20.
Fig. 21.
Fig. 22.
obere Fläche
untere Fläche
Fig. 23.
obere Fläche
untere Fläche
20°
Fig. 24.
obere Fläche
untere Fläche
45°
Fig. 25.
obere Fläche
untere Fläche
90°
Fig. 26.
Fig. 27.
Fig. 28.
Fig. 29.
Fig. 30.
Fig. 31.
Fig. 32.
Fig. 33.
Fig. 34.
Fig. 35.
N° 1.
N° 2.
Fig. 36.
Fig. 37.
Fig. 38.
Fig. 39.

II.

Ueber Savart's Klangversuche.

Von

Wilhelm Weber.

[Schweigger's Jahrbuch der Chemie und Physik, XV, 257—310, 1825.]

Zweiter Abschnitt.

Einige Bemerkungen über scheinbare Widersprüche zwischen Savart's Entdeckungen und Chladni's früheren Arbeiten, nebst anderen Zusätzen. [1])

§ 1.

Wir theilen die Schwingungen in zwei Arten: 1) in die fortschreitende Schwingung oder Wellenbewegung, oscillatio progressiva; 2) in die stehende, oscillatio fixa.

Schwingung ist die Bewegung der Theile eines Körpers, vermöge deren sie sich der Lage, in welcher ein Gleichgewicht stattfinden kann, abwechselnd nähern und davon entfernen. Gleichgewicht aber ist der Zustand eines Körpers, wo sich die Wirkungen mehrerer bewegender Kräfte gegenseitig aufheben, und dadurch einen Zustand der Ruhe hervorbringen.

Es giebt aber eine Schwingung von doppelter Art: die *fortschreitende,* oscillatio progressiva, und die *stehende,* oscillatio fixa.

Ein Beispiel der *fortschreitenden* Schwingung ist die, welche in der Luft, im Wasser und in festen Körpern Statt findet, während durch diese Medien hindurch ein *Schall fortgepflanzt* wird; oder auch die, welche im Wasser vor sich geht, während es in Wellenbewegung ist. Ein

[1]) Entlehnt [hinsichtlich der Zusätze] aus der Schrift: Wellenlehre auf Experimente gegründet, oder über die Wellen tropfbarer Flüssigkeiten mit Anwendung auf die Schall- und Lichtwellen; von den Brüdern Ernst Heinrich Weber, Professor in Leipzig, und Wilhelm Weber in Halle. Mit 18 Kupfertafeln. Leipzig, bei Gerhard Fleischer. 1825. [W. Weber's Werke V.]

[Hierzu Tafel II.]

Beispiel der *stehenden* Schwingung ist die, in der sich tönende Körper, die Luft in tönenden Orgelpfeifen, tönende Saiten befinden. Bei der *fortschreitenden* Schwingung bringt eine Bewegung irgendwo die Theilchen eines Medii ausser Gleichgewicht; diese bringen die benachbarten Theilchen durch ihre Verbindung mit ihnen ausser Gleichgewicht, diese wieder die benachbarten, und so theilt sich die Bewegung nach und nach immer entfernteren Theilchen mit, und die früher gestossenen sind indessen in die Lage ihres Gleichgewichts zurückgekehrt und zur Ruhe gekommen, während die benachbarten, später in Schwingung gerathenen Theilchen ihre Schwingung vollenden, und andere noch später in Schwingung versetzte Theilchen in ihrer stärksten Schwingung sich befinden, oder, wenn sie noch entfernter vom Orte des ursprünglichen Stosses liegen, ihre Schwingung erst anfangen. Andere Theilchen des Medii, die entfernt vom Orte der ersten Erschütterung liegen, sind demnach zu der Zeit, wo die zuerst in Schwingung versetzten Theilchen schon zur Ruhe gekommen sind, noch gar nicht aus dem Gleichgewichte gebracht, weil der Stoss zu dieser Zeit noch nicht bis zu ihnen fortgepflanzt worden ist.

Diese fortschreitende Schwingung nennt man auch *Wellenbewegung*, motus undulatorius. Eine Welle ist aber die Gesammtheit von Theilchen, die durch eine und dieselbe fortschreitende Schwingung gleichzeitig in Bewegung gesetzt wird. Da nun, indem die Welle fortschreitet, immer andere Theilchen von der Schwingung ergriffen werden, während die, die sich schon in Schwingung befanden, zur Ruhe kommen, so müssen immer andere und andere Theilchen die Welle bilden.

Man sieht leicht ein, dass die Wellen, wenn sie in gleichartiger Luft und in jedem andern, einen grossen cubischen Raum erfüllenden, gleichartigen Medio ungehindert fortschreiten, die Gestalt hohler Kugeln haben müssen, weil sich die ursprüngliche Erschütterung in allen Richtungen gleich schnell fortpflanzt. An der äussern Oberfläche dieser hohlen Kugeln liegen die Theilchen, welche soeben anfangen, durch den fortgepflanzten Stoss in Bewegung gesetzt zu werden, an der innern Oberfläche derselben die, welche soeben im Begriff sind, ihre Schwingung zu vollenden und zur Ruhe zu kommen; zwischen beiden liegen koncentrische Schichten von Theilchen, welche einen grössern oder geringern Theil ihrer Schwingung vollendet haben, je nachdem sie der äussern oder innern Oberfläche der hohlen kugelförmigen Welle näher liegen. Bei kugelförmigen Wellen ist das die Dicke der Welle, was man bei Wasserwellen die Breite heisst. Die Dicke einer Schallwelle ist die diametrale Entfernung der äussern und innern Oberfläche der hohlen kugeligen Welle von einander.

Man kann nach dem Gesagten die Bewegung der Welle von der

Bewegung der einzelnen Theilchen eines in Wellenbewegung begriffenen Medii unterscheiden. Die Bewegung der Welle ist blos eine scheinbare, die nur dadurch entsteht, dass von dem Orte der ursprünglichen Erschütterung immer weiter entfernt liegende Theilchen von der fortschreitenden Schwingung successiv ergriffen werden, während an dem hinteren Theile der Welle andere ihre Schwingung vollenden und wieder zur Ruhe kommen. Die nicht blos scheinbare, sondern *wirkliche* Bewegung, welche bei der Wellenbewegung Statt findet, ist also die der einzelnen Theilchen. Jedes Theilchen, das an einem Orte ist, durch den hindurch eine Welle fortschreitet, bewegt sich in einer Bahn vorwärts und rückwärts. Nur bei den gewöhnlichen Wellen tropfbarer Flüssigkeiten kann man diese Bewegung beobachten und messen. Wir haben in dem angeführten Buche pag. 122 u. folg. ausführlich gezeigt, dass die Wassertheilchen, während eine Welle an ihrem Orte vorübergeht, in einer Bahn, die dem Anscheine nach eine Ellipse ist, sich bewegen, und dass sie die Bahn in derselben Zeit durchlaufen, in der die Wasserwelle an dem Orte des Theilchens vorübergeht und ihre Breite durchläuft. Wir haben daselbst anschaulich gemacht, wie aus der successiven Schwingung der einzelnen Wassertheilchen die scheinbare Bewegung einer fortschreitenden Welle entsteht. Die Gestalt dieser Bahnen muss aber bei den in der Luft fortgepflanzten Wellen der Berechnung nach geradlinig sein.

Bei festen Körpern erhält man eine sehr deutliche Vorstellung von der fortschreitenden Schwingung durch aufgespannte Seile, die man an einer Stelle anstösst. Die Ausbeugung, die der Stoss, z. B. an dem einen Ende des Seiles nach oben, hervorbringt, läuft nach dem entgegengesetzten Ende fort, wird daselbst an der befestigten Stelle des Seiles zurückgeworfen, verwandelt dabei ihre Gestalt, indem sie, wenn sie vorher nach oben gerichtet war, nun in eine Ausbeugung nach unten verwandelt wird, kehrt wieder nach dem erstern Ende zurück, verwandelt sich, von da zurückgeworfen, von Neuem in eine nach oben gewendete Ausbeugung, läuft zu dem zweiten, und so fort: so dass wir bei einem 190 Fuss langen Seile, das bei Halle über die Saale gespannt war, dieselbe Ausbeugung oder Welle 16mal hinüber und herüber laufen sahen.

Wenn man ein gespanntes Seil Fig. 1 (1) bei *b* in der Nähe seines einen Befestigungspunktes durch einen plötzlichen Stoss in der Richtung nach aufwärts aus seiner Lage bringt und sich dann selbst überlässt: so wird dadurch in dem Augenblicke des Stosses nur die Strecke des Seiles, welche der gestossenen Stelle sehr nahe liegt, aus ihrer ruhigen Lage gebracht, so dass z. B. die Punkte *abcd* die Lage *ab'c'd* annehmen. Es werden hierbei nicht alle Punkte des Seiles gleich anfangs aus ihrer

Lage gebracht, weil der Stoss schneller beendigt ist, ehe sich das ganze Seil, durch Mittheilung von Theil zu Theil, ausbeugen kann. Die Linien Fig. 1 (1 bis 6) stellen das Seil in auf einander folgenden Zeitabschnitten dar, so wie die Veränderung seiner ursprünglichen Lage durch Versuche wahrgenommen wird. Nachdem nämlich, seit der Beendigung des Stosses, ein erster Zeittheil verflossen ist, ist unseren Versuchen nach die nach oben gekehrte Ausbeugung *ab'c'd* nach *bc'd'e* weiter fortgerückt. Nach einem zweiten gleich grossen Zeittheile sieht man sie bei *cd'e'f*, nach einem dritten bei *de'f'g*, nach einem vierten bei *ef'g'h*, nach einem fünften bei *fg'h'i* und nach einem sechsten bei *gh'i'k*. So hat nun die Ausbeugung den zweiten Befestigungspunkt des Seiles erreicht. So wie nun eine Wasserwelle von dem Rande eines Gefässes, so wird diese Welle eines Seiles von den Befestigungspunkten desselben zurückgeworfen, und schreitet auf demselben Wege rückwärts nach *A*, auf dem sie bis jetzt nach *B* vorwärts gegangen war, mit dem Unterschiede jedoch, dass die Welle, die vor der Anprallung bei *B* ihre Ausbeugung *nach oben* wendete, sich nun in eine *nach unten* gerichtete Ausbeugung verwandelt, so wie man sie Fig. 1 (7, 8 und 9) von *ki'h'g* nach *ih'g'f* dargestellt sieht.

Während des Vorübergehens dieser Welle bewegte sich der zuerst gestossene Punkt *b* aufwärts nach *b'*, und hierauf wieder abwärts zurück nach *b*, und alle andere Punkte des Seiles vollenden eine ähnliche Bewegung. Aber die verschiedenen Punkte des Seiles gerathen *ungleichzeitig* in diese Bewegung, und daher befinden sich die Punkte, die an der Bildung einer Welle oder Ausbeugung zu gleicher Zeit Antheil nehmen, jeder an einer andern Stelle seiner Bahn. Wenn die Welle Fig. 1 (2) in *bc'd'e* ist, hat *a* seinen Weg nach aufwärts ganz und den Weg nach abwärts fast ganz vollendet, *c* befindet sich an der Stelle, wo es, nachdem es den höchsten Punkt seiner Bewegung nach aufwärts erreicht hatte, eben den Rückweg nach abwärts angetreten hat, *d* hat seinen Weg nach aufwärts noch nicht ganz zurückgelegt, *e* hat seinen Weg nach aufwärts soeben erst begonnen, und *f* befindet sich noch in seiner ursprünglichen Lage. Daher bewegen sich die Punkte des Seiles, welche in irgend einem Zeitmomente zur Bildung der vorderen Hälfte der Welle beitragen, nach aufwärts, während die, welche die hintere Hälfte derselben darstellen, nach abwärts zu ihrer ruhigen Lage zurückkehren, und zwischen beiden Hälften liegt der höchste Punkt der Ausbeugung in der Mitte, der keine Bewegung hat. Jeder Punkt des Seiles, an dem die Welle desselben vorübergeht, nimmt, während er zur Bildung der Welle beiträgt, nach und nach alle Stellen in der fortschreitenden Welle ein. So der Punkt *e*, der bei Fig. 1 (1) noch vor der Welle *abcd*, bei Fig. 1 (2) am Fusse der etwas fortgeschrittenen

Welle, bei Fig. 1 (3) dem Gipfel derselben ganz nahe liegt, bei Fig. 1 (4) am Hintertheile derselben herabzusteigen anfängt, bei Fig. 1 (5) sich dem hinteren Fusse derselben ganz genähert hat, und endlich bei Fig. 1 (6) hinter der weiter fortgeschrittenen Welle zurückgelassen worden ist. Wir nennen diese Art der Schwingung deswegen die *fortschreitende*, weil die entstandene Ausbeugung von Ort zu Ort fortschreitet, die Theile des Seiles, da wo sie sich befindet, in Schwingung setzt, hinter sich aber dieselben ruhig zurück lässt.

Stösst man ein Seil an seinen beiden befestigten Enden zu gleicher Zeit nach aufwärts, so entsteht an jedem Ende eine nach aufwärts gerichtete Ausbeugung, die sich nach dem andern Ende zu fortbewegt. In der Mitte des Seiles begegnen sich beide und bilden in dem Augenblicke, wo sie durch einander durchgehen, eine einzige Ausbeugung, die fast noch einmal so gross ist, als jede der beiden einzelnen; indem aber jede Ausbeugung ihren Weg ungestört fortsetzt, theilt sich die grosse Ausbeugung wieder in zwei von der vorigen Grösse. Stösst man dagegen ein Seil an seinem einen Ende nach aufwärts, an seinem andern zu gleicher Zeit, mit gleicher Stärke nach abwärts, so begegnen sich in der Mitte des Seiles zwei Ausbeugungen, von denen die eine nach aufwärts, die andere nach abwärts gerichtet ist; indem sie durch einander durchgehen, heben sie sich für einen Moment durch Interferenz auf, so dass beide Ausbeugungen verschwinden; stellen sich aber sogleich, indem jede ihren Weg ungehindert fortsetzt, wieder her, ohne an Grösse merklich zu verlieren. Wenn man an jedem der beiden Enden eines Seiles durch einen Stoss nach oben Ausbeugungen erregt, von denen die eine grösser, die andere kleiner ist, so laufen auch diese durch einander durch, ohne sich zu stören, und jede kommt zu dem entgegengesetzten Ende. In allen diesen Beziehungen (mit Ausnahme der Verwandlung der Wellenberge in Wellenthäler und umgekehrt bei ihrer Zurückwerfung an einem befestigten Ende) verhalten sich also die Wellen eines Seiles wie die des Wassers, und dasselbe gilt auch von den Schallwellen, mit dem Unterschiede, dass, anstatt dass die Wellen des Seiles in einer Krümmung desselben nach oben oder unten bestehen, die Schallwellen der Luft durch eine Verdichtung oder Verdünnung derselben gebildet werden.

Von der fortschreitenden Schwingung unterscheidet sich die stehende, welche z. B. in der Luft tönender Orgelpfeifen, an tönenden Saiten u. s. w. Statt findet, sehr wesentlich. Fig. 2 ist eine zwischen A und B ausgespannte Saite, die im Zustande der Ruhe die Lage der geraden Linie AB einnimmt. Wird sie aber in die Lage AcB gebracht und dann losgelassen, so fangen alle Theile der Saite zu gleicher Zeit ihre schwingende Bewegung an, kommen fast gleichzeitig in der geraden

Linie AB an, und vollenden auch ihren Weg bis AdB zu gleicher Zeit, und schwingen abwechselnd so zwischen AcB und AdB hin und her. Ebenso verhält es sich, wenn eine Saite Fig. 3 AB in die Lage $AbcdB$ gebracht worden ist, und sich selbst überlassen wird, wobei die Theile der Saite Abc nach $Ab'c$, und cdB nach $cd'B$ schwingen, und dann wieder in ihre vorige Lage zurückkehren, wobei der Punkt c unbewegt bleibt und einen Schwingungsknoten bildet, und wodurch die Saite einen Flageoletton hervorbringt, der um eine Oktave höher ist als der Grundton, den die Saite giebt, wenn sie einfach schwingt.

Auf ähnliche Weise kann die Luft einer Orgelpfeife in eine stehende Schwingung ohne oder mit einem oder mehreren Schwingungsknoten gerathen. Natürlich ist aber bei der Luft die durch die Schwingung hervorgebrachte Veränderung eine Verdichtung oder Verdünnung, anstatt dass sie bei der Saite eine Ausbeugung nach oben oder unten war.

Es ergiebt sich aus der Vergleichung beider Schwingungsarten der Unterschied, dass

1) bei der stehenden Schwingung eines Körpers alle Punkte desselben ihre Schwingung gleichzeitig anfangen und auch in gleicher Zeit vollenden, während sie bei der fortschreitenden Schwingung successiv in Schwingung gerathen und die zuerst in Schwingung versetzten Theile die Ursache der Schwingung sind, in welche successiv die übrigen gerathen. Daher läuft eine an dem Theile eines Seiles durch einen Stoss hervorgebrachte Ausbeugung längs des Seiles hin und her, anstatt dass die bei der stehenden Schwingung Statt findenden Ausbeugungen ihren Ort in der Richtung der Länge des Seiles nicht verändern, sondern gewissermassen fest stehen, indem sie z. B. sich nur, wenn sie *über* der geraden Linie des ruhenden Seiles vorhanden waren, in Ausbeugungen *unter* demselben verwandeln und umgekehrt. Ebenso schreiten die Verdichtungen und Verdünnungen, die mit den Wellen des fortgepflanzten Schalles verbunden sind, successiv durch einen Luftraum fort, anstatt dass die Verdichtungen und Verdünnungen in der tönenden Luft der Orgelpfeifen ihren Ort nicht verändern, und nur eine Bewegung haben, vermöge welcher sich die Verdichtungen in Verdünnungen und umgekehrt verwandeln.

2) Dass daher bei der stehenden Schwingung jedem schwingenden Theile von entgegengesetzten Seiten her eine gleich grosse Bewegung mitgetheilt wird, anstatt dass den Theilchen eines Körpers, welche sich in einer fortschreitenden Schwingung befinden, von der Seite her, von welcher die Welle kommt, nicht aber gleichzeitig von der entgegengesetzten, wohin die Welle geht, Bewegung mitgetheilt wird.

§ 2.

Die stehende Schwingung entsteht aus der fortschreitenden, indem gleich breite Wellen, eine dicht hinter der andern, einen Körper durchlaufen und einander durchkreuzen, indem sie von den Enden des Körpers so zurückgeworfen werden, dass jede Welle in gleich grossen Zeiträumen in den Weg zurückkehrt, den sie schon ein oder mehrmals durchlaufen hat, und sich an denselben Stellen immer mit denselben Wellen durchkreuzt, mit denen sie sich einmal durchkreuzt hat.

Aber wie kommt eine solche stehende Schwingung zu Stande? Wodurch werden bei Schwingungen mit Schwingungsknoten gewisse Punkte zu ruhen und gewisse Abtheilungen gleichzeitig zu schwingen bestimmt? Was hindert die entstandenen Ausbeugungen nach Art der Wellen fortzulaufen? Warum ist es nöthig, die Saite an einem Punkte, welcher in der Hälfte, oder im Drittel oder Viertel liegt, leise zu berühren oder anzudrücken, und in einiger Entfernung von diesem Punkte, am besten in der Mitte einer der Abtheilungen, in die sich die Saite theilen soll, zu streichen oder anzuschlagen, damit sie mit einer gewissen Anzahl von Schwingungsknoten schwinge? Unter mehreren von uns angestellten Versuchen kann besonders folgender zur richtigen Erklärung leiten. Man nehme das eine Ende eines, etwa einen halben Zoll dicken, 20 Fuss langen, am andern Ende befestigten Seiles in die Hand, spanne dasselbe mässig und errege, mittelst der Drehung der Hand, eine Ausbeugung des Seiles. Die Ausbeugung wird nach dem andern befestigten Ende hinlaufen, von da zurückgeworfen zu dem in der Hand gehaltenen Ende zurückkehren und daselbst der Hand einen fühlbaren Stoss ertheilen. Je langsamer die Drehung der Hand geschieht und je mehr das Seil gespannt wird, einen desto grösseren Theil der Länge des Seiles wird die durch eine Umdrehung der Hand verursachte Ausbeugung einnehmen. Fährt man fort, regelmässig mit der Hand zu drehen, und zwar so, dass jede Drehung eine Ausbeugung erregt, deren Länge der Hälfte des Seiles, oder dem Drittel, oder dem Viertel u. s. w. ganz oder ziemlich gleich kommt, so sieht man, dass die Ausbeugungen mit einem Male aufhören, hin und her zu laufen, und dass sich das Seil in eine gewisse Anzahl drehender Abtheilungen getheilt hat, welche durch fast ruhende Punkte getrennt sind. Spannt man das Seil, nachdem es in diese stehende Schwingung gerathen ist, so setzen alle Abtheilungen desselben ihre Schwingung fort, wenn auch die Hand ruhig gehalten wird. Man lernt auf diese Weise durch Uebung leicht eine Schwingung mit 2, 3, 4 und mehreren Schwingungsknoten hervorbringen, je nachdem man im langsamern oder schnellern Takte dreht, und sieht die an ihrer Stelle bleibenden Schwingungsbäuche und Schwingungsknoten ohne ein besonderes künstliches Hülfsmittel.

Aus diesen und mehreren andern von uns angestellten Versuchen kann man schliessen, dass die stehende Schwingung durch eine regelmässige Begegnung von Wellen zu Stande kommt, die an den Grenzen des Körpers, den sie durchlaufen, so zurückgeworfen werden, dass sie denselben Weg oft hintereinander durchlaufen. Giebt es nämlich Stellen an einem Körper, *deren jede sich stets zwischen zwei gleichen Wellen befindet,* die entweder von entgegengesetzten Seiten nach ihr zu laufen, oder von ihr nach entgegengesetzten Seiten weglaufen, *so dass von diesen Stellen aus nach entgegengesetzten Seiten zu in gleichen Entfernungen die Theilchen immer gleiche Schwingungen machen:* so ist, so lange diese Gleichheit der Schwingungen dauert, der Körper in Bezug auf diese Stellen *in stehender Schwingung.* Man pflegt nicht *alle* Theile eines Körpers, welcher einfach oder mit Schwingungsknoten schwingen soll, in eine solche Lage zu bringen, durch welche er ursprünglich genöthigt wird, eine stehende Schwingung zu vollbringen. Da man nur *einen* Theil des Körpers, welcher tönen soll, zu stossen pflegt, so muss die nächste Wirkung solcher Stösse immer eine Wellenbewegung sein. Euler hat in den Act. Petrop. pro anno 1779 *die Wirkung der Spannung eines Fadens,* d. h. alle transversale Bewegungen, deren ein gleichförmig dicker, vollkommen biegsamer, unausdehnbarer Faden, sobald keine äusseren Kräfte ihn bewegen, fähig ist, so allgemein bestimmt, dass man aus der von ihm gefundenen Formel die Lage der einzelnen Theilchen des Fadens für jeden einzelnen Zeitmoment geometrisch konstruiren, und daher eine Anwendung der Euler'schen Rechnung auf die Wellenbewegung eines solchen Fadens machen kann. Wir haben dieses in unserer Schrift gethan, und nicht nur unsere Beobachtungen über den Weg und die Gestalt der unter den verschiedenen Umständen erregten Wellen, sondern auch über ihre Geschwindigkeit, mit den nach Euler gemachten Konstruktionen und Berechnungen auf das Vollständigste übereinstimmend gefunden. Wichtig ist es, dass, wenn man voraussetzt, es würden in regelmässigen Zeiträumen an einem solchen Faden Wellen erregt, deren Breite der Hälfte, dem Drittel, dem Viertel, oder überhaupt einem aliquoten Theile des Fadens gleich käme, auch nach der Euler'schen Rechnung, wie nach unseren Versuchen, eine stehende Schwingung mit einer bestimmten Anzahl Schwingungsknoten entstehen muss, wie folgendes Beispiel zeigt. Wird das Drittel eines Seiles Acd Fig. 4 (1) in die Lage $Ac'd$ gebracht, fest gehalten und sich dann selbst überlassen, wird ferner vorausgesetzt, dass, so oft die dadurch entstandene Welle um ihre ganze Breite fortgeschritten ist, an dem Orte Acd von Neuem eine Ausbeugung erregt wird, so ergiebt sich, dass nach der Euler'schen Formel die Lage des Seiles in 15 gleichen Zeiträumen wie in (1) bis (15), sein wird, vorausgesetzt, dass in jedem

dieser Zeiträume die erregten Wellen um das Viertel ihrer Breite fortschreiten. Man sieht, dass in (2) die ursprünglich erregte Ausbeugung nach oben (erste halbe Welle) um ein Stück nach *cd'e* fortgeschritten ist, und dabei um die Hälfte niedriger geworden ist. Dass in (3) hinter der noch weiter nach *de'f* fortgeschrittenen Ausbeugung sich von selbst eine Ausbeugung nach unten (zweite halbe Welle) *Ac''d* nachgebildet hat, und somit die ganze Welle entstanden ist. Dass die Welle in (4) wieder um ein Viertel ihrer Breite nach *cd''ef'g* fortgerückt ist. Dass sie in (5) am andern Befestigungspunkte *B* anlangt, während, der Voraussetzung gemäss, bei *Ac'd* eine neue Ausbeugung nach oben (dritte halbe Welle) erregt worden ist. Dass bei (6) die vordere Hälfte der ersten halben Welle bei *B* zurückgeworfen, dadurch in eine Ausbeugung nach unten verwandelt worden, und mit ihrer noch nach oben gekehrten, nach *B* fortgerückten, hintern Hälfte zusammengefallen ist, wobei sich beide in *gB* durch Interferenz für einen Moment vernichtet haben. Dass in (7) die erste halbe Welle bei *B* ganz zurückgeworfen und dadurch ganz in eine Ausbeugung nach unten verwandelt worden ist, welche mit der zweiten halben Welle zusammenfällt, und dadurch eine doppelt so grosse Ausbeugung *Bg''f* nach unten bildet. Während dieses Zeitraums hat sich der dritten halben Welle eine Ausbeugung nach unten (vierte halbe Welle) *Ac''d* nachgebildet. Im achten Zeitraume (8) fällt bei *gfe* die erste halbe Welle mit der dritten halben Welle, die bei *B* zurückgeworfene Hälfte der zweiten halben Welle mit der noch nicht zurückgeworfenen in *Bg* zusammen, wobei sich die zusammenfallenden entgegengesetzten Ausbeugungen in diesem ganzen Stücke aufheben. Dass in (9) bei *Ac'd* eine neue Ausbeugung (fünfte halbe Welle) erregt worden ist, zu gleicher Zeit in *fe''d* die erste halbe Welle mit der vierten zusammenfällt, und eine doppelt grosse Ausbeugung nach unten verursacht, und ebenso bei *Bg'f* die dritte halbe Welle mit der zweiten zusammenfällt, und dadurch eine doppelt so grosse Ausbeugung nach oben veranlasst. Dass in (10) überall Ausbeugungen nach oben mit Ausbeugungen nach unten zusammenfallen; bei *edc* die erste halbe Welle mit der fünften, bei *gfe* die zweite halbe Welle mit der vierten, bei *Bg* die zurückgeworfene mit der noch nicht zurückgeworfenen Hälfte der dritten halben Welle; dass in (11) überall gleichartige Ausbeugungen zusammenfallen und sich verdoppeln, namentlich bei *dc''A* die erste und sechste halbe Welle, bei *fe'd* die zweite und fünfte halbe Welle, bei *Bg''f* die dritte und vierte halbe Welle. Von nun an wechselt die Lage des Fadens zwischen den drei bei (9, 10 und 11) angegebenen, so dass die Lage des Fadens in (12) mit der in (10) übereinstimmt, in (13) mit der in (9) gezeichneten übereinkommt, in (14) wieder der unter (10) gleich ist, in (15) die Lage von (11) erhält. Von nun an würde die

stehende Schwingung einige Zeit fort bestehen, wenn auch keine Wellen mehr erregt würden. Geht die Erregung so regelmässig fort, so verstärken sich die schon vorhandenen Ausbeugungen, und da auch diese verstärkten Wellen immer wieder in ihre vorige Bahn zurücklaufen, und durch die fortgehenden regelmässigen Stösse von Neuem verstärkt werden: so können die Schwingungen eine Grösse und Kraft erreichen, welche die der einzelnen Stösse, welche die Wellen ursprünglich veranlasste, bei weitem übertrifft, wie das z. B. bei einer Basssaite der Fall ist, deren Schwingungen mit viel grösserer Kraft geschehen, als die Bewegungen des Violinbogens, dessen Bewegungen selbst zum Theil durch die Stösse bestimmt werden, die die Saite ihm mittheilt. Hierin liegt der wichtige Unterschied der stehenden Schwingung und der Resonanz; denn da die die *resonirenden* Körper durchlaufenden Wellen nicht nach bestimmten Zeiträumen in ihre vorige Bahn zurückkehren, so können die regelmässig ankommenden Stösse eine und dieselbe Welle nicht wiederholt verstärken. Die tönenden Körper verhalten sich hierin wie eine schwingende Glocke, die, wiederholt und regelmässig mit dem Finger angestossen, mit einer Kraft hin und her schwingt, der die ganze Kraft des Körpers nicht widerstehen könnte, wenn er sie aufhalten wollte. Die über die halben Wellen gesetzten Pfeile zeigen den Verlauf der Wellen an; die jedem Pfeile beigefügte Zahl ist die Zahl der halben Welle; die Pfeile der halben Wellen, welche eine Ausbeugung nach oben bilden, sind durch Linien, die Pfeile der halben Wellen, welche eine Ausbeugung nach unten darstellen, durch Punkte angezeigt; eine halbe Welle, deren zwei Hälften bei der Zurückwerfung in einander fallen, sind durch umgebogene halbpunktirte Pfeile angezeigt. Hieraus erkennt man, dass die Punkte *d* und *f*, wegen der auf sie beständig fallenden Interferenz entgegengesetzter Ausbeugungen, fast fortwährend ruhen, und daher Schwingungsknoten darstellen müssen; dass dagegen, weil in den in der Mitte zwischen *A, d, f* und *B* gelegenen Punkten nämlich *c*, *e* und *g*, die Gipfel gleichartiger, und zwar abwechselnd nach oben und unten gerichteter, Ausbeugungen zusammenfallen, an diesen Stellen die heftigsten Schwingungen entstehen müssen.

Die stehende Schwingung entsteht also dadurch, dass regelmässig erregte und zurückgeworfene Wellen von bestimmter Breite einander bei ihrem Hin- und Herlaufen an denselben Stellen wiederholt begegnen. Hierzu wird erfordert: 1) ein so gestalteter Körper, dass die auf ihm erregten Wellen so zurückgeworfen werden, dass sie nach einem gewissen Zeitraume ganz oder zum grossen Theil in ihren vorigen Weg zurücklaufen, und ihn in gleich grossen Zeitabschnitten von Neuem zurücklegen; 2) ein anderer Körper, der jenem, in regelmässigem Takte und an einer passenden Stelle, Wellen erregende Stösse ertheilt, so dass

die Breite jeder erregten Welle ein alliquoter Theil der von der Welle zu durchlaufenden Länge des Körpers ist. Unter diesen Umständen laufen die zuerst am Ende zurückgeworfenen Wellen den später erregten entgegen. Da, wo sich zwei nach oben gerichtete Ausbeugungen begegnen, wird die Ausbeugung, während beide durch einander hindurch gehen, noch einmal so gross; ebenso, wo sich zwei nach unten gerichtete Ausbeugungen durchkreuzen. Wenn dagegen eine nach oben gerichtete Ausbeugung einer nach unten gewendeten begegnet, so verschwinden beide Ausbeugungen, während sie durch einander durchgehen, völlig, indem sie sich durch Interferenz für den Augenblick ihres Ineinanderfallens vernichten; nachdem sie aber durch einander durchgegangen sind, stellen sie sich wieder her und setzen ihren Lauf in der Richtung wie bisher fort. Wird nun der Körper von zwei Reihen solcher sich durchkreuzenden, gleich breiten Wellen eingenommen, so treffen sich an gewissen Stellen desselben stets gleichartige Ausbeugungen, die den Körper mit doppelter Heftigkeit nach oben und unten beugen. An gewissen anderen Punkten treffen sich nur ungleichartige Ausbeugungen, die sich, weil die eine nach oben, die andere nach unten gerichtet ist, durch Interferenz vernichten, so dass da, wo sich die Gipfel ungleichartiger Ausbeugungen begegnen, Schwingungsknoten entstehen.

Die gegebene Darstellung erhält eine Bestätigung durch eine Reihe von uns angestellter Versuche, nach welchen jede schwingende Abtheilung eines Fadens genau in derselben Zeit eine Schwingung [1]) vollendet, in welcher eine Welle bei derselben Spannung des Fadens um so viel, als die Länge der Abtheilung beträgt, fortschreitet.

Dasselbe, was von fadenförmigen Körpern gesagt worden ist, gilt auch von flächenförmigen, nur ist hier der Vorgang noch verwickelter, und es scheint hier der Erfahrung nach nicht nothwendig zu sein, dass alle Theile einer jeden Welle nach einem gewissen Zeitraume in ihre vorige Bahn zurücklaufen. Statt dass im vorigen Falle Schwingungsknoten entstehen, kommen hier Knotenlinien, Chladni'sche Klangfiguren, zum Vorschein. Da die Chladni'schen Klangfiguren noch nicht berechnet werden konnten, so verdient es die Aufmerksamkeit der Mathematiker, dass es uns gelungen ist, *in tropfbaren Flüssigkeiten eine ähnliche Schwingung zu erregen, wie sie tönenden Scheiben zukommt,* welche Chladni'sche Klangfiguren bilden, und dadurch zu beweisen, dass auch bei flächenförmigen Körpern die stehende Schwingung durch Begegnung von Wellen zu Stande komme, da wir vorzüglich im Quecksilber die

[1]) Eine Schwingung nennen wir hier eine Bewegung des Fadens von seiner Lage, die er während der Ruhe hat, zu seiner grössten Ausbeugung und wieder zurück in die Lage während der Ruhe.

Entstehungsart der stehenden Schwingung und den Uebergang der Wellenbewegung in die stehende Schwingung vollkommen deutlich beobachten konnten.

Aus dem Gesagten sieht man auch ein, dass man eine Saite, die einen Flageoletton geben soll (mit Schwingungsknoten schwingen soll), deswegen an einer bestimmten Stelle mit dem Finger leise berühre, um dadurch den Wellen, die der Stoss, der den Körper zum Tönen bringt, erregt, eine gewisse Breite zu geben. Wer über diese hier angedeuteten Gegenstände sich eine genauere Kenntniss zu verschaffen wünscht, mag darüber unsere Schrift nachsehen, wo er die Art und Weise, wie die Luft der Orgelpfeifen, Saiten, tropfbare Flüssigkeiten, in eine stehende Schwingung mit und ohne Schwingungsknoten gerathen können, ausführlicher dargestellt und mit Figuren erläutert finden wird.

§ 3.

Die fortschreitende Schwingung und die dadurch hervorgebrachte stehende Schwingung kann durch zwei ganz verschiedene Arten von Schwingungen zum Vorschein kommen: 1) durch die primäre Schwingung, welche in einer von dem fortgepflanzten Stosse unmittelbar bewirkten Verdichtung und Verdünnung besteht (Chladni's *longitudinale,* Savart's *tangential-longitudinale, tangential-transversale und normale Schwingung); 2) durch die sekundäre Schwingung, welche durch Krümmungen hervorgebracht wird, die längs eines Körpers fortschreiten, und welche ohne Verdichtung und Verdünnung möglich und als eine sekundäre Wirkung des fortgepflanzten Stosses anzusehen ist.* (Chladni's *transversale Schwingung.)*

Die fortschreitende Schwingung oder Wellenbewegung ebensowohl, als die aus ihr entspringende stehende Schwingung kann wieder von doppelter Art sein. Die erste Art derselben ist einerlei mit der Bewegung, die mit dem fortgepflanzten Stosse unmittelbar verknüpft ist, schreitet daher immer mit derselben Geschwindigkeit fort, wie der fortgepflanzte Stoss, ist immer mit Verdichtung oder Verdünnung, nicht aber nothwendig mit Beugung des Körpers verbunden, durch den sie fortgeht. Wenn man einen Körper stösst, so erleidet er eine Verdichtung; die verdichtete Stelle verdichtet den benachbarten Theil des Körpers, während sie selbst sich wieder ausdehnt; dieser verdichtet wieder den folgenden u. s. w., wodurch sich der Stoss mit einer ungeheuren Geschwindigkeit fortpflanzt, welche mit der, von dem Zusammenhange der Theile herrührenden Spannung wächst, und mit dem specifischen Gewichte abnimmt, daher viel grösser in festen Körpern ist, als in der Luft. Dies ist der Fall bei der Fortpflanzung des Schalles. Wir nennen diese Art der Schwingung die *primäre* fortschreitende

Schwingung, weil sie die primäre und unmittelbare Wirkung jedes fortschreitenden Stosses ist.

An einem nicht kugelförmigen Körper, an dem man die Länge, Breite und Dicke unterscheiden kann, und der seiner Länge nach von solchen primären Wellen durchlaufen wird, kann die Richtung, in welcher die Theilchen des Körpers durch die Welle bewegt werden, in einem dreifachen Verhältnisse zu dessen Oberfläche stehen. Der Stab AB Fig. 5 werde bei A in der Richtung AB gestossen, der Stoss wird in der Richtung der beiden Pfeile x und y nach B zu fortgehen und eine Bewegung der Theilchen des Stabes mit sich führen, welche durch die auf den Stab gezeichneten kleinen Pfeilchen ausgedrückt worden ist: die fortschreitende *primäre Welle* wird in diesem Falle in derselben Richtung fortschreiten, in welcher sie *die Theilchen des Stabes* in Bewegung setzt. Diese Schwingungsart nennt SAVART die *tangential-longitudinale.* SAVART's interessante Versuche scheinen ferner, hinsichtlich der festen Körper, zu beweisen, dass der fortgepflanzte Stoss zuweilen eine Bewegung der Theilchen eines Körpers, durch den er hindurchgeht, hervorbringen könne, die der Richtung des fortgepflanzten Stosses selbst keineswegs parallel, sondern auf dieselbe schief oder sogar senkrecht sei. Wenn nämlich der Stab Fig. 6 in der Richtung ab zu schwach gerieben oder gestossen wird, als dass er eine Krümmung erleiden könnte, so verbreitet sich blos ein Stoss nach allen Richtungen, also auch in der Richtung der Länge des Stabes, und diese Stosswellen versetzen die Theilchen des Stabes in eine *geradlinige*, mit dem ursprünglichen Stosse *parallele* Bewegung, welche, wie die kleinen Pfeilchen zeigen, *parallel mit der Breite,* senkrecht auf die Länge und Dicke des Stabes geschieht. Diese Schwingungsart nennt SAVART die *tangential-transversale.* Wenn der Stab Fig. 7 in der Richtung ab zu schwach gerieben oder gestossen wird, als dass er sich krümmen könnte, so pflanzt sich der nach allen Seiten ausbreitende Stoss auch in der Richtung der Länge des Stabes fort, und diese Stosswellen durchlaufen wiederholt den Stab seiner Länge nach, bringen aber jederzeit in den Theilchen, durch die sie hindurchgehen, eine Bewegung hervor, die, wie die kleinen Pfeilchen zeigen, *parallel der Dicke des Stabes,* senkrecht auf die Länge und Breite desselben ist. Diese Schwingungsart nennt SAVART die *normale.* Zwischen diesen Schwingungsarten können noch unendlich viele andere liegen, wo die Theilchen durch die fortschreitenden Stösse in schiefer Richtung in Bewegung gesetzt werden, die SAVART schiefe Schwingungsarten nennt. Aus SAVART's Untersuchung dieser Schwingungsarten folgt, dass ein fortgepflanzter Stoss die Theilchen, durch die er hindurchgeht, in einer andern Richtung in Bewegung setzen könne, als die, in der er selbst fortschreitet. Alle diese Schwingungsarten, von denen wir hier

gesprochen haben, nennt Chladni longitudinale. Nach Poisson (Ann. de chim. et de phys. par Gay-Lussac et Arago T. XXII, p. 254, 255) sind diese, durch den fortgepflanzten Stoss hervorgebrachten, Schwingungen in luftförmigen Medien anfänglich fast parallel mit der ursprünglichen Erschütterung, aber bei weiterer Fortpflanzung bald mehr und mehr parallel mit der Richtung, in welcher der Stoss fortschreitet. Gilt dieses auch von der Fortpflanzung des Stosses in festen Körpern, so stimmt, da diese wegen ihrer Kleinheit gleich anfänglich vom Stosse durchlaufen sind, mit den von Savart entdeckten Thatsachen überein: 1) dass die kleinen Schwingungen der Theilchen bei allen Arten der Fortpflanzung eines Stosses geradlinig seien; 2) dass alle Theilchen eines Systems von Körpern, durch welches sich ein Stoss fortpflanzt, parallel unter einander und mit dem Violinbogen sich bewegen, wenn die zusammengesetzten Körper fest verbunden sind.

Diese Thatsachen sind aber unverträglich mit der Fortpflanzung von *Ausbeugungen*, durch welche Chladni's *tönende transversale* Schwingung hervorgebracht wird. Hier schwingen die Theilchen nie in geradlinigen Bahnen hin und her, noch sind die Durchmesser der Bahnen parallel unter einander und mit der ursprünglichen Erschütterung, sondern fast immer sind sie *senkrecht auf der Oberfläche* des Körpers, was auch Savart (s. pag. 421 des vorigen Bandes)[1]) bestätigt gefunden hat. *Diese zweite Art der fortschreitenden Schwingung* ist nicht die primäre, unmittelbare, sondern die *sekundäre, mittelbare Wirkung des fortgepflanzten Stosses*, und entsteht durch das Bestreben der durch den Stoss gebeugten Flächen eines Körpers, in eine bestimmte ursprüngliche Lage zurückzukehren. Stösst man einen Stab *AB* Fig. 8 in der Richtung *ab* so dauernd und heftig, dass der Stab sich beugt: so durchlaufen die durch den Stoss anfangs erregten Wellen den ganzen Stab ein oder wohl mehrere Mal, ehe es nur zu einer wirklichen Beugung des Stabes kommt. Die Beugung selbst ist als die Wirkung mehrerer schnell hinter einander geschehener Stösse anzusehen, von denen jeder eine Welle erregt, die den Stab mit ungeheurer Geschwindigkeit durchläuft. Ist nun aber eine Ausbeugung wie in Fig. 8 entstanden, so läuft dieselbe oft mehr als 30 Mal langsamer als die Stosswelle längs des ganzen Stabes fort. Die Entstehung dieser Ausbeugung war zwar die unmittelbare Wirkung der angebrachten Stösse, aber ihr Fortschreiten geschieht ganz unabhängig von den Stössen, die sie erregten, durch das Bestreben der gekrümmten Theile des Stabes in eine bestimmte ursprüngliche Lage zurückzukehren. Dieses ist die Schwingungsart, welche Chladni die *transversale* nennt, und die Savart zuweilen unrichtig mit seiner *nor-*

[1]) [W. Weber's Werke I, p. 23.]

malen verwechselt. Während die *sekundäre* Welle langsam den Stab durchläuft, können die durch die Stösse hervorgebrachten primären Wellen den Stab vielmal durchlaufen, und eine Erzitterung desselben hervorbringen, die ganz unabhängig ist von der Bewegung der Theile des Stabes, welche von der fortschreitenden Beugung desselben abhängt. *Primäre* und *sekundäre* Schwingungen, nach Chladni *longitudinale* und *transversale,* unterscheiden sich demnach nicht sowohl dadurch, dass bei der *primären* (longitudinalen) die Theilchen *in der Richtung der Länge des schwingenden Körpers hin und her schwingen, bei den sekundären in der Richtung der Breite oder Dicke,* als vielmehr dadurch, dass *die primären eine unmittelbare Wirkung des fortschreitenden Stosses, die sekundären die mittelbaren Wirkungen eines Stosses* sind, und als *fortschreitende Beugungen* betrachtet werden können. Bei den *primären* Wellen braucht keine Beugung Statt zu finden, wohl aber *Verdichtung* und *Verdünnung,* umgekehrt sind *sekundäre* Wellen ohne Verdichtung und Verdünnung möglich, die mit einer blossen Beugung eines gespannten Körpers nicht verbunden sind. Bei Fig. 8 sieht man eine sekundäre Welle dargestellt, die mit einer auf der breiten Seite des Stabes normalen, mit der Dicke parallelen Schwingung der Theilchen verbunden ist. Fig. 9 stellt eine sekundäre Welle vor, welche mit einer auf der Länge und Dicke des Stabes normalen, mit seiner Breite parallelen Schwingung der Theilchen verbunden ist.

Man kann den Fortgang der sekundären Wellen an Stäben oder Streifen nicht wohl wie bei aufgespannten Seilen im Einzelnen beobachten; jedoch berechtigt folgende Beobachtung zu schliessen, dass es sich bei ihnen ebenso verhalte. Legt man einen langen Metallstreifen Fig. 10 z. B. von einer gerade gemachten Uhrfeder, der man die Gestalt eines Hufeisens gegeben hat, auf locker hingestreute Pferdehaare, oder eine andere Unterlage, die die freie Bewegung des Metallstreifens nicht hindert, und ertheilt dem Ende *a* durch ein Schnellen mit dem Finger einen Stoss, so dass es sich nach *a'* bewegt, so setzt sich diese Bewegung nach dem Ende *b* fort, welches, sowie die Welle daselbst angekommen ist, mit derselben Heftigkeit, mit welcher sich *a* nach *a'* bewegte, von *b* nach *b'* bewegt wird, woraus man schliessen kann, dass die durch Stoss bewirkte Einbeugung längs des Streifens hingelaufen, und endlich das Ende *b* in Bewegung gesetzt hat.

Zum Beweis des grossen Unterschiedes zwischen *primären* und *sekundären* Wellen setze ich hierher noch folgende

Vergleichung der Geschwindigkeit der primären Wellen (der Stoss- oder Schallwellen) mit der Geschwindigkeit der sekundären Wellen (der Fortpflanzung einer Ausbeugung) an einer stählernen Klaviersaite, von welcher ein 1 Fuss langes Stück $\frac{1}{512}$ Pfund wog.

Spannendes Gewicht	Geschwindigkeit der primären Welle (Schallwelle) in 1 Sek.	Geschwindigkeit der sekundären Welle (Fortpflanzung einer Ausbeugung) in 1 Sek.
6 Pfund	10160 Fuss	$303^1/_2$ Fuss
36 „	15240 „	743 „

Beide Arten von fortschreitenden Schwingungen, die *primären* sowohl, als die *sekundären,* können eine stehende Schwingung hervorbringen, wenn sie sich, wie das vorhin von den Wellen eines Fadens gezeigt worden ist, regelmässig begegnen; aber weil die *primären* Wellen viel geschwinder sind als die *sekundären*, so müssen die tönenden *primär*schwingenden Körper viel länger sein, wenn sie denselben Ton geben sollen, als *secundär* (transversal) schwingende, denn auch hier gilt das Gesetz, auf welches Chladni [1]) zuerst geschlossen, und das von Laplace durch Rechnung bestätigt wurde: dass nämlich eine primär schwingende Abtheilung eines tönenden Körpers genau in derselben Zeit eine Schwingung vollendet, in welcher eine *primäre* Welle um so viel fortschreitet, als die Länge der Abtheilung beträgt. Da die Geschwindigkeit, mit welcher eine sekundäre Welle einen Körper, z. B. einen ausgespannten Faden durchläuft, sehr durch die Grösse des spannenden Gewichts vergrössert wird, so folgt aus der gegebenen Darstellung der Entstehung der stehenden Schwingung, dass auch der Ton einer solchen Saite viel höher werden müsse. Dies ist nicht in dem Grade der Fall, wenn eine Saite *primär* (longitudinal) schwingt. Chladni hatte gefunden, dass der *primäre* (longitudinale) Ton einer über zwei Stege so fest angespannten Saite, dass nur das zwischen ihnen befindliche Stück der Saite tönt, sich durch grössere Spannung selbst bis zum Reissen der Saite gar nicht erhöhe. Nach zwei Reihen von Versuchen, die wir mit zwei langen Stahlsaiten gemacht haben, ergab sich, dass der Ton durch grössere Spannung um eine Quarte bis Quinte erhöht werden konnte. Der Grund dieser Verschiedenheit liegt vielleicht darin, dass Chladni die Saite nicht so locker spannte, als es nöthig ist, um eine so bedeutende Differenz der Höhe des Tones zu erhalten; denn aus unseren hierüber angestellten Versuchen sehen wir, dass nur bei dem Uebergange von einer sehr geringen Spannung zu einer stärkern eine beträchtliche Aenderung des Tons erfolgte, dass dagegen, wenn die Saite nur irgend beträchtlich gespannt war, auch die Anwendung der grössten Kräfte nur eine geringe Veränderung des Tones hervorzubringen im Stande war. Eine und dieselbe Stahlsaite gab, während sie durch 6 Pfund gespannt war, den Ton *E*, während sie durch 36 Pfund ge-

[1]) Traité d'Acoustique, Paris 1819, § 67, § 196, § 219.

spannt war, den Ton *H.* Hieraus folgt, dass eine Saite auch den Schall schneller leiten müsse, wenn sie mehr gespannt wird, so dass der Schall, da er, wenn die Saite durch 6 Pfund gespannt war, 10 160 Fuss in einer Sekunde durchlief, wenn sie durch 36 Pfund gespannt war, 15 240 Fuss durchlaufen musste.

Chladni hat in seiner Akustik zuerst nachgewiesen, dass jeder feste Körper auf dreierlei verschiedene Weise selbsttönen könne, so dass ein und derselbe Körper (z. B. eine hinlänglich lange Saite oder Glasröhre), bei derselben Spannung, und wenn er ungetheilt schwingt, drei Töne von verschiedener Höhe hervorbringen könne. Er nannte die drei Schwingungsarten die *longitudinale, transversale* und *drehende.* Wenn man nämlich eine Glasröhre in ihrer Mitte locker zwischen zwei Fingern fasst, und sie senkrecht auf ihre Axe anschlägt, so hört man einen tiefen Ton, der durch *transversale* (sekundäre) Schwingung entsteht, die man mit Augen sieht; denn die Röhre beugt sich abwechselnd auf entgegengesetzte Seiten ihrer ruhenden Axe, und die einzelnen Punkte der Röhre schwingen so hin und her, dass ihre Bahn einen rechten Winkel mit der Axe der ruhenden Röhre macht. Wenn man dagegen die Röhre, die man ebenso hält, mit einem sehr nassen Tuchlappen der Länge ihrer Axe nach reibt, so hört man einen, oft fünf Oktaven höheren Ton, der durch die longitudinale (primäre) Schwingung entsteht, bei welcher sich die Röhre nicht abwechselnd nach entgegengesetzten Richtungen krümmt, sondern in der Richtung ihrer Axe abwechselnd verdichtet und ausdehnt, wobei sich die einzelnen Punkte der Röhre in einer Bahn zu bewegen scheinen, die der Axe der Röhre fast parallel ist; daher hindert man bei dieser Art zu schwingen die Röhre, wenn man sie an mehr als einem oder zwei Punkten unterstützt, nicht am Tönen, im Gegentheile kann man sie in ihrer Mitte mit der ganzen Hand halten, oder sogar in einiger Entfernung von ihrer Mitte fassen, ohne dass das Tönen ganz gehindert, sondern unter diesen Umständen nur gedämpft wird; dagegen hebt eine solche selbst leise Berührung das Tönen durch *transversale* Schwingung sogleich völlig auf.

Wenn man endlich die Röhre an ihrem einen Ende befestigt, oder sie an einer andern Stelle hält, und sie in der Nähe des andern Endes mit einem nassen oder mit Kolophoniumpulver bestreuten Lappen umgiebt, diesen mit zwei Fingern an diametral entgegengesetzten Stellen der Röhre andrückt, und um die Peripherie der Röhre herumdreht, so bringt man bei gehöriger Uebung einen bestimmten Ton hervor, der bei Röhren und prismatischen Stäben die tiefere grosse Quinte des Tones ist, den die Röhre giebt, wenn sie *longitudinal* schwingt. Dieser rührt von der *drehenden* Schwingung her, bei welcher sich die einzelnen Punkte der Röhre in einer kreisförmigen Bahn um die Axe der Röhre

hin- und zurückzudrehen scheinen, ähnlich hierin einem aufgehangenen, durch ein angehangenes Gewicht gespannten Faden, den man um seine Axe gedreht hat. Jede von diesen Schwingungsarten kann so Statt finden, dass der Körper entweder einfach schwingt, oder dass er sich durch ein, zwei oder mehrere Schwingungsknoten (oder unter anderen Umständen durch Knotenlinien) in entgegengesetzt schwingende Abtheilungen theilt, wobei er dann viel höhere Flageolettöne giebt.

§ 4.

Eine der wichtigsten Folgerungen, die Savart *aus seinen Versuchen zieht, ist die, dass die drei von* Chladni *unterschiedenen Schwingungsarten tönender Körper, die longitudinale, transversale und rotatorische nur Modifikationen eines und desselben Vorganges wären, zwischen welchen unendlich viele Schwingungsarten in der Mitte lägen und den Uebergang bildeten. Gründe, welche dieser Folgerung* Savart's *widersprechen.*

Savart will nun durch seine Versuche die Unterscheidung dieser drei Schwingungsarten, als drei wesentlich von einander verschiedener, umstossen; er will beweisen, dass zwischen der *primären* (longitudinalen) und *sekundären* (transversalen) unendlich viele Schwingungsarten in der Mitte lägen, welche den Uebergang von der longitudinalen zur transversalen bildeten; er glaubt sogar, dass jeder schwingende Körper, in Bezug auf die eine seiner Oberflächen, *primär* (longitudinal), und in Bezug auf die andere seiner Oberflächen, zu gleicher Zeit *sekundär* (transversal) schwinge, und dass diese beiden Schwingungsarten (die im Grunde eine und dieselbe seien, nur an zwei verschiedenen Oberflächen beobachtet), einen einzigen Ton gäben.

Aber die von Savart beobachtete Bewegung des Sandes, welche stets parallel mit der Bewegung des Violinbogens ist, ist wohl zu unterscheiden von der Bewegung des Sandes, welche von der *tönenden* Schwingung [1]) unmittelbar abhängt. Wenn diese *tönende* Schwingung so stark ist, dass die von ihr dem Sande mitgetheilten Stösse heftiger auf den Sand wirken, als alle übrigen gleichzeitigen Schwingungen und Wellenbewegungen an der Oberfläche des tönenden Körpers, so zeigen sich die Chladni'schen Klangfiguren. Andere Sandlinien, deren Gestalt von der der Chladni'schen Klangfiguren abweicht, und die Savart zuerst untersucht hat, zeigen sich deutlich, wenn die tönende Schwingung schwach ist (wenn die Platte nicht unmittelbar mit dem Violinbogen gestrichen, sondern mittelbar durch eine Saite erschüttert wird). Indem wir mehrere

[1]) Indem ich die Schwingungen, von welchen die Tonhöhe abhängt, *tönende Schwingung* nenne, setze ich sie den anderen an demselben Körper zugleich Statt findenden entgegen, welche auf die Höhe des Tones keinen Einfluss haben. Chladni hat blos die tönenden Schwingungen untersucht.

von den Savart'schen Versuchen wiederholten, haben wir diese Sandlinien hervorgebracht und den Parallelismus der Bewegungen des Sandes mit dem Violinbogen dabei beobachtet, während die Platte keinen Ton gab.

Wenn Savart keinen Zweifel gelassen hat, dass zwischen den von ihm genannten *tangential-longitudinalen, tangential-transversalen* und *normalen* Schwingungen kein wesentlicher Unterschied Statt finde, weil bei allen diesen drei Schwingungsarten der tönende Körper oft denselben Ton giebt: so hat er damit noch nicht den sehr begründeten von Chladni aufgestellten Unterschied zwischen longitudinaler und transversaler Schwingung aufgehoben, der einzig und allein darauf gegründet ist, dass die zwei tönenden Schwingungsarten zwei völlig von einander unabhängige verschiedene Töne geben. Denn

1) die Schwingungsart, die Savart die *normale* nennt, und die er für dieselbe zu halten scheint, welche Chladni die *transversale* und wir die *sekundäre* genannt haben, ist, wie § 3 gezeigt worden, nicht eine Schwingungsart durch Beugung des Körpers, wie Chladni's *transversale*, sondern sie gehört zu den verschiedenen Arten der *primären* Schwingung, der Schwingung durch fortgepflanzten Stoss.

2) Von der *sekundären* (transversalen) Schwingungsart, die in einer Beugung des Körpers besteht, lässt sich durchaus nicht behaupten, dass der aufgestreute Sand mehr senkrecht in die Höhe geworfen, oder schief fortgestossen werde, je nachdem der Violinbogen bei dem Streichen der Scheibe senkrecht oder schief geführt wird. Kommt es einmal zur *sekundären* (transversalen) Schwingung, so springt der Sand jederzeit normal. Die Richtung also, in welcher der auf transversal schwingende Körper gebrachte Sand geworfen wird, hängt nicht von der Richtung der Stösse ab, die die transversale Schwingung *veranlassen* sondern von der fortschreitenden Beugung, durch die er immer normal geworfen wird.

3) Ist Savart am Ende seiner Untersuchungen (s. d. vor. Bd. dieses Jahrb. S. 421 [1]) mit sich selbst in Widerspruch gekommen, indem nach seinen eigenen Versuchen die eigenthümliche Art der Sandbewegung, durch welche er früher zu beweisen gesucht hatte, dass die *primäre* (longitudinale) und *sekundäre* (transversale) Schwingung Abänderungen einer und derselben Schwingungsart seien und allmählig in einander übergehen, sogleich verschwindet, sobald die tönende sekundäre Schwingung (vermöge der grösseren Schwingungsbahnen, welche diese die Theilchen zu durchlaufen nöthigt) vorherrschend wird, so dass nicht allein dann alle Savart'schen Sandlinien verwischt werden, sondern aller Sand stets, gegen die von ihm aufgefundenen Gesetze, perpendikular in die Höhe springt; dass aber sogleich die Sandlinien sowohl, als die gesetzmässige

[1]) [W. Weber's Werke I, p. 23.]

Richtung der Bewegung wieder eintritt, sobald man die berührende Platte[1]) auf einen Schwingungsknoten bringt. Dies nöthigte ihn nun einen Unterschied zu machen, „zwischen den Bewegungen, welche die Molekulen machen, und einer Totalbewegung oder *Beugung,* die den Körper in eine grössere oder geringere Zahl Abtheilungen theilt, welche in entgegengesetzter Richtung schwingen,“ (das heisst eben mit anderen Worten, zwischen der primären und sekundären, oder zwischen longitudinaler und transversaler Schwingung) und also diese Chladni'sche Eintheilung tönender Schwingungen selbst für richtig und vollkommen begründet zu erklären.

4) Die bei *primär* (longitudinal) oder *sehr schwach* sekundär schwingenden Körpern entstehenden, den Sand sammelnden Linien, sind zu unterscheiden von den Knotenlinien, welche Chladni bei *heftig sekundär* (transversal) schwingenden Körpern beobachtet hat, und sie hängen wahrscheinlich gar nicht von der *stehenden primären* oder *sekundären* Schwingung ab, von welcher der Ton herrührt, sondern von den bei beiden Schwingungsarten auf gleiche Weise Statt findenden Stosswellen. Denn

a) Chladni's Knotenlinien sind die Grenzen zwischen den Abtheilungen eines *sekundär* (transversal) schwingenden Körpers, die sich nach entgegengesetzten Richtungen beugen und deswegen den Sand auf die zwischen ihnen liegenden unbewegten Grenzen werfen. Jene von Savart und uns beobachteten, den Sand auf *longitudinal* gestrichenen Körpern sammelnden Linien, fallen nicht in die Grenzen entgegengesetzt schwingender, tönender Abtheilungen; denn

α) sie finden sich in grosser Zahl bei Glasröhren und Glasstreifen, welche ihren tiefsten Ton geben, und sich also nicht in entgegengesetzt schwingende Abtheilungen getheilt haben, sondern vielmehr einfach schwingen;

β) sie zeigen auch keine eigenthümlichen Erscheinungen an den Grenzen entgegengesetzt schwingender Abtheilungen der Körper, welche einen Flageoletton geben, wodurch diese Grenzen von den anderen Stellen, auf welche keine solche Grenzen fallen, unterschieden werden; denn obgleich Savart behauptet, dass sich die Richtung, nach der sich die sammelnden spiralförmigen Linien bei Röhren[2]) winden, an diesen Stellen verändere, so dass, wenn sie bis jetzt rechts gewunden waren, sie sich von nun an links zu winden anfingen und umgekehrt: so werden wir doch weiter unten zeigen, dass dieses von zufälligen Eigenschaften

[1]) Siehe den von Savart angestellten Versuch im vorigen Bande, S. 421. [W. Weber's Werke I, p. 23.]

[2]) Siehe seine Versuche über diese, den Sand sammelnden Linien im vorigen Bande, S. 389 u. f. [W. Weber's Werke I, p. 5 u. f.]

der Röhre abzuhängen scheine und keineswegs beständig sei, indem es Röhren giebt, bei welchen ein solcher Absatz nicht Statt findet, und andere, bei welchen diese Umwandlung der Richtung der ruhenden Linie nicht auf die Stelle fällt, wo die Grenze der schwingenden Abtheilungen liegen müsste; es ergiebt sich demnach hieraus, dass nur bei manchen Röhren Savart's Angabe sich bestätigte.

b. Die bei der *sekundären* (transversalen) Schwingung den Sand sammelnden Linien sind ein Beweis, dass sich der schwingende Körper in mehrere, in entgegengesetzten Richtungen schwingende Abtheilungen getheilt habe. Je mehr Knotenlinien ein Körper zeigt, in desto mehrere und kleinere Abtheilungen muss er sich demgemäss getheilt haben, und folglich desto höher muss der Ton sein, den diese Abtheilungen geben. Die von Savart bei longitudinal geriebenen Streifen, Röhren und Stäben nachgewiesenen, sammelnden Linien ändern den Ton, wenn sie dichter oder weniger dicht liegen, nicht ab; sie liegen vielmehr meistens so dicht, dass, wenn sie die Grenzen von entgegengesetzt schwingenden Abtheilungen wären, diese Abtheilungen so schnell schwingen müssten, dass gar kein hörbarer Ton mehr entstehen könnte.

Die Zahl der Schraubenwindungen der sammelnden Linien an Glasröhren hat nach unseren Versuchen auf den Ton keinen Einfluss. An zwei 77 Zoll langen Röhren, die beide den Ton $\overline{\overline{\overline{d}}}$ gaben, hatte die eine, deren Durchmesser $2^1/_4$ Linie gross war, $9^1/_2$ Schraubenwindungen; die andere, deren Durchmesser $8^1/_2$ Linie betrug, nur $5^1/_2$ Schraubenwindungen. Eine dritte, 77 Zoll lange, im Ganzen 9 Linien, im Lichten $7^1/_2$ Linien dicke Röhre, hatte $5^1/_2$ Schraubenwindungen. — Von zwei Röhren, die beide 2 Fuss 11 Zoll 11 Linien lang waren, gab die eine, deren ganzer Durchmesser $8^1/_3$ Linie, deren lichter Durchmesser $7^1/_3$ Linie betrug, $\overline{\overline{\overline{\overline{h}}}}$, und zeigte 5, selten 4 Sandanhäufungen; die andere, deren ganzer Durchmesser 4 Linien, deren lichter $1^1/_3$ Linie betrug, gab den Ton $\overline{\overline{\overline{\overline{c}}}}$, und zeigte 6 bis 7 Sandanhäufungen. Als die dickere Röhre um 1 Zoll 7 Linien verkürzt worden war, gab sie nun auch den Ton $\overline{\overline{\overline{\overline{c}}}}$, hatte aber nur 4 Sandanhäufungen. Während also hieraus zu folgen scheint, dass, wenn von zwei gleich langen Röhren die eine einen höheren Ton, die andere einen tieferen giebt, bei der den höheren Ton gebenden mehr Schraubenwindungen der sammelnden Linie gefunden würden, so sieht man auf der anderen Seite, dass der Ton einer Röhre, die man nur sehr wenig verkürzt, höher werden kann, ungeachtet sich doch die Zahl der Schraubenwindungen verringert, und man kann hieraus wenigstens schliessen, dass zwischen diesen sammelnden Linien und dem Tone kein solcher Zusammenhang Statt findet, wie zwischen

der Zahl der Chladni'schen Knotenlinien bei transversal schwingenden Körpern und der Höhe des Tones.

Noch offenbarer ist es aber bei *primär* (longitudinal) schwingenden Glasstreifen, man mag sie, wie Savart und wir gethan haben, mittelbar in Schwingung versetzen, oder, wie von uns auch geschehen ist, sie durch unmittelbares Reiben zum Tönen bringen, weil bei ihnen die Knotenlinien so dicht liegen, dass, wenn sie Grenzlinien entgegengesetzt schwingender Abtheilungen wären, gar kein hörbarer Ton mehr zum Vorschein kommen könnte. Es ist daher wahrscheinlich, dass diese sammelnden Linien nicht eine unmittelbare Wirkung derjenigen Schwingungen sind, welche bei den longitudinal gestrichenen Körpern den Ton verursachen.

Bei der von Savart angewandten Methode, einen Körper mittelbar in Schwingung zu bringen, d. h. durch Reibung eines andern, mit ihm verbundenen, leicht schwingenden Körpers, muss man sehr vorsichtig sein, aus den entstehenden, den Sand sammelnden Linien etwas über die tongebende Schwingung zu schliessen. Denn nach den, von uns über die Schwingungen *resonirender* Körper angestellten Untersuchungen ist es sehr wahrscheinlich, dass auf Körpern durch blosse Resonanz Sandfiguren entstehen können, welche das Eigene haben, dass die Zahl der Linien, wie bei den Savart'schen Sandfiguren, den Ton nicht abändert und die auch nicht nothwendig symmetrisch gestellt zu sein brauchen, da doch die Chladni'schen sammelnden Linien in dem Sinne immer symmetrisch liegen, als sie Abtheilungen von einer solchen Grösse begrenzen, dass diese Abtheilungen ihre Schwingungen in gleichen Zeiten vollenden müssen. Wir haben auch in tropfbaren Flüssigkeiten Wellen hervorgebracht, welche durch ihre Durchkreuzung einen solchen Zustand wie die Schallwellen in resonirenden Körpern hervorbrachten. Das Ausführliche darüber sehe man in unserer Schrift nach. Man muss daher zwischen Sandfiguren, die durch Resonanz, und solchen, die durch Selbsttönen entstehen, unterscheiden, und es ist in manchen Fällen der Savart'schen Versuche um so schwieriger, ein Urtheil darüber zu fällen, zu welcher Klasse der Sandfiguren die bei ihm zum Vorschein kommenden gehören, je häufiger er unterlassen hat, den Ton und die Grösse der Körper anzugeben, deren Sandfigur er abbildete.

Da die mannigfaltigsten Schwingungen in einem und demselben Körper zu gleicher Zeit Statt finden können, ohne dass sie einander stören, — da z. B. eine Glasröhre, die an ihrem einen Ende in der Richtung ihrer Länge angestossen wird, zugleich einen doppelten, von *primären* und *sekundären* Schwingungen herrührenden Ton geben kann, — da, wie bei tropfbar flüssigen Körpern, auf den grösseren Wellen eine unendliche Menge kleinerer vorhanden sind, ebenso auf festen Körpern, die zum Tönen gebracht werden, ausser den grösseren, den Ton gebenden

Wellen, eine unendliche Menge kleinerer vorhanden sein können, so ist es sehr wohl denkbar, dass Wellen von einer ganz anderen Art, als die Ton gebenden, sich zu einer stehenden oder auch der der Resonanz ähnlichen Schwingung vereinigen, die aber viel zu schnell geschieht, als dass sie hörbar wäre. Dass solche Wellen einer höheren Ordnung bei festen Körpern wirklich vorhanden sind, sieht man sehr deutlich aus den zuerst von Oerstädt angestellten, neuerlich von Wheatstone und Savart wiederholten Versuchen. Benetzt man nämlich eine tönende *sekundär* (transversal) schwingende Scheibe reichlich mit Wasser, so erscheinen auf ihr dicht carrirte Netze von Linien, die an den Stellen, welche die grössten Schwingungen machen, am deutlichsten sind. An Glasröhren, die man durch longitudinales Reiben in eine *primäre* Schwingung versetzt, sieht man auf diese Weise eine grosse Anzahl dichter, die Glasröhre ringförmig umgebender Linien. Es ist daher wohl möglich, dass bei schwach tönenden Körpern zuweilen Sandfiguren entstehen, die nicht von den Ton gebenden Schwingungen, sondern von den unhörbaren Schwingungen einer höheren Ordnung herrühren, welche Bemerkung bei der Beurtheilung der Savart'schen Versuche um so mehr zu berücksichtigen sein dürfte, da die Savart'schen Sandfiguren durch heftigeres, transversales Tönen der Körper gestört werden, wie man S. 421 des vorigen Bandes [1]) sehen kann.

§ 5.

Die Chladni'sche Methode, die Körper durch unmittelbares Reiben oder Stossen zum Tönen zu bringen, ist der von Savart angewandten Methode, sie mittelbar in Schwingung zu versetzen, bei einer Untersuchung über den Zustand tönender Körper vorzuziehen. Bei der Untersuchung über die Mittheilung der Schwingungen hat aber Savart mit der von ihm angewandten Methode Treffliches geleistet.

Die von Savart angewandte Methode, einen Körper mittelbar zum Tönen zu bringen, d. h. dadurch, dass man einen andern, zum Schwingen sehr geneigten, mit ihm verbundenen, stösst oder reibt, ist von Chladni zwar nicht zur Ergründung der Schwingungen, wohl aber zur Hervorbringung der Töne in den von ihm erfundenen Instrumenten seit 1789 angewandt worden. Sie wurde von Savart sehr scharfsinnig und erfinderisch zur Entdeckung einer Menge interessanter Erscheinungen bei der *Mittheilung* von Schwingung benutzt. Obgleich wir den vortheilhaften Gebrauch, den dieser ausgezeichnete Experimentator von jener Methode machte, in der bezeichneten Hinsicht anerkennen, so müssen wir doch gestehen, dass sie uns zur Ergründung des Zustandes selbst-

[1]) [W. Weber's Werke I, p. 23.]

tönender Körper weniger brauchbar geschienen hat, als die Methode Chladni's, welcher die selbsttönenden Körper unmittelbar mit einem Violinbogen streicht, oder mit einem feuchten Tuchlappen reibt, oder anschlägt. Der Ton, den man durch die von Savart angewandte Methode erhält, ist selten rein, klangvoll und stark, häufig rauh und mit anderem Geräusche verbunden, woraus sich schon vermuthen lässt, dass die Schwingung nicht so vollkommen vollbracht werde, sondern durch eine Menge fremdartiger, zugleich vorhandener Schwingungen gestört wird. Diese Vermuthung gewinnt an Wahrscheinlichkeit, wenn man berücksichtigt, wie die stehende (Ton gebende) Schwingung aus der Wellenbewegung hervorgeht. Der stossende Körper (z. B. der Violinbogen) muss den tönenden in einem regelmässigen und angemessenen Takte stossen. Ein Violinbogen akkommodirt sich dabei der Schwingung, zu welcher jeder Körper geneigt ist, und stösst einen zu einem tiefern Ton geneigten Körper in langsamern, einen zu einem höheren Ton gegeneigten Körper in einem schnellern Takte; denn der Takt, in dem er stösst, hängt selbst grösstentheils von den Rückstössen ab, die er von dem tönenden Körper erhält, den er selbst erst in Schwingung gesetzt hat. Eine gespannte Saite dagegen oder ein Stäbchen von bestimmter Länge, welche man mit einem Körper, den man zum Tönen bringen will, in Verbindung gesetzt hat und dann reibt oder streicht, sind vermöge ihrer Länge und Spannung zu Schwingungen von einer bestimmten Geschwindigkeit geneigt, die zwar durch die Rückstösse des tönenden Körpers, mit welchem sie verbunden sind, einigermaassen, aber doch nur unvollkommen modificirt werden können; passt daher die Zahl der Schwingungen, zu denen das Stäbchen oder die Saite geneigt ist, zu der, welche der Körper, der zum Tönen gebracht werden soll, am leichtesten hervorbringt, nicht zufällig, so erhält der tönende Körper ausser den Stössen, die ihn zum Tönen bringen, noch eine Menge anderer, die den Ton entweder rauh machen, oder ein Geräusch verursachen, oder auch eine unhörbare Schwingung erregen.

§ 6.

Bemerkungen über Savart'*sche Versuche, welche wiederholt wurden.*

Nach diesen Bemerkungen über die aus den Savart'schen Versuchen zu ziehenden Schlüsse füge ich noch eine Anzahl von mir und meinem Bruder gemachter Beobachtungen bei, welche einige von den Savart'schen Versuchen abweichende Resultate enthalten.

Wir haben bestätigt gefunden, dass viele longitudinal schwingende Glasröhren auf jeder ihrer Oberflächen eine schraubenförmig gewundene Linie haben, von welcher der Sand abgeworfen wird, indem er in zwei entgegengesetzten Richtungen, nach den beiden Enden der Röhre zu,

fortgeschoben wird (zerstreuende Linie); und eine zweite, jener parallel gewundene, zwischen den Windungen der zerstreuenden Linie mitten inne liegende Linie, auf welcher sich der Sand, während die Röhre schwingt, anhäuft, indem er in zwei entgegengesetzten Richtungen zu dieser Linie hinwandert (sammelnde Linie) (siehe den Auszug im vorigen Bande S. 392, 393 [1]).

Wir benutzten zu unseren Versuchen acht, 6 Fuss und darüber lange Glasröhren von einem Durchmesser von $8^1/_3$—$2^1/_2$ Linien, die wir dann wieder in Röhren von verschiedener Grösse zerschnitten. Wir umgaben diese Röhre in ihrer Mitte mit einem einige Linien breiten Tuchriemen aus mehrfach zusammengelegtem Tuche, (den wir mit etwas Pflaster bestrichen hatten, damit er an der Glasröhre haftete, ohne dass sie gedrückt wurde) näheten die beiden freien Enden des Tuchriemens hierauf zusammen und klemmten sie in einen Schraubstock, so dass die Röhre horizontal ruhete, ohne an den Schraubstock zu stossen. Hat man Sand gleichmässig durch die Röhre vertheilt, und reibt man sie mit einem nassen Tuchlappen, so beginnen die Sandkörner sich an einer bestimmten Anzahl von Stellen in entgegengesetzter Richtung aus einander zu bewegen. Der Streifen Sand wird dadurch an diesen Stellen schmäler, und endlich werden diese Stellen ganz leer vom Sande. Zwischen je zwei solchen, den Sand zerstreuenden Punkten liegt eine Stelle, die den von beiden Seiten herkommenden Sand sammelt. Der Sand bildet auf dieser letztern $^1/_2$ bis 2 Zoll lange, oval oder spitz sich endigende Häufchen. Dergleichen Häufchen giebt es an solchen langen Röhren fünf bis neun. Sie liegen häufig in Beziehung zur Mitte und zu den Enden der Röhre nicht symmetrisch. Bezeichnet man die Stellen der Röhre, von denen der Sand flieht, äusserlich an der Röhre mit einer Oelfarbe, und die Stellen, zu denen er flieht, mit einer andern, und untersucht nach und nach alle Seiten der inneren Oberfläche der Röhre, indem man die Röhre gemeinschaftlich mit dem ganzen Schraubstocke herumdreht, so dass nach und nach jede Seite nach abwärts gewendet und vom Sande bedeckt wird, den man bei jedem neuen Versuch von Neuem gleichmässig durch die Röhre vertheilt, und bezeichnet alle Stellen, wo er auseinander zu fliehen anfängt und wo er zusammengehäuft wird, so bekommt man zwei fast schraubenförmig um die Röhre gewundene, einander parallele Linien. Ueberall wo die eine dieser beiden Linien die Seite der Röhre, auf welcher der Sand liegt, schneidet, flieht der Sand nach beiden Seiten; überall, wo die andere diese Seite schneidet, flieht er hin und häuft sich an. Diese Schraubenlinien krümmen sich ungleichförmig, wie Savart sie beschrieben hat (siehe vorigen Band S. 393 [2]). Bei allen Röhren geschehen die Windungen

[1]) [W. Weber's Werke I, p. 7, 8.] [2]) [Ebenda, p. 8.]

um die Röhre so absatzweise, aber bei kurzen und beträchtlich weiten merklicher, als bei langen Röhren, wo sie mehr schraubenförmig sind.

Wir haben nicht die Ursache finden können, von welcher es abhängt, dass diese Linien an jeder Röhre nach einer bestimmten Richtung, entweder rechts, oder links gewunden erscheinen. — Die Behauptung Savart's *bestätigt sich nicht, dass bei einer, ihren tiefsten Ton gebenden Röhre die Knotenlinie sich von einem Ende der Röhre bis zur Mitte erstrecke, von da aber eine zweite Linie anfange, welche umgekehrt gewunden, von der Mitte zum zweiten Ende fortgehe.*

Der Grund, warum sich die schraubenförmige Linie auf eine bestimmte Weise um die Röhre windet, z. B. Fig. 11 von links nach rechts [1]), ist nicht bekannt. Aber dieses Verhältniss scheint in gewissen Eigenschaften der Röhre selbst zu liegen, und ist von der Art, wie die Röhre gestrichen wird, und von dem Orte, wo die Röhre gestrichen wird, unabhängig. Wir strichen die Röhre der Länge nach, bald nur mit einem Finger an einer einzigen Faser, bald mit einem nassen Tuchlappen an zwei gegenüber liegenden Fasern, bald mit demselben Tuchlappen, so aber, dass er die ganze Peripherie ringförmig umgab. Alles dieses bewirkte nicht allein nicht, dass die rechte und linke Hälfte der Glasröhre symmetrisch gelegene Sandlinien zeigten, sondern es vermochte überhaupt nicht die Windung der Sandlinien im Geringsten zu ändern.

Eben so wenig ist es bekannt, wovon es abhängt, dass an Röhren von gleicher Länge, an einigen mehr Schraubengänge, an anderen weniger, gefunden werden.

Wir müssen der Behauptung Savart's (s. vorigen Band S. 395 [2]) widersprechen, dass sich die schraubenförmige Linie an Röhren, die in der Mitte gehalten werden, nicht durch die Mitte hindurch ununterbrochen fortsetze, sondern dass unter diesen Umständen immer zwei schraubenförmige Linien vorhanden seien, und zwar umgekehrt gewundene, die eine rechts, die andere links, deren Enden stets in der Mitte der Röhre an gewissen Stellen aufhören, zwischen welchen ein unbewegter Raum sich befinde. An vier Röhren, wo wir die Lage der schraubenförmigen Linie untersucht haben, fanden wir das Gegentheil, und nur an einer 69 Zoll 4 Linien langen, 4 Linien (mit Einschluss der Wände) dicken, $1\frac{1}{3}$ Linie weiten Glasröhre, fanden wir Savart's Angabe bestätigt. Sie gab den Ton $\overline{\overline{f}}$. An jenen vier Röhren rückten

[1]) Rechts gewunden nenne ich eine Schraubenlinie, welche, wenn ich mich in der Axe der Röhre denke, die Füsse am dickeren Ende der Röhre (Glasröhren von 6 Fuss Länge sind nie an beiden Enden gleich dick), vor den Augen sich von links nach rechts, von unten nach oben windet. Wir fanden, dass die Linien bei manchen Röhren rechts, bei manchen links gewunden sind.

[2]) [W. Weber's Werke I, p. 9.]

die Sandanhäufungen, wenn die Röhre immer nach einer Seite zu gedreht, und nach jeder Drehung zum Tönen gebracht wurde, durch die Mitte, wo die Röhre befestigt war, ungehindert hindurch nach dem anderen Ende zu. An dem aufgehäuften Sande bemerkt man ausserdem, während die Röhre gerieben wird, eine doppelte Art von Bewegung. Die Körnchen der Sandanhäufungen, welche der Mitte der Röhre am nächsten liegen, bewegen sich sehr häufig (vorzüglich an den Stellen, wo die Schraubenwindung weniger gekrümmt ist, und die Sandanhäufung daher eine länglichere Gestalt hat) in einer elliptischen Bahn, wie Savart beobachtet hat (s. vorigen Band S. 394 [1]). Wenn zwischen zwei Sandanhäufungen die Schraubenwindung der Sandlinie die entgegengesetzte Drehung annimmt, so machen auch die Sandkörner in den beiden Sandanhäufungen entgegengesetzte elliptische Drehungen, nämlich die Sandkörner der einen schieben sich rechtsum, wenn die der andern linksum bewegt werden, wie Savart beobachtet hat. Da aber die Mitte, wie wir oben bemerkt haben, häufig keine solche Grenze entgegengesetzt gewundener Sandlinien ist, so haben häufig zwei Sandanhäufungen zu den beiden Seiten der Mitte dieselbe elliptische Verschiebung ihrer Körner.

Entfernter von der Mitte liegende Sandanhäufungen lassen statt dieser Bewegung gewöhnlich blos eine hüpfende Bewegung des Sandes sehen.

An einer unserer Röhren beobachteten wir, dass ein kleines hineingebrachtes Siegellackkügelchen sich, so oft es auf der sammelnden Linie lag, rechts herum (was auch die Richtung der elliptischen Bewegung des Sandhaufens war) bewegte; so oft es auf der zerstreuenden Linie lag, links herum drehete; und so oft es sich der Mitte zwischen beiden nahe befand, entweder ohne sich zu drehen fortgeschoben wurde, oder unregelmässig abwechselnd bald links bald rechts gedrehet wurde. Diese Erscheinung scheint von geringen Unregelmässigkeiten der Röhre leicht gestört zu werden, da wir sie an einigen andern Röhren nicht so haben hervorbringen können.

Die zweite Bewegung der Sandanhäufungen im Augenblicke, wo die Röhre gerieben wird, besteht in einer Vor- und Rückbewegung eines oder mehrerer ganzer Sandanhäufungen, vorzüglich aber derjenigen, welche zunächst vor oder hinter der Stelle liegt, an der die Röhre mit dem nassen Tuchlappen gerieben wird. Entweder bewegen sich diese Häufchen in der Richtung des nassen Tuchlappens, und kehren dann, wenn der Tuchlappen einen gewissen Punkt seiner Vorwärtsbewegung überschreitet, mit desto grösserer Heftigkeit an ihre vorige Stelle zurück, je heftiger und schneller gerieben wird, oder sie bewegen sich umgekehrt

[1]) [W. Weber's Werke I, p. 8.]

erst gegen den Tuchlappen, dann mit demselben. Die Grösse dieser Bewegung hängt sehr von der Stärke und Schnelligkeit des Reibens ab.

Nur bei manchen Glasröhren, vorzüglich bei langen, sind die Linien, worauf der Sand gesammelt, und die, auf welchen er zerstreuet wird, schraubenförmig um die Röhre gewunden und einander parallel, bei kurzen, weiten und sehr regelmässig gebildeten Röhren sind die sammelnden Linien, nach welchen der Sand in zwei entgegengesetzten Richtungen hinflieht, halbkreisförmige, in regelmässigen Abständen von einander liegende, abwechselnd die obere, abwechselnd die untere Hälfte der Röhre umgebende Linien. Ebenso gestaltet sind die Linien, von denen der Sand nach zwei entgegengesetzten Richtungen wegflieht. Die sammelnden und zerstreuenden halbkreisförmigen Linien liegen an derselben Stelle der Röhre, einander zu kreisförmigen Ringen ergänzend, und jede solche Röhre ist daher von einer gewissen Anzahl ringförmiger Linien umgeben, von denen jede in der einen Hälfte sammelnd, in der anderen Hälfte zerstreuend ist.

Fig. 12 ist die sammelnde Hälfte einer solchen ringförmigen Linie durch Pfeilspitzen, die einander zugewandt sind, die zerstreuende durch Pfeilspitzen, die von einander abgewandt sind, bezeichnet. Die Sandhäufchen verändern, so lange sie auf den sammelnden Halbkreisen sich befinden, ihren Ort nicht, sobald sie aber auf die zerstreuenden zu liegen kommen, theilen sie sich in zwei Hälften, die nach entgegengesetzten Richtungen fortwandern. Wenn z. B. eine Sandanhäufung auf der queren sammelnden Linie A Fig. 13 gelegen hat, und die Röhre, während sie abwechselnd in Schwingung versetzt wurde, so gedreht worden ist, dass die Sandanhäufung nach und nach an das Ende a der sammelnden halbkreisförmigen Linie zu liegen kam, so befindet sie sich nun auf dem Anfange der zerstreuenden Linie, die punktirt angegeben ist. Hier theilt sich die Sandanhäufung sogleich in zwei Hälften, die eine wandert nach dem Ende x, und wird aus der Röhre herausgeworfen, die andere geht, ohne dass die Röhre von Neuem gedreht zu werden braucht, ohne Unterbrechung nach dem Ende b der zweiten sammelnden Linie B, und ruhet nicht eher, als bis sie diesen Punkt erreicht hat. Hat sie ihn erreicht, so bleibt sie ruhen, man mag die Röhre so lange reiben als man will. Dreht man nun die Röhre so, dass das Sandhäufchen auf der queren sammelnden Linie bleibt, so verändert es seinen Ort nicht eher, als bis es an die Grenze a der sammelnden Linie B kommt. Hier theilt sich das Häufchen von Neuem; die eine Hälfte wandert (wie die Pfeilspitzen anzeigen) nach dem Ende b der Linie A, geht dann, wenn die Röhre in der Richtung wie früher gedrehet und gerieben wird, auf dieser Linie von b nach a, und hat nun einen Kreislauf vollendet, den es bei fortgesetztem Drehen ebenso wie früher wiederholt. Die zweite Hälfte des Sandhäufchens, das sich am Punkte a der sammelnden Linie B

trennte, geht nach dem Ende b der sammelnden Linie C. Von da rückt sie, ohne fortzuwandern, wenn die Röhre immer auf die nämliche Weise gedrehet wird, nach a der sammelnden Linie C. Da theilt sie sich wieder in zwei Hälften, von denen die eine nach b der sammelnden Linie B, die andere nach b der sammelnden Linie D wandert. Die nach der Linie B wandernde vereinigt sich in b mit der Sandanhäufung, von welcher sie sich bei dem Punkte a der Linie B getrennt hatte. Denn diese beiden Sandanhäufungen haben gleich grosse Wege in gleicher Zeit zurückgelegt, die eine von $(B)a$ nach $(A)b$ und $(A)a$, und von da zurück nach $(B)b$; die andere von $(B)a$ nach $(C)b$ und $(C)a$, und von da zurück nach $(B)b$.

Wir haben diese Versuche bei drei verschiedenen Röhren mit demselben Erfolge ausgeführt. Zwei dieser Röhren waren die in § 4 erwähnten 2 Fuss 11 Zoll 11 Linien langen, von denen die eine $8^1/_3$ Linien Durchmesser und $7^1/_3$ Linien Weite, die andere 4 Linien Durchmesser und $1^1/_3$ Linien Weite hatte.

Auf vielen longitudinal gestrichenen Glasstreifen liegt zunächst jeder sammelnden Linie, auf der entgegengesetzten Oberfläche, eine zerstreuende, wie Savart *beobachtet hat (s. vorigen Band S. 396—398* [1]*). Es giebt indessen auch Glasstreifen, bei welchen (wenigstens bei manchen Erregungsarten) abwechselnd zwei sammelnde und zwei zerstreuende Linien an den beiden Oberflächen des Glasstreifens einander gegenüber liegen.*

Wir nahmen eine 3 Fuss lange, $7^1/_4$ Linie weite Glasröhre, verstöpselten sie an ihrem einen Ende und fügten in eine Spalte des Stöpsels einen 1 Zoll breiten, $1^1/_2$ Fuss langen, $^3/_4$ Linie dicken Glasstreif ein, so dass er in einer Flucht mit der Glasröhre war. Dann streueten wir Sand auf den Streifen und brachten die Röhre zum Tönen, indem wir sie mit einem nassen Tuchlappen ihrer Länge nach rieben. Aus wiederholten Versuchen ergab sich, dass die Sandlinien auf den beiden Oberflächen bei einigen Glasstreifen abwechselnd lagen, bei anderen Glasstreifen einander gegenüber lagen, gegen Savart's Behauptung im vorigen Bande S. 398 [2]).

§ 7.

Endlich füge ich noch bei, dass wir Wheatstone's Versuche [3]) (durch die er eine Polarisation des Schalles hervorgebracht zu haben glaubt) wiederholt und bestätigt gefunden haben [4]). Man hält senkrecht auf einen Resonanzboden das Ende einer Leiste von Fichtenholz und setzt, nahe am andern Ende dieser Leiste, den Stiel einer

[1]) [W. Weber's Werke I, p. 10.] [2]) [Ebenda, p. 10.]

[3]) Annals of Philosophy New series No. XXXII Aug. 1823, pag. 81.

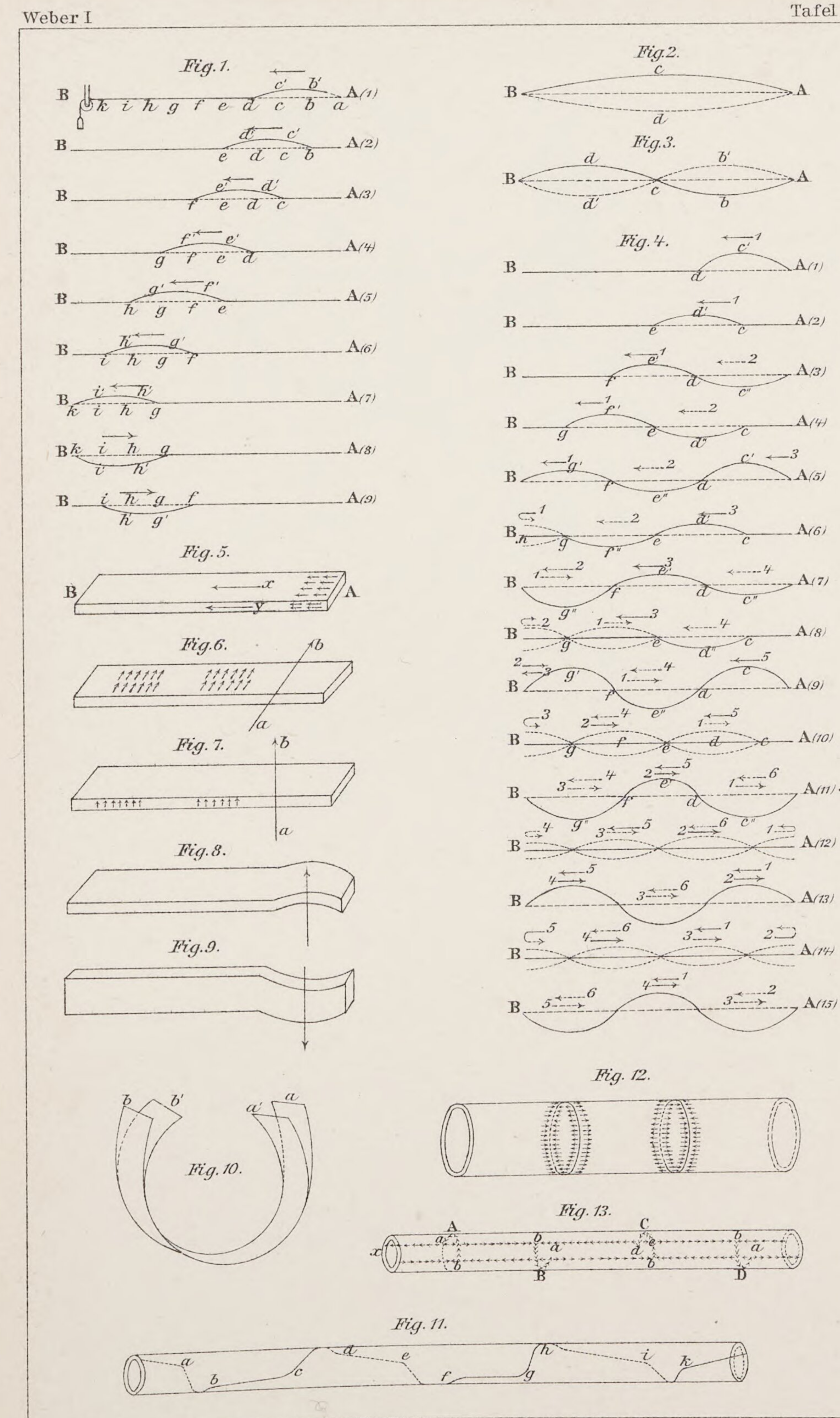
[4]) Man sehe unsere Schrift: Wellenlehre u. s. w. § 300.

schwingenden Stimmgabel perpendikular auf dieselbe. Drehet man hierauf die Stimmgabel um die Axe ihres Stieles, so resonirt der Resonanzboden bald stärker bald schwächer, je nach der Lage der Zinken der Stimmgabel. — Um bei Beobachtung dieser Erscheinung nicht durch eine andere (an sich nicht minder merkwürdige) gestört zu werden, welche wir in unserer angeführten Schrift § 271—273 untersucht haben, ist es nöthig, das Ohr von der Stimmgabel etwas entfernt zu halten.

Man muss hier eine doppelte Art, wie die Stimmgabel einem Körper, den sie berührt, Schwingung mittheilen kann, unterscheiden: nämlich 1) durch sehr feine successive Erzitterungen der einzelnen Theilchen des Stiels der Stimmgabel (diese geschehen nach Savart immer parallel der Schwingung der Zinken der Stimmgabel), welche von den durchgehenden Schallwellen hervorgebracht werden; 2) durch eine Bewegung, die dem *ganzen* Stiele in der Richtung seiner Länge abwechselnd hin- und rückwärts mitgetheilt wird. Vermöge dieser Bewegung hüpft die Stimmgabel sehr schnell auf einer Platte, auf die ihr Stiel senkrecht gehalten wird. Diese hüpfende Bewegung muss hier durch *Festhalten des Stieles nahe am Ende*, wo er aufgesetzt wird, vermieden werden.

Man bringe in der Art eine in *horizontaler* Lage festgehaltene schwingende Stimmgabel mit dem Ende ihres Stieles an das obere Ende der breiteren Fläche einer senkrecht gehaltenen, etwa 1 Fuss langen Holzleiste, die mit ihrem unteren Ende auf einem Resonanzboden senkrecht aufsteht, so dass die beiden Zinken der Stimmgabel in der Richtung der Holzleiste *über* einander liegen. Dem Stiele der Stimmgabel werden von den schwingenden Zinken Schallwellen mitgetheilt, und diese werden (allen Savart'schen Versuchen gemäss), indem sie durch den Stiel hindurchgehen, die Theilchen desselben successiv in eine geradlinige, der ursprünglichen Erschütterung (d. h. den Schwingungen der beiden Gabeln) parallele Hin- und Rückschwingung versetzen. Die Schallwellen, welche in dem Stiele der Stimmgabel eine *normale* Erzitterung hervorbrachten, bringen in der Holzleiste eine *tangential longitudinale* Erzitterung hervor. Wenn die Schallwelle sich bis ans untere Ende der Holzleiste fortgepflanzt hat, so müssen die Theilchen der Holzleiste senkrecht gegen den Resonanzboden stossen, und diesen dadurch in *normale* Erzitterung bringen.

Auf eine andere Art wird die Fortpflanzung der Schallwellen geschehen, wenn die Stimmgabel so an die Holzleiste gehalten wird, dass die beiden Zinken *horizontal neben* einander liegen. Die Schallwellen werden alsdann die Theilchen des Stieles der Stimmgabel in eine horizontale Schwingung, parallel mit der Schwingung der beiden Zinken und senkrecht auf die Länge des Stieles, versetzen. Die Theilchen der Holzleiste werden nun also nicht, wie vorher, in tangential-longitudinale,


Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8.
Fig. 9.
Fig. 10.
Fig. 11.
Fig. 12.
Fig. 13.

sondern in *tangential-transversale* Schwingung von der durchgehenden Schallwelle versetzt werden. Wenn diese tangential-transversale Schwingung sich bis an's untere Ende der Holzleiste fortgepflanzt hat, so werden die untersten Theilchen nicht senkrecht auf den Resonanzboden stossen, sondern die angrenzenden Theilchen des Resonanzbodens blos durch Reibung in *tangentiale* Erzitterung bringen.

Wir wissen aber aus SAVART's Versuchen (s. den vorigen Band S. 411 u. folg. § 8 [1]), dass eine Scheibe, die durch Schallwellen in normale Erzitterung gebracht wird, stärker resonirt oder tönt, als wenn sie in tangentiale Erzitterung gebracht wird. Der Resonanzboden wird also, wie wir oben gezeigt haben, wenn die Zinken der Stimmgabel senkrecht unter einander stehen, in normale Erzitterung gesetzt, wenn die Zinken neben einander sich befinden, in tangentiale. Also ist die Verminderung der Stärke bei dieser Drehung der Stimmgabel vollkommen übereinstimmend mit SAVART's Versuchen und durch das Gesetz, dass die Schallwellen bei ihrer Ausbreitung alle nahe liegenden Theilchen in parallele geradlinige Schwingungen versetzen, erklärt.

Dadurch wird nun auch der dritte Fall der WHEATSTONE'schen Versuche deutlich werden, wenn die Holzleiste nämlich selbst aus zwei einen rechten Winkel bildenden Theilen besteht, wodurch der Ton geschwächt wird, da auch dann der Resonanzboden tangential erzittern muss.

Diese Ansicht der Sache wird noch dadurch bestätigt, dass einmal keine Aenderung der Stärke des Tones eintritt, wenn man die Stimmgabel unmittelbar senkrecht auf die Fläche des Resonanzbodens stellt und sie dann drehet, indem man das Ohr in einiger Entfernung über die Stimmgabel hält; dass dagegen eine sehr bedeutende Aenderung des Tones eintritt, wenn man senkrecht auf die schmale Seitenfläche des Resonanzbodens (wozu ein dünner Tisch von Fichtenholz dienen mag) die Stimmgabel aufsetzt. Stehen die Hauptflächen der Zinken parallel mit der Oberfläche dieses Resonanzbodens, so ist der Ton stark; stehen die Hauptflächen der Stimmgabel senkrecht auf der Fläche des Resonanzbodens, so ist der Ton schwach: weil im ersteren Falle der Resonanzboden von der Schallwelle in normale Erzitterung gebracht wird, im zweiten Falle in tangentiale.

Diese WHEATSTONE'schen Versuche sind also darum interessant, weil sie auf eine eigenthümliche Weise, die schon vorher von SAVART entdeckten zwei Gesetze bestätigen, dass durchgehende Schallwellen alle Theile eines Systems verbundener Körper in parallele Erzitterung versetzen, und dass normal zitternde Flächen stärker resoniren als tangential erzitternde.

[1]) [W. WEBER's Werke I, p. 18.]

III.

Ueber Polarisation des Schalles in einem anderen Sinne, als dem Wheatstone'schen.

Versuche und Bemerkungen im physikalischen Seminarium zu Halle,

von

Wilhelm Weber.

[Schweigger's Jahrbuch der Chemie und Physik, XVI, p. 108—112, 1826.]

Von der sogenannten Polarisation des Schalles im Sinne WHEATSTONE's war jüngst in diesem Jahrbuche für 1825, 11. Heft, S. 307 [1]) die Rede, und ich bezog mich damals schon auf eine Stelle aus der von mir gemeinschaftlich mit meinem Bruder in Leipzig herausgegebenen *Wellenlehre.* Ich will von dieser Stelle hier einen Auszug mittheilen.

Eine Stimmgabel tönt am stärksten, wenn man ihre breite Seite dem Ohre zukehrt; der Ton ist aber fast eben so stark, wenn man die Stimmgabel um 90° um die Axe ihres Stieles dreht, so dass die beiden schmaleren Seiten der beiden Zinken parallel mit der Ohrmuschel sind, während man wohl eher erwarten möchte, dass sich von diesen schmalen mit der Schwingung der Zinken parallelen Seiten die schwächsten Schallwellen zum Ohre fortpflanzen. Diese starke Verbreitung des Schalles in zwei Richtungen, die einen rechten Winkel mit einander bilden, hängt nicht von der Form und Lage der die Stimmgabel begrenzenden Flächen ab. Denn wenn auch an die Stelle sowohl der breiteren, als der schmaleren Flächen einer gewöhnlichen Stimmgabel blosse Kanten treten — wie dies bei einer dreiseitigen Stimmgabel der Fall war, mit der eine Reihe von Versuchen gemacht wurde —, so zeigt sich hier die starke Verbreitung des Tones, wenn man eine dieser Kanten dem Ohre zukehrt, ebenso, als befände sich noch wie vorher eine Fläche an dieser Stelle.

[1]) [W. WEBER's Werke I, p. 57.]

Dagegen wird der Ton schwächer, wenn man die von der breiten und schmalen Fläche der Zinke einer gewöhnlichen Stimmgabel gebildete Kante dem Ohre zukehrt, und in einer bestimmten Richtung (ungefähr in der Richtung der Diagonale des Rechtecks, welches die Zinke an ihrem oberen Ende begrenzt) verschwindet der Ton ganz. Auch dieses *Verschwinden* des Tones, und die Richtung in welcher es Statt findet, ist zwar von dem Verhältniss der Breite der Zinke zu ihrer Dicke abhängig, aber unabhängig von der Form und Lage der die Zinken begrenzenden Flächen, ebenso, wie die Erscheinung der starken Verbreitung des Schalles nach zwei unter einander rechtwinkligen Richtungen davon unabhängig war. Denn wenn auch an die Stelle der Kanten einer gewöhnlichen Stimmgabel Flächen treten — wie dies bei der angeführten dreiseitigen Stimmgabel der Fall war —, so zeigt sich hier das Verschwinden des Tones, wenn man eine dieser Flächen dem Ohre zukehrt.

Auf ähnliche Art hört man auch den Ton, wenn man die beiden kleinen Rechtecke dem Ohre zukehrt, welche bei einer Stimmgabel von gewöhnlicher Form die oberen Enden der Zinken begrenzen. Dreht man nämlich die Stimmgabel allmählig um eine von den diese Rechtecke begrenzenden Kanten wie um eine Axe in der Art, dass sich eine Seitenfläche der Stimmgabel dem Ohre zuzukehren anfängt: so wird der Ton schwächer, verschwindet in einer gewissen Richtung ganz, kommt bei fortgesetzter Drehung wieder zum Vorschein und erreicht seine grösste Stärke, wenn die Seitenfläche völlig parallel mit der Ohrmuschel ist.

Diese Erscheinungen entstehen nicht durch den wechselseitigen Einfluss der zwei schwingenden Zinken, da sie auch Statt finden, wenn man die eine Zinke in eine feste Röhre bringt, wodurch sie von der andern Zinke abgesondert wird.

Es stehe hier noch die

Tabelle

über die Veränderung der Richtung, in welcher der Ton verschwindet, bei Abänderung des Verhältnisses der Breite der Zinke zu ihrer Dicke.

Stimmgabeln, welche alle den Ton $\overline{a}$ gaben	Breite der Zinken	Dicke der Zinken	Entfernung der Zinken von einander	Winkel, den die Richtung, wo der Ton verschwand, mit der breiten Seite der Zinke machte	Zahl der Versuche	Grösste Abweichung der Versuche vom Mittel
No. 1.	3,5 Lin.	1,1 Lin.	4,8 Lin.	$144^1/_4$ °	8	$2^1/_2$ °
„ 2.	2,9 „	1,75 „	2,4 „	$139^1/_2$ °	8	4 °
„ 3.	2,5 „	1,5 „	4,1 „	134 °	10	4 °

Bei einer Stimmgabel, deren Zinken gleichseitige dreiseitige Prismen bildeten, war der Winkel, den die Richtung, in welcher der Ton verschwand, mit der Seite der Stimmgabel machte, die ihrer Breite parallel ist, $124^1/_2{}^0$.

Genauer können diese Messungen angestellt werden, wenn man den Versuch auf eine von unserem berühmten Physiker, Herrn Dr. Chladni, angegebene Art abändert. Nachdem sich nämlich dieser ausgezeichnete Akustiker von der Richtigkeit der angeführten Erfahrung überzeugt: so machte er uns aufmerksam, dass dieser Versuch viel eher den Namen einer *Schallpolarisation* verdienen könne, als Wheatstone's Versuch, und dachte folgende sinnreiche Art aus, auf eine überraschende Weise diese Erscheinung einer ganzen Gesellschaft mit Leichtigkeit darlegen zu können.

Bekanntlich hat Savart[1]) auf die Verstärkung des Tones durch das Mitklingen einer denselben Ton angebenden Orgelpfeife aufmerksam gemacht. Da es bei Verfertigung der von Chladni erfundenen Instrumente, in welchen Eisenstäbe den Ton geben, viel auf genaue Stimmung dieser Eisenstäbe ankommt: so hatte sich schon längst Chladni dieses Verstärkungsmittels des Tons bedient, indem er die schwingenden Stäbe über gewöhnliche kleine Flaschen hielt, welche durch Anblasen denselben Ton gaben. Desselben Mittels kann man sich bedienen, um den vorhin angeführten subjektiven Versuch objektiv zu machen.

Statt einer Orgelpfeife nimmt Chladni gewöhnliche (unten bauchige) Arzeneigläschen von etwa 1—2 Unzen Inhalt, und stimmt diese, wenn sie bei dem Anblasen einen tieferen Ton geben, als die Stimmgabel, durch Eingiessen von etwas Wasser (wodurch die Luftsäule im Glase, das gewissermassen als eine unten verschlossene Orgelpfeife zu betrachten ist, verkürzt wird) auf den Ton, welchen die Stimmgabel angiebt. Sobald dies erreicht ist: so wird der Klang der über die Oeffnung des Glases gehaltenen Stimmgabel überaus verstärkt. Und dreht man die angeschlagene Stimmgabel (ebenso wie vorhin angeführt vor dem Ohre) nun vor der Oeffnung des zu ihr stimmenden kleinen Unzenglases im Kreise: so wird der Ton viermal lebhaft hervortreten, und viermal (nämlich in den vorhin bestimmten diagonalen Lagen) wieder verschwinden. Man kann diesen Versuch, wie man sich leicht denkt, auch mit gewöhnlichen unten verschlossenen Glasröhren machen, welche man nach Chladni's Methode durch hineingegossenes Wasser stimmt. Indess sind gewöhnliche (unten ausgebauchte) Arzeneigläschen bequemer, und Jedem, der diese Versuche wiederholen will, sogleich zur Hand. Uebrigens

[1]) Siehe d. Jahrb. 1825. II. 423. [W. Weber's Werke I, p. 25.]

sieht man leicht, dass auf diese Art die Stelle, wo der Ton verschwindet, genau im Verhältnisse zu der Lage der Stimmgabel bestimmt, und der (wenn wir uns so ausdrücken wollen) Polarisationswinkel des Schalls mit Schärfe gemessen werden kann. Ich werde nicht versäumen, die Versuche in dieser abgeänderten Form noch weiter zu verfolgen.

Wahrscheinlich hängt damit auch folgender in unserer *Wellenlehre* § 274 angeführte Versuch zusammen, dass nämlich eine schnell um die Axe ihres Stieles gedrehete Stimmgabel aufhört den Ton an die Luft mitzutheilen, welcher sogleich wieder erscheint, wenn die Umdrehung plötzlich gehemmt wird.

IV.

Ueber Unterbrechungen der Schallstrahlen in der, transversal schwingende Stäbe und Gabeln umgebenden, Luft.[1])

Von

Wilhelm Weber,

akadem. Docenten zu Halle.

[Schweigger's Jahrbuch der Chemie und Physik, XVIII, p. 385—430, 1826.]

§ 1.

Man ist schon durch die alltäglichsten Erfahrungen berechtigt, anzunehmen, dass ein Schall in derjenigen Richtung am deutlichsten hörbar sein werde, in welcher die Luft von dem Schall erregenden Körper gestossen wird, und in welcher sich also der Schall erregende Körper selbst hin und her bewegt; so dass man z. B. die Stimme eines Menschen in derjenigen Richtung weiter und deutlicher vernimmt, in welcher er ruft, in den übrigen desto weniger weit und deutlich hört, je mehr sie sich von der Richtung der ursprünglich erschütterten Luft entfernen. Eine Stimmgabel macht zwar von dieser Regel eine scheinbare Ausnahme, indem man den Schall nicht nur in der Richtung, in welcher die beiden Zinken hin und her schwingen, sondern auch nach beiden Seiten derselben, d. h. in einer Richtung, welche auf die vorige senkrecht steht, sehr deutlich und weit hört, und oft in der letzteren Richtung deutlicher und weiter vernimmt, als in der ersteren[2]). Herr Dr. Chladni hat diese scheinbare Ausnahme, auf welche mein Bruder und ich in der von uns herausgegebenen Wellenlehre[3]) aufmerksam gemacht hatten, in Kastner's Archiv[4]) sehr genügend erklärt, indem er darauf aufmerksam macht, dass eine ihren tiefsten Ton gebende Stimmgabel so schwinge, dass ihre Zinken sich bald einander nähern und

[1]) [Hierzu Tafel III.]

[2]) Siehe Schweigger's Jahrbuch der Chemie und Physik, XVI, p. 108, 1826.

[3]) § 271 bis 275. [W. Weber's Werke V.]

[4]) Bd. 7, Heft I, p. 92.

dadurch die Luft aus dem zwischen ihnen liegenden verengerten Zwischenraume austreiben, bald sich von einander entfernen und dadurch Luft in den zwischen ihnen liegenden vergrösserten Raum hineinziehen, und auf diese Weise die Luft in der Querrichtung der Stimmgabel hin und her stossen. Wenn diese Erklärung die richtige ist, so muss ein einfacher Stab blos nach einer Richtung, in der Richtung seiner Schwingungen, sehr laute Schallwellen aussenden, und in der auf dieser senkrechten Richtung viel schwächer vernehmbar sein. In der That kann ich dieses, nach Versuchen, die ich mit einem, an seinem oberen Schwingungsknoten an einem Faden aufgehangenem Stabe machte, bestätigen. Obgleich der Stab vier vollkommen gleiche Seiten hatte, so ist doch der Ton nach der Richtung, in der ich den Stab anstosse, weit deutlicher und weiter vernehmlich, als in der darauf senkrechten Richtung.

Ganz verschieden von dieser einfach zu erklärenden Erscheinung ist eine zweite, welche sowohl Stimmgabeln als einfachen Stäben zukommt, dass es nämlich an *jedem Stabe,* er mag rund, dreiseitig oder vierseitig sein, *vier verschiedene von demselben ausgehende Flächen giebt, in welchen der Ton des Stabes entweder äusserst schwach, oder gar nicht vernehmbar ist,* und dass diese Linien zwischen der Richtung, in welcher der Stab schwingt, und der Seitenrichtung, welche auf jener ersteren senkrecht ist, ziemlich in der Mitte liegen. Auch an einer tönenden Stimmgabel unterscheidet man diese vier Richtungen, und man würde acht unterscheiden (wie Chladni in Kastner's Archiv, Bd. 8, Heft 1, p. 102 bemerkt), wenn nicht die starken, von dem Zwischenraume der beiden Zinken ausgehenden Schallwellen vier dieser Linien zu unterscheiden hinderten. Man kann sich von der Lage dieser vier Linien, in welcher der Ton unhörbar ist, dadurch überzeugen, dass man eine angeschlagene Stimmgabel vor das Ohr hält, und sie, ohne sie dem Ohre zu nähern, oder sie von demselben zu entfernen, während sie tönt, um ihre Längenaxe dreht, so, dass die Gabel nach und nach dem Ohre alle ihre vier Seiten zuwendet. Chladni hat ein Verfahren angegeben, mittelst dessen man diese Erscheinung einer ganzen Gesellschaft zugleich zeigen kann, indem man nämlich die Stimmgabel vor die Oeffnung eines Cylinders oder einer Flasche hält, deren Luftsäule ungefähr denselben Ton, als die Stimmgabel, zu geben geneigt ist. Eine solche Luftsäule wird nämlich dadurch nach Savart's Entdeckung selbst zu tönen genöthigt [1]).

Diese von meinem Bruder und mir in der von uns herausgegebenen Wellenlehre bekannt gemachten Beobachtungen haben die Aufmerksamkeit einiger Physiker auf sich gezogen, weil diese Erscheinungen in gewissen Rücksichten Aehnlichkeit zu haben scheinen mit den durch

[1]) S. Bd. XVI dieses Jahrbuches, p. 111. [W. Weber's Werke I, p. 62.]

Polarisation oder Interferenz entstehenden Lichterscheinungen. Jetzt, wo es sich hinsichtlich der Theorie des Lichtes bald entscheiden muss, ob man der Newton'schen Emanationstheorie noch ferner vor Huyghen's Wellentheorie des Lichtes den Vorzug geben solle, ist es wichtig, die sich entsprechenden Erscheinungen der Wellenbewegung des Wassers und der Schall leitenden Luft mit den bei der Fortpflanzung des Lichtes Statt findenden zu vergleichen. Einen solchen Vergleichungspunkt bieten die *sichtbaren Interferenzen der Wasserwellen, die unsichtbaren, aber durch das Gehör unterscheidbaren Interferenzen der Schall leitenden Luftwellen,* und die *vermutheten Interferenzen der Lichtwellen* dar.

Wir haben in unserer Wellenlehre gezeigt, wie, wenn der über dem Niveau des Wassers erhabene Theil einer Welle, den man Wellenberg nennt, einem gleich grossen, aber unter dem Niveau vertieften Theile einer anderen Welle begegnet, beide in dem Augenblicke, wo sie durch einander durchgehen, ihre Erhebung und Vertiefung dadurch vernichten, dass der Wellenberg die Vertiefung des Wellenthales ausfüllt, wobei die kleinsten Wassertheilchen eine fast doppelt so schnelle Bewegung erhalten, als die ist, mit welcher sie sich beim Fortgange einer einfachen Welle bewegen, und vermittelst welcher sich jede der Wellen nach ihrem Durcheinandergehen weiter fortpflanzt. Umgekehrt verdoppelt sich, während sich zwei Wellenberge begegnen, im Augenblicke ihrer Vereinigung ihre Höhe, verzweifacht sich, während sich zwei Wellenthäler begegnen, ihre Tiefe, indem sich zugleich die entgegengesetzte Bewegung der kleinen Wassertheilchen der sich begegnenden Wellen aufhebt.

Eine ähnliche Erscheinung kennt man schon längst bei den sich fortpflanzenden Schallwellen. Schon vor Tartini wusste man in Deutschland, dass, wenn man auf einer recht rein gestimmten Orgel zwei Töne angiebt, welche in dem Verhältnisse einer Quinte zu einander stehen, ausser diesen beiden Tönen ein dritter, viel tieferer Ton gehört wird, der genau der Oktave des tieferen jener beiden Töne entspricht. Die Wellen nämlich, welche diesen beiden eine Quinte bildenden Tönen angehören, fallen so ineinander, dass jede zweite Welle des tieferen Tones mit jeder dritten Welle des höheren Tones sich vereinigt, und ihren Stoss auf das Gehörorgan verdoppelt. Diese *verstärkten* Stösse folgen so schnell auf einander, dass sie die Empfindung eines Tones, und zwar die der unteren Oktave des tieferen der beiden angeschlagenen Töne hervorbringen.

Gleichfalls *durch eine Erscheinung der Interferenz scheinen die vier Flächen, in welchen der Ton der Stimmgabel unhörbar ist, zu entstehen.* Indem eine Zinke einer Stimmgabel sich nach vorwärts bewegt, verdichtet sie vor sich her die Luft, die nicht schnell genug ausweichen kann, verdünnt hinter sich her die Luft, welche nicht schnell genug

in den von ihr verlassenen Raum eindringen kann. Die vor der Stimmgabel liegende Verdichtung der Luft verbreitet sich in der Gestalt einer verdichtenden Welle durch den Luftraum, und zwar auch um die Kante der Stimmgabel herum in allen Richtungen mit gleicher Geschwindigkeit. Dasselbe thut die hinter der Stimmgabel hervorgebrachte Verdünnung der Luft, indem sie als verdünnende Welle fortschreitet, und sich auch von der Kante der Stimmgabel aus kreisförmig verbreitet. Würden nun die von einer Zinke erregte verdichtende und verdünnende Welle ganz genau gleichzeitig erregt, und wären auch beide immer genau gleich breit, so würden sie sich, indem sie sich um die Kanten der Stimmgabel herumbeugten, genau in einer Linie, welche auf der schmalen Seitenfläche der Zinke senkrecht steht, so begegnen, dass die Bewegung der Theilchen sich aufhebt. Will man daher den Grund auffinden, warum die Aufhebung beider Wellensysteme nicht hier, sondern in der Nähe der Kante, in einer schiefen Richtung gegen die Flächen der Zinke Statt habe, so muss man eine Ursache ausmitteln, welche entweder bewirkt, dass die von einer Zinke ausgehenden verdichtenden und verdünnenden Wellen wirklich nicht vollkommen *gleichzeitig* erregt werden, oder nicht genau *gleich breit* sind. Um eine Erklärung dieser Erscheinung zu begründen, war es erforderlich, auszumitteln, ob die Linien, in denen der Ton unhörbar ist, gerade oder gekrümmt sind, und welche Krümmung, im Falle sie gekrümmt wären, sie wohl haben möchten. Diese Untersuchung ist es, welche ich hier mitzutheilen mir vorgesetzt habe.

Zu diesen Versuchen war dreierlei erforderlich. Erstens, dass ich die vor der Mündung der senkrecht stehenden Flasche horizontal befestigte Stimmgabel um ihre Längenaxe drehen könnte, ohne dass sie sich jener Oeffnung näherte oder von ihr entfernte. Dieses wurde dadurch bewirkt, dass eine vom Mechanikus Hofmann in Leipzig sehr genau gearbeitete Stimmgabel mit ihrem Stiele in die Axe eines Wollaston'schen Reflexionsgoniometers eingefügt wurde. Herr Professor Germar hatte die Güte, mir dieses vortreffliche Instrument, welches zur Messung der Winkel der Krystallflächen gebraucht wird, zu leihen. Zweitens mussten die Winkel genau gemessen werden, welche die Flächen der Stimmgabel mit der Oeffnung der Flasche dann bildeten, wann der Ton am schwächsten gehört wurde. Hierzu diente dasselbe Goniometer. Ferner, dass die Oeffnung der mittönenden Flasche bis auf eine nur $^3/_{10}$ Linien breite Spalte geschlossen wurde. Endlich, dass bei der Drehung der Stimmgabel *von beiden Seiten her die Grenzen* aufgesucht wurden, wo ihr Ton verschwand, und auf diese Weise der Mittelpunkt zwischen beiden Grenzen gefunden wurde, wo das Verschwinden des Tones am vollkommensten war. Drittens musste der Apparat so ein-

gerichtet werden, dass man den Ton der Stimmgabel ohne Vermittelung der Flasche nicht hörte, welchen Zweck man dadurch erreichte, dass man eine Stimmgabel, die einen tieferen Ton, als die gewöhnlichen Stimmgabeln gab, wählte, und dieselbe nicht unmittelbar in das Goniometer einfügte, sondern ihren Stiel vorher mit Papier umwickelte, um die Mittheilung der Schwingungen an das Goniometer zu hindern, und eine beträchtliche Resonanz desselben zu vermeiden. Aus den auf diese Weise gemachten Beobachtungen, welche an sich schon einander sehr nahe kamen, und aus denen, um noch sicherer zu gehen, bei der Bestimmung jedes Punktes, wo der Schall unhörbar wäre, aus mehreren Beobachtungen das Mittel gezogen wurde, ergab sich folgendes Resultat:

Die vier Flächen, die von einer Stimmgabel ausgehen, in welchen der Ton nicht gehört wird, sind keine ebenen Flächen, sondern *gekrümmte,* vielleicht *hyperbolische, deren Brennpunkte in den Kanten der Stimmgabeln, und deren Scheitel 0,404 Pariser Linien von den Brennpunkten entfernt liegen;* denn die Linien haben ihren Anfang nicht in den Kanten der Stimmgabel, sondern in den *Seitenflächen der Zinken,* nahe bei der Kante, ferner sind dieselben *anfangs bedeutend gekrümmt,* nähern sich aber in *grösserer Entfernung einer geraden,* die, rückwärts verlängert, ohngefähr in die *Mitte der Seitenfläche der Zinke* auftrifft. Wir kommen nun zur Auseinandersetzung der Versuche, aus welchen die angeführten Folgerungen gezogen sind.

§ 2.

Die wichtigsten Gesetze, welche im Verlauf dieser Abhandlung über die Unterbrechung der Schallstrahlen durch Versuche nachgewiesen werden sollen, sind folgende:

1) Dass die Unterbrechungen der Schallstrahlen nahe bei den Kanten der Stimmgabel, nicht blos an den Enden der Zinken, sondern längs den ganzen Kanten Statt findet, und zwar überall auf dieselbe Art, und an derselben Stelle, d. h. wenn man irgend wo eine Stelle gefunden hat, wo der Schall der Stimmgabel verschwindet, und man zieht von hier eine Parallellinie mit der nächsten Kante der Stimmgabel, so wird in dieser ganzen Linie (soweit die Stimmgabel reicht) *der Ton der Stimmgabel nicht gehört.*

2) Dass bei einer und derselben Stimmgabel, wenn sie immer denselben Ton giebt, die Lage und Gestalt der Punkte, Linien und Flächen, in welchen die von der Stimmgabel ausgehenden Schallstrahlen unterbrochen werden, in der die Stimmgabel umgebenden Luft unverändert bleiben.

3) Dass alle Punkte, wo der von der Stimmgabel ausgehende Ton verschwindet, zusammengenommen, hyperbolische Cylinder bilden, deren

senkrechte Durchschnitte Hyperbeln sind, welche ihre Brennpunkte in den Kanten der Stimmgabel haben. Dieser wichtige Satz umfasst zugleich auch die folgenden drei Sätze, welche ich besonders noch anführe, weil sie besonders aus den Versuchen abgeleitet werden können.

4) Dass alle Punkte, in welchen der von der Stimmgabel ausgehende Ton verschwindet, eine gekrümmte, aber blos einfach gekrümmte Fläche bilden. Diese Fläche ist nämlich gekrümmt in den Richtungen senkrecht auf die Kanten der Stimmgabel; in der Richtung parallel mit diesen Kanten findet keine Krümmung Statt.

5) Dass die Krümmung dieser Fläche, in welcher der Schall der Stimmgabel nicht gehört wird, desto grösser ist, je mehr man sich einer Kante der Stimmgabel nähert; dass die Fläche aber, je mehr man sich von den Kanten der Stimmgabel entfernt, desto ebener wird und desto mehr mit der sie berührenden Ebene zusammenfällt.

6) Dass, wenn man eine dieser entfernter berührenden Ebenen rückwärts verlängert, diese Ebene auf eine Seitenfläche der Zinke trifft, und zwar so, dass sie diese ihrer ganzen Länge nach halbirt.

7) Eine ähnliche Unterbrechung der Schallstrahlen, wie in der Nähe der Kante, wo Vorderfläche und Seitenfläche einer Zinke zusammenstossen, findet auch Statt an der Kante, wo Vorderfläche und die kleine Endfläche der Zinke zusammenstossen; aber, was bei der Erklärung des Phänomens zu berücksichtigen ist, keineswegs findet dieselbe Erscheinung in der Nähe derjenigen Kante Statt, welche eine Seitenfläche der Zinke mit der kleinen Endfläche verbindet.

Diese und einige andere Gesetze werden in einer anderen Ordnung, wie die Aufeinanderfolge der Versuche sie giebt, in den folgenden Paragraphen nachgewiesen werden.

§ 3.

Wir wollen mit den Versuchen anfangen, welche beweisen:

No. 1. *die Unterbrechungen der geradlinigen Schallstrahlen, oder die Interferenzflächen, finden auch bei einfachen tönenden Stäben Statt* [1]), obgleich sie bei Stimmgabeln zuerst und am deutlichsten beobachtet worden sind. Ich habe die Unterbrechungen der Schallstrahlen auf folgende Weise bei einem einfachen, geraden, tönenden Stabe beobachtet. Einen 8 Pariser Zoll langen, 2 Linien breiten und dicken, sehr sorgfältig gearbeiteten Messingstab hing ich an einen Faden auf, nachdem ich $^9/_{40}$ von der Länge des Stabes [2]), d. h. $21^6/_{10}$ Linien abgetheilt, und daselbst an den vier Kanten des Stabes mit einer feinen Feile Ein-

[1]) Siehe, was CHLADNI darüber sagt, in KASTNER's Archiv, Bd. 8, Heft 1, p. 102.

[2]) An dieser Stelle liegt genau der Schwingungsknoten des Stabes, wenn er frei schwingend seinen Grundton giebt.

schnitte gemacht hatte, so dass ich den Faden hier fest um den Stab schlingen konnte. Durch diese lockere Befestigungsart, die Taf. III Fig. 1 dargestellt ist, erreichte ich, dass der Stab so lange oder noch länger als eine Stimmgabel forttönte. Er gab den Ton $\bar{g}$. Ich berührte mit der Fingerspitze die eine Fläche des Stabes, und konnte auf diese Weise beliebig verschiedene Flächen dem Ohre durch Drehung des Fingers zuwenden. Wenn ich nun mit dem herabhängenden Ende des Stabes an eine Tischkante stiess, so berührte entweder gleich im ersten Momente die *ganze Fläche des Stabes* den Tisch, oder es stiess eine *Kante des Stabes* an. Nur im ersten Falle konnte man die Unterbrechung der Schallstrahlen deutlich beobachten. Im letzteren Falle hörte man an der Kante der Stimmgabel Schwebungen, denen ähnlich, welche durch zwei verschiedene, aber sehr nahe liegende Töne entstehen.

An einer Eisenstange von 2 Pariser Fuss, 11 Zoll Länge, $6\frac{1}{2}$ Linie Breite und Dicke, theilte ich $\frac{5}{53}$ ihrer Länge[1]), d. h. $39\frac{1}{2}$ Linie ab, hielt den Stab an dieser Stelle zwischen zwei Fingerspitzen, und schlug mit dem Finger nahe am oberen Ende eine von den Flächen, auf welche kein Finger drückte, der Stab gab den Ton $\bar{a}$. Die Erscheinung des Verschwindens des Tones an einer bestimmten Stelle, wenn die Kante des Stabes gegen das Ohr gewendet war, und das schwache Wiedererscheinen des Tones, wenn man die Finger noch weiter drehte, so dass die Seitenfläche des Stabes vor das Ohr zu liegen kam, war an diesem grossen Stabe sehr deutlich, und man sieht daraus, dass dieselbe Erscheinung Statt findet auch bei verschiedenen Schwingungsarten des Stabes; denn diese Eisenstange gab nicht ihren Grundton, sondern ihren zweiten Falsetton, und bildete vier Schwingungsknoten.

§ 4.

Alle folgenden Sätze betreffen die Stimmgabeln insbesondere, weil die Erscheinung der Unterbrechung der Schallstrahlen an ihnen am deutlichsten und genauesten beobachtet werden kann.

Die Stimmgabel, die ich zu diesen Versuchen gebrauchte, war von Messing. Ihre Zinken, ohne die untere Krümmung, 4 Pariser Zoll lang, 2 Linien dick und breit. Jeder Durchschnitt der Zinken, und also auch ihre kleinen oberen Endflächen, bildeten ein Quadrat. Die Zinken standen gerade um ihre Breite, d. h. 2 Pariser Linien von einander ab, so dass der zwischen beiden gelegene Raum ebenfalls, wie die Zinken selbst, ein quadratisches Prisma bildete. Die vier Flächen jeder Zinke standen *vollkommen senkrecht aufeinander*, und dieses war das Haupterforderniss, ohne welches solche feine Versuche, wie die folgenden sind,

[1]) An dieser Stelle liegt genau ein Schwingungsknoten des Stabes, wenn er seinen zweiten Flageoletton giebt, d. h. wenn er vier Schwingungsknoten bildet.

gar nicht ausgeführt werden konnten, wie ich durch Versuche mit anderen Stimmgabeln erfahren habe. Sehr nach meinem Wunsche war diese Genauigkeit vom Mechanikus Hofmann in Leipzig in der ganzen Länge der Zinken erreicht, welches wegen der leichten Verbiegbarkeit der Zinken schwer zu erreichen war. Der Stiel der Stimmgabel endlich war genau cylindrisch gedreht, so dass seine Axe verlängert genau in die Mitte des zwischen beiden Endflächen der Zinken gelegenen quadratischen Zwischenraumes eintraf. Diese Stimmgabel gab den Ton *g*, also einen um eine Note tieferen Ton, als die gebräuchlichen Stimmgabeln[1]. Diese Stimmgabel wurde über ein 13 Pariser Zoll im Lichten tiefes, cylindrisches Glas gebracht, das 1 Zoll 8 Linien im Lichten weit war, und mit einem ebenen Rande mündete. Die Luftsäule, welche in diesem Glase eingeschlossen war, war von solcher Länge und Umfang, oder konnte durch etwas hineingegossenes Wasser leicht dahin gebracht werden, dass sie, wenn sie in stehende Schwingungen gerieth, genau denselben Ton gab, als die Stimmgabel, und, wie ich früher[2] (a. a. O. S. 111) beschrieben habe, konnte diese abgestimmte Luftsäule nach Savart's Entdeckung dazu dienen, den Ton der Stimmgabel sehr zu verstärken, und, nach Chladni's Entdeckung, auch dazu, die von meinem Bruder und mir in der *Wellenlehre* § 271—273 bekannt gemachten Unterbrechungen der Schallstrahlen einer tönenden Stimmgabel einer ganzen Gesellschaft zu gleicher Zeit zu zeigen. Diese Glasbüchse konnte durch eine einfache Vorrichtung beliebig höher oder tiefer gestellt werden. Endlich waren zu einer so genauen Untersuchung der Unterbrechungen der Schallstrahlen einer tönenden Stimmgabel, wie S. 67 gesagt ist, noch folgende zwei Vorrichtungen nöthig, 1) die Stimmgabel an ihrem cylindrischen Stiele mittelst eines Goniometers, am besten mit einem Wollaston'schen Reflexionsgoniometer zu drehen; 2) die Mündung des Glases auf eine $\frac{3}{10}$ Linie breite Spalte zu verengen, um den Winkel, welchen diese enge Spalte und die Axe der Stimmgabel mit ihren Flächen macht, durch das Goniometer genau messen zu können.

Das Reflexionsgoniometer hat, wie bekannt, die Fig. 2 abgebildete Gestalt. Die Stücke *a a* nahm ich weg, und setzte dagegen in die Axe den Stiel der Stimmgabel ein, wie es Fig. 3 dargestellt ist. Ferner durch zwei, auf die Mündung der Glasbüchse aufgesiegelte, Glasstücke bildete ich eine gerade $^3/_{10}$ Linie breite, $1^1/_2$ Zoll lange Spalte. Fig. 4 stellt einen senkrechten Durchschnitt der Flasche mit ihrer Spalte und der darüber befindlichen Stimmgabel vor. Jetzt sind die beiden Seitenflächen der beiden Zinken mit den, die Mündung des Glases bedeckenden, Glasplatten parallel, und der Zwischenraum zwischen den Zinken und

[1]) Siehe S. 72, wozu die Tiefe des Tones der Stimmgabel nützte.

[2]) [W. Weber's Werke I, p. 62.]

den Glasplatten 2,23 Linien breit und die Spalte der Glasplatte von der Axe der Stimmgabel 3,23 Linien entfernt. Wenn ich jetzt mit Hülfe einer Schreibfeder die Stimmgabel leise anschlug, so wurde der Ton der in dem Glase mittönenden Luftsäule sehr deutlich gehört. Als ich darauf die Stimmgabel mit Hülfe des Goniometers, während sie tönte, $59\frac{1}{4}^0$ um ihre Axe drehte, wo sie die Fig. 5 dargestellte Lage erhielt, hörte man, wenn man sich in einer beliebigen, wenigstens 6 Zoll grossen Entfernung von der Stimmgabel befand, gar nichts, weder ein Mittönen der im Glase eingeschlossenen Luftmasse, noch den Ton der Stimmgabel selbst. Denn dünne Stäbe, welche so tiefe Töne geben, können ohne Resonanz in *sehr geringer* Entfernung ausserordentlich stark tönen, aber schon in der Entfernung eines halben Fusses wird von diesem starken Tone gar nichts wahrgenommen. Diese Eigenthümlichkeit der tiefen Töne schwingender Stäbe oder Gabeln leistete bei unserem Versuche folgenden wichtigen Dienst. Schon in geringer Entfernung von der Stimmgabel waren alle, von ihr selbst unmittelbar ausgehenden Schallstrahlen so schwach, dass sie keinen Eindruck auf das Gehörorgan machten. Hörte man aber dennoch einen Ton, so kamen die Schallstrahlen von der in der Flasche befindlichen, durch die schwingende Stimmgabel in eine eigene stehende oder tönende Schwingung versetzten Luftsäule. Nachdem die Stimmgabel um $59\frac{1}{4}^0$ gedrehet war, befand sich die Spalte gerade an einer Stelle, wo die Schallschwingungen der Stimmgabel verschwinden, und also konnte dann die im Glase befindliche Luftsäule durch die schwingende Stimmgabel *nicht durch die Spalte* in eine stehende Schwingung gebracht werden, und so kam es, dass man gar nichts hörte, weder die Stimmgabel selbst, noch die Luft im daruntergesetzten Gefässe. Darauf drehete ich die tönende Stimmgabel von neuem, vermittelst des Goniometers. Sogleich hörte man wieder einen Ton, der am stärksten war, als die Stimmgabel die Lage Fig. 6 hatte. Ich hatte $61\frac{1}{2}^0$ gedrehet, als die Spalte sich wieder an einer Stelle befand, wo die von der Stimmgabel ausgehenden Schallstrahlen verschwanden; denn man hörte alsdann gar nichts. Siehe Fig. 7. Ich drehte darauf mit Hülfe des Goniometers die Stimmgabel noch weiter herum, und der Ton kam sogleich wieder zum Vorschein. Als die Stimmgabel die Lage Fig. 8 hatte, war der von der Spalte ausgehende Ton am stärksten. Als ich die Stimmgabel $118\frac{1}{2}^0$ gedrehet hatte, was Fig. 9 dargestellt ist, verschwand plötzlich der Ton. Endlich, wenn ich die tönende Stimmgabel wieder drehete, kam der Ton sogleich wieder zum Vorschein, und wurde in der Lage der Stimmgabel Fig. 10 am stärksten, nahm darauf ab, und verschwand plötzlich gänzlich, als ich $61\frac{1}{2}^0$ gedrehet hatte, wie Fig. 11 dargestellt ist. Die vier Punkte nun, wo nach diesen Versuchen die von der Stimmgabel

ausgehenden Schallstrahlen unterbrochen wurden, *a, b, c, d,* liegen alle gleich weit von der Axe der Stimmgabel *o* entfernt, und sind in dem Kreise, der um *o* durch die Punkte *a, b, c, d* gezogen wird, die einzigen, wo die Schallunterbrechung Statt findet, oder wenigstens, wo sie beobachtet werden kann. Ich habe die Winkel angegeben, unter welchen die Schallunterbrechung Statt fand, wenn die Spalte von der Axe der Stimmgabel *o* 3,23 Linien entfernt war. Diese Winkel, unter welchen der Schall verschwindet, ändern sich, wenn man die Spalte von der Axe der Stimmgabel noch weiter dadurch entfernt, dass man das Glas mittelst einer einfachen Vorrichtung etwas herunter schraubt. Ehe wir zur Vergleichung der für verschiedene Entfernungen der Spalte von der Axe der Stimmgabel erhaltenen Resultate übergehen, will ich noch unter folgenden Nummern einige unerlässliche Bedingungen bei Anstellung dieser Versuche angeben.

1. Man muss vor den Versuchen die Stimmgabel einmal herum drehen, und auf folgende Weise sich versichern, dass die Axe der Stimmgabel *o* dabei unverrückt bleibt. Die Spalte nimmt während der Herumdrehung der Stimmgabel mittelst des Goniometers successiv alle Lagen im Kreise *mqnp* Fig. 12 ein. Wenn *o* nicht verrückt wird durch Drehung der Stimmgabel, so ist die Entfernung $mm' = nn'$ und $pp' = qq'$, was man durch einen spitzwinkeligen, zwischen Stimmgabel und Glasplatten eingeschobenen Keil prüft.

2. Muss nach Seite 68 verhütet werden, dass kein Körper, der mit der Stimmgabel in Berührung ist, merklich resonirt, vorzüglich darf nicht die messingene Kreisscheibe des Goniometers resoniren, und daher darf der cylindrische Stiel der Stimmgabel in die Axe des Goniometers nicht eingeschliffen sein, sondern der Stiel muss etwas schwächer gearbeitet sein als die Axe, damit, wenn er einigemal mit feinem Briefpapier umwunden wird, er genau in die Axe einpasst.

§ 5.

Der Schall der mittönenden Luft (die sich in einer unter die Stimmgabel gesetzten abgestimmten[1]) Flasche befindet, deren Mündung durch zwei Glasscheiben in eine schmale, mit den Kanten der Stimmgabel parallele, Spalte verwandelt worden ist), wird allmählig schwächer, wenn die Spalte der Flasche, der die Stimmgabel vorher ihre Vorderfläche zukehrte, sich der Kante der Stimmgabel nähert; und an einer bestimmten Stelle verschwindet der Ton plötzlich ganz. Siehe S. 68. Aus den jetzt mitzutheilenden Versuchen ergeben sich folgende zwei Sätze:

[1]) *Abgestimmt* ist eine Flasche in Bezug auf einen bestimmten Ton, wenn man durch Hineingiessen von Wasser der inneren Luftmasse eine solche Grösse gegeben hat, dass sie, in stehende Schwingung gebracht, den bestimmten Ton giebt.

No. 2. *Die Stellen, wo der Schall gänzlich verschwindet, bilden nur eine Grenzfläche, die fast gar keine Ausdehnung der Dicke nach hat, so dass, wenn die Stimmgabel im geringsten gedreht wird, die Luft des darunter befindlichen Gefässes sogleich, wenn auch schwach, wieder mittönt.*

No. 3. *Die vier hyperbolischen, die Schallstrahlen unterbrechenden Flächen umgeben die Stimmgabel in einer symmetrischen Stellung, d. h. sie bilden alle mit der Axe der Stimmgabel und zweien ihrer Flächen, an die sie grenzen, gleiche Winkel.*

Die Versuche, welche diese beiden Gesetze beweisen, will ich *zuerst* in Fig. 13 anschaulich darstellen. *o* ist die Axe der Stimmgabel, *de*, *de* ist der senkrechte Durchschnitt der horizontal gehaltenen Stimmgabel. Die Spalte des darunter gesetzten Gefässes wurde anfangs so genähert, dass, wenn man die Stimmgabel um die Axe *o* drehete, die Spalte successiv alle Lagen im Kreise *aaaa* einnahm. Der Schall verschwand, wenn der Winkel $mon = 30^3/_4{}^0$ war, woraus folgt, dass im Punkte *a*, wo sich in diesem Augenblicke die Spalte befand, die von der Stimmgabel ausgehenden Schallstrahlen unterbrochen waren. Darauf wurde die Spalte etwas entfernt, so dass sie bei Umdrehung der Stimmgabel um die Axe *o* successiv alle Stellen im Kreise *bbbb* einnahm. Der Schall verschwand, wenn der Winkel $m'on = 40^3/_4{}^0$ war. Daraus folgt, dass im Punkte *b* die von der Stimmgabel ausgehenden Schallstrahlen unterbrochen waren. Eben so folgte, wenn die Spalte der Flasche noch weiter entfernt wurde, dass die von der Stimmgabel ausgehenden Schallstrahlen in *c, c, c, c,* unterbrochen waren. Die Linien *abc, abc, abc, abc,* stellen daher Durchschnitte der vier hyperbolischen Flächen dar, durch welche die Schallstrahlen unterbrochen werden.

Zweitens gebe ich die Tabelle der gemessenen Winkel selbst. Und zwar wurde der Winkel, wo der Schall am vollkommensten verschwand, auf folgende Weise gemessen. Das Goniometer wurde von der einen Seite her so lange gedreht, bis der Schall verschwand, und nachgesehen, auf welchen Winkel das Goniometer zeigte. Dieses wurde gewöhnlich mehrmals wiederholt, und aus den gefundenen Winkeln das arithmetische Mittel gezogen, wie man dies in der 2., 5., 8. und 11. Kolumne der folgenden Tabelle sieht. Darauf wurde das Goniometer von der anderen Seite her ebenfalls so lange gedreht, bis der Schall verschwand, und nachgesehen, auf welchen Winkel das Goniometer zeigte. Dieses wurde gewöhnlich gleichfalls mehrmals wiederholt, und aus den gefundenen Winkeln das Mittel gezogen, wie man dies in der 3., 6., 9. und 12. Kolumne der folgenden Tabelle sieht. Durch diese zwei Methoden wurden die Stellen, wo der Schall am vollkommensten verschwand, zwischen zwei *Grenzen* eingeschlossen, von wo an das Mitklingen wieder hörbar wurde. Die zwischen beiden *Grenzen* mitten inne gelegene Stelle ist

daher diejenige, wo der Schall am vollkommensten verschwunden war. Diese Mitte zwischen je zwei *Grenzen* ist in der Tabelle in der 4., 7., 10. und 13. Kolumne angegeben. In der ersten Kolumne ist der senkrechte Abstand, in welchem die Axe der Stimmgabel von der Spalte des darunter stehenden Luftgefässes sich befand, als jene Winkelmessungen gemacht wurden.

Tabelle I.

Von den Winkeln, unter welchen die abgestimmte Luftsäule bei verschiedenen Entfernungen der Spalte von der Axe der Stimmgabel [1] *nicht mittönte. Das 16 Linien lange Endstück der Stimmgabel wurde so über die gleich lange, parallele Spalte des Luftgefässes gebracht, dass die Axe der Stimmgabel und die Spalte des Luftgefässes senkrecht unter einander lagen. Es soll bewiesen werden, dass die Schall unterbrechenden Flächen symmetrisch die Stimmgabel umgeben, und dass die Dicke dieser Flächen, wo der Schall völlig verschwindet, sehr gering ist.*

Senkrechter Abstand d. Axe d. Stimmgabel von der Spalte der Flasche.	Grösse des ersten Winkels, wo der Schall verschwand, durch Vorwärtsdrehen des Goniometers bestimmt.		Grösse des ersten Winkels, wo der Schall verschwand, durch Rückwärtsdrehen des Goniometers bestimmt.		Grösse des ersten Winkels, wo der Schall am vollkommensten verschwand.	Grösse des zweiten Winkels, wo der Schall verschwand, durch Vorwärtsdrehen des Goniometers bestimmt.		Grösse des zweiten Winkels, wo der Schall verschwand, durch Rückwärtsdrehen des Goniometers bestimmt.		Grösse des zweiten Winkels, wo der Schall am voll kommensten verschwand.
3''',23	$29\frac{1}{4}^0$		$30\frac{1}{4}^0$		$29\frac{3}{4}^0$	$148\frac{1}{4}^0$		$152\frac{1}{4}^0$		$150\frac{1}{4}^0$
4''',38	$37\frac{15}{16}^0$ $37\frac{7}{16}^0$	$37\frac{11}{16}^0$ [2]	$42\frac{7}{16}^0$ $43\frac{7}{16}^0$	$42\frac{15}{16}^0$	$40\frac{5}{16}^0$	$135\frac{7}{16}^0$ $138\frac{7}{16}^0$	$136\frac{15}{16}^0$	$143\frac{7}{16}^0$ $141\frac{7}{16}^0$	$142\frac{7}{16}^0$	$139\frac{11}{16}^0$
6''',1	$40\frac{7}{12}^0$ $37\frac{7}{12}^0$ $40\frac{7}{12}^0$	$39\frac{7}{12}^0$	$44\frac{7}{12}^0$ $49\frac{7}{12}^0$ $47\frac{7}{12}^0$	$47\frac{1}{4}^0$	$43\frac{5}{12}^0$	$130\frac{7}{12}^0$ $132\frac{7}{12}^0$ $134\frac{7}{12}^0$	$132\frac{7}{12}^0$	$140\frac{7}{12}^0$ $140\frac{1}{12}^0$ $141\frac{1}{12}^0$	$140\frac{7}{12}^0$	$136\frac{7}{12}^0$

Senkrechter Abstand d. Axe d. Stimmgabel von der Spalte der Flasche.	Grösse des dritten Winkels, wo der Schall verschwand, durch Vorwärtsdrehen des Goniometers bestimmt.		Grösse des dritten Winkels, wo der Schall verschwand, durch Rückwärtsdrehen des Goniometers bestimmt.		Grösse des dritten Winkels, wo der Schall am vollkommensten verschwand.	Grösse des vierten Winkels, wo der Schall verschwand, durch Vorwärtsdrehen des Goniometers bestimmt.		Grösse des vierten Winkels, wo der Schall verschwand, durch Rückwärtsdrehen des Goniometers bestimmt.		Grösse des vierten Winkels, wo der Schall am vollkommensten verschwand.
3''',23	$210\frac{5}{8}^0$		$213\frac{1}{8}^0$		$211\frac{7}{8}^0$	$326\frac{1}{8}^0$		$330\frac{1}{8}^0$		$328\frac{1}{8}^0$
4''',38	$214\frac{13}{24}^0$ $215\frac{13}{24}^0$ $216\frac{1}{24}^0$	$215\frac{9}{24}^0$	$229\frac{13}{24}^0$ $226\frac{13}{24}^0$ $223\frac{13}{24}^0$	$226\frac{13}{24}^0$	$220\frac{23}{24}^0$	$316\frac{13}{24}^0$ $315\frac{13}{24}^0$	$316\frac{1}{24}^0$	$321\frac{13}{24}^0$ $322\frac{13}{24}^0$	$322\frac{1}{24}^0$	$319\frac{1}{24}^0$
6''',1	$220\frac{1}{8}^0$ $219\frac{3}{4}^0$ $220\frac{1}{8}^0$	220^0	$234\frac{1}{8}^0$ $232\frac{5}{8}^0$ $234\frac{1}{8}^0$	$233\frac{5}{8}^0$	$226\frac{13}{16}^0$	$307\frac{1}{8}^0$ $311\frac{1}{8}^0$ $313\frac{1}{8}^0$	$310\frac{11}{24}^0$	$316\frac{1}{8}^0$ $315\frac{3}{4}^0$ $316\frac{1}{8}^0$	316^0	$313\frac{5}{24}^0$

[1]) Axe der Stimmgabel nenne ich die verlängerte Axe ihres Stieles.

[2]) Dieser hinter den Vertikalstrich gesetzte Winkel ist das arithmetische Mittel von den beiden vor dem Vertikalstrich gesetzten Beobachtungen.

Die *Grenzen,* wo der Schall verschwand, sind zur Vermeidung von Täuschungen so bestimmt, dass das Goniometer sogleich nicht mehr gedreht wurde, sobald man das Mitklingen nicht mehr *deutlich* hören konnte; daher sind die *Grenzen* nach den Versuchen dieser Tabelle bisweilen weiter geworden, als sie eigentlich sind. Ich will aus der Tabelle die Abstände mehrerer dieser *Grenzen* zusammenstellen, um daraus zu erkennen, wie wenig sie von einander abstehen, und wie gering die Dicke der Flächen ist, welche die Schallstrahlen unterbrechen. Den Abstand der beiden *Grenzen* will ich auf doppelte Weise bestimmen, 1) in Graden, wie er sich aus der Tabelle unmittelbar ergiebt, 2) in Pariser Linien.

Entfernung der Spalte der Flasche von der Axe der Stimmgabel.	Abstand der beiden Grenzen der die Schallstrahlen unterbrechenden Fläche, in Graden.	Abstand der beiden Grenzen der die Schallstrahlen unterbrechenden Fläche, in Par. Linien.	
3''',23	$30\frac{1}{4} - 29\frac{1}{4} = 1^0$	0''',05	0''',16 [1]
	$152\frac{1}{4} - 148\frac{1}{4} = 4^0$	0''',22	
	$213\frac{1}{8} - 210\frac{5}{8} = 2\frac{1}{2}^0$	0''',14	
	$330\frac{1}{8} - 326\frac{1}{8} = 4^0$	0''',22	
4''',38	$42\frac{15}{16} - 37\frac{11}{16} = 5\frac{1}{4}^0$	0''',4	0''',43
	$142\frac{7}{16} - 136\frac{15}{16} = 5\frac{1}{2}^0$	0''',42	
	$322\frac{1}{24} - 316\frac{1}{24} = 6^0$	0''',46	
6''',1	$47\frac{1}{4} - 39\frac{7}{12} = 7\frac{2}{3}^0$	0''',81	0''',74
	$140\frac{7}{12} - 132\frac{7}{12} = 8^0$	0''',84	
	$316 - 310\frac{7}{24} = 5\frac{13}{24}^0$	0''',58	

Der Schall verschwand also ganz nahe an der Stimmgabel in einem $^1/_6$ Par. Linie breiten Raume, in grösserer Entfernung in einem fast $^3/_4$ Par. Linien breiten Raume, woraus der Satz No. 2, dass die Flächen, welche die Schallstrahlen unterbrechen, von sehr geringer Dicke sind, hinreichend hervorgeht. Der Satz No. 3, dass die vier Flächen, wo der Schall verschwindet, symmetrisch die Stimmgabel umgeben, geht aus folgenden Versuchen, die ich aus der Tabelle besonders zusammenstellen will, hervor,

[1]) Die Angabe hinter dem Vertikalstrich ist das arithmetische Mittel aus denen vor dem Vertikalstriche.

Senkrechter Abstand der Spalte der Flasche von der Axe der Stimmgabel.	Winkel, wo der Schall verschwand, nach den Versuchen.	Winkel, wo der Schall verschwand, nach der Symmetrie.
3''',23	$29\frac{3}{4}^0$	$30\frac{13}{16}^0$
	$150\frac{1}{4}^0$	$149\frac{3}{16}^0$
	$211\frac{7}{8}^0$	$210\frac{13}{16}^0$
	$328\frac{1}{8}^0$	$329\frac{3}{16}^0$
4''',38	$40\frac{5}{16}^0$	$40\frac{5}{8}^0$
	$139\frac{11}{16}^0$	$139\frac{3}{8}^0$
	$220\frac{23}{24}^0$	$220\frac{5}{8}^0$
	$319\frac{1}{24}^0$	$319\frac{3}{8}^0$
6''',1	$43\frac{5}{12}^0$	$45\frac{1}{8}^0$
	$136\frac{7}{12}^0$	$134\frac{7}{8}^0$
	$226\frac{13}{16}^0$	$225\frac{1}{8}^0$
	$313\frac{5}{24}^0$	$314\frac{7}{8}^0$

woraus man sieht, dass die grösste Abweichung von der Symmetrie $1^2/_3{}^0$ d. i. $^1/_6$ Linie den Versuchen nach beträgt.

§ 6.

Wir kommen zu einer zweiten Reihe von Versuchen, die ich auf die nämliche Weise mit der nämlichen Stimmgabel angestellt habe, in der Absicht, um in einigen Punkten noch genauere Resultate zu erhalten, und um folgenden Satz darzuthun:

No. 4. *Die Lage der die Schallstrahlen einer Stimmgabel unterbrechenden Flächen ist unveränderlich, d. h. sie bleibt bei derselben Stimmgabel immer dieselbe, wenn man zu verschiedenen Zeiten die Versuche wiederholt;*

welcher Satz sich aus der Vergleichung der im vorigen Paragraph mitgetheilten Reihe von Versuchen mit den Versuchen dieses Paragraphen ergiebt.

Zuerst gebe ich in Fig. 14 eine anschauliche Darstellung dieser zweiten Reihe von Versuchen, indem ich den Durchschnitt der Stimmgabel und ihre Axe abbilde. An die Axe *o* als Scheitel zeichne ich die beobachteten Winkel, unter welchen der Schall verschwand. Darauf beschreibe ich mit fünf verschiedenen Radien, welche den fünf verschiedenen Entfernungen gleich sind, in welche die Spalte der Flasche von der Axe der Stimmgabel gebracht wurde, fünf Kreise um diese Axe als Mittelpunkt. Die Durchschnitte der aufgetragenen Winkel mit den ihnen entsprechenden Kreisen bezeichnen die Stellen, wo der Schall verschwand; ich habe diese Stellen unter einander durch die Linien *ab, ab, ab, ab* verbunden.

Zweitens gebe ich die Tabelle dieser zweiten Reihe von Versuchen,

indem ich die gemessenen Winkel selbst so zusammenstelle, wie in Tabelle I. Da wir aber gefunden haben, dass die Lage der vier Flächen, wo der Schall verschwindet, gegen die Flächen der Stimmgabel symmetrisch ist, so brauche ich nur die gemessenen Winkel für eine dieser Flächen anzuführen.

Tabelle II.

Von den Winkeln, unter welchen die abgestimmte Luftsäule nicht mittönte, wenn die Stimmgabel angeschlagen wurde, bei verschiedenen Entfernungen der Spalte der Flasche von der Axe der Stimmgabel. Diese zweite Reihe von Versuchen wurde mit denselben Instrumenten und zu denselben Zwecken angestellt, wie die erste.

Senkrechter Abstand der Axe der Stimmgabel von der Spalte der Flasche.	Grösse des Winkels, wo der Schall verschwand, durch Vorwärtsdrehen des Goniometers bestimmt.	Grösse des Winkels, wo der Schall verschwand, durch Rückwärtsdrehen des Goniometers bestimmt.	Grösse des Winkels, wo der Schall am vollkommensten verschwand.
3‴,4	$31\frac{5}{8}^0$ $30\frac{5}{8}^0$ \| $31\frac{1}{8}^0$	$34\frac{5}{8}^0$ $33\frac{5}{8}^0$ \| $34\frac{1}{8}^0$	$32\frac{5}{8}^0$
4‴,3	$35\frac{5}{8}^0$	$38\frac{5}{8}^0$	$37\frac{1}{8}^0$
5‴,3	$39\frac{7}{24}^0$	$42\frac{5}{8}^0$ $43\frac{5}{8}^0$ \| $43\frac{1}{8}^0$	$41\frac{5}{24}^0$
6‴,3	$40\frac{5}{8}^0$ $40\frac{5}{8}^0$ \| $40\frac{5}{8}^0$	$45\frac{1}{8}^0$ $44\frac{5}{8}^0$ \| $44\frac{7}{8}^0$	$42\frac{3}{4}^0$
7″,2	$39\frac{5}{8}^0$ $40\frac{5}{8}^0$ \| $40\frac{1}{8}^0$	$48\frac{5}{8}^0$ $46\frac{5}{8}^0$ \| $47\frac{5}{8}^0$	$43\frac{7}{8}^0$

Die Betrachtung der Linien *ab, ab, ab, ab* in Fig. 14 und der Linien *abc, abc, abc, abc* in Fig. 13 zeigt, dass sie gegen die Flächen der Stimmgabel gleiche Lage haben, dass also der Satz No. 4 pag. 77 richtig ist. Wir werden in der Folge eine Vergleichung beider Reihen von Versuchen geben, aus welcher dieser Satz noch deutlicher erkannt werden wird.

§ 7.

No. 5. *Alle Punkte, wo der von der Stimmgabel ausgehende Ton verschwindet, ab Fig. 14 und abc Fig. 13 zusammengenommen, bilden hyperbolische Cylinder, deren senkrechte Durchschnitte Hyperbeln sind, welche ihre Brennpunkte in den Kanten der Stimmgabel haben*[1]).

[1]) Wohl zu merken ist, dass die vier Linien *ab* Fig. 14 oder *abc* Fig. 13 nicht zusammengenommen eine einzige Hyperbel bilden, sondern jede ein Arm einer besonderen Hyperbel ist. Diese vier Hyperbel müssen acht Brennpunkte haben, welche in den acht Kanten der Stimmgabel liegen.

Die Mitte der Seitenfläche *de* der Stimmgabel ist daher der Mittelpunkt der Hyperbel. Von da bis zur Kante ist eine Par. Linie weit (weil die ganze Zinke 2 Linien dick ist), welches also die *Entfernung der Brennpunkte vom Mittelpunkte* ist.

$$\frac{e^2 - a^2}{a^2}(x^2 - a^2) = y^2$$

ist die Gleichung der Hyperbel vom Mittelpunkte aus, wenn e die Entfernung des Brennpunktes vom Mittelpunkte, und a die halbe Länge der Axe der Hyperbel anzeigt. Wir haben eben gesehen, dass $e = 1$ ist, wenn wir die Pariser Linie zum Längenmaass machen. a wollen wir gleich 0,596 nehmen. So ist die Gleichung

$$1{,}8175\,(x^2 - 0{,}355) = y^2.$$

Wir wollen sehen, ob die Punkte, wo nach unseren Versuchen der Schall verschwindet, in diese Hyperbel fallen werden.

In der ersten Reihe von Versuchen war die Entfernung der Spalte des Luftgefässes von der Axe der Stimmgabel successiv

$$3''',23;\ 4''',38;\ 6''',1$$

und die Winkel, unter welchen bei diesen Entfernungen der Schall verschwand, im Mittel

$$30^{13}/_{16}{}^{0};\ 40^{5}/_{8}{}^{0};\ 45^{1}/_{8}{}^{0}.$$

Die *Kosinus* dieser drei Winkel, jeder mit seinem ebengenannten Radius multiplicirt, sind

$$2''',774;\ 3''',336;\ 4''',303.$$

Zieht man hiervon zwei Linien ab, so hat man die Abscissen für die drei Punkte *a, b, c* Fig. 13, wenn der Punkt e der Anfang der Koordinaten ist;

also hat man für den Punkt a $x = 0{,}774$
" " " b $x = 1{,}336$
" " " c $x = 2{,}303$.

Die *Sinus* der drei obigen Winkel, jeder mit dem entsprechenden vorher genannten Radius multiplicirt, sind

$$1''',656;\ 2''',837;\ 4''',3.$$

Zieht man hiervon eine Linie ab, so hat man die Ordinaten der Punkte *a, b, c* Fig. 13, wenn e der Anfang der Koordinaten ist;

also hat man für den Punkt a $y = 0{,}656$
" " " b $y = 1{,}837$
" " " c $y = 3{,}3$.

Dieses sind also die zusammengehörigen Werthe von x und y für die drei Punkte *a, b* und *c*. Wir wollen in folgender Tabelle die drei durch Versuche gefundenen Werthe von y mit den drei Ordinaten unserer Hyperbel vergleichen, welche zu den drei gegebenen Werthen von x gehören.

Drei Werthe für x.	Die drei dazu gehörigen Werthe für y nach den Versuchen.	Die drei zugehörenden Werthe für y aus der Gleichung berechn. $1,8175\,(x^2-0,355)=y^2$.
0''',774	0''',656	0''',665
1''',336	1''',837	1''',612
2''',303	3''',3	3''',0

Man sieht, dass die grösste Abweichung der Angaben der Rechnung von denen der Versuche $^1/_4$ Linie beträgt.

Macht man dieselbe Rechnung für die Versuche der zweiten Tabelle, so erhält man folgende Tabelle:

Entfernungen der Spalte der Flasche von der Axe der Stimmgabel in der zweiten Reihe von Versuchen.	Winkel, unter welchem bei diesen Entfernungen der Schall verschwand.	Die Kosinus dieser Winkel mit den Entfernungen in Kolumne I. multiplicirt.	Die Sinus dieser Winkel mit den Entfernungen in Kolumne I. multiplicirt.	Daraus die Werthe für x	für y
3''',4	$32\frac{5}{8}^0$	2,866	1,833	0,866	0,833
4''',3	$37\frac{1}{8}^0$	3,428	2,6	1,428	1,6
5''',3	$41\frac{5}{24}^0$	3,987	3,5	1,987	2,5
6''',3	$42\frac{3}{4}^0$	4,626	4,276	2,626	3,276
7''',2	$43\frac{7}{8}^0$	5,19	5,0	3,19	4,0

Diese für x und y durch die Versuche erhaltenen Werthe wollen wir mit den aus der Gleichung $1,8175\,(x^2-0,355)=y^2$ zu ziehenden vergleichen.

Fünf Werthe für x.	Die dazu gehörenden Werthe für y nach den Versuchen.	Die dazu gehörenden Werthe für y aus der Gleichung $y^2 = 1,8175\,(x^2-0,355)$ berechnet.
0,866	0,833	0,847
1,428	1,6	1,75
1,987	2,5	2,57
2,626	3,276	3,44
3,19	4,0	4,22

In dieser Tabelle stimmen die Angaben der Versuche mit denen der Rechnung noch mehr überein.

§ 8.

Wir haben bisher alles kennen gelernt, was zur Ueberzeugung führen kann, dass alle die Stellen zusammengenommen, wo der Ton verschwindet, hyperbolische Flächen bilden, deren Brennpunkte in den Kanten der Stimmgabel liegen. Hiermit haben wir eine Grundlage, auf welche jede Hypothese zur Erklärung dieser Erscheinung gebaut werden muss, gewonnen. Es muss, s. S. 67, eine *Ungleichheit* Statt finden, zwischen der verdichtenden Welle, die von derjenigen Seite der Zinke der Stimmgabel ausgeht, welche die Luft stösst, und zwischen

der verdünnenden Welle, welche von der entgegengesetzten Seite der Zinke, welche die Luft nach sich zieht, ausgeht, damit sich diese Wellen in einer Linie aufheben, welche nicht gerade und auf der Mitte der Seitenfläche der Zinke senkrecht, sondern hyperbolisch gekrümmt ist. Welche *Ungleichheit* bringt diese Wirkung hervor?

Ein Umstand, welcher den von den entgegengesetzten Oberflächen der Zinke ausgehenden verdichteten und verdünnenden Wellen eine *ungleiche Breite* geben muss, ist die Bewegung der Zinke selbst. Indem nämlich die vordere Fläche der Zinke der von ihr ausgehenden verdichtenden Welle während ihrer Erregung nacheilt, muss diese um so viel schmäler werden, als der durchlaufene Weg der Zinke selbst beträgt. Indem zu gleicher Zeit die hintere Fläche derselben Zinke sich von der von ihr in entgegengesetzter Richtung ausgehenden verdünnenden Welle, während der Erregung derselben, entfernt, muss diese verdünnende Welle um so viel breiter werden, als die durchlaufene Bahn der Zinke beträgt. Es fragt sich, ob nicht die Unterbrechungen der Schallstrahlen aus dieser geringen *Verschiedenheit der Breite* der gleichzeitig ausgehenden verdichtenden und verdünnenden Welle erklärt werden könne?

Wir wollen uns die Gestalt eines solchen von einer Fläche und Kante der Stimmgabel ausgehenden Wellenzuges durch Fig. 15 veranschaulichen, wo die Exkursionen der Stimmgabel von a bis b sich erstrecken mögen. Es fragt sich, wenn sich solche zwei Wellenzüge durchkreuzen, in welcher Linie werden sie einander am vollkommensten aufheben? Aus einer einfachen Betrachtung ergiebt sich, 1. dass auch dann (wie ich S. 67 erwähnt habe) in der auf die Mitte der Seitenfläche der Zinke senkrechten Linie sich die beiden Wellenzüge am vollkommensten aufheben würden, wovon aber nichts beobachtet werden kann; 2. dass aber noch eine zweite Linie sich bilden werde, wo die Aufhebung gleich vollkommen sei, und diese zweite Linie ist in Fig. 17 dargestellt, wo ab die Länge der Exkursionen der Stimmgabel darstellt[1]). Auch die Gestalt dieser Linie ist unseren Beobachtungen zuwider.

[1]) *Beides ergiebt sich aus folgender Betrachtung. Fig. 16 stellt* ac *und* $a\gamma$ *zwei Schallstrahlen der zwei Wellenzüge dar. Man sieht an ihnen, wie in beiden breitere Wellen* $\alpha\beta$ *mit schmäleren* $\beta\alpha'$ *wechseln. Je zwei Wellen zusammengenommen haben gleiche Breite, und wo diese gleich breiten Abschnitte einander vollkommen decken, da findet die möglichst vollkommenste Aufhebung der beiden Wellenzüge Statt. Die gleich breiten Abschnitte* aa', $a'a''$ *u. s. w. und* $\alpha\alpha'$, $\alpha'\alpha''$ *u. s. w. decken einander in der auf die Mitte der Seite* $c\gamma$ *senkrechten Linie, wie im Texte unter (1) gesagt ist. Aber die Abschnitte* bb', $b'b''$ *u. s. w. und* $\beta\beta'$, $\beta'\beta''$ *u. s. w. sind auch gleich breit, und decken einander in einer anderen Linie. Man glaubt im ersten Augenblicke, diese zweite Linie müsse eine Hyperbel sein, deren grosse Axe gleich* m *ist, wenn*

Ein zweiter Umstand, welcher eine solche *Verschiebung* der von der Zinke ausgehenden verdichtenden und verdünnenden Welle bewirken kann, dass sie sich in der Fig. 13 und 14 gezeichneten Hyperbel aufheben, kann darin liegen, dass die verdichtende Welle etwas früher von der einen Seite eines *senkrechten* Durchschnitts der Zinke[1]), als die verdünnende Welle von der entgegengesetzten Seite desselben Durchschnitts der Zinke ausgeht, welche Annahme in der 17. Fig. zu Grunde gelegt ist. Wenn man weiss, dass die Stellen, wo der Ton verschwindet, d. h. wo die von entgegengesetzten Seiten der Zinke kommenden Wellen einander vollkommen aufheben, eine Hyperbel bilden, so kann man daraus leicht die *Verschiedenheit* der von der Vorderseite und Hinterseite des senkrechten Durchschnitts der Zinke kommenden Wellenzüge entdecken. Man weiss, dass zwei Züge gleich breiter Kreiswellen stets in Hyperbeln sowohl einander am meisten verstärken, als auch einander am vollkommensten aufheben. (Es ist dies bekannt aus allen Interferenzerscheinungen der Lichtwellen.) *Die Gestalt dieser Hyperbel* und *die Grösse des Vorsprungs,* welchen die verdichtende Welle des einen Wellenzugs vor der verdünnenden Welle des anderen Wellenzugs hat, hängen von einander so ab, dass, wenn das eine bekannt ist, das andere berechnet werden kann. Wir haben durch Versuche ausgemittelt, dass die Gleichung der bei unserer Stimmgabel sich bildenden Hyperbel $1{,}8175\ (x^2 - 0{,}355) = y^2$ ist. Darnach ist der Vorsprung der verdichtenden Welle vor der verdünnenden des anderen Wellenzugs $= 2\sqrt{0{,}355} = 1{,}192$ Par. Linie, welchen Weg der Schall in der Luft in 0,00048 Tertien durchläuft.

Endlich fragt sich, was Statt finden werde, wenn die sich deckenden Wellen der beiden Wellenzüge nicht vollkommen *gleichzeitig* von den beiden Kanten der Stimmgabel ausgegangen sind, und zugleich auch *nicht von völlig gleicher Breite* an dem Orte ihrer vollkommensten

$m = a\beta - ab$ gemacht wird. Die Grösse m ist aber in den verschiedenen Schallstrahlen nicht konstant, sondern wird desto kleiner, je spitzer der Winkel wird, unter welchem sich die beiden Schallstrahlen schneiden, so dass in grösseren Entfernungen, wo dieser Winkel verschwindet, auch diese Grösse verschwindet, so dass alsdann diese zweite Linie mit der ersteren zusammenfällt, wie im Texte unter (2) angezeigt ist. — Endlich bemerke ich noch, dass bei dieser akustischen Erscheinung wegen der grossen Breite der Schallwellen im Vergleich zur Dicke der Zinke nicht von einer Linie die Rede sein kann, wo die erste Welle des einen Wellenzugs ab mit der zweiten Welle des anderen Wellenzugs $\beta a'$ zusammenfalle, und verweise deshalb auf § 13 dieser Abhandlung.

[1]) Wir wollen der Deutlichkeit wegen den Vorgang nicht im ganzen Raume, sondern blos in einer, auf die Kanten der Stimmgabel senkrechten Durchschnittsfläche betrachten, und also statt hyperbolischer Flächen, blos Linien (Hyperbeln) betrachten, wo der Schall verschwindet.

Deckung sind. Alsdann verwandelt sich die pag. 81 unter (1) bezeichnete Linie in die Fig. 13 und 14 abgebildete Hyperbel, und die unter (2) eben da bezeichnete Linie erhält gegen die Hyperbel dieselbe Lage, als sie dort gegen die auf die Mitte der Seitenfläche senkrechte Linie hatte[1]), so dass sämmtliche, durch *beide Verschiedenheiten* der Wellen entstehenden Interferenzlinien die Fig. 19 abgebildeten Gestalten haben. Zur Erklärung der *Unterbrechung der Schallstrahlen* müssen also die Wellen der beiden Wellenzüge nicht vollkommen zu gleicher Zeit ausgehen. Dieses erklärt die Erscheinung der unterbrochenen Schallstrahlen auf das vollkommenste, die Wellen der beiden Wellenzüge mögen übrigens durchgängig gleiche Breiten haben oder nicht.

§ 9.

Wir haben also 1. erkannt, dass die Lage *der Interferenzlinien* von dem Vorsprunge abhängt, welchen eine der beiden sich durchkreuzenden Wellen der beiden Wellenzüge hat; 2. dass die Lage dieser *Interferenzlinien* nicht merklich durch die verschiedene Breite der nach verschiedenen Richtungen fortschreitenden Wellenstücke geändert werde; 3. endlich wollen wir untersuchen, was für Aenderungen in der Lage der *Interferenzlinien* die Wellen verursachen, welche, wie Chladni richtig bemerkt hat[2]), von dem zwischen beiden Zinken gelegenen Raume aus sich verbreiten müssen. Diese letzteren Schallwellen sind nach meiner Beobachtung oft stärker, als die von der Vorderfläche der Zinken ausgehenden Schallwellen, was ich durch Untersetzen eines Unzenfläschchens, dessen Luftmasse so abgestimmt war, dass sie mit klingen konnte, erforschte. Diese starken Schallwellen bewirken durchaus keine Aenderung in der Lage der *Interferenzlinien;* aber bewirken, dass die *Interferenzlinien* an den inneren Kanten der Zinke nicht mehr beobachtet werden können, und dass im Gegentheile die *Interferenzlinien* an den äusseren Kanten mit desto grösserer Deutlichkeit hervortreten.

Die von Chladni angedeutete Erscheinung kann also mit der von uns jetzt untersuchten Erscheinung zugleich bestehen. Reicht aber die von Chladni an der angeführten Stelle angegebene Thatsache allein schon aus, auch unsere Erscheinung zu erklären?[3])

[1]) Wegen der kleinen Exkursionen der Zinke, welche während der Beobachtungen nie mehr als $^1/_{10}$ Linie betrug, fallen diese beiden Linien Fig. 19 so dicht an einander, dass sie nicht von einander unterschieden werden konnten. Bei *a b* Fig. 19 ist ihr Abstand von einander am grössten, und da kann er nie mehr als $^1/_{10}$ Linie betragen haben.

[2]) Kastner's Archiv, Bd. VII, Heft 1, p. 94.

[3]) Dieses leugnet Chladni mit Recht in Kastner's Archive Bd. VIII, Heft 1, p. 102, indem er sagt, unsere Erscheinung zeige sich auch an einfachen Stäben.

Ich verneine es aus folgendem Grunde. Es entsteht nämlich auch hier die Frage, in welcher Linie wird sich dieser von Chladni angegebene, von der inneren Kante der Zinke ausgehende Wellenzug mit dem von der äusseren Kante der Zinke ausgehenden Wellenzuge vollkommen decken? Wenn die Wellen beider Wellenzüge vollkommen gleichzeitig von der inneren und äusseren Kante der Zinke ausgingen, so geschähe diese Deckung in der auf die Mitte der Seitenfläche der Zinke senkrechten Linie, welches der Beobachtung widerspricht, daher müssen wir auch bei Berücksichtigung des Wellenzuges, auf welchen Chladni a. a. O. aufmerksam gemacht hat, einen *Vorsprung* der verdichtenden Wellen vor den verdünnenden Wellen annehmen.

Endlich ist zu bemerken, dass wie die an den inneren Kanten der Zinken gelegenen *Interferenzflächen* (wie S. 83 gesagt ist) durch die von Chladni bemerkten, von dem Zwischenraume beider Zinken ausgehenden starken Wellen verwischt werden, und der Beobachtung entgehen; so die an den äusseren Kanten der Zinken gelegenen *Interferenzflächen* eben dadurch viel deutlicher hervortreten, als bei Stäben. In diesen äusseren *Interferenzflächen* kreuzet sich nämlich bei einem Stabe die von der Vorderfläche desselben ausgehende *verdünnende* Welle (welche, weil sie sich an dieser Stelle wenig inflektirt hat, ziemlich stark ist) mit der schwächeren, ausserordentlich inflektirten, von der Hinterfläche ausgehenden *verdichtenden* Welle. Bei der Stimmgabel dagegen wird (wenn die beiden Zinken abwechselnd von einander und gegen einander schwingen) diese von der Hinterfläche ausgehende Welle so stark, dass eine vollkommene Aufhebung mit der von der Vorderfläche ausgehenden Welle Statt findet.

§ 10.

Endlich noch einige Worte über die beiden Seite 68 u. f. unter (1) und (7) aufgeführten Gesetze.

No. 6. *Die Unterbrechung der Schallstrahlen, nahe bei den Kanten der Stimmgabel, findet nicht blos an den Enden der Zinke, sondern längs der ganzen Kante Statt, und zwar überall auf dieselbe Art und an derselben Stelle, d. h., wenn man irgend einen Punkt gefunden hat, wo der Schall der Stimmgabel verschwindet, und man zieht von hier eine Parallellinie mit der nächsten Kante der Stimmgabel, so wird in dieser ganzen Linie* (so weit die Stimmgabel reicht) *der Ton der Stimmgabel nicht gehört.*

No. 7. *Eine ähnliche Unterbrechung der Schallstrahlen, wie in der Nähe der Kante, wo Vorderfläche und Seitenfläche einer Zinke zusammenstossen, findet auch Statt an der Kante, wo Vorderfläche und die kleine Endfläche der Zinke zusammenstossen; aber, was bei der Erklärung des Phänomens zu berücksichtigen ist, keineswegs findet*

dieselbe Erscheinung in der Nähe derjenigen Kante Statt, welche eine Seitenfläche der Zinke mit der kleinen Endfläche verbindet.

Was den ersten Satz betrifft, so habe ich einige Versuche gemacht, wo ich zuerst die Spitze der Stimmgabel über die Spalte des Glases brachte, und darauf einen am Stiele näher gelegenen Theil der Stimmgabel, und fand in beiden Fällen gleiche Winkel unter welchen der Schall verschwand, wenn in beiden Fällen die Entfernung der Spalte des Glases von der Axe des Stieles gleich war.

Vom zweiten Satze kann sich leicht Jeder selbst überzeugen. Man nimmt eine gewöhnliche Stimmgabel, und hält ihre Vorderfläche vor die Mündung eines abgestimmten Unzenglases. Darauf dreht man den Stiel der Stimmgabel im Kreise, so dass ihr Ende immer vor der Mündung der Flasche bleibt, wie in diesem Jahrbuche der Chemie und Physik, XVI, pag. 112, 1826[1]) beschrieben ist. Kehrt man aber der Flasche die Seitenfläche der Stimmgabel zu, und dreht sie so, dass nach und nach die kleinen Endflächen vor die Spalte zu liegen kommen, so tönt die Luft in der Flasche *ununterbrochen ganz gleichförmig* mit. Also nicht an jeder Kante zeigt sich eine *Interferenzfläche,* sondern blos an den Kanten, welche eine Vorderfläche der Stimmgabel mit irgend einer Seitenfläche verbinden[2]).

§ 11.

Legen wir eine Ebene *senkrecht* durch die Längenkante der Stimmgabel, so gehen von den Eckpunkten *a* und *b* Fig. 20 Halbkreiswellen aus, die sich in dieser Ebene zu immer grösseren Halbkreisen ausdehnen. Zu der von uns beobachteten Unterbrechung der Schallstrahlen ist nun nöthig, dass eine dieser Wellen, z. B. von der Ecke *a*, etwas früher ausgegangen ist, [als die andere Welle von der Ecke *b*. „Die Kreiswelle geht von der Ecke *a* in dieser senkrechten Ebene etwas früher aus, als die Kreiswelle von der Ecke *b*,“ heisst nichts anderes, als die Schwingung der Zinke, welche die Welle hervorbringt, gelangt zu *a* etwas früher als zu *b*. Wegen der Unausdehnbarkeit fester Körper (wenigstens für so kleine Kräfte, von welchen hier die Rede sein kann) ist es nämlich nothwendig, dass es eine ununterbrochene Reihe von Punkten giebt, von der Vorderfläche der Zinke bis zur Hinterfläche,

[1]) [W. Weber's Werke I, p. 62.]

[2]) Man muss an den Zinken Kanten von zweierlei Art unterscheiden, die einen sind Centra der inflektirten Kreiswellen (dazu gehören alle Kanten, welche die Vorder- oder Hinterflächen der Zinke begrenzen); die anderen sind nie Centra von inflektirten Kreiswellen. Aus der S. 82 angeführten Entstehung der *Interferenzflächen* sieht man leicht ein, wie an den Kanten der ersteren Art nothwendig sich *Interferenzflächen* bilden müssen, und dagegen keine an denen der letzteren Art.

welche alle gleichzeitig gleiche Bewegung erleiden. Wäre die *senkrechte* Linie ab Fig. 20 oder 21 eine solche Reihe gleichbewegter Punkte, so würden von den beiden Ecken a und b die Wellen gleichzeitig ausgehen, welches gegen unsere Beobachtung ist. Hat aber die Linie der gleichbewegten Punkte gegen die Kanten und Vorderfläche der Zinke eine schiefe Lage wie ab' Fig. 21; so wird in der senkrechten Ebene ab, welche wir betrachten, im ersten Momente blos von der Ecke a die Welle ausgehen, und erst einen Moment darauf, wenn die Schwingung von ab' nach $a'b$ fortgeschritten ist, wird auch vom Eckpunkte b eine Welle ausgehen, ganz wie es nach unseren Beobachtungen ist. Wir wollen diese Neigung der Linien $a'b$ und ab' auf folgende Weise annäherungsweise finden. Wir wissen, vom Eckpunkte a geht die Schallwelle 0,00048 Tertie früher als die andere Welle vom Punkte b aus. Siehe S. 82. Die 4 Zoll lange Endabtheilung der Stimmgabel wird von der Schwingung während jeder Oscillation hin und zurück durchlaufen. Siehe Wellenlehre S. 472. Die Stimmgabel (welche den Ton g giebt) macht aber in jeder Sekunde 384 Oscillationen. Wenn daher die Schwingung der Zinke mit gleichförmiger Geschwindigkeit ununterbrochen fortschritte, würde sie in $\frac{1}{384}$ Sekunde 8 Zoll = 96 Linien durchlaufen. Welchen Raum würde sie also unter derselben Voraussetzung in 0,00048 Tertie durchlaufen? $\frac{2}{7}$ Linie. Also ist aa' oder bb' gleich $^2/_7$ Linie, während die Stimmgabel 2 Linien dick ist, wodurch die Neigung der Linien ab' und $a'b$ gegen die Kanten der Stimmgabel bestimmt ist. Wenn man $^2/_7$, oder genauer 0,2949 zum Radius nimmt, so ist 2 die Tangente des Neigungswinkels $aa'b$. Der Winkel $aa'b$ wird daraus gefunden = 81° 37′, welches blos eine Abweichung von $8\,^3/_5{}^0$ von der senkrechten Lage giebt. Diese geringe Neigung der kleinen Durchschnittsflächen der Zinke, welche alle zugleich auf gleiche Weise bewegte Punkte enthalten, ist durch die ganze Länge der Zinke dieselbe, da alle Hyperbeln längs der ganzen Kante der Stimmgabel gleich sind.

§ 12.

Die stehenden Schwingungen gerader, fester, elastischer Körper, wenn man blos auf eine Dimension, auf die der Länge, Rücksicht zu nehmen braucht, sind genügend und mit der Erfahrung übereinstimmend von Euler[1]) analytisch untersucht worden. Sobald man aber auf die beiden anderen Dimensionen schwingender, durch Steifigkeit elastischer, Körper Rücksicht nehmen muss, so reichen alle bisher bekannten analytischen Untersuchungsmethoden nicht aus, um die Schwingungsgesetze dieser Körper zu erforschen. Daher haben wir bis jetzt von den

[1]) Investigatio motuum, quibus laminae et virgae elasticae contremiscant. Acta Petrop. 1779. Pars I.

Schwingungsgesetzen der Platten blos die Experimentaluntersuchung von CHLADNI. Daher sind auch bisher die Modifikationen der Schwingungsgesetze unbekannt gewesen, wenn Breite und Dicke der schwingenden Stäbe so gross werden, dass sie merkbaren Einfluss auf die Schwingungen erhalten. Die genauere Kenntniss von der Verbreitung des Schalles von einem schwingenden Stabe öffnet der experimentalen Untersuchung einen Weg, einige Wirkungen der Breite und Dicke der Stäbe auszumitteln. Durch die jetzige Untersuchung haben wir folgendes Gesetz von der Verbreitung des Schalles von der Oberfläche eines schwingenden Stabes gefunden.

Ein transversal schwingender Stab (insbesondere wenn er die Gestalt eines langen quadratischen Prismas hat) sendet zwei Wellenzüge in der umgebenden Luft aus, deren jeder aus abwechselnden verdichtenden und verdünnenden Wellen besteht, den einen von der Vorderseite des Stabes, den anderen von der entgegengesetzten Seite. 1. Diese beiden Wellenzüge schreiten von den beiden entgegengesetzten Flächen des Stabes, parallel mit diesen Flächen, nach entgegengesetzten Richtungen fort; gleichzeitig aber verbreiten sie sich mit gleicher Geschwindigkeit von den Kanten des Stabes in allen Richtungen eines Halbkreises gleichförmig, wie es Fig. 18 dargestellt ist. 2. Die zugleich von den beiden entgegengesetzten Flächen des Stabes ausgehenden Wellen haben entgegengesetzte Eigenschaften, d. h. wenn von der vorderen Fläche des Stabes eine verdichtende Welle ausgeht, geht zur nämlichen Zeit von der hinteren Fläche des Stabes eine verdünnende Welle aus. 3. Endlich die verdichtende Welle, von welcher Fläche sie ausgehen möge, geht um einen sehr kleinen (von der Dicke und der Materie des Stabes abhängenden) Zeittheil früher aus, als die verdünnende Welle von der entgegengesetzten Fläche des Stabes. 4. Diese beiden Wellenzüge müssen einander so durchkreuzen, dass es eine Grenzlinie giebt, in welcher stets verdichtende Wellen von der einen Fläche des Stabes mit verdünnenden Wellen von der entgegengesetzten Fläche des Stabes aufs Genaueste zusammenfallen und einander decken, und dadurch ihre Wirkungen gegenseitig vernichten, so dass in dieser Linie alle Schallstrahlen unterbrochen werden; und diese Linie hat die Gestalt einer Hyperbel.

Aus der *analytischen* Untersuchung dagegen für die Verbreitung des Schalles von einem schwingenden Stabe, dessen Breite und Dicke *so gering* ist, dass man sie ausser Acht lassen kann[1]), hat sich folgendes Gesetz ergeben:

[1]) Wenn nämlich die Breite und Dicke des Stabes als verschwindend betrachtet werden, so besteht die Wirkung des schwingenden Stabes auf die umgebende Luft darin, dass ein Lufttheilchen in einer geraden Linie hin und her bewegt wird.

Betrachtet man die Verbreitung des Schalles, der leichteren Uebersicht wegen, blos in einer den Stab senkrecht durchschneidenden Ebene, so gehen von dem Punkte, wo sich der Stab befindet, als Mittelpunkt, ein Zug von Kreiswellen, deren jede in allen ihren Theilen, und die sämmtlich unter einander gleich breit sind, aus. Unabhängig von ihrer kreisförmigen Gestalt und durchgängig gleichen Breite ist die *Grösse der schwingenden Bewegungen,* in welche die Lufttheilchen, durch welche diese Wellen fortschreiten, während ihres Vorübergehens gesetzt werden. Diese schwingende Bewegung der Lufttheilchen ist in der Richtung, in welcher der Stab schwingt, sowohl nach vorn als nach hinten am stärksten; in der Richtung senkrecht darauf, sowohl nach der rechten Seite als nach der linken Seite, wird dagegen in einer mathematischen Linie gar keine Bewegung hervorgebracht. Durch diese zwei Linien, in welchen die Lufttheilchen gar nicht bewegt werden, wird jede Kreiswelle in zwei Hälften getheilt, die entgegengesetzte Eigenschaften haben, so nämlich, dass die eine Hälfte verdichtend, die andere verdünnend ist.

Man sieht leicht ein, dass dieses letztere Gesetz der Verbreitung des Schalles von einem Stabe von *verschwindender Breite und Dicke* aus, unter dem ersteren Gesetze, von der Verbreitung des Schalles von einem Stabe aus, der *beliebige Breite und Dicke* hat, enthalten sein muss.

Wenn man nämlich in dem ersteren Gesetze die Dicke und Breite des Stabes ganz klein annimmt oder verschwinden lässt, so verschwindet auch der Zeittheil, um welchen die verdichtende Welle von der einen Fläche des Stabes früher ausgeht, als die verdünnende Welle von der entgegengesetzten Fläche. Die Wellen beider Wellenzüge gehen also gleichzeitig, und zwar von demselben Mittelpunkte, mit gleicher Geschwindigkeit aus, und sind alle gleich breit; beide Wellenzüge decken also einander völlig. Da aber die sich deckenden Wellen gerade von entgegengesetzten Eigenschaften sind, d. h. da stets eine verdichtende Welle mit einer verdünnenden zusammenfällt, so vernichten sich ihre Wirkungen vollkommen an den Orten, wo die Verdichtung der einen Welle der Verdünnung der mit ihr zusammenfallenden Welle gleich kommt, was blos in der Linie der Fall ist, welche auf der Mitte der Schwingungsebene des Stabes senkrecht ist.

§ 13.

Der wichtigste Unterschied, der hiernach zwischen dieser Erscheinung der Interferenz der Schallwellen, und den Erscheinungen der von Young und Fresnel beobachteten Interferenz der Lichtwellen Statt hat, ist der, dass bei den Lichtwellen eine Welle des einen Wellenzuges mit der ersten, zweiten, dritten oder folgenden Welle des anderen

Wellenzuges die Interferenz-Erscheinung hervorbringt. Auf diese Weise wird die Interferenz bei Stimmgabeln nie beobachtet werden, da nach einander entstandene Schallwellen sich bei ungehinderter Verbreitung nirgends vollkommen decken können, weil der Abstand der beiden Mittelpunkte der beiden Wellenzüge, d. h. die Dicke der Zinke, immer viel kleiner ist, als die Dicke einer einzigen Schallwelle bei dem gewöhnlichen Zustande der Atmosphäre. Bei der Interferenz der Schallwellen müssen daher die verdichtende und verdünnende Welle entweder vollkommen gleichzeitig, oder wenigstens die grössten Abtheilungen derselben müssen gleichzeitig von den Kanten der tönenden Gabel oder des tönenden Stabes ausgegangen sein. Wegen der Kleinheit der Lichtwellen ist dagegen beim Lichte möglich die Interferenz einer Lichtwelle mit der nach ihr entstandenen, oder der zweiten, oder dritten nach ihr entstandenen Welle des anderen Wellenzuges zu beobachten, wodurch ein ganzes System hyperbolischer Linien entsteht, in die kein Licht fortgepflanzt wird, da bei der Interferenz der Schallwellen es für zwei Wellenzüge nur eine hyperbolische Linie giebt, in welcher der Schall der Stimmgabel unhörbar ist.

§ 14.

Endlich ist hier noch der Ort, auf eine merkwürdige Erscheinung aufmerksam zu machen, die bisher fast gar nicht berücksichtigt worden ist, dass nämlich der Ton einer Glocke oder einer schwingenden Luftsäule viel weniger mit der Entfernung abnimmt, als der Ton eines schwingenden Stabes oder Gabel, wenn er durch keine Resonanz verstärkt ist. Vergl. S. 68. Welches ist die Ursache dieser merkwürdigen Erscheinung? Nichts anderes, als das Seite 87 angeführte Gesetz. Es gehen bei einem schwingenden Stabe oder Gabel von der Vorder- und Hinterfläche zwei Wellenzüge aus von entgegengesetzten Eigenschaften, d. h., zur nämlichen Zeit, wo von der Vorderfläche eine verdichtende Welle ausgeht, geht von der Hinterfläche eine verdünnende aus. Die von der Vorderfläche ausgehenden Wellen schreiten nicht blos nach vorn fort, sondern, indem sie inflektirt werden, nach allen Richtungen. Eben so die von der Hinterfläche ausgehenden Wellen. Weil die beiden Flächen, von welchen die beiden Wellenzüge ausgehen, einander sehr nahe liegen, im Vergleiche zur Dicke der hervorgebrachten Schallwellen, so werden die gleichzeitig von der Vorder- und Hinterfläche ausgehenden verdichtenden und verdünnenden Wellen grossentheils in einander fallen, und wegen ihrer entgegengesetzten Eigenschaften ihre Wirkungen gegenseitig aufheben.

Diese Erklärung wird durch folgendes bestätigt:

1. Durch die Beugung der schwingenden Fläche bei einer Glocke

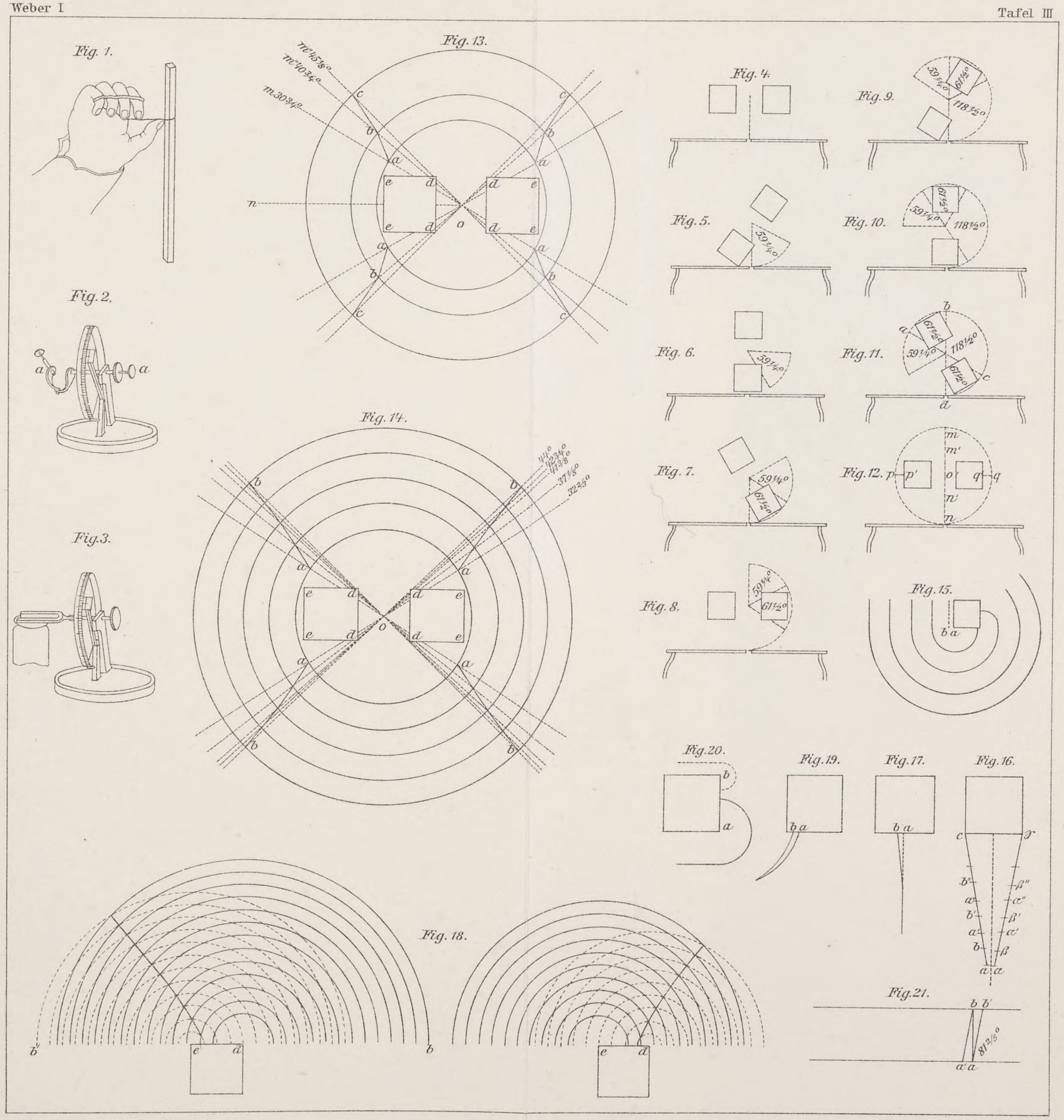
wird bewirkt, dass die von der inneren Fläche ausgehenden Schallwellen grösstentheils nicht augenblicklich nach aussen sich verbreiten, sondern erst nach einer mehrmaligen Reflexion von den gegenüberstehenden Wänden der Glocke. Dadurch aber wird *a)* bewirkt, dass bei Glocken nicht (wie bei Stäben) die beiden von der äusseren und inneren Fläche ausgehenden Wellenzüge sich aufheben; *b)* dass durch die Zurückwerfung, und die dadurch herbeigeführte Durchkreuzung der Schallwellen im inneren Raume der Glocke, eine Resonanz der von der Glocke umfassten Luftmasse entstehen kann, so dass man von einer Glocke sagen kann, sie sei eine schwingende Kreisscheibe, die ihren Resonanzboden in sich enthalte. Denn nach Savart's Versuchen giebt es keine bessere Resonanz, als die einer von mehreren Seiten eingeschlossenen Luftmasse von angemessener Grösse.

2. Bei schwingenden dünnen Scheiben kann jene Aufhebung der beiden Wellenzüge, wenn die Scheibe nur von irgend beträchtlicher Ausdehnung ist, in der auf die Scheibe senkrechten Richtung, weder nach vorn, noch nach hinten Statt finden; aber wohl nach den Seitenrichtungen. Und wirklich ist es sehr auffallend, wie der Ton solcher Scheiben in den ersteren Richtungen viel weiter und stärker gehört wird, als in den letzteren.

3. Alle Töne, welche durch longitudinale Schwingungen hervorgebracht werden, nehmen mit der Entfernung weit weniger an Stärke ab, als die Töne von Stäben und Gabeln, wenn diese durch keine Resonanz verstärkt werden. Bei longitudinalen stehenden Schwingungen kann nämlich von jener Aufhebung zweier Wellenzüge gar nicht die Rede sein.

4. Je dünner der schwingende Stab oder Gabel ist, desto näher liegen einander die beiden Flächen, von welchen die entgegengesetzten Wellenzüge ausgehen, desto mehr müssen daher auch beide sich gegenseitig aufheben, und wirklich nimmt, mit der Dünnheit des schwingenden Stabes, die Entfernung, in welcher man den Ton hören kann, immer mehr ab.

5. Je tiefer der Ton ist, welchen der Stab giebt, desto kleiner ist die Dicke des Stabes im Vergleiche mit der Breite der hervorgebrachten Schallwellen; folglich ein desto grösserer Theil der hervorgebrachten Schallwellen muss sich aufheben. Und wirklich ist es überraschend, wie dünne Stäbe, die recht tiefe Töne geben, in einer Entfernung von $^1/_2$—1 Zoll sehr stark und glockenartig tönen, während man in einer Entfernung von etwa 6 Zoll auch gar nichts von diesem starken Tone hört. Z. B. bei der in dieser Abhandlung oft erwähnten Stimmgabel waren die von ihr ausgehenden Schallwellen ohngefähr 32 Zoll dick, weil sie den Ton *g* gab (denn beim Tone *g* werden 384 Schallwellen


Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8.
Fig. 9.
Fig. 10.
Fig. 11.
Fig. 12.
Fig. 13.
Fig. 14.
Fig. 15.
Fig. 16.
Fig. 17.
Fig. 18.
Fig. 19.
Fig. 20.
Fig. 21.

in einer Sekunde hervorgebracht, wovon die erste am Ende dieser Sekunde 1024 Pariser Fuss weit fortgeschritten ist; wenn also 384 Schallwellen 1024 Fuss einnehmen, so ist eine $2^2/_3$ Fuss, d. h. 32 Zoll dick); Vorderfläche und Hinterfläche der Zinke standen aber nur $^1/_6$ Zoll von einander ab; der Abstand der beiden Mittelpunkte, von welchen die beiden Wellenzüge ausgingen, war also nur der 192. Theil von der Dicke jeder Welle. Daher das Verschwinden ihres Tones. Siehe S. 68.

6. Ein besonderer Grund, dass diese Aufhebung der beiden Wellenzüge in der Entfernung noch grösser wird als in der Nähe, liegt darin, dass im Anfang jede Welle in allen Richtungen, welche von der Richtung der ursprünglichen Erschütterung beträchtlich verschieden ist, ausserordentlich schwach ist. In grösseren Entfernungen haben die schwächeren Wellenstücke sich schon mehr mit den stärkeren Wellenstücken ausgeglichen, und je mehr dies geschieht, desto vollkommener ist die Aufhebung der beiden Wellenzüge. Man hört also den Ton eines schwingenden Stabes in der Entfernung von $^1/_2$—1 Zoll vorzüglich deswegen so stark und glockenartig, weil hier die inflektirten Stücken der Schallwellen noch sehr schwach sind, und nur wenig von den direkten Stücken der Schallwellen aufzuheben vermögen.

Endlich derselbe Fall, wie bei Stäben und Gabeln, muss bei allen fadenförmigen, transversal schwingenden Körpern Statt finden, also auch bei *gespannten* Saiten. Aber eben die Spannung verursacht, dass die angrenzenden, die Saiten spannenden Körper, resoniren, so dass die Aufhebung der beiden von der Saite unmittelbar ausgehenden Wellenzüge, nicht mehr beobachtet werden kann.

V.

Savart's Versuche über die Bewegungen mittelbar erschütterter Membranen.[1]

Von

Wilhelm Weber,

akadem. Docenten in Halle.

[Schweigger's Jahrbuch der Chemie und Physik, XX, p. 176—186, 1827.]

„Aus der eben auseinandergesetzten Art und Weise, wie Membranen sich in schwingende Abtheilungen theilen", sagt Savart in den *Annales de chim. et de phys.* (1826 Tom. XXXII, S. 385), „erkennt man leicht, dass die Klangfiguren, welche Chladni Verzerrungen *(distorsions)* genannt hat, den Uebergang zwischen verschiedenen, nicht verzerrten Klangfiguren (denen verschiedene Flageolettöne zukommen), bilden. Weil Chladni nur die Verzerrungen der Klangfiguren beobachtete, welche den nicht verzerrten Klangfiguren (die er als Grundfiguren betrachtete) zunächst sind, und weil er die Zahl der Schwingungen blos mit Hülfe des Ohres bestimmte, was keine hinreichende Genauigkeit verstattet: so konnte er behaupten, dass der Ton bei Verzerrung der Klangfiguren der nämliche als bei den Grundfiguren sei. Aber in den Tabellen zu seinem *Traité d'Acoustique* finden sich Verzerrungen von Klangfiguren, denen Töne angehören, welche einen halben, einen ganzen Ton, und selbst eine kleine Terz höher sind, als wenn die Klangfigur die sogenannte Grundgestalt hat." Der Widerspruch zwischen Chladni und Savart ist, diesen Worten Savart's nach, dass Chladni behauptet, es gebe bei *tönenden* Platten keinen Uebergang von einem Flageolettone zu einem anderen, Savart dagegen diesen Uebergang durch vielfache Versuche gefunden haben will. In der Natur stehe fast nichts isolirt da, sagt Savart mit Recht. Wirklich hat er eine ausserordentliche Zahl von Uebergängen einer Schwingungsart in die andere, in fast allen zu musikalischen Zwecken gebrauchten Körpern in dieser und in

[1]) [Hierzu Tafel IV, Fig. 1—17.]

früheren Abhandlungen vortrefflich nachgewiesen. Es ist aber eine gleichfalls in der ganzen Natur geltende Regel, dass die Uebergänge verschiedener Erscheinungen nicht dann sich zeigen, wenn diese Erscheinungen am regelmässigsten und heftigsten hervortreten, sondern gerade, wenn sie undeutlich und unbestimmt werden. Nun sind die *tönenden Schwingungen* (welche Chladni immer blos betrachtet) stets die *gleichförmigsten* und *heftigsten stehenden Schwingungen.* Es findet daher wohl ein Uebergang von einer tönenden Schwingung durch eine Reihe *nicht tönender* (weniger deutlicher und präciser) stehender Schwingungen zu einer ganz anderen tönenden Schwingung statt, aber es giebt keinen Uebergang von einer tönenden Schwingung durch lauter *tönende* Schwingungen zu einer ganz anderen (einen viel höheren oder tieferen Ton hervorbringenden) tönenden Schwingung. Ganz Recht hat übrigens Savart darin, dass manche der von Chladni beobachteten Verzerrungen der Klangfiguren schon der Anfang zum Uebergange einer Schwingungsart in eine andere sei, und dass bei diesen Verzerrungen selbst die Zahl der Schwingungen, während der Ton schwach wird und zu verschwinden anfängt, ein wenig geändert werde. *Wenn aber ein schwingender Körper einen deutlichen Ton giebt, befindet er sich in einer sehr gleichförmigen und heftigen Schwingung, die nur möglich ist, wenn die Zahl seiner schwingenden Abtheilungen genau bestimmt, und die Summe der Bewegungen in allen möglichst gleich, wo dann die Höhe des Tons* (die Geschwindigkeit der Schwingungen) *unveränderlich ist, weil sie eben so blos von der Elasticität und der Gestalt des Körpers abhängt, wie die Geschwindigkeit der Schwingungen eines Pendels von bestimmter Länge von der Schwerkraft.* Dieses von Chladni ausgesprochene Gesetz hat ausserordentliche Klarheit und Uebersicht über alle akustischen Erscheinungen verbreitet.

Um das Gesagte noch mehr zu erläutern, und weil die von Savart an *Membranen* beobachteten Bewegungen mit den Schwingungen tönender elastischer Platten mehrere Aehnlichkeiten haben, und endlich, weil jetzt überhaupt die Verbreitung kleiner Schwingungen an sichtbaren Körpern möglichst genau durch Versuche ausgemittelt werden muss, theile ich hier die, von Savart entdeckten, Erscheinungen aus dem 32. Bande der *Annales de chimie et de physique* mit.

Savart untersuchte die Linien, in welchen auf mittelbar erschütterten Membranen der Sand liegen bleibt.'

Wird nämlich eine gleichmässig gespannte, quadratische oder rektanguläre oder dreiseitige Membran mittelbar und regelmässig erschüttert, so werden aufgestreute Sandkörner von gleich grossen, regelmässig begrenzten Abtheilungen der Membran weggeworfen, sammeln sich aber auf den Grenzen dieser Abtheilungen, fast wie bei tönenden Platten.

Savart wollte die aufgespannte Membran mittelbar und möglichst gleichförmig erschüttern, und dabei die schnellere oder langsamere Folge der erschütternden Stösse nach Belieben bestimmen, und ihre Geschwindigkeit genau kennen. Wie waren diese Zwecke besser zu erreichen, als durch die tönende Schwingung einer Orgelpfeife, einer Glocke oder Scheibe, vor welcher die Membran aufgespannt wurde, so dass jede, durch die Luft fortgepflanzte, Schwingung jener tönenden Körper die Membran stossen musste?

Auf diese Weise machte er folgende zwei Reihen von Versuchen. Einmal hielt er die aufgespannte Membran vor eine Orgelpfeife, die er durch einen Stämpel verlängern oder verkürzen konnte, wodurch also eine und dieselbe Membran successiv von sehr verschieden geschwinden Stössen erschüttert wurde. Zweitens spannte er eine Membran von sehr hygrometrischer Substanz, nämlich von Papier, auf, und liess sie nach und nach immer mehr Wasserdämpfe einsaugen. Auf diese Weise konnte er eine Membran von sehr verschiedener Elasticität durch stets gleich geschwinde Stösse, z. B. vermittelst einer vorgehaltenen, tönenden Platte oder Glocke, erschüttern.

Die auf die beschriebene Weise mittelbar erschütterten Membranen zeigen nach Savart's Beobachtungen folgende Aehnlichkeit mit tönenden Platten: 1. Es bilden sich in mittelbar erschütterten Membranen schwingende Abtheilungen, die durch ruhende oder wenig bewegte Linien geschieden sind, wie bei tönenden Platten. 2. Diese ruhenden Linien können ähnliche Verzerrungen *(distorsions)* erleiden, wie Chladni bei tönenden Platten beobachtete. Dagegen zeigen sich zugleich auch folgende Verschiedenheiten zwischen den Bewegungen mittelbar erschütterter Membranen und tönender Platten: 1. Bei mittelbar erschütterten Membranen sind die am Rande liegenden Abtheilungen eben so gross, als die Binnenabtheilungen, während bei tönenden Platten die am Rande liegenden Abtheilungen nicht einmal halb so gross sind. 2. Werden bei mittelbar erschütterten Membranen die *verschiedenen Verzerrungen der ruhenden Linien durch verschiedene Breite der stossenden Wellen* hervorgebracht (d. h. durch verschiedene hohe Töne der vor die Membran aufgestellten Orgelpfeife), dagegen ist von tönenden Platten die Beobachtung allgemein bekannt, dass, wenn die ruhenden Linien sich etwas verzerren, die Breite der Wellen des von der Platte *ausgehenden* Wellenzuges gar nicht oder unmerklich geändert wird, was man aus der Höhe des Tones leicht erkennen kann.

Hält man eine quadratische Membran, deren Elasticität nicht geändert wird, vor die Mündung einer mit einem Stämpel versehenen, in Schwingung gebrachten Orgelpfeife, so kann man durch Stellung des Stämpels bewirken, dass der Sand, von den in Taf. IV, Fig. 1, No. 1 dar-

gestellten Abtheilungen weggeworfen, blos auf den Grenzlinien liegen bleibt. Wird der Ton der Orgelpfeife ein klein wenig höher, so ändert sich die Gestalt dieser Grenzlinien, auf welchen der Sand liegen bleibt, wie in No. 2, und wird, wenn der Ton der Orgelpfeife immer höher wird, wie in No. 3, 4, 5, 6, wo endlich die Grenzlinien blos in vier Parallelen bestehen. Auf diese Weise haben sich die Grenzlinien, die sich anfangs rechtwinkelig durchschnitten, in Parallelen verwandelt. Diese Umwandlung kann auch auf die Fig. 2, 3, 4, 5, 6, 7 dargestellte Weise geschehen.

Auf gleiche Weise können vier parallele Knotenlinien in zwei parallele übergehen, die gegen die frühere eine senkrechte Lage haben, wie Fig. 8 darstellt. Oder vier parallele Knotenlinien können in andere vier, die noch von zwei anderen senkrecht durchschnitten werden, übergehen, wie Fig. 9 darstellt. Noch andere merkwürdige Umwandlungen der Lage und Zahl dieser Grenzlinien bei zunehmender Geschwindigkeit der erschütternden Stösse, sieht man Fig. 10, 11, 12, 13.

Man sieht aus diesen Versuchen, dass von einer und derselben Sandfigur zu einer anderen oft mehrere Uebergänge möglich sind, z. B. Fig 10 und Fig. 11. Es fragt sich, wovon hängt es ab, ob dieser oder jener Uebergang wirklich eintritt? Savart giebt ein Merkmal an, gleich aus der ersten Aenderung der Figur zu bestimmen, welcher Uebergang erfolgen werde. Er sagt:

1. Wenn man von einer Figur rechtwinkelig sich schneidender Knotenlinien ausgeht, hängt der Charakter der folgenden Abänderungen von der Art ab, wie die Scheitelwinkel an den Kreuzungsstellen sich von einander scheiden. Dies zeigt sich sehr deutlich bei Vergleichung von Fig. 10 mit Fig. 11, welche beide Uebergänge bilden von vier parallelen, von zwei anderen normal durchkreuzten Linien zu sechs parallelen Linien.

2. Wenn man umgekehrt zuerst blos parallele Knotenlinien hat, so kann man sagen, dass der Charakter der folgenden Abänderungen von der Verschiedenheit der Beugungen abhängt, welche diese Linien erhalten können, was man deutlich aus denselben Figuren (Fig. 10 und Fig. 11) erkennt, wenn man von hinten (von No. 6, 5) anfängt; denn in Fig. 10 krümmen sich die Knotenlinien nach innen, während sie sich in Fig. 11 nach aussen beugen. Besonders merkwürdig sind die Uebergänge, wenn die Linien zwei Krümmungen nach aussen, und eine nach innen, oder umgekehrt, oder wenn sie drei Krümmungen nach aussen und zwei nach innen bilden, oder umgekehrt u. s. w., wovon Fig. 12 und Fig. 13 merkwürdige Beispiele darstellen.

Runde und dreieckige Membranen zeigen analoge Erscheinungen. Bei einer runden Membran können auf die beschriebene Weise drei

diametrale Linien hervorgebracht, und diese nach und nach in drei parallele, und endlich diese wieder in eine diametrale und eine Kreislinie umgewandelt werden. (Fig. 14.) Ferner können auf einer runden Membran fünf diametrale Linien hervorgebracht, und nach und nach in fünf parallele umgewandelt werden, wie Fig. 15 darstellt, und diese fünf Parallelen können wieder in eine diametrale und zwei Kreislinien umgestaltet werden.

Sehr schmale, lange, rektanguläre Streifen zeigen ähnliche Erscheinungen. Z. B. können die Grundlinien, wo der Sand liegen bleibt, die Gestalt Fig. 16, No. 1 haben. Wird der Ton tiefer, so nähern sich alle diese Linien dem Ende B, so dass der Zwischenraum An, und auch nn' und $n'n''$ grösser werden, n'' aber endlich bis B vorrückt, so dass die Membran blos noch zwei Linien hat. Eine andere Umwandlung ist Fig. 17 dargestellt.

Savart hat die Hypothese gemacht, dass die von den Luftwellen gestossene Membran sich auch in einer stehenden und tönenden Schwingung befinde; dass ferner von dieser tönenden Membran Schallwellen ausgingen, genau von der Breite der ankommenden Schallwellen, dass er daher die Breite dieser von der Membran ausgehenden Schallwellen kenne, weil er die Breite der ankommenden Schallwellen wisse. Nach diesen Hypothesen ergiebt sich, dass Schwingungsarten, welche verschiedene Flageolettöne hervorbringen, allmählig durch eine ununterbrochene Reihe von Zwischentönen in einander übergehen. Was nun von tönenden Membranen gilt, sagt Savart, gilt wahrscheinlich auch von tönenden, elastischen Platten. Nach Chladni's Beobachtungen gilt dies aber nicht von tönenden Platten. Savart meint, Chladni habe falsch beobachtet. (Siehe den Anfang dieser Abhandlung.) Bei den Versuchen, die ich nun aber bis jetzt angestellt habe, habe ich Chladni's Beobachtungen immer bestätigt gefunden. Fände aber Savart ein anderes Resultat, so ist zu wünschen, dass er die Materie, Gestalt und Dicke der Platte, mit der er experimentirte, genau angebe, desgleichen wie er die Platte befestigt und in Schwingung gesetzt hat, damit der Versuch wiederholt werden könne [1]).

Diese Entdeckungen Savart's betreffen *blos die Ausbreitung der kleinen Oscillationen in festen Körpern, in Membranen,* da hier gar nicht von tönenden Körpern die Rede ist, ja nicht einmal von resonirenden Körpern, wie man sich durch das Gehör überzeugen kann, sondern von

[1]) Einen bestimmten Fall, wo bei gleicher Grundfigur, die aber einmal eine Beugung nach aussen, das andere Mal nach innen erhalten hat, verschiedene Töne hervorgebracht werden, hat Chladni in seiner Akustik, Leipzig 1802, § 114, S. 131, untersucht, und dargethan, dass auch hier kein Uebergang von einem Flageolettone zu einem anderen durch eine ununterbrochene Reihe von Tönen sich zeige.

blossen Erschütterungen und schalllosen Bewegungen, die aber viele Aehnlichkeit zeigen mit den Bewegungen resonirender und selbst tönender Körper.

Ich liess einen kleinen, hölzernen, quadratischen Rahmen machen, welcher im Lichten 6 Pariser Zoll lang und breit war. Auf diesen wurde ein nasser Bogen englisches Briefpapier [1]), das keine dünnen Stellen noch andere Fehler hatte, aufgeleimt; und auf dieses Papier wurden wieder kleine Leisten geleimt, so dass das Papier recht gleichförmig gespannt und sein Rand überall gleich unbeweglich war. Ein solcher Papierbogen tönt schon, wenn man etwas an den Rahmen stösst, oder schwach gegen das Papier bläst. Streuete man auf diesen horizontal gehaltenen Papierbogen einige grobe Sandkörner, und hielt eine Uhrglocke oder kleine Glasscheibe nahe über das Papier, z. B. nahe an einer Ecke, indem man sie mit dem Violinbogen zum Tönen brachte, so bewegte sich der Sand, und sammelte sich in den von Savart beschriebenen Linien.

Bei diesen Versuchen fand ich:

1) dass auch hier bei mittelbar erschütterten Membranen nirgends ein wirklicher Durchschnitt der ruhenden Linien Statt finde, wie dies Oerstedt [2]) und Strehlke an tönenden Platten beobachtet haben;

2) dass Vertiefung oder Erhöhung des Tones der vorgehaltenen Orgelpfeife, und Aenderung der Elasticität durch Nassmachen der Membran nicht die einzigen Mittel sind, wodurch die Knotenlinien an mittelbar erschütterten Membranen sich krümmten, sondern dass diese Beugungen der Knotenlinien auch durch geringfügige Umstände hervorgebracht werden können; wenn man z. B. eine tönende Glocke einmal in die Nähe der Ecke, das andere Mal in die Nähe der Mitte der quadratischen Membran bringt;

3) dass, wie ich vorhin angeführt habe, keine Spur von Selbsttönen des Papierbogens, noch von einer Resonanz desselben zu bemerken ist. In der Versammlung der hallischen naturforschenden Gesellschaft am 14. Juli dieses Jahres wiederholte ich diese Versuche, und überzeugte hiervon die versammelten Mitglieder, insbesondere die Herren Herausgeber dieses Jahrbuchs.

Die sorgfältige Scheidung der tönenden und resonirenden Schwingungen von nicht tönenden und nicht resonirenden kleinen Bewegungen der Körper (welche freilich den ersteren sehr ähnlich sein können), welche ich in dieser Abhandlung angedeutet habe, halte ich deswegen für nothwendig,

[1]) Welches, wie Velinpapier, riefenlos ist.

[2]) Gehlen's Journal für Chemie, Physik und Mineralogie, Bd. VIII (1809), p. 223—254.

Bayerische Staatsbibliothek München

weil durch die Einmischung der letzteren in die Bewegungsgesetze tönender Scheiben und resonirender Körper grosse Verwirrung gebracht wird.

In der von meinem Bruder und mir herausgegebenen Wellenlehre haben wir schon gezeigt, wie man tönende und resonirende Schwingungen, Klangfiguren und Resonanzfiguren, unterscheiden müsse, und wie daraus sich ergab, dass Savart's und Chladni's Versuche in keinem Widerspruche ständen[1]; aber auch zwischen diesen Schwingungen und *Schwingungen ohne alle akustische Wirkung* muss man unterscheiden, welche letztere aufgestreuete Sandkörner auch in *Knotenlinien zusammenschieben* können. Wir haben in der Wellenlehre ferner ausführlich gezeigt, dass die tönende Schwingung immer von der Klasse der stehenden Schwingung sei, mit welcher stehenden Schwingung alle kleinen Bewegungen jedes Körpers zu endigen pflegen. Daraus, dass bei allen kleinen Bewegungen sich selbst überlassener Körper *endlich* ein gewisses Gleichgewicht und Gleichförmigkeit eintritt, und dass diese gleichförmige *Endschwingung* eben die stehende Schwingung ist, erklärt sich, warum stehende Schwingungen, und besonders die tönenden von der *ersten* Erschütterung, von der Erregung des Tones, am unabhängigsten sind, desgleichen warum die Chladni'schen Klangfiguren gleichfalls davon sehr unabhängig sind. — Die resonirende Schwingung besteht in den *ersten* Durchkreuzungen der eben erregten Wellen, und kann in vielen Fällen mit der tönenden Schwingung übereinstimmen, daher auch die Resonanzfiguren bisweilen ganz so wie die Klangfiguren gestaltet sind (man sehe Savart's frühere Abhandlungen). Man erkennt jedoch die Resonanzfiguren an einer grossen Abhängigkeit von der ursprünglichen Erzitterung, z. B. von der Richtung, in welcher der erschütternde Körper bewegt wird. Endlich sieht man ein, dass auch Schwingungen ohne alle akustische Wirkung von gleicher Art mit der tönenden und resonirenden Schwingung sein können; denn zu ihnen gehören z. B. alle stehenden Schwingungen, welche so schwach sind, dass sie nicht auf das Gehörorgan wirken.

[1]) Siehe dieses Jahrbuch 1825 II, III. [W. Weber's Werke I, p. 3 u. 29.]

VI.

Benutzung einer resonirenden Membran zur Beobachtung der Interferenz der Schallwellen.

Von

Dr. Wilhelm Weber.

[Schweigger's Jahrbuch der Chemie und Physik, XX, p. 247—249, 1827.]

In einem Aufsatze über SAVART's Versuche mit mittelbar erschütterten Membranen (S. 176 ff. dieses Heftes [1]), habe ich gesagt (S. 184 und 185 [2]), dass bei diesen mittelbar erschütterten Membranen weder ein Selbsttönen noch ein Resoniren beobachtet werde, sowohl wenn eine Orgelpfeife, als auch wenn eine Glocke oder schwingende Platte (überhaupt ein longitudinal schwingender Körper, oder ein transversal schwingender von flächenförmiger Gestalt) vor die Membran gehalten wird. Aber allerdings ist es mir gelungen, dieselbe Membran, ohne sie zu berühren, zum Resoniren zu bringen, und zwar auf eine sehr einfache Weise, durch Vorhalten einer Stimmgabel. (Ich brachte die eine Zinke dicht an die Membran, parallel mit der Diagonale des quadratischen Rahmens.) Der Ton einer in freier Luft gehaltenen Stimmgabel wird schon in geringer Entfernung gar nicht, oder sehr schwach gehört. Nähert man aber die Stimmgabel der Membran auf die beschriebene Weise, ohne dieselbe zu berühren, so hört man den Ton nicht allein sehr deutlich, sondern bemerkt auch sogleich, dass er nicht von der Stimmgabel, sondern von der Membran ausgehe.

Mit Hülfe einer solchen resonirenden Membran konnte ich nun dieselben Interferenzerscheinungen der Schallwellen beobachten, welche ich in diesem Jahrbuche 1826, III, S. 385—430 [3]) beschrieben und genauer untersucht habe.

Es ist nämlich die Resonanz der Membran sehr deutlich, wenn man die Aussenseite einer Zinke der Membran zukehrt. Ebenso deut-

[1]) [W. WEBER's Werke I, p. 93.] [2]) [Ebenda, p. 97 u. 98.]

[3]) [Ebenda, p. 64.]

lich ist sie, wenn man beide Zinken der Membran in gleichem Grade nähert; wenn man aber durch Drehung die Stimmgabel nach und nach aus der ersten Lage in die zweite bringt, so kommt man an einen Punkt, wo die Resonanz der Membran plötzlich fast ganz aufhört, aber indem man weiter dreht, gleich wieder erscheint. Unterscheidet man an den Zinken der Stimmgabel dreierlei Flächen, nämlich 1) Vorderflächen und Hinterflächen, 2) Seitenflächen, 3) Endflächen: so beobachtet man ein solches Verschwinden des Tones bei jedem Uebergange von einer Vorderfläche zu einer Seitenfläche und umgekehrt, ferner bei jedem Uebergange von einer Vorderfläche zu einer Endfläche und umgekehrt; man beobachtet aber kein Verschwinden des Tones beim Uebergange von einer Seitenfläche zu einer Endfläche oder umgekehrt. Diese Erscheinungen hört man bei äusserem Geräusche nicht deutlich, daher diese Versuche am besten während der Nacht angestellt werden.

Besonders bemerkenswerth sind bei diesen Erscheinungen folgende Unterschiede von den in der angeführten Abhandlung (in diesem Jahrbuche 1826, III, S. 385 [1]) beschriebenen: 1) dass die Membran eine weit an der Stimmgabel vorbei sich erstreckende Ebene ist, deren jeder Punkt gleich leicht erschüttert werden kann, während die abgestimmte eingeschlossene Luftsäule nur eine enge Oeffnung erhielt, so dass sie nur mittönen konnte, wenn die Schallwellen durch diese Oeffnung drangen; 2) dass die Membran nicht abgestimmt war, und doch diese Erscheinungen zeigte, während man mit einer nicht abgestimmten Luftsäule, wenigstens wenn sie eng ist, nichts beobachten kann.

[1]) [W. Weber's Werke I, p. 64.]

VII.

Bemerkung über Wheatstone's phonisches Kaleidoskop.[1])

Von

Wilhelm Weber.

[Schweigger's Jahrbuch der Chemie und Physik, XX, p. 490—493, 1827.]

Wie in einem optischen Kaleidoskope eine Menge symmetrischer Figuren durch Reflexion des Lichtes entstehen, so sollen im phonischen Kaleidoskope eine Menge symmetrischer Figuren durch *akustische Schwingungen* hervorgebracht werden. Dies kann auf doppelte Weise bewirkt werden: erstlich, indem man dazu die regelmässige Gestalt der schwingenden Abtheilungen (Chladni's Klangfiguren); zweitens, indem man die regelmässigen *Bewegungen* eines Theilchens benutzt. Im letzteren besteht Wheatstone's Kaleidoskop. Ein oder mehrere schwingende Theilchen können nämlich die Taf. IV, Fig. 18 bis 29 dargestellten Bahnen beschreiben, und es kommt blos darauf an, diese Bahnen dem Auge auf eine glänzende Art sichtbar zu machen. Dies geschieht durch ausgezeichnete Politur des schwingenden Punktes, während die angrenzenden Theile schwarz gefärbt werden, und durch ein recht helles Licht, welches man auf ihn fallen lässt.

Die Mannigfaltigkeit und Symmetrie der Figuren beruht bei diesem Kaleidoskope auf zweierlei. Erstens, dass man nicht blos *einen* glänzenden Punkt wählt, sondern mehrere, die für sich schon regelmässige Figuren bilden. Dadurch entstehen z. B. Fig. 20 und 29. Ein zweites Verfahren, die Figuren zu vermannigfaltigen, ist von wissenschaftlichem Interesse, nämlich durch Verbindung mehrerer Schwingungsarten.

Es ist bekannt, dass ein und derselbe tönende Körper zugleich

[1]) Vgl. Description of the Kaleidophone, or Phonic Kaleidoskope; a new Philosophical Toy for the Illustration of several Interesting and Amusing Acoustical and Optikal Phaenomena Communicated, by Mr. C. Wheatstone. Quaterly Journal of Science, Literat. and Art. New Series No. II, p. 344 ff.

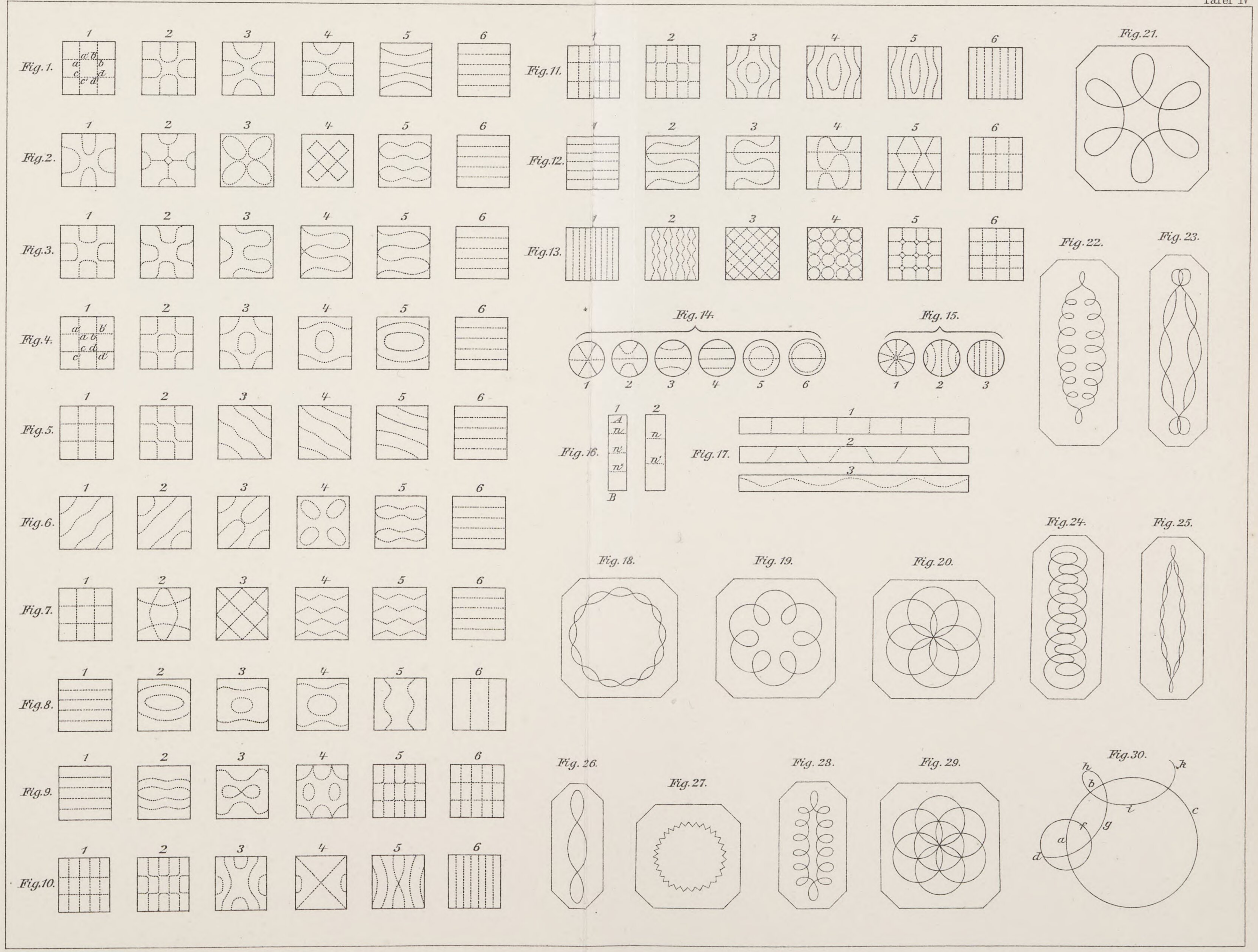
[Hierzu Tafel IV, Fig. 18—30.]

seinen Grundton und einen höheren Flageoletton geben kann. Vermöge der Schwingung des Grundtones bewege sich das beobachtete Theilchen in einem Kreise. Während es diesen Kreis einmal durchläuft, beschreibe es zugleich, vermöge der geschwinderen Schwingung des höheren Flageolettones, sechs kleinere Kreise. Da aber der Mittelpunkt dieser kleinen Kreise sich, während sie beschrieben werden, vorwärts bewegt: so entstehen cykloidische Kurven, wie Fig. 19 und 21 dargestellt sind, oder wie der Nagel eines Rades sie beschreiben würde, das sechs Mal sich herumdrehete, während man seine Axe an einer Walze einmal herumführte. Z. B. sei Fig. 30 *a*, *b*, *c* der Kreis, in dem sich die Axe bewege. Während diese von *a* nach *b* gelangt, hat sich der Radnagel *d* schon in der Richtung *dgf* einmal um die Axe herumbewegt, und dabei die Cykloide *dgh* beschrieben. Im folgenden Zeitraum beschreibt er die Cykloide *hik* u. s. w., wie Fig. 21 dargestellt ist. Hätte sich der Radnagel nicht in der Richtung *dgf*, sondern in der entgegengesetzten Richtung *dfg* bewegt, so hätten wir Fig. 19 erhalten. Auf ähnliche Weise sind auch Fig. 18, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28 entstanden.

Wheatstone hat zu diesen Versuchen Stäbe angewendet, deren eines Ende er in einen Holzklotz befestigt. Man kann eben so gut frei schwingende Stäbe dazu benutzen, und auf diese Weise habe ich einige der beschriebenen Bahnen deutlich hervorgebracht. Ich nahm nämlich eine 4 Fuss lange, 3 Linien breite und dicke Leiste von Tannenholz, färbte ihr eines Ende schwarz, befestigte darauf eine recht glänzende Perle, auf welche ich die Sonnenstrahlen fallen liess, während ich den Stab bei einem Schwingungsknoten (z. B. 0,225 oder 0,132 oder 0,355 weit von seinem oberen Ende) an einem Faden aufgehängt hielt, und durch leise Berührung mit dem Daumen das Drehen verhinderte. Der Stab wurde durch einen starken Schlag in Schwingung gebracht.

Merkwürdig ist, dass wenn der schwingende Punkt sich in einer elliptischen Bahn bewegt, die grosse Axe der Ellipse einer beständigen und regelmässigen Schwankung unterworfen ist.

Es ist vorausgesetzt worden, dass die Schwingungen des Grundtones in die Zahl der in gleicher Zeit vollbrachten Schwingungen des Flageolettones gerade aufgingen. Dies würde bei einer Saite der Fall sein; bei einem Stabe findet es aber nur annäherungsweise Statt. Dennoch wird dadurch keine merkliche Störung der Figuren hervorgebracht.


Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8.
Fig. 9.
Fig. 10.
Fig. 11.
Fig. 12.
Fig. 13.
Fig. 14.
Fig. 15.
Fig. 16.
Fig. 17.
Fig. 18.
Fig. 19.
Fig. 20.
Fig. 21.
Fig. 22.
Fig. 23.
Fig. 24.
Fig. 25.
Fig. 26.
Fig. 27.
Fig. 28.
Fig. 29.
Fig. 30.

VIII.

Auszug aus den die Theorie des Schalles und Klanges betreffenden Aufsätzen von Felix Savart, mit einigen Bemerkungen.[1]

Von

Wilhelm Weber.

[Schweigger's Jahrbuch der Chemie und Physik, XXI, p. 291—329, 1827.]

Dr. Felix Savart in Paris hat seit 1825 in den *Annales de chimie et de physique* von Gay-Lussac und Arago mehrere akustische Untersuchungen bekannt gemacht, die eben so interessant sind, als die früheren, welche ich im Jahrgange 1825 (II. S. 385 bis 428 und III. S. 257 bis 310[2]) dieses Jahrbuches im Auszuge mitgetheilt habe. Damit dieses Jahrbuch alle neueren Fortschritte der Akustik enthalte, will ich jene Untersuchungen auf ähnliche Weise zusammenstellen.

Es giebt ein weites Feld schwieriger akustischer Untersuchungen, wenn man zur Hervorbringung der Luftschwingungen statt langer und enger Röhren, weite und kurze Röhren wählt, weil alsdann der Einfluss des tonerregenden Luftstromes, des Mundstückes und der Materie der Wände zunimmt, so dass die Erscheinungen eine Mannigfaltigkeit erhalten, in welche bisher noch nicht möglich geworden ist, gehörige Ordnung zu bringen.

Savart hat nun *erstens* entdeckt, dass *eine kurz und weit gebaute Orgelpfeife, wenn man ihre Wände,* statt aus einem steifen Körper, wie Holz oder Metall, vielmehr *aus einem elastisch-weichen Stoffe,* z. B. aus Pergament, *bildet, bei weitem tiefer tönt, als eine hölzerne oder metallene von gleicher Grösse, und dass, wenn man ihre pergamentenen Wände durch Wasserdämpfe mehr und mehr erschlafft, ihr Ton bis um zwei Oktaven von ihrer sonstigen Tonhöhe herabsinken kann.* Diese Entdeckung hat Savart auf die Stimmröhre und alle Höhlungen, welche

[1]) [Hierzu Tafel V.] [2]) [W. Weber's Werke I, p. 3 u. 29.]

unmittelbar in Verbindung mit ihr stehen, angewendet, welche die Natur gleichfalls aus elastisch weichen Wänden gebildet hat, wodurch also eine Menge selbst tiefer Töne hervorgebracht werden können.

Eine *zweite* Entdeckung ist, dass *in einer weiten Orgelpfeife* nicht alle Theile der Luftmasse zur Hervorbringung des Tones beitragen, sondern dass man *unbeschadet des Tones gewisse Theile der Luftmasse, vorzüglich in der Nähe der Ecken und Winkel abschneiden, und durch feste Wände von der übrigen Luft trennen kann.* Savart hat die Gestalt der Luftmasse auszumitteln gesucht, welche übrig bleibt, wenn man alle für die Hervorbringung des Tones unwesentlichen Theile abgesondert hat.

Eine *dritte* Entdeckung, welche von Clement und Hachette gemacht und von Savart untersucht worden, ist, dass *eine Platte, welche vor eine Oeffnung, aus der Luft strömt, gebracht wird,* statt abgestossen, *bisweilen angezogen werde*[1]*), und Töne erzeuge.* Savart hat nachgewiesen, dass *diese* Töne nicht von der ausströmenden Luft, sondern *von der Platte eigenthümlichen Schwingungen herrühre.*

Viertens hat Savart seine frühere Entdeckung — dass die Theilchen aller Oberflächen eines erschütterten Körpers, so weit die Beobachtung reicht, sich mit dem stossenden Körper parallel bewegen — dadurch erweitert, dass er durch Versuche diesen Parallelismus fortgepflanzter Erzitterungen auch für Wasser und Luft nachgewiesen hat. *Wenn in einer Gesammtheit unter einander verbundener fester, tropfbar flüssiger und luftförmiger Körper ein oder mehrere Theilchen in irgend einer bestimmten Richtung erschüttert werden, so pflanzt sich diese Erschütterung in kleine Entfernungen durch alle zusammenhängende Körper so fort, dass sämmtliche Theilchen in geraden Linien hin und her schwingen, welche mit derjenigen, in welcher das erste Theilchen aus seiner Lage entfernt wurde, parallel sind.*

Endlich hat Savart entdeckt, dass die Töne *transversal schwingender Körper, die aus Luft in Wasser getaucht werden, sich sehr stark vertiefen; die Töne longitudinal schwingender Körper dagegen unverändert bleiben,* dass daher bei Untersuchung des Schallleitungsvermögens des Wassers keine transversal, sondern longitudinal schwingende Körper angewendet werden müssen. Savart entdeckte, dass beim Eintauchen transversal tönender Körper in Wasser die ruhenden Linien der Klangfiguren sich dem Rande näherten.

[1]) Die Kräfte, welche diese merkwürdige Erscheinung hervorbringen, hat Hachette in den *Annales de chimie et de physique* 1827, XXXV, p. 34—53 untersucht in der Abhandlung: *De l'écoulement des fluides aëriformes dans l'air atmosphérique, et de l'action combinée du choc de l'air et de la pression atmosphérique.* (Vgl. Poggendorff's Ann. 1827, X, p. 265 ff.)

Eine Abhandlung über ruhende Linien nicht tönender, erschütterter Membranen habe ich aus den *Annales de chimie et de physique* 1826, XXXII, in diesem Jahrbuche Jahrgang 1827, II, S. 176 bis 186 [1]) gegeben.

Ich werde nun die einzelnen Untersuchungen in folgender Ordnung vortragen:

§ 1.

Versuche über die Aenderung der Schwingungszahl tönender fester Körper, wenn sie von verschiedenen flüssigen Mitteln umgeben sind. [2])

Man hat schon oft zu bestimmen versucht, wie die Geschwindigkeit der Schwingungen tönender Körper geändert werde, wenn man sie successiv in Flüssigkeiten von verschiedener Dichtigkeit taucht; aber alle Versuche, die man gemacht hat, sind vergebens gewesen, weil man kein passendes Mittel wusste, Körper in jeder beliebigen Flüssigkeit zum Tönen zu bringen. Die Wirksamkeit des Mittels auf die Schwingungszahl eines und desselben Körpers ist verschieden, wenn der Körper in tangential-longitudinaler, in tangential-transversaler, in normaler, oder in mehr oder weniger schräger Richtung schwingt. [3])

Die Wirksamkeit des umgebenden Mittels ist Null für sehr lange und sehr dünne Körper, die in der Richtung ihrer Länge schwingen, oder wenigstens ist sie so gering, dass es nicht möglich ist, sie mit dem Ohre wahrzunehmen. Ein sehr langer Stab von geringem Durchmesser, der longitudinal schwingt, scheint in Flüssigkeiten von sehr verschiedener Dichtigkeit, z. B. in der Luft, im Wasser, in Säuren, im Oele und selbst im Quecksilber genau denselben Ton zu geben.

Dagegen können unter denselben Umständen transversal schwingende Körper Töne von sehr verschiedener Höhe hören lassen. Eine dünne transversal schwingende Platte kann im Wasser oder einer anderen tropfbaren Flüssigkeit einen um eine Terz, Quinte, Oktave, zwei Oktaven tieferen Ton geben als in der Luft. Je grösser die Länge und Breite der Platte, und je kleiner ihre Dicke ist, desto grösser ist die Abnahme der Schwingungen beim Eintauchen aus der Luft in eine dichtere Flüssigkeit, wie Wasser. Zu diesem Versuche musste man eine Vorrichtung haben, wodurch man den Körper in allen Mitteln gleich leicht zum Tönen bringen konnte. Dieses kann man leicht bewirken, wenn man die Bewegung mit Hülfe einer kleinen, in der Richtung ihrer Länge

[1]) [W. Weber's Werke I, p. 92.]

[2]) Annales de chimie et de physique 1825, XXX, p. 264—269.

[3]) Siehe dieses Jahrbuch 1825, II. S. 403 und III. S. 266, 67 u. 69. [W. Weber's Werke I, p. 13 u. 34, 35, 36.]

leise geriebenen, Glasröhre hervorbringt. Das Glasstäbchen wird senkrecht auf eine der Flächen des tönenden Körpers befestigt.

Wenn die Körper tangential-transversal schwingen, welche Schwingungsart man auch auf die eben beschriebene Weise hervorbringen kann, so ist die Vertiefung des Tones beim Eintauchen des Körpers in verschiedene Flüssigkeiten bei weitem nicht so beträchtlich, als wenn der Körper transversal schwingt. Hat man Glasstäbe oder Glasplatten, so ist der Ton im Wasser vom Tone in der Luft um so mehr verschieden, je schmaler die Platten bei gleicher Länge und Dicke sind. Der Ton kann um eine halbe oder ganze Stufe tiefer werden.

Daraus geht hervor, dass die verschiedenen Flüssigkeiten, von welchen der tönende Körper umgeben sein kann, keinen merklichen Einfluss auf diejenigen Oberflächen des Körpers ausüben, welche tangential schwingen, desto grösseren Einfluss aber auf diejenigen Flächen, welche normal oder wenigstens schräg schwingen. Daher Glocken und andere Körper, deren Wände mehr oder weniger gegen die Richtung der Schwingungen geneigt sind, beim Eintauchen in eine andere Flüssigkeit sehr verschiedene Aenderungen des Tones zeigen, so dass sich von ihnen gar nichts bestimmtes angeben lässt. Der Ton eines gewöhnlichen Bierglases wird fast eine Oktave tiefer, wenn es aus der Luft in Wasser getaucht wird, während er bei weiten, wie eine Schale gestalteten, mit Füssen versehenen Gläsern um eine Duodecime sinken kann. Die Vertiefung wird um so beträchtlicher sein, je mehr dünne, normal schwingende Theile das Gefäss hat, je dünner die Wände, und je grösser der Durchmesser ist. Ungeheure Schwierigkeit würde es haben, genau die Gesetze zu bestimmen, nach welchen man bei jedem Körper die Vertiefung des Tones beim Eintauchen in irgend eine beliebige Flüssigkeit voraussagen könnte.

Die Lage der Knotenlinien eines auf eine bestimmte Art schwingenden Körpers bleibt unverändert beim Eintauchen desselben in verschiedene Flüssigkeiten, wenn blos von tangential-longitudinalen Schwingungen die Rede ist. Anders verhält es sich mit transversalen Schwingungsarten. Z. B. befestige man ein kleines Glasstäbchen in dem Mittelpunkt einer runden Glasscheibe, so dass beide senkrecht auf einander stehen. Darauf reibe man leise das Glasstäbchen in der Richtung seiner Länge, so wird die Kreisscheibe transversal schwingen, und es wird sich in der Luft eine kreisförmige Knotenlinie bilden, die alle Radien fast halbirt, aber im Wasser wird diese Knotenlinie weiter nach dem Rande zu rücken, und zwar um so mehr, je grösser die Vertiefung des Tones. Bei Stäben beobachtet man ein ähnliches Verhalten. Ein Stab, welcher so schwingt, dass in der Luft vier auf die Kanten senkrechte Knotenlinien sich zeigen, hat auch noch vier Knotenlinien im Wasser, aber

die, welche den Enden des Stabes zunächst lagen, rücken ihnen noch näher, und alle mittlere Abtheilungen werden länger. Um dies zu zeigen, wirft man Sand in die Flüssigkeit, der dann auf den eingetauchten schwingenden Körper fällt, und eben so gut Knotenlinien bildet, als in der Luft.

Durch tieferes Eintauchen des schwingenden Körpers wird der Ton nicht geändert, wenigstens so weit man mit dem Arme eintauchen kann. Doch muss man dem Boden des Gefässes nicht zu nahe kommen, weil dieser eine Rückwirkung hervorbringen könnte.

Von dieser Untersuchung lässt sich eine nützliche Anwendung auf die bekannten Untersuchungen über das Schallleitungsvermögen verschiedener Körper machen. Hält man einen normal tönenden Körper ins Wasser, und urtheilt über das Schallleitungsvermögen des Wassers nach dem blossen Eindrucke, den jener Ton auf's Gehör macht, so meint man, Wasser leite den Schall schlechter als Luft. Aber die Grösse der Schwingungen ist im Wasser anders als in der Luft, und der Ton ist tiefer geworden. Die Folgerungen, die man aus den bisher angestellten Versuchen über das Schallleitungsvermögen verschiedener Flüssigkeiten gemacht hat, sind daher falsch, wenn man auf diese Aenderungen keine Rücksicht genommen hat. Das einzige Mittel, Versuche dieser Art unter einander zu vergleichen, ist, wenn man lange dünne Stäbe nimmt, und sie in tangential-longitudinale Schwingung bringt; denn in diesem einzigen Falle hat die umgebende Flüssigkeit keinen Einfluss auf die Schwingung.

§ 2.

Versuche über die Fortpflanzung der Schallwellen durch tropfbare Flüssigkeiten und durch die Luft. [1])

Da nach der Beobachtung mehrerer Anatomen einige wesentliche Theile des Gehörorgans entweder in eine Flüssigkeit getaucht, oder mit Flüssigkeit in Berührung sind, hielt Savart es für zweckmässig, zu untersuchen, auf welche Weise sich die Schallwellen in solchen Flüssigkeiten verbreiten.

Schon seit langer Zeit weiss man, dass Schallwellen sich nicht blos in festen und luftförmigen, sondern auch in tropfbar flüssigen Körpern fortpflanzen. Daher weit entfernt, diese Thatsachen nochmals begründen zu wollen, wollen wir vielmehr jetzt versuchen, Licht über die wichtigsten Umstände, die mit der Fortpflanzung der Schallwellen durch tropfbare Flüssigkeiten verbunden sind, zu verbreiten, vorzüglich über die Richtung, in welcher die Flüssigkeitstheilchen dabei bewegt werden, wenn sie einen schwingenden Körper unmittelbar berühren.

[1]) Annales de chimie et de physique 1826, XXXI, p. 283—294.

Die Erfahrung lehrt, dass die Schallwellen in tropfbaren Flüssigkeiten sich gerade so fortpflanzen, als in festen und luftförmigen Körpern; nämlich die Richtung der Bewegung und die Anzahl von Schwingungen für irgend einen Zeitraum bleiben ungeändert, wenn ein schwingender Körper einen anderen Körper in Schwingung bringt, der durch eine tropfbare Flüssigkeit von ihm geschieden ist. Folgende Versuche werden dieses nachweisen. Taf. V, Fig. 1, *AB* sei ein Gefäss von Blech, der Boden sei eben und in horizontaler Lage. *V* sei ein kleiner Glasstab senkrecht in der Mitte des Bodens mit Mastix oder Siegellack befestigt. Man giesst Wasser in dieses Gefäss, so dass es 3 bis 4 Centimeter (13 bis 18 Linien) tief steht (da der Boden horizontal ist, wird die Tiefe überall gleich sein). Auf die Oberfläche legt man ein dünnes Stück gefirnisstes Holz *LL'*. Darauf bringt man das Glasstäbchen *V* in eine tangential-longitudinale Schwingung, indem man es leise mit nassen Fingern streicht. Diese Bewegung ist nun für den Boden des Gefässes normal, und bestreuet man *LL'* mit Sand, so sieht man, dass seine Bewegung auch normal auf die äussere Fläche ist.

Giesst man das Wasser aus, und bringt zwischen *LL'* und dem Boden des Gefässes *AB* einen kleinen festen Stab, der auf beide perpendikular steht, so sieht man, dass sich die Bewegung durch diesen Stab gerade so wie durchs Wasser fortpflanzt. Dieselbe Fortpflanzung sieht man, wenn *LL'* eine Membran oder eine sehr dünne Leiste ist, auch wenn zwischen ihr und dem Boden des Gefässes nichts als Luft ist.

Bringt man ein blechernes oder gläsernes Gefäss mit ebenen rechtwinkelig gegen einander liegenden Wänden (Fig. 2) mit einem Violinbogen zum Tönen, nachdem man Wasser hineingegossen, und eine dünne Holz-, Glas- oder andere Platte auf dessen Oberfläche gelegt hat, ohne dass sie die Wände des Gefässes berührt, so sieht man in der Platte eine sehr regelmässige tangentiale Schwingung entstehen, wenn man Sand oder feinen Staub darauf streuet. Die Bewegung ist gerade so, als wenn die kleine Platte unmittelbar an die Wände des Gefässes befestigt wäre. Wenn die kleine auf dem Wasser schwimmende Holzplatte ein kleines, dünnes und schmales Holzstäbchen ist, dessen Kanten senkrecht auf die mit dem Violinbogen gestrichene Wand des Gefässes zulaufen, so ist die Bewegung im Holzstäbchen tangential-longitudinal, was man sowohl aus der Bewegung der Sandkörner, als aus der Lage der Knotenlinien sieht, die alle senkrecht gegen die Längskanten des Stäbchens gerichtet sind.

Das Wasser zwischen dem Stäbchen und der Gefässwand bewirkt also auch hier ganz dasselbe, was ein fester Körper oder Luft an seiner Stelle bewirken würde. Denn die Theilchen der Gefässwand bewegen sich bei *V* in der Richtung des Pfeiles *ab*, senkrecht auf die Wand.

Das Stäbchen LL' liegt parallel mit ab, und macht tangential-longitudinale Schwingungen, seine Theilchen bewegen sich folglich parallel mit ab.

Giebt man dem Stäbchen keine auf die Gefässwände senkrechte, sondern mehr oder weniger geneigte Lage, so bleibt die Bewegung der Sandkörner auf dem Stäbchen LL' doch immer mit ab parallel, selbst wenn die Längskanten des Stäbchens parallel mit der erschütterten Gefässwand liegen Die Richtung, in welcher die kleinen Theile des Holzstäbchens hin und herschwingen, ist also von der Lage seiner Kanten unabhängig, und richtet sich blos nach der Lage der Gefässwände, bleibt aber dabei immer tangential.

Aus diesen Versuchen ist es wahrscheinlich, dass eine tropfbare Flüssigkeit, wenn sie auf der einen Seite die senkrechte, normal erschütterte Wand eines Gefässes, auf der anderen Seite einen dünnen Körper berührt, dessen Flächen mit der Oberfläche der Flüssigkeit parallel liegen, gleichfalls in eine Schwingung geräth, deren Richtung den Erzitterungen der beiden angrenzenden festen Körper parallel ist.

Das Gesetz, dass die Erzitterungen des schwimmenden Körpers mit den ursprünglichen Erzitterungen der Gefässwand parallel sind, ändert sich nicht bei verschiedener Dicke der Platten oder Stäbe, und gilt noch, wenn man ziemlich dicke Körper, oder wenn man blos gespannte oder ungespannte Membranen von beliebigem Durchmesser anwendet. Um gespannte Membranen zu prüfen, spannt man sie über ein leichtes auf dem Wasser schwimmendes Gefäss, wobei aber die Membran in horizontaler Lage bleiben muss. Auf diese Weise erhält die Membran blos von den Wänden des Gefässes, welche die Flüssigkeit unmittelbar berühren, die Erzitterung. Auch in diesem Falle sind alle Erzitterungen der Membran blos tangential, und zwar immer normal gegen die Gefässwand. Die Wassertheilchen müssen also doch auch parallel mit ihrer Oberfläche und normal gegen die Gefässwand schwingen; denn ohne dem sähe man gar nicht ein, warum die Membran gerade tangentiale Erzitterungen machte, und nicht eben so gut in jeder beliebigen anderen Richtung.

Bei den bisherigen Versuchen schwamm der Körper, dem die Erzitterung mittelbar durch das Wasser ertheilt wurde, auf der Oberfläche der Flüssigkeit. Wir wollen jetzt untersuchen, ob die Erscheinungen mitgetheilter Erzitterungen sich nicht ändern, wenn man den festen Körper ganz unter das Wasser eintaucht. Ich hing einen Glasstab an sehr feinen Fäden auf, und liess ihn so horizontal in ein gläsernes oder blechernes Gefäss voll Wasser hinab. Um die Richtung der Erzitterungen dieser Platte zu erfahren, wirft man etwas Sand auf die Wasseroberfläche. Er sinkt und verbreitet sich auf der Platte, wo er in eine sehr

deutliche Erzitterung geräth, sobald man das Gefäss schwingen lässt, sowohl in normaler Richtung, als auch in tangentialer. Normal sind die Erzitterungen, wenn der Apparat wie in Fig. 1 eingerichtet ist, wo die Erzitterung von einem kleinen, senkrecht in den Boden des Gefässes befestigten, Stäbchen ausgeht. Tangential-longitudinal sind die Erzitterungen, wenn man mit einem Violinbogen den Rand des Gefässes in der Richtung *ab* streicht, wie in Fig. 2, parallel mit der Oberfläche des Wassers, mit den Flächen des Stäbchens und mit dessen Längenkanten. Denselben Versuch kann man auch mit einer Kreisplatte machen. Die Richtung der kleinen Schwingungen ist auch dann dieselbe. In allen Fällen bildet der Sand unter dem Wasser eben so bestimmte Figuren, als in der Luft.

Man sieht wohl ein, dass es nicht nöthig ist, die Versuche noch mehr zu vervielfachen, um darzuthun, dass die durch Fortpflanzung der Schallwellen hervorgebrachten Erscheinungen in tropfbaren Flüssigkeiten eben so erfolgen, als in festen Körpern, wenigstens wenn die Strecke der Flüssigkeit zwischen zwei zitternden festen Körpern nicht sehr gross ist. In den beschriebenen Versuchen war sie nie grösser, als 4 bis 5 Centimeter (18 bis 22 Linien). Wenn die beschriebenen Erscheinungen bis in dieser Entfernung überall sich auf gleiche Weise zeigen, so kann man schon daraus schliessen, dass die Theile des Gehörorgans, welche mit tropfbarer Flüssigkeit umgeben sind, sich eben so verhalten werden.

Ferner wollen wir untersuchen, ob die Schwingungszahl bei dem mittelbar erschütterten Körper eben dieselbe, wie bei dem ursprünglich erschütterten ist. Man lasse eine kleine Platte auf der Oberfläche einer in eine Harmonikaglocke gegossenen Flüssigkeit schwimmen, und errege Töne von verschiedener Höhe (was leicht geht, wenn man den Rand nöthigt, sich in weniger oder mehr schwingende Abtheilungen zu theilen, oder wenn man mehr Flüssigkeit hineingiesst), so beobachtet man, dass bei jedem anderen Tone, die kleine Platte eine veränderte Lage der Knotenlinien zeigt; und daraus lässt sich vermuthen, dass die Schwingungszahl bei dem Uebergange aus dem ursprünglich erschütterten Körper in das Wasser und von da in den Stab sich nicht ändere. Uebrigens weiss man, dass, wenn ein Ton in der Luft erregt wird, und man hört ihn zuerst in der Luft, und taucht alsdann unter Wasser, man keine Aenderung der Höhe oder Tiefe des Tones wahrnimmt.

So sieht man aus diesen Versuchen, dass die Gesetze dieser Erscheinungen vom Aggregatzustande der Körper unabhängig sind. Wenigstens für so kleine Entfernungen, in welchen Savart die Versuche machen konnte, war kein Unterschied bei festen und flüssigen Körpern zu bemerken.

So kann man also von festen und flüssigen Körpern, unter der

Voraussetzung, dass nur von kleinen Entfernungen die Rede sei, folgenden allgemeinen Ausspruch thun:

Wenn in einer Gesammtheit unter einander verbundener fester und flüssiger Körper, ein oder mehrere Theilchen in irgend einer bestimmten Richtung erschüttert werden, so pflanzt sich diese Erschütterung in kleinen Entfernungen durch alle zusammenhängende Körper so fort, dass sämmtliche Theilchen in geraden Linien hin und her schwingen, welche mit derjenigen, in welcher das erste Theilchen aus seiner Lage entfernt wurde, parallel sind.

Scheinbare Ausnahmen dieses allgemeinen Gesetzes sind es, wenn gleichzeitig anderartige Bewegungen und Schwingungen Statt finden, die heftiger sind, als die kleinen Schwingungen, welche die ursprüngliche Erschütterung fortpflanzen.

Stellt man in einem Zimmer eine gespannte Membran horizontal auf, und lässt zwei bis drei Meter (6 bis 9 Fuss) davon eine senkrecht gehaltene Kreisscheibe, deren Flächen also senkrecht auf der Ebene der Membran stehen, tönen: so musste nach dem obigen Gesetze die Membran in tangentiale Schwingung gerathen; aber fast immer macht sie normale oder schräge Schwingungen, weil die, in verschiedenen Richtungen von den Wänden des Zimmers zurückgeworfenen, Schallwellen auf die Membran wirken. Dennoch tritt die Erscheinung dem obigen Gesetze gemäss hervor, sobald die Scheibe der Membran sehr genähert wird.

In dem folgenden Beispiele finden gleichzeitig mit der Fortpflanzung der Erschütterung Beugungen des ganzen Körpers und davon herrührende heftige Transversalschwingungen Statt, und bewirken, dass in diesem Falle das obige Gesetz nicht anwendbar ist.

Tropfbare Flüssigkeiten müssen in Gefässen eingeschlossen werden, und gewöhnlich muss man sich der Wände dieser Gefässe dazu bedienen, die Erschütterung hervorzubringen, wobei oft auf den verschiedenen Seiten Bewegungen in verschiedenen Richtungen erregt werden. Es ist z. B. bekannt, dass, wenn man eine, mit Wasser gefüllte, Harmonikaglocke tönen lässt, die Wasseroberfläche ein Netz kleiner Wellen oder Riefen zeigt, wie Fig. 3 darstellt, nämlich in der Mitte jeder schwingenden Abtheilung sind die Wellen deutlicher, als an den Schwingungsknoten. Bringt man auf die Wasseroberfläche eine runde Kreisscheibe von fast gleichem Durchmesser als die Glasglocke, so sieht man, wenn die Glocke schwingt, den Sand auf der Scheibe sich überall tangential vom Rande zum Mittelpunkt oder umgekehrt hingleiten, wo also nicht alle Theile nach gleicher Richtung sich bewegen. Dieses kommt daher, dass die Harmonikaglocke sich beugt, wenn man sie mit dem Violinbogen streicht, und durch diese Beugung in eine Transversalschwingung geräth, wobei sich die Glocke in vier,

sechs oder acht schwingende Abtheilungen theilt, deren jede nach einer anderen Richtung schwingt. Diese Transversalschwingungen sind heftiger, als die Schwingungen, welche die ursprünglichen Erschütterungen fortpflanzen [1]). Daher hängt von diesen Beugungsschwingungen die Richtung der Schwingung eines festen Körpers, der in der Mitte einer solchen schwingenden Abtheilung befestigt ist, ab; wird z. B. ein cylindrisches Stäbchen senkrecht auf den Rand einer Glocke in der Mitte einer schwingenden Abtheilung befestigt, so macht es stets longitudinaltangentiale Schwingungen, welche Richtung die durch Verbreitung der einzelnen Erschütterungen hervorgebrachten Schwingungen auch haben mögen. Eben das gilt von dem Wasser in einer Harmonikaglocke. Ueberall erhalten die Flüssigkeitstheilchen durch jene Beugungsschwingungen normale Bewegungen gegen den Rand der Glocke. Legt man eine kleine Kreisplatte auf die Wasseroberfläche, so ist die Richtung ihrer kleinen Erzitterungen verschieden, je nachdem sie der Mitte einer Ausbeugung oder einem, zwei Ausbeugungen scheidenden, Schwingungsknoten nahe liegt. Man errege den Ton, bei welchem die Glocke in vier schwingende, entgegengesetzt gebogene, durch Knotenlinien geschiedene Abtheilungen zerfällt (Fig. 4). Befindet sich alsdann die kleine Platte nahe der Mitte einer Ausbeugung, so werden die Sandkörner in der Richtung HG oder GH geworfen. Befindet sich die kleine Platte nahe an einem Schwingungsknoten (Fig. 5), so bewegen sich nicht alle Sandkörner nach einer Richtung, sondern einige in der Richtung HG, andere in der Richtung $H'G'$, nämlich jedes Sandkorn senkrecht auf die schwingende Abtheilung, der es zunächst liegt. Auf diese Weise pflanzen also alle schwingenden Abtheilungen der Harmonikaglocke Erschütterungen nach verschiedenen Richtungen durch das Wasser auf die Kreisscheibe fort, und bringen gemeinschaftlich die beschriebenen Bewegungen des Sandes auf der Kreisscheibe hervor.

Einige ähnliche Fälle ausgenommen, verbreitet sich die Bewegung immer dem obigen Gesetze gemäss.

Aus diesen Untersuchungen ergiebt sich einiges zur Erklärung des Gehörorgans. Wenn nämlich das Labyrinth eine Flüssigkeit enthält, wie die meisten Anatomen behaupten: so ergiebt sich aus den mitgetheilten Untersuchungen, dass diese Flüssigkeit die Schallwellen zu den darin liegenden Theilen des Gehörorgans fortpflanzen werde, ohne weder die Richtung der kleinen Schwingungen, noch die Zahl der Schwingungen zu ändern. Dieses war aber nothwendig, wenn wir von der Richtung des Schalles sollten urtheilen können.

[1]) Siehe dieses Jahrbuch 1825, II, S. 420 u. 421. [W. Weber's Werke I, p. 23.]

Kein Theil des Gehörorgans ist übrigens so gebildet, dass auf ähnliche Weise, wie in den angeführten Beispielen, die Richtung der kleinen Bewegungen geändert werde; denn das Felsenbein ist so fest, dick und unregelmässig gestaltet, dass unmöglich eine Beugungsschwingung entstehen kann, und wird daher die im Labyrinthe enthaltene Flüssigkeit die Schallwellen dem obigen Gesetze gemäss fortpflanzen.

Nimmt man ein feines rundes Blatt Papier von 8 bis 12 Zoll Durchmesser, spannt es auf einen Ring, oder besser über ein grosses Glass, das einen Fuss hat, giebt der Membran eine horizontale Lage, streuet Sand darauf, und nähert ihr eine tönende Glasscheibe auf 4 bis 8 Zoll, so häuft sich der Sand in Linien auf, die häufig vollkommen regelmässige Figuren bilden [1]). Vorzüglich gelingen diese Versuche, wenn man eine runde Glasscheibe nimmt, und sie in eine solche Schwingung setzt, wo die ruhenden Linien koncentrische Kreise bilden. Mit diesen kreisförmigen Knotenlinien können auch diametrale Linien verbunden sein. Wie von Chladni angegeben worden ist, muss man, zur Hervorbringung dieser Schwingungsarten, die Platte an mehreren Punkten halten, z. B. an zwei Punkten am Rande und einem auf der Fläche. Man hält mit dem Daumen und Mittelfinger die Platte an zwei diametral entgegengesetzten Punkten ihres Randes, und berührt mit dem Zeigefinger eine $^1/_5$ vom Rande, $^4/_5$ vom Mittelpunkte entfernte Stelle. Es entsteht dann eine Klangfigur, welche aus einer diametralen und einer Kreislinie zusammengesetzt ist Nimmt man zu diesen Versuchen Glasplatten von verschiedener Grösse, welche Töne von verschiedener Höhe geben, so kann man dadurch die Figuren, welche der auf die Membran gestreute Sand bildet, vielfach abändern.

Die Membran hat eine horizontale Lage. Hält man *erstens* auch die Glasplatte horizontal, so bewegt sich der Sand auf der Membran normal, und springt dabei oft sehr hoch. Ist der Apparat so eingerichtet, dass die Membran herumgedrehet werden kann, so sieht man, dass bei diesen normalen Bewegungen des Sandes die ruhenden Linien auf beiden Seiten der Membran dieselbe Lage haben. Diese ruhenden Linien der Membran sind gewöhnlich kreisförmig, oft sehr zahlreich, und werden häufig von diametralen Linien durchschnitten. Bisweilen bilden sich auch Sandfiguren auf der Membran blos aus diametralen Linien. Sollen diese Erscheinungen vollkommen regelmässig sein, so muss die Membran recht gleichförmig gespannt und gleich dick sein.

[1]) Ann. de Chim. et de Phys. 1824, T. XXVI, S. 5ff. — Solche Sandfiguren sind von Savart in der Abhandlung, von der ich in diesem Jahrbuche 1827, II, S. 176—186 [W. Weber's Werke I, p. 92—98.] einen Auszug gegeben habe, genauer untersucht worden. In dieser Abhandlung untersucht Savart weniger die Gestalt dieser Figuren, als vielmehr die Bewegung, welche der sie bildende Sand erhält.

Recht feines Papier, z. B. das unter dem Namen *papier végétal* bekannte, scheint am zweckmässigsten zu sein.

Taf. V, Fig. 6 bis 18 sind die regelmässigsten Figuren, welche sich auf dieser mittelbar erschütterten Membran bildeten, dargestellt worden. War die Membran unvollkommener gespannt, so zeigten sich bisweilen eine grosse Menge Sandlinien, die, wie Fig. 19 darstellt, in einander übergingen, und durch Kreuzung von Kreislinien mit diametralen Linien entstanden zu sein scheinen.

Zweitens wollen wir die Glasplatte senkrecht gegen die Membran richten, so dass ihr vertikaler Durchmesser verlängert den Mittelpunkt der Membran trifft. Jetzt bewegt sich der Sand auf der Membran nicht mehr normal, sondern tangential, und die Sandlinien, welche durch diese Bewegungen sich bilden, sind nicht kreisförmig oder diametral, sondern parallel unter einander. Eine dieser parallelen Sandlinien geht durch den Mittelpunkt der Membran, und liegt in der Ebene der senkrecht gehaltenen Glasscheibe. Hält man die Glasscheibe in der Richtung von Süden nach Norden, so liegt auch diese mittelste Sandlinie in der Richtung von Süden nach Norden. Hält man die Glasscheibe in der Richtung von Osten nach Westen, so nimmt auch diese mittelste Sandlinie diese Lage von Osten nach Westen an. Und mit ihr ändern alle übrigen ihr parallelen Linien ihre Lage.

Endlich, wenn man die Glasscheibe weder horizontal noch senkrecht hält, sondern sie gegen die Membran neigt, so ändern die Sandfiguren immer mehr ihre Gestalt, je mehr man die Glasplatte neigt, bis endlich der Sand in eine normale Bewegung geräth.

Aehnliche Versuche kann man machen, wenn man die Glasplatte nicht senkrecht über die Membran, sondern etwas seitwärts hält. Wenn die Glasplatte sehr dünn ist, so bringt sie noch in der Entfernung von 10 Fuss und weiter solche Erschütterungen der Membran hervor.

Wenn sich auf der Membran koncentrische Kreislinien gebildet haben, so sieht man bisweilen, dass zwischen zwei solchen Kreislinien noch eine dritte Kreislinie sich bildet, und zwar von den allerfeinsten Sandkörnern, so dass man sie oft nur ganz in der Nähe sieht[1]).

Oft häuft sich der Sand ausser den Linien noch in einzelnen Punkten an.

Fig. 20 bis 26 stellen ähnliche Erscheinungen an rektangulären, Fig. 27 bis 33 an triangulären Platten dar. Ist der Durchmesser der Membran kleiner als 1 Zoll, so entstehen nur sehr schwer Knotenlinien.

[1]) Man sehe über eine ähnliche Anhäufung der feinsten Sandkörner in der Mitte schwingender Abtheilungen *tönender* Platten Chladni's Traité d'acoustique. Paris 1809. S. 125.

Der Ton der vorgehaltenen Glasscheibe muss dann sehr hoch sein, und die Membran äusserst fein.

Wenn man eine Figur wiederholt recht gut hervorbringt, und dann schwach auf das Papier bläst, wodurch es etwas feucht, und seine Spannung vermindert wird, so ändert sich zwar sogleich die Figur, erhält aber ihre erste Gestalt fast augenblicklich wieder, indem sie eine Menge den Uebergang bildende Figuren darstellt. Die Empfindlichkeit, die auf diese Weise das Papier für die geringste Feuchtigkeit zeigt, ist so gross, dass man diese Erscheinung zu hygrometrischen Zwecken benutzen könnte, da kein hygroskopisches Instrument solche Empfindlichkeit besitzt. Diese hygroskopische Eigenschaft des Papiers ist aber bei den meisten Versuchen hinderlich. Um Membranen zu haben, die während einiger Zeit dieselben Sandfiguren bei gleicher Zahl von Schwingungen zeigen, kann man das Papier mit einem feinen Firniss überziehen. Auch gegen die Wärme sind solche Membranen ausserordentlich empfindlich. Nähert man die Hand blos auf $1^1/_2$ Fuss, so ändern sich schon die Figuren, wenigstens wenn die Membran ausserordentlich fein ist. Spielt man etwa 6 Zoll von der Membran auf einer Flöte, so bilden sich Sandfiguren, die unaufhörlich mit dem Tone ihre Gestalt ändern. Selbst die Stimme bringt eine ähnliche sehr deutliche Erscheinung hervor, und sie braucht nicht eben stark und anhaltend zu sein.

Aehnliche Versuche kann man mit Wasser oder Oel benetzten Membranen machen. Spannt man ein feines Blatt Papier über die Oeffnung eines von allen Seiten verschlossenen Gefässes, wo man vorher etwas Wasser hineingethan hat, überzieht die Membran von aussen mit Firniss, während sie von innen durch den Wasserdampf befeuchtet wird: so bleibt die Erscheinung im Wesentlichen ganz unverändert. Nur bemerkt man, dass dann die Kreislinien noch leichter und genauer sich bilden. Ein solches aufgespanntes Papierblatt, das von der einen Seite nass erhalten wird, von der anderen Seite aber gefirnisst ist, scheint alle übrigen Membranen an Gleichförmigkeit zu übertreffen. Savart hatte eine solche Membran von 12 Zoll Durchmesser, und konnte darauf 18 und selbst 20 koncentrische Kreise hervorbringen.

Um in Oel getauchte Membranen zu untersuchen, kann man Goldschlägerhäutchen gebrauchen. Wenn man diese in Oel taucht, kann sich der Sand auf ihnen nicht frei bewegen. Daher giesst man auf das Häutchen eine feine Schicht Oel, und bemerkt, dass es bei Annäherung einer tönenden Scheibe Riefen bildet, die desto dichter sind, je höher der Ton ist.

Man kann diese aufgespannten Membranen auch benutzen, die Intensität des Schalles zu messen. Man nimmt ein ganz feines Blatt

Papier oder Goldschlägerhäutchen, spannt es über die Oeffnung eines 4 Zoll weiten Gefässes, und streuet etwas Sand darauf. Nähert man diese Membran einem tönenden Instrumente, so bewegt sich der Sand. Es giebt aber für jeden Ton eine Entfernung, wo der Sand sich zu bewegen aufhört. Hat man diese Grenze, über welche hinaus der Sand nicht mehr bewegt wird, für einen bestimmten Ton aufgefunden, und rückt, um jede Irrung zu vermeiden, die Membran noch etwas über diese Grenze hinaus, verstärkt darauf den Ton so wenig, dass es das Ohr nicht wahrzunehmen vermag, so gerathen dennoch die Sandkörner sogleich in Bewegung. Wollte man dies Verfahren wirklich zur Untersuchung der Intensität des Schalles anwenden, so müsste man die Versuche an einem ganz stillen Orte machen, und das Papier mit Firniss überziehen, damit die Feuchtigkeit der Luft keinen Einfluss darauf hat.

Eine solche Membran zeigt sehr deutlich die Verstärkungen der Schwingungen oder die Schwebungen, welche durch zwei fast gleich hohe Töne entstehen, wenn von Zeit zu Zeit eine Schwingung des einen Tones mit einer Schwingung des anderen Tones zusammenwirkt. Die Membran muss man etwas weit von dem Orte, wo die Töne hervorgebracht werden, stellen, so dass kein Ton für sich allein den Sand bewegen kann. Sobald man aber die einzelnen verstärkten Stösse oder Schwebungen hört, sieht man den Sand heftig erschüttert.

Auch wenn man einen beugsamen Körper, wie eine Haut, ein seidenes Gewebe oder Papier, nicht aufspannt, kann er aus der Entfernung durch einen tönenden Körper erschüttert werden, und oft sind seine Erzitterungen heftiger, als die einer elastischen Membran.

Man bringt ein Stück der genannten Körper in eine fast horizontale Lage, ausser Berührung anderer Körper, streuet Sand darauf, und nähert etwa auf 1 Fuss eine tönende Platte oder Orgelpfeife. Der Sand bewegt sich heftig und bildet krumme Linien, die häufig wie in einander geschichtet aussehen.

Aehnliche Versuche kann man endlich mit allen dünnen Blättchen, aus welcher Substanz sie sein mögen, machen, z. B. mit einem $^1/_2$ Linie dicken Holzblättchen von 4 Zoll Durchmesser, welches den aufgestreuten Sand bewegt, und regelmässige Sandfiguren bildet, wenn man ihm eine schwingende Platte auf 1 Zoll nähert. Ferner lassen sich alle Metalle, wenn sie recht fein sind, dazu gebrauchen. Z. B. feines Messingblech, das unter dem Namen Flittergold bekannt ist, bewegt den aufgestreuten Sand schon, wenn man eine tönende Glasscheibe 1 bis 2 Fuss nähert, und man kann daran recht deutlich beobachten, wie die Richtung der Bewegung sich mit der Lage der Glasplatte ändert.

§ 3.

Versuche über eine neue Art, Töne hervorzubringen.

Clement hat entdeckt, dass, wenn ein Luftstrom durch eine Oeffnung in einer ebenen Wand geht, eine dünne Platte, welche dieser Oeffnung genähert wird, nicht immer von dem Luftstrome abgestossen, sondern bisweilen vielmehr zur Wand hingezogen werde und an ihr zu adhäriren scheine. Hachette hat diesen Versuch mehrfach abgeändert, und hat gezeigt, dass zur Hervorbringung dieser Erscheinung nicht nöthig sei, dass die Elasticität der angewandten Luftart viel grösser, als die Elasticität der atmosphärischen Luft sei. Ferner haben Clement und Hachette bemerkt, dass bei diesem Versuche häufig sehr tiefe, dumpfe und wenig angenehme Töne sich erzeugten, doch aber nicht immer.

Diese Töne werden durch Eigenschwingungen der vorgehaltenen Platten selbst erzeugt; denn wenn man vor die Oeffnung Kreisscheiben von gleicher Dicke, aber von verschiedenen Durchmessern hält, so verhalten sich die Schwingungszahlen umgekehrt als die Quadrate der Durchmesser, gerade so, wie bei tönenden Kreisscheiben. Uebrigens, wenn man dieselben Kreisscheiben mittelst des Violinbogens in Schwingung bringt, und die schwingenden Abtheilungen ebenso sind, als wenn der Luftstrom die Erschütterung bewirkt, so sind auch die Töne dieselben.

Man kann alle Schwingungsarten einer Kreisscheibe, die in ihrem Mittelpunkte normal erschüttert wird (z. B. mit einer dünnen Glasröhre, die man mit nassen Fingern longitudinal streicht), hervorbringen. Es kommen dabei nicht blos kreisförmige Knotenlinien vor, doch können offenbar keine diametralen Knotenlinien vorkommen; auch kann der Mittelpunkt der Scheibe kein Schwingungsknoten sein. Die Erscheinung wird sehr verwickelt, wenn der Mittelpunkt der Scheibe nicht genau vor den Mittelpunkt des Loches gebracht wird.

Wenn die tönende Kreisscheibe *eine* kreisförmige Knotenlinie hat, ist ihr Ton gar nicht unangenehm; er hat einen eigenthümlichen Laut *(timbre)*, der gar nicht missfällt, und kann durch Vorhalten einer abgestimmten Luftsäule verstärkt werden. Diese Art der Erschütterung ist besonders merkwürdig, weil die Körper, welche derselben ausgesetzt werden, ihrer ganzen Ausdehnung nach vollkommen frei sind.

Man kann diese Versuche mit einer Holzplatte machen, die an eine S-förmige Röhre befestigt wird, in die man hineinbläst, wie in ein Blasinstrument. Die Kreisscheiben legt man auf die Holzplatte, und bringt an der Peripherie kleine Stifte an, um die horizontale Verschiebung zu vermeiden. Savart gebrauchte kupferne Kreisscheiben von $^1/_3$ Millimeter Dicke. Der Durchmesser der grössten Scheiben betrug nie mehr als ein Decimeter.

§ 4.

Eine kurz und weit gebaute Orgelpfeife, deren Wände statt aus einem steifen Körper, wie Holz oder Metall, vielmehr aus einem elastisch-weichen Stoffe, z. B. aus Pergament, sind, tönt bei weitem tiefer, als eine hölzerne oder metallene von gleicher Grösse. Erschlafft man ihre pergamentenen Wände durch Wasserdämpfe mehr und mehr, so kann ihr Ton um zwei Oktaven von ihrer sonstigen Tonhöhe herabsinken [1]).

Man weiss, dass bei langen Orgelpfeifen die Geschwindigkeit des Ton erregenden Luftstroms auf die Tonhöhe oder Schwingungszahl wenig Einfluss hat: es hält schon schwer bei einer Orgelpfeife, die 12 bis 15 mal länger als dick ist, den Ton um eine halbe Stufe zu erhöhen; denn der Ton springt in die höhere Oktave über, wenn der Wind zu stark wird. Bei kurzen Röhren ist der Einfluss des Luftstroms viel bedeutender. Bei Röhren von gleicher Länge, Breite und Dicke kann der Ton dadurch allmählig um eine Quinte geändert werden. Doch giebt es unter allen diesen, innerhalb einer Quinte liegenden Tönen einen vorzüglich leicht ansprechenden, sehr reinen und vollen Ton.

Die Jäger haben zum Nachahmen der Vogelstimmen ein kleines Instrument, wo der Einfluss des Luftstromes noch beträchtlicher ist. Dieses Instrument wird gewöhnlich aus Knochen, bisweilen aus Holz oder Metall gemacht. Es bildet bisweilen eine kleine cylindrische Röhre, 8 bis 9 Linien dick und 4 Linien hoch, an beiden Enden mit einem dünnen ebenen Blättchen verschlossen, das in seiner Mitte ein 2 Linien grosses Loch hat (Fig. 34 und 35). Die Jäger nehmen dieses Instrument zwischen die Zähne und die Lippen, und können durch den Hauch verschiedene Töne hervorbringen.

Leichter ist die Hervorbringung dieser Töne, wenn man an dieses kleine Instrument eine Röhre ansetzt (Fig. 36.) Man kann auf diese Weise alle Töne innerhalb anderthalb bis zwei Oktaven angeben. Hat man den Athem recht in seiner Gewalt, so ist es möglich, noch tiefere Töne hervorzubringen. Es scheint, dass man auf diesem Instrumente ganz beliebig tiefe Töne hervorbringen könne, nur dass es sehr schwierig wird, den Athem gehörig zu mässigen. Ebenso scheint man auch beliebig hohe Töne hervorbringen zu können, denn je stärker man bläst, desto höher der Ton.

Aber die tiefen Töne sind dumpf und schwach, die höchsten unerträglich scharf, die mittelsten sehr voll und rein, wenn das Instrument gut gemacht ist.

Man kann das Instrument doppelt oder viermal grösser machen, ohne dass sich etwas Wesentliches in den Erscheinungen ändert. Immer

[1]) Annales de chimie et de physique 1825, XXX, p. 64—87.

giebt es einen Ton, welcher am leichtesten anspricht. Dieser Ton ist tiefer, wenn das Instrument grösser ist, höher, wenn das Instrument kleiner ist. Bei gleich grossen Instrumenten ist der Ton in demjenigen am tiefsten, dessen Oeffnung am grössten ist.

Ferner scheint auch die Materie, aus welcher die Wände des Instrumentes gemacht sind, auf die Tonhöhe oder Schwingungszahl und auf die Beschaffenheit des Tones Einfluss zu haben. Sind die Wände dünn, so schwingen sie heftig mit, und der Ton wird scharf. Hat das Instrument eine halbkugelförmige Gestalt, und nimmt man zur Decke ein Pergamentblatt, so sprechen die Töne leichter an, sind tiefer, voller und angenehmer, als wenn die Decke von einer harten Substanz ist.

Endlich hat die Richtung des Randes an der Oeffnung auf die Beschaffenheit des Tones Einfluss. Sind die Ränder einwärts gebogen (Fig. 37), so sind die Töne tiefer und weniger hell. Die Ränder können auch dick sein (wie in Fig. 38), ohne dass ein merkbarer Unterschied sich zeigt.

Nach der gewöhnlichen Meinung hat die Materie, aus welcher die Röhre gemacht ist, keinen Einfluss auf die Tonhöhe oder auf die Zahl der Schwingungen, welche die eingeschlossene Luftsäule macht. Diese Behauptung stimmt bei langen und festen Röhren mit der Erfahrung überein, bei kurzen Röhren widerspricht sie der Erfahrung, und selbst bei langen Röhren kann wenigstens die Materie des *Mundstückes (labium)* Einfluss haben. Z. B. wenn man an einer, 2 Fuss langen, 2 Zoll dicken Orgelpfeife das *Labium* nicht aus einer festen Substanz, sondern aus einem elastischen Pergamentblättchen macht, so dass man es nach Belieben spannen kann, so kann man durch grössere Spannung dieses Blättchens, und grössere Geschwindigkeit des Luftstroms, den Ton um eine Quarte und selbst um eine Quinte ändern. Bei einer Röhre von gleicher Länge, Breite und Dicke kann der Ton eine Oktave tiefer werden, wenn man die ganze Wand, welche das *Labium* bildet, aus einer elastischen Materie macht. Sind alle Wände einer kurzen Röhre so beschaffen, dass sie mit der Luft zusammen schwingen können, so kann durch grössere oder geringere Spannung der Wände jeder beliebige tiefe Ton hervorgebracht werden.

Spannt man Pergamentblätter auf quadratischen Rahmen auf, und bildet daraus eine würfelförmige Pfeife, so ist der Ton dieser Pfeife, wenn die Wände sehr gespannt sind, fast so hoch, als wenn die Wände von einer harten Substanz wären. Vermindert man die Spannung der Wände, indem man sie durch Wasserdämpfe etwas feucht macht, so wird der Ton desto tiefer, je mehr die Spannung abnimmt. Man kann ihn noch hören, wenn er über zwei Oktaven gefallen ist. Aber je tiefer er wird, desto schwächer ist er. In der Nacht hört man bei gehöriger Vorsicht, dass das Tieferwerden keine Grenzen hat.

Streut man Sand auf die Pergamentwände der Pfeife, so wird dieser in die Höhe geworfen und bildet Knotenlinien, gewöhnlich eine elliptische oder kreisförmige Linie von unveränderlichem Durchmesser. Die obere und untere Wand schwingen am heftigsten, und haben auf die Vertiefung des Tones den grössten Einfluss.

Auch offene Orgelpfeifen können sehr verschiedene Töne geben, wenn ihre Wände ganz oder zum Theil elastisch sind. Eine prismatische Pfeife, 9 Zoll lang, 18 Linien breit und dick, die $\bar{\bar{d}}$ geben sollte, kann, wenn die am Mundstücke gelegene Hälfte elastische Wände hat, alle Töne zwischen $\bar{\bar{c}}$ und $\bar{c}$, und selbst einige zwischen $\bar{c}$ und c hervorbringen.

Wird eine durchgängig gleich weite Röhre an einem Ende verschlossen, so wird der Ton um eine Oktave tiefer, als wie sie an beiden Enden offen war. Dieses findet nicht Statt, wenn die Röhren nicht durchgängig gleich weit sind, z. B. wenn sie konisch oder pyramidal sind, und wenn die Schwingung vom engeren Ende ausgeht. (S. Fig. 39.) Alsdann wird der Unterschied der Töne der offenen und gedeckten Pfeife desto grösser, je grösser der Winkel, welchen die Wände bilden, ist. Z. B. eine $4^1/_2$ Zoll lange konische Röhre, an ihrem weiten Ende 2 Zoll dick, am engen Ende 6 Linien dick, giebt offen den Ton $\bar{\bar{c}}$, gedeckt aber $\bar{e}$. Macht man den Durchmesser des weiten Endes noch grösser, oder den Durchmesser des engen Endes noch kleiner, so kann der Ton der gedeckten Pfeife mehr als zwei Oktaven tiefer als der der offenen werden.

§ 5.

In einer prismatischen, ihren Grundton gebenden Orgelpfeife, deren Mündung eine ganze Seite ihrer Grundfläche einnimmt, wird eine cylindrisch gestaltete Abtheilung von der übrigen, gleichfalls schwingenden Luft durch eine Knotenfläche geschieden.

Bernoulli's Untersuchungen über die Luftschwingungen beweisen, dass die Zahl der Luftschwingungen während eines bestimmten Zeitraumes in offenen und an einem Ende verschlossenen Röhren, gerade umgekehrt als die Längen dieser Röhren sich verhalten, wenn *im ganzen Querschnitt* der Röhre die Luft *gleichmässig* erschüttert wird. Wird aber die Luft in diesem Querschnitte blos theilweise erschüttert, so wird die an diesem Ende befindliche schwingende Abtheilung der Luftsäule kleiner als im vorigen Falle, und der Ton etwas tiefer. Diese Vertiefung des Tones ist um so beträchtlicher, je grösser der Durchmesser der Luftsäule im Vergleich mit ihrer Länge ist.

Diese Angaben stimmen mit der Erfahrung, selbst bei weit dickeren Röhren, als Bernoulli gebraucht hat, überein. Z. B. gab eine 1 Fuss lange, 3 Zoll breite und dicke, prismatische Röhre, welche von einem

Stempel am einen Ende verschlossen wurde, den Ton *g* als Grundton, und $\overline{d}$ als ersten Flageoletton. Der Ton $\overline{d}$ bringt Schallwellen von 128 Linien Dicke hervor[1]). Eben so gross ist aber, wie bekannt, nach Bernoulli's Gesetzen eine zwischen zwei Schwingungsknoten schwingende Abtheilung der Luftsäule. Nach denselben Gesetzen sollte die am offenen Ende liegende schwingende Abtheilung der Luftsäule halb so gross, d. h. 64 Linien lang sein, wenn die Luftsäule in ihrem ganzen Querschnitte gleichmäss erschüttert würde; da die Luft aber in diesem Querschnitte nur theilweis erschüttert wurde, war diese Abtheilung nur 1 Fuss weniger 128 Linien, d. h. 16 Linien lang. Wurde ein Stempel 16 Linien in die Röhre hineingeschoben, so bewirkte er keine Aenderung des Tones, welches beweist, dass daselbst wirklich der Schwingungsknoten lag.

Bei Blasinstrumenten und besonders bei Orgelpfeifen wird die Luftsäule zwar in den vom Mundstücke entfernteren Schichten, aber nicht in den nahe demselben gelegenen Querschnitten gleichmässig erschüttert. Daher konnte die Länge der Orgelpfeifen bisher nicht genau bestimmt werden, sondern die Orgelbauer mussten sie durch Probiren ausfindig machen.

Wenn sich ein tönender Körper in schwingende Abtheilungen getheilt hat, so giebt jede für sich schwingende Abtheilung denselben Ton als der ganze Körper. Daraus kann man umgekehrt schliessen, dass, wenn man in einer an einem Ende verschlossenen Röhre einen bedeutenden Theil der darin befindlichen Luft von der übrigen sondert, und der Ton der Luftsäule wird dadurch gar nicht geändert, der übrig bleibende Theil der Luft eine schwingende Abtheilung bildet, welche durch eine ruhende Luftschicht *(surfac nodale)* von der übrigen Luft geschieden wird. Nun lehrt die Erfahrung, dass, wenn man in einer prismatischen Röhre, deren Spalte die ganze Länge einer Seite der Basis einnimmt, und welche ihren Grundton giebt, alle diese ruhenden Flächen aufsucht, die schwingende Luftmasse viel kleiner ist, und die Gestalt eines Cylinders hat, dessen Basis am meisten einer Ellipse gleicht. Die Axe dieses Cylinders ist der Oeffnung des Mundstückes parallel.

Um diese Beobachtungen zu machen, bringt man in die Röhre einige Blätter Papier, und stellt sie so, dass die Luft auf die beschriebene Weise beschränkt wird. Man hört alsdann keine Erhöhung des Tones, ungeachtet der Verkleinerung der Luftmasse.

Ist die Röhre aus Glaswänden gebildet, und man lässt, während

[1]) Ein Körper, welcher den Ton $\overline{d}$ giebt, macht, wie bekannt ist, 1152 Schwingungen während einer Sekunde. Jede Schwingung bringt eine Schallwelle hervor. Die erste dieser Schallwellen hat sich in der Luft während dieser Sekunde etwa 1024 Fuss weit fortgepflanzt. In dieser 1024 Fuss langen Strecke befinden sich also 1152 Schallwellen, alle von gleicher Dicke. Eine Schallwelle ist folglich $\frac{1024}{1152} = \frac{8}{9}$ Fuss, d. h. 128 Linien dick.

die Luft darin tönt, eine gespannte mit Sand bestreute Membran hinein, so bewegen sich die Sandkörner auf beiden Seiten der beschriebenen ruhenden Fläche fast gleich sehr.

Die beschriebene Gestalt der ruhenden Fläche scheint bei allen prismatisch quadratischen Luftsäulen Statt zu finden, wenn sie ihren Grundton geben. Bei kubischen Röhren berührt die elliptische Basis des cylindrischen Raumes die Seitenwände, welche senkrecht auf der Spalte des Mundstückes stehen. Die kleine Axe dieser Ellipse ist gleich der halben Diagonale einer Seitenfläche des Kubus. Die grosse Axe der Ellipse hat die Grösse und Lage derjenigen Diagonale, welche an der Spalte endet. Ist die Röhre viel länger als breit, so behält die grosse Axe der Ellipse immer die Länge der die Spalte treffenden Diagonale, aber die kleine Axe nimmt sehr ab, und ist in dünnen Röhren fast der kleinen Seite der Röhre gleich.

Aus dieser Gestalt der Knotenfläche ergiebt sich, dass alle auf die Spalte der Röhre senkrecht stehenden Luftschichten in gleicher Bewegung sich befinden. Man kann daher in einer solchen prismatischen Röhre senkrecht auf die Spalte eine ebene Wand ziehen, welche die Röhre in zwei gesonderte Räume theilt. Von welcher Grösse diese beiden Räume auch sein mögen, die in jedem eingeschlossene Luft giebt denselben Ton als die Luft in der ganzen Röhre. Man kann eine prismatische Röhre durch Näherung der Seitenwände so dünn machen, als man will, ohne dass ihr Ton im Geringsten höher oder tiefer wird. Desgleichen kann man auch die beiden Seitenwände beliebig weit von einander entfernen, und der Ton bleibt ungeändert, wenn die Spalte mit der Dicke zugleich wächst.

Die auf der Spalte senkrechten Dimensionen der Röhre, nämlich ihre Länge und Breite, können sich nicht ändern, ohne zu gleicher Zeit auch den Ton der Röhre zu erhöhen oder zu vertiefen, ausgenommen, wenn sie in solchem Verhältnisse die eine zu-, die andere abnimmt, dass ihr Flächenraum gleich bleibt. Alsdann bemerkt man keine Aenderung des Tones, so lange die Breite der Röhre wenigstens ein Sechstel ihrer Länge ist. Ist die Breite über 6mal kleiner als die Länge, so sinkt der Ton, wenn die Röhre verlängert wird.

Wenn man solche prismatische Orgelpfeifen, die einen und denselben Ton geben, weil das Produkt ihrer Länge und Breite bei allen gleich ist, mit anderen prismatischen Orgelpfeifen vergleicht, die wieder einen, aber von dem vorigen verschiedenen Ton geben, indem das Produkt ihrer Länge und Breite auch bei ihnen allen gleich ist: so findet man, dass die Schwingungszahlen beider Töne sich fast umgekehrt wie die Quadratwurzeln jener Produkte verhalten. Z. B. geben alle prismatischen Orgelpfeifen, deren Breite wenigstens $^1/_6$ der Länge beträgt, wenn das Pro-

dukt ihrer Länge und Breite 1296 Quadratlinien ist, den Ton $\overline{ges}$; wenn das Produkt ihrer Länge und Breite aber 5184 Quadratlinien ist, den Ton *ges*. Die Quadratwurzeln aus 1296 und 5184 sind 36 und 72, und verhalten sich folglich wie 1 zu 2. Die Schwingungszahlen der Töne $\overline{ges}$ und *ges* aber verhalten sich wie 2 zu 1.

Die Quadrate der Schwingungszahlen der Grundtöne aller prismatischen Orgelpfeifen, deren Breite wenigstens $^1/_6$ der Länge ist, und deren offene Spalte quer über die ganze Dicke der Orgelpfeifen sich erstreckt, verhalten sich also umgekehrt, wie die auf der Spalte senkrecht stehenden Flächen der Orgelpfeifen. Dieses Gesetz gilt für offene Orgelpfeifen eben sowohl, als für gedeckte.

Dieses Gesetz gilt aber nicht für Orgelpfeifen, deren Länge mehr als sechs mal grösser, als die Breite ist, und da in der Natur kein Gesetz plötzlich abbricht: so gilt es auch für Orgelpfeifen, deren Länge nicht ganz sechs mal grösser, als die Breite ist, nur annäherungsweise. Wird die Breite kleiner, als der 12. Theil der Länge, so wird der Einfluss, den die ungleichförmige Erschütterung der in einem Querschnitte liegenden Lufttheilchen hat, schon unmerklich, und es gilt folglich näherungsweise Bernoulli's Gesetz, dass die Schwingungen der Grundtöne für einen bestimmten Zeitraum sich umgekehrt wie die Längen der Pfeifen verhalten.

Die Richtung des Windes gegen die Spalte der Orgelpfeife hat gar keinen Einfluss auf die Höhe des Tones. Es befinde sich z. B. die Spalte in der Grundfläche der Orgelpfeife selbst, und der Windkanal sei mit dieser Fläche parallel; der Ton ist in diesem Falle genau derselbe, als bei der gebräuchlichen Einrichtung der Orgelpfeifen. Ist der Windkanal so eingerichtet, dass man ihn beliebig drehen kann, so bleibt der Ton ungeändert, welchen Winkel der Windkanal mit der Grundfläche der Orgelpfeife bilden mag.

Die Wand, in welcher die Spalte ist, sei beweglich, so dass die übrige Pfeife von ihr und dem Windkanale getrennt werden kann. Lässt man diese Pfeife tönen und entfernt darauf langsam die Wand mit der Spalte: so dauert der Ton fort, und wird weder höher noch tiefer, wenn der Wind sich nicht ändert, er wird aber viel schwächer. Aendert sich die Geschwindigkeit des Windes, so erhält man ähnliche schwache Töne, desto höhere, je grösser die Geschwindigkeit, desto tiefere, je geringer die Geschwindigkeit des Windes ist. Stellt man auf eine und dieselbe Spalte successiv Pfeifen von verschiedener Grösse, so fährt die Spalte für sich allein jedesmal fort, denselben Ton zu geben, welchen sie mit jeder einzelnen Pfeife vereint gegeben hatte. Jede Spalte giebt aber für sich allein einen bestimmten Ton vorzüglich rein, und dieser Ton ist desto tiefer, je weiter unter sonst gleichen

Umständen die Spalte ist. Die Materie und Länge der Spalte haben auf die Höhe dieses Tones gleichfalls Einfluss.

Es sei eine prismatische Pfeife in der ganzen Länge einer Seite ihrer Grundfläche offen. Man bringe sie zum Tönen, und verkleinere allmählig die Spalte, so wird der Ton tiefer, und bei Pfeifen, die fast kubisch gestaltet sind, kann diese Vertiefung eine Sexte oder selbst eine Septime betragen. Es scheint, dass, wenn man eine kubische Luftmasse von einem Winkel aus erschüttern und zum Tönen bringen könnte, würde die Vertiefung eine Oktave betragen.

Bringt man kubisch gestaltete Pfeifen auf die bei Orgeln gebräuchliche Art zum Tönen: so verhalten sich die Kuben der Schwingungszahlen der Grundtöne umgekehrt wie die Luftmassen. Dies Gesetz gilt für grosse und kleine Pfeifen. Ich habe es richtig befunden für $\bar{c}$, $\bar{\bar{c}}$, $\bar{\bar{\bar{c}}}$ und $\bar{\bar{\bar{\bar{c}}}}$ und für die ganze Oktave von $\bar{\bar{c}}$ bis $\bar{\bar{\bar{c}}}$. Ich habe häufig von diesem Gesetze Gebrauch gemacht, und mich nie getäuscht.

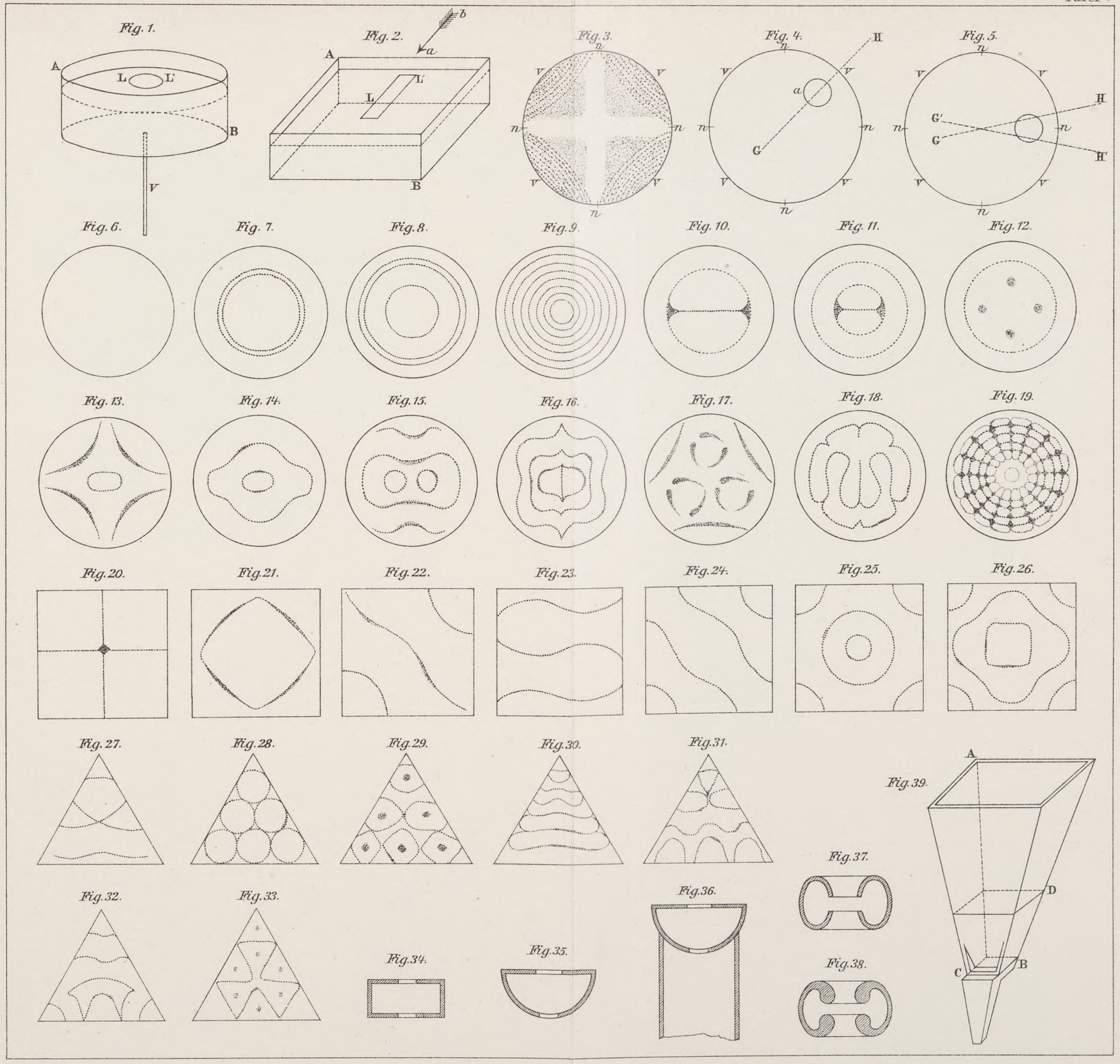
Dasselbe Gesetz gilt für jede Reihe von Pfeifen, deren Dimensionen proportional zu- oder abnehmen; z. B. eine prismatisch quadratische Pfeife von 1 Fuss Länge und 3 Zoll Breite und Dicke, giebt einen um eine Oktave tieferen Ton, als eine ähnliche Pfeife von 6 Zoll Länge und 18 Linien Breite und Dicke.

Dasselbe Gesetz habe ich bei kugelförmigen Pfeifen bestätigt gefunden, wenn die Oeffnung bei allen eine gleiche Zahl Grade umfasste; ferner bei cylindrischen Pfeifen, bei prismatischen Pfeifen, deren Grundflächen gleichseitige Dreiecke bilden, bei kubischen und prismatisch quadratischen Pfeifen, an welchen die Oeffnungen auf sehr verschiedene Weise angebracht wurden, z. B. in verschiedenen Punkten ihrer Länge Dies Gesetz gilt auch für Pfeifen, deren Durchmesser im Verhältniss der Länge sehr klein ist.

Hat man eine prismatische, fast kubische, an beiden Enden verschlossene Pfeife, deren eine Seitenwand eine Spalte hat, und mit dieser verschoben werden kann: so wird der Ton der Pfeife, durch Verrückung der Spalte von einem Ende bis in die Mitte, fast um eine Tonstufe höher. Bei dünneren und längeren Röhren kann dadurch ein Unterschied von einer Tertie, Quarte, Quinte u. s. w. hervorgebracht werden.

Endlich macht Savart von diesen Untersuchungen einige Anwendungen auf den Orgelbau.

1. Es würde hiernach sehr vortheilhaft sein, wenn alle Orgelpfeifen ähnliche Gestalt erhielten, d. h., dass die Länge, Breite und Dicke bei allen in gleichem Verhältniss ständen. Denn hätte man nur für eine die vortheilhaftesten Dimensionen ausfindig gemacht, bei welchen die Pfeife am allerleichtesten anspricht: so werden alle übrigen Pfeifen von selbst eben so leicht ansprechen. Alle Töne werden eine verhältniss-


Fig. 1.
A
L
L'
B
V
Fig. 2.
b
a
A
L
L'
B
Fig. 3.
Fig. 4.
H
a
G
Fig. 5.
H
G'
G
H'
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8.
Fig. 9.
Fig. 10.
Fig. 11.
Fig. 12.
Fig. 13.
Fig. 14.
Fig. 15.
Fig. 16.
Fig. 17.
Fig. 18.
Fig. 19.
Fig. 20.
Fig. 21.
Fig. 22.
Fig. 23.
Fig. 24.
Fig. 25.
Fig. 26.
Fig. 27.
Fig. 28.
Fig. 29.
Fig. 30.
Fig. 31.
Fig. 39.
A
D
C
B
Fig. 37.
Fig. 32.
Fig. 33.
Fig. 34.
Fig. 35.
Fig. 36.
Fig. 38.

mässige Stärke haben, so wie auch alle übrigen Eigenthümlichkeiten ihres Lautes *(timbre)* sehr gut harmoniren werden. Bei den jetzigen Orgeln sind die tiefen Töne im Vergleich zu den hohen zu schwach. Sobald eine Orgelpfeife gebaut ist, kann man die Dimensionen der übrigen mit äusserster Genauigkeit bestimmen, so dass es nicht nöthig sein würde, an ihrem Ende einen beweglichen Stempel anzubringen, der sich leicht verrückt, und dadurch die Pfeife verstimmt. Temperaturwechsel würde auf alle Pfeifen vollkommen proportional wirken.

2. Kubisch gestaltete Pfeifen geben äusserst reine Töne von sehr schönem Laute *(timbre)*; sie sprechen mit überraschender Leichtigkeit und Schnelligkeit an, und würden, wenigstens in den tieferen Oktaven weniger Raum einnehmen. Z. B. die Pfeife für $\bar{c}$ würde 53 bis 54 Linien weit werden, während sie jetzt gewöhnlich 10 bis 11 Zoll lang und 2 bis $2^1/_2$ Zoll weit ist. Man könnte daher solche Pfeifen gleichfalls zum Orgelbau anwenden.

3. Eine grosse Raumersparniss kann dadurch hervorgebracht werden, dass die Dicke der Pfeife (d. h. diejenige Seite der Grundfläche, welche von der Spalte eingenommen wird) ohne Aenderung des Tones mit der Spalte zugleich beliebig verkleinert werden kann. Nähert man die beiden Seitenwände einer quadratisch prismatischen Röhre um die Hälfte, oder selbst um zwei Drittel: so lässt sich noch keine merkliche Schwächung des Tones beobachten.

4. Savart hat einigemal die Spalte an der Pfeife in der Mitte ihrer Länge angebracht und jedesmal einen sehr schönen Ton erhalten, die beiden Enden mochten offen oder verschlossen sein. Orgelbauer sollten daher Versuche machen, an welchen Stellen es am vortheilhaftesten wäre, die Spalte anzubringen.

5. Man könnte Orgelpfeifen wie ganz niedrige Prismen oder Cylinder gestalten, welche eine dreiseitige oder elliptische Grundfläche hätten. Ihre Töne würden sehr schön sein, und ihre Grösse wäre leicht nach dem Gesetze zu bestimmen, dass bei ähnlich gestalteten Pfeifen die Schwingungszahlen sich umgekehrt wie entsprechende Seiten der Pfeifen verhalten.

6. Kurze Pfeifen müssen so angeblasen werden, dass alle auf die Spalte senkrechte Luftschichten gleiche Bewegungen erhalten. Ausserdem wird der Ton dumpf. Z. B. geben Kugeln so dumpfe Töne, dass sie fast blos ein Geräusch zu nennen sind. Desgleichen kubische Pfeifen, deren Oeffnung mitten in der einen Oberfläche sich befindet. Ueberhaupt kann man aus solchen Pfeifen, ausser dem Grundtone, schwer einen Flageoletton hervorbringen. Aus einer kubischen Pfeife ist es fast unmöglich einen Flageoletton zu erhalten. Aus einer Kugel mit kleiner Oeffnung erhielt Savart C, $\bar{\bar{c}}$, $\bar{\bar{g}}$, $\bar{\bar{\bar{c}}}$. Einen Flageoletton zwischen C und $\bar{\bar{\bar{c}}}$ hervorzubringen, war nicht möglich.

IX.

Zwei merkwürdige, für die Bewegungslehre wichtige, Erscheinungen.

Von

Dr. Wilhelm Weber in Halle.

[Schweigger's Jahrbuch der Chemie und Physik, XIII, 304—309, 1828.]

Es hat in Frankreich vor Kurzem folgende merkwürdige Erscheinung viel Aufsehen erregt. Wenn man in eine horizontale Platte (z. B. in eine Tischplatte) ein senkrechtes Loch bohrt, und durch dieses Loch einen Luftstrom von oben nach unten durchgehen lässt, und man nähert von unten diesem Loche eine zweite Platte (z. B. eine runde Metallplatte), so wird in einer gewissen Entfernung die sich selbst überlassene Platte nicht mehr vom Luftstrome zurückgestossen, sondern sie nähert sich der Oeffnung und bleibt in der Luft schwebend, wenn die Oberflächen der durchbohrten Platte und der vorgehaltenen Platte parallel sind, und der Mittelpunkt der letzteren vor dem Loche der ersteren liegt. Das Gewicht dieser schwebenden Platte kann, wenn der Luftstrom heftig genug ist, mehr als $^1/_2$ Pfund betragen. — Wie lässt sich diese wunderbare Erscheinung begreifen? Offenbar wird die schwebende Metallplatte durch ihre eigene Schwere und den Stoss des, aus der Oeffnung dringenden, Luftstroms *herab* getrieben. Es muss also eine dritte Kraft geben, welche die Platte in der entgegengesetzten Richtung von unten nach *oben* treibt, und den beiden ersteren Kräften das Gleichgewicht hält. Nun schwebt aber die Platte frei in der Luft, und man sieht nicht deutlich ein, wie ein anderer Körper als die Luft auf sie wirken sollte. Daher entsteht die Frage: Drückt die Luft von oben auf die schwebende Platte schwächer als von unten? Clément, welcher auf die beschriebene Erscheinung aufmerksam gemacht hat, bohrte in die schwebende Platte nahe an ihrem Rande ein kleines Loch, und kittete den einen Schenkel einer U-förmigen Glasröhre senkrecht von unten hinein. Die untere Krümmung der Glasröhre füllte er mit

Wasser. Die Oberfläche des Wassers im einen Schenkel der Glasröhre erlitt den nämlichen Luftdruck, als die *obere* Fläche der schwebenden Metallplatte; die Oberfläche des Wassers im anderen Schenkel der Glasröhre erlitt den nämlichen Luftdruck, als die *untere* Fläche der schwebenden Metallplatte. Das Wasser stieg in dem ersteren Schenkel. Der Luftdruck auf die obere Fläche der schwebenden Metallplatte ist also kleiner, als der Luftdruck auf die untere Fläche der schwebenden Metallplatte, und es ist also in der die Metallplatte umgebenden Luft faktisch eine die Metallplatte nach oben treibende Kraft nachgewiesen. — Der Grund, warum die Luft die schwebende Metallplatte von unten mit grösserer Gewalt als von oben drücke, lässt sich aus den Kräften herleiten, welche der Luft in der Aërostatik und Aërodynamik zugeschrieben werden; aus den nachher mitzutheilenden Abhandlungen werden wir aber sehen, dass es für die Aërodynamik jetzt noch zu schwierig ist, die Bedingungen zu bestimmen, unter welchen diese aufwärts treibende Kraft der abwärts treibenden Schwerkraft der Platte und dem Stosse der Luft das Gleichgewicht halte. Indem die Luft aus der Oeffnung der durchbohrten Platte herausdringt, ist sie verdichtet, und nachdem die Metallplatte der Oeffnung genähert worden ist, giebt es einen Augenblick, wo diese Verdichtung allmählig bis zum Rande der vorgehaltenen Metallplatte abnimmt. In diesem Augenblicke wird jedes Lufttheilchen in seiner Bewegung nach aussen beschleunigt, weil die Luft hinter ihm dichter als vor ihm ist. Bewegen sich nun die Lufttheilchen zwischen beiden Platten vom Mittelpunkte nach der äusseren Peripherie mit zunehmender Geschwindigkeit, oder nur mit gleichbleibender Geschwindigkeit: so nimmt jede Quantität Luft in der doppelten Entfernung vom Mittelpunkte wenigstens den doppelten Raum ein, den sie in der einfachen Entfernung vom Mittelpunkt eingenommen hatte, weil mit der Entfernung vom Mittelpunkte auch die Grösse des Kreises gewachsen ist. Die Luft wird also durch diese Bewegung in dem Raume zwischen beiden Platten verdünnt, und diese Verdünnung der Luft und ihre Bewegung (welche den statischen Druck ändern kann) verursachen einen geringeren Druck der Luft auf die obere Fläche der Platte, als auf die untere Fläche der Platte, auf welche der Druck der Atmosphäre ungeschwächt wirkt.

Durch diese Ursachen wird die Platte also in einer kleinen Entfernung von der Oeffnung schwebend erhalten, oder angezogen. Nähert sie sich im letzteren Falle der Oeffnung so, dass der Luft aller Ausweg verschlossen wird, so fallen jene Ursachen der Anziehung weg, und der Stoss der Luft und die Schwerkraft der Platte wirken allein, und treiben die Platte wieder zurück. Es muss daher einen Punkt in der Mitte geben, wo die Platte weder angezogen noch abgestossen,

sondern blos schwebend erhalten wird. In dieser Lage könnte die Platte ruhend verharren. Sobald sie aber im Geringsten aus dieser Lage gebracht worden ist, wird sie durch eine Reihe von Schwingungen wieder in dieselbe zurückkehren, und wenn diese Schwingungen schnell genug sind, kann dadurch ein Ton entstehen, der von Savart (siehe dieses Jahrbuch 1827, III, 314, 315 [1]) genauer untersucht worden ist.

Ich habe diese Versuche im Kleinen wiederholt. Eine kleine runde hölzerne Kreisplatte, $^1/_2$ Zoll dick, 3 Zoll im Durchmesser, wurde in der Mitte durchbohrt, und eine im Knie gebeugte Glasröhre, 2 Linien im Lichten weit, eingekittet. Legt man eine runde, $^1/_2$ Linie dicke, Glasplatte (etwa $2\,^1/_2$ Zoll im Durchmesser) oder eine $^1/_4$ Linie dicke Messingplatte horizontal auf eine Tischecke, und 2 bis 3 Linien darüber die Holzplatte, so dass die Glasröhre mitten über der Glas- oder Messingplatte mündet, so wird letztere, sobald man durch die Glasröhre bläst, mit grosser Gewalt angezogen, und abwechselnd wieder abgestossen, ohne aber, so lange der Luftstrom stark genug ist, herunterzufallen. Wenn man die Oberfläche der Holzplatte nach oben kehrt, bringt man auch leicht einen Ton hervor. Die Glasplatte muss aber mitten auf dem Loche liegen, beide Platten müssen in horizontale Lage gebracht, und so eben gearbeitet sein, dass sie aneinander schliessen.

Solche in die Augen fallende unerwartete Erscheinungen scheinen interessant und nützlich zu sein, um daran die mechanischen Theorien zu prüfen, und um die Nothwendigkeit der weiteren Ausbildung dieser mechanischen Theorien ins Licht zu setzen. Aus diesem Grunde stelle ich mit der beschriebenen Erscheinung noch eine zweite, von mir beobachtete, Erscheinung zusammen.

Ich nahm mehrere, 4 bis 6 Fuss lange, cylindrische Glasröhren von $^1/_3$ bis $^2/_3$ Pariser Linien dickem Glase, und von 3 bis 6 Linien Durchmesser im Lichten, verschloss das eine Ende mit einem Stöpsel, den ich unmittelbar am Glase abschnitt, hielt die Röhre in senkrechter Lage, so dass das verschlossene Ende unten war, mit der einen Hand locker in ihrer Mitte, und strich mit der anderen Hand und mit einem sehr nassen Tuchlappen die obere Hälfte der Röhre von oben nach unten, so dass sie sehr stark den longitudinalen Grundton gab. Mit einem Male rückte der Stöpsel in die Höhe, und je stärker die Röhre tönte, desto schneller stieg der Stöpsel, bis er in der Mitte der Röhre, wo der Schwingungsknoten für die Longitudinalschwingung sich befindet, stehen blieb. Man muss sich in Acht nehmen, nicht durch allzu heftige Schwingungen, die auch durch wiederholtes sanftes Streichen entstehen können, die Glasröhre zu zerbrechen, welches mir mehrmals

[1]) [W. Weber's Werke I, p. 117.]

dabei begegnet ist. Selbst wenn die Glasröhre sehr schwach konisch gestaltet ist, steigt der Stöpsel vom weiteren Ende aus in die Höhe. Ich goss auf den Stöpsel eine Wassersäule von mehreren Fussen Höhe, und wiederholte den Versuch, und der Stöpsel hatte eine so grosse Kraft, in die Höhe zu steigen, dass er die ganze Wassersäule mit sich in die Höhe hob. Ich füllte die ganze, 4 Fuss 3 Zoll lange, Röhre mit Wasser, und verschloss sie oben fest mit einem Stöpsel, ohne dass Luft in der Röhre zurückgeblieben war, und wiederholte den Versuch, und der Stöpsel hatte solche Kraft, in die Höhe zu steigen, dass er nicht allein die ganze Wassersäule in die Höhe schob, sondern dass er auch durch die Poren und Klinsen des oberen Stöpsels und zwischen dem Stöpsel und dem Glase das Wasser in einer Menge feiner Strahlen nach allen Seiten mit grosser Gewalt heraustrieb. Die Bewegung des Stöpsels aufwärts war bei diesen Hindernissen langsamer, auch erreichte der Stöpsel nicht die Mitte der Röhre; er stieg aber doch vom unteren Ende der Röhre 4 bis 5 Zoll in die Höhe. Der longitudinale Grundton der zu diesem Versuche angewandten Glasröhre war etwas höher als $\overline{\overline{\overline{b}}}$ und etwas tiefer als $\overline{\overline{\overline{h}}}$.

X.

Etwas über resonirende Luftsäulen und Lufträume von Wheatstone,

aus einer vom Herrn Verfasser übersandten Abhandlung,

von

Dr. Wilhelm Weber.

[Schweigger's Jahrbuch der Chemie und Physik, XXIII. p. 321—333. 1828.]

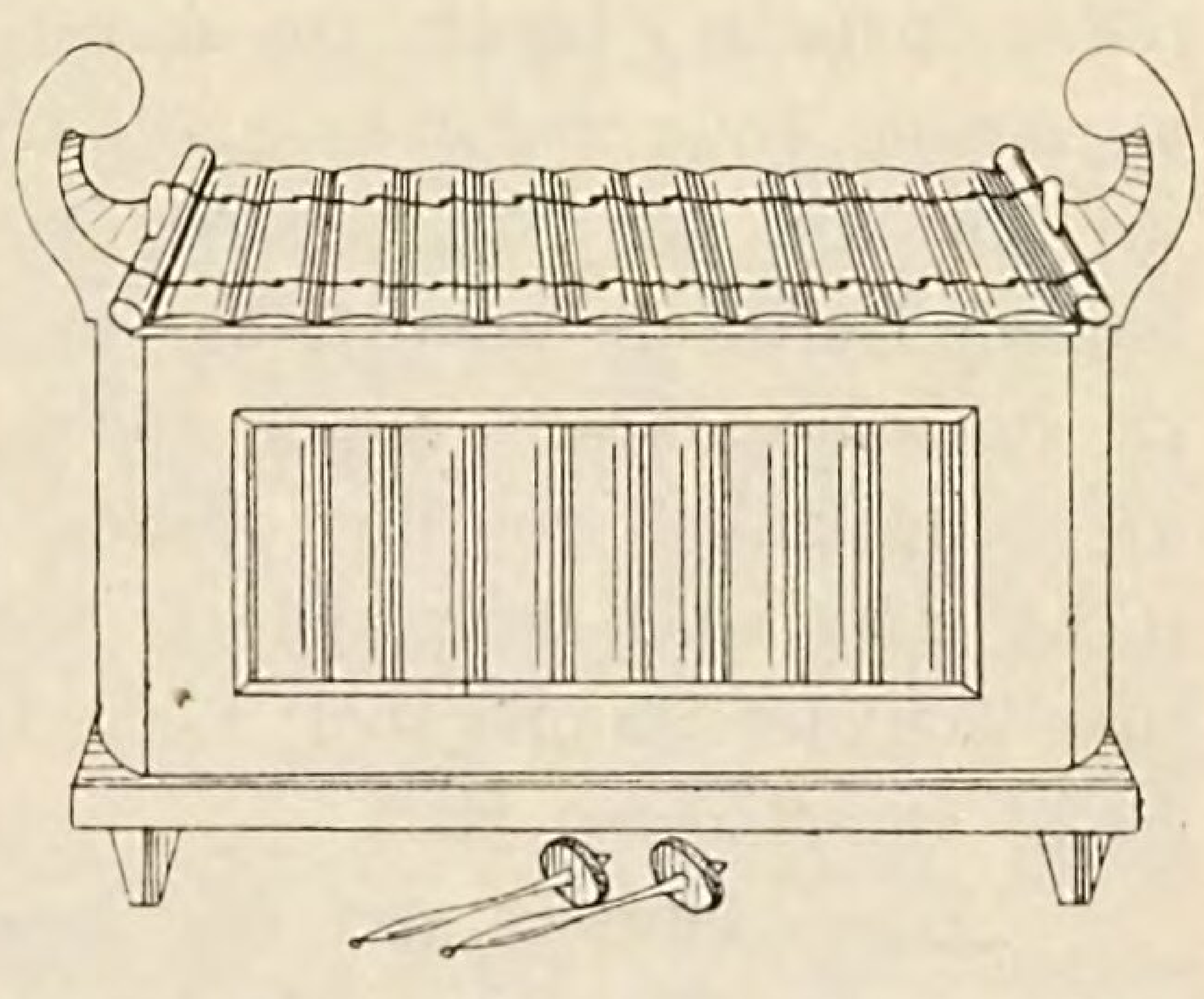
Zwei musikalische Instrumente, das eine aus Java, wo der Ton jeder schwingenden Platte durch eine besondere, in einem Bambusrohre eingeschlossene Luftsäule verstärkt wird, das andere die Maultrommel oder Mundharmonika, durch welche im inneren Raume des Mundes Töne entstehen, die sie, ausser dem Munde schwingend, gar nicht hervorzubringen fähig ist, — diese zwei Instrumente veranlassten Wheatstone, über die Resonanz eingeschlossener Luftsäulen und Lufträume einige Versuche zu machen, und sie in einem der neueren Hefte des *Quarterly Journal of Science etc.* (New Serie No. 5, Jan.-Apr. 1828, S. 175—183), das unlängst ausgegeben worden, nebst einer Beschreibung und Abbildung des Javanesischen Instrumentes mitzutheilen. Folgende Versuche und Bemerkungen aus Wheatstone's Abhandlung verdienen wohl vorzüglich unsere Aufmerksamkeit.

„Werden die Zinken einer tönenden Stimmgabel dicht vor das Mundloch einer Flöte gebracht, deren Seitenlöcher so verschlossen werden, dass sie denselben Ton als die Stimmgabel geben kann: so wird der schwache und kaum hörbare Ton der Stimmgabel durch eine volle Resonanz der Luftsäule in der Flöte verstärkt. Verschliesst oder öffnet man aber noch eine andere Seitenöffnung, so nimmt wieder die Stärke des Tones ab. Dieser Versuch gelingt leicht mit einer Koncert-Flöte, und einer den Ton „zweigestrichen *c*“ gebenden Stimmgabel. Zu bemerken ist, dass man beim Blasen einer Flöte das Mundloch zum Theil verdeckt, wodurch der Ton ungefähr eine halbe Stufe tiefer wird, als wenn die Flöte bei ganz geöffnetem Mundloche in Schwingung gebracht

würde. Nun muss die Flöte, auf die letztere Weise tönend, mit der Stimmgabel im Einklang sein, und es ist daher nöthig, statt „zweigestrichen *c*“ auf der Flöte „eingestrichen *h*“ zu greifen. Statt der Luftsäule in der Flöte kann man auch den vom Munde eingeschlossenen Luftraum anwenden, wenn man ihm das passende Volumen giebt. Der Ton der Stimmgabel scheint dann am meisten verstärkt zu werden, wenn man die Zunge und übrigen Sprachorgane in eine solche Stellung bringt, als wollte man den Nasenlaut *ng* fortwährend singen, und dabei die Oeffnung der Lippen so lange ändert, bis der Ton am stärksten ist.“

„Der Ton einer Luftsäule kann auch selbst wieder den Ton eines Blasinstrumentes verstärken. Man lege zwei Koncertflöten auf eine Tafel parallel und dicht beisammen. Auf der einen Flöte blase man stark das zweigestrichene *c*, wobei alle Seitenlöcher offen stehen; die andere Flöte greife man so, dass sie eine halbe Stufe tiefer tönt (welches Intervall so viel beträgt, als die Vertiefung bei der ersteren Flöte durch theilweise Verdeckung des Mundlochs mit der Lippe): so bemerkt man einen wesentlichen Unterschied in der Stärke des Tones, je nachdem man das erste Loch der anderen Flöte öffnet oder verschliesst.“

„Unter den Javanesischen Instrumenten, welche Stamford Raffles nach England brachte, heisst eines Génder, welches sich dadurch auszeichnet, dass die Töne schwingender Metallplatten durch die Resonanz im Einklang befindlicher Luftsäulen verstärkt, oder selbst erst hörbar gemacht werden. (Vergl. die nebenstehende Figur.) Es sind elf solcher Platten; ihre Töne entsprechen den Noten der diatonischen Tonleiter, wo aber die vierte und siebente Stufe fehlen, und umfassen zwei Oktaven. Die schwingenden Platten bilden



zwei perpendikular, auf ihrer Länge liegende Knotenlinien, und sind horizontal an zwei Schnüren aufgehängt, von denen die eine allemal durch zwei Löcher in der einen Knotenlinie, die andere durch zwei Löcher in der anderen Knotenlinie der Platte geht. Unter jeder Platte befindet sich ein aufrecht stehendes Bambusrohr, dessen innere Luftsäule eine solche Länge hat, dass sie einen Ton von gleicher Höhe mit dem Grundtone der Platte geben kann. Wird die Oeffnung des Bambusrohres zugedeckt, und die darüber befindliche Platte angeschlagen: so hört man blos mehrere hohe Töne, welche dadurch entstehen, dass die Platte in mehrere schwingende Unterabtheilungen zerfällt; nimmt man aber den Deckel von der Oeffnung des Bambusrohres weg, so entsteht ein

neuer, tiefer, voller Ton durch die Resonanz der Luftsäule in der Röhre. Das Instrument, nach welcher die beigefügte Zeichnung gemacht ist, befindet sich jetzt im Museum der Ostindischen Kompagnie."

„In den angeführten Versuchen waren die mitgetheilten Schwingungen isochronisch mit den Schwingungen des selbsttönenden Körpers, oder, mit anderen Worten, die Resonanz und der ursprüngliche Ton waren im Einklange. Folgende Versuche zeigen, dass dieses nicht immer der Fall ist. Ich nahm eine an einem Ende durch einen beweglichen Stempel verschlossene Röhre, und hielt die Zinke einer schwingenden Stimmgabel, welche das zweigestrichene *c* gab, vor ihr offenes Ende. Die Länge der Luftsäule war 6 Zoll. Wurde die Länge der Luftsäule auf 3 Zoll vermindert, so wurde der Ton der Stimmgabel nicht mehr verstärkt, sondern die höhere Oktave desselben (der Ton der Luftsäule selbst, wenn sie unmittelbar in Schwingung versetzt wurde) hervorgebracht. Eine durch Mittheilung schwingende Luftsäule braucht daher nicht immer isochronisch mit einem anderen Körper zu schwingen, sondern die Zahl ihrer Schwingungen kann auch ein Multiplum von der Zahl der Schwingungen des selbsttönenden Körpers sein. Das Umgekehrte findet nicht Statt; denn wenn die Zahl der Schwingungen einer Luftsäule ein Aliquotum von der Zahl der Schwingungen des selbsttönenden Körpers ist, so zeigt sich keine Resonanz. Z. B. sei eine, an einem Ende verschlossene Röhre doppelt so lang, als in dem Falle, wo sie mit der Stimmgabel im Einklang ist. Wenn die in ihr enthaltene Luftsäule unmittelbar in Schwingung gebracht würde, so würde sie um eine Oktave tiefer tönen, als die Stimmgabel; hält man aber die Stimmgabel vor ihr offenes Ende, so resonirt dieser tiefere Ton nicht; aber auch kein anderer, weil die Röhre die nächst höhere Oktave (den Ton der Stimmgabel) nicht hervorbringen kann, weil sie an einem Ende verschlossen ist."

„Diese letztere Art der Resonanz verbreitet Licht über die Entstehung der Töne einer Maultrommel oder Mundharmonika. Dieses einfache Instrument besteht aus einer elastischen Stahlzunge, mit dem einen Ende an einen messingenen oder eisernen Rahmen genietet (was bekannt und ohne Figur verständlich ist). Das freie Ende der Zunge ist nach auswärts unter einem rechten Winkel gebogen, um dem Finger leicht zu verstatten, wenn es in den Mund gesteckt und mit den beiden parallelen Enden des Rahmens fest an die Zähne gedrückt wird, anzuschlagen. Die Schwingungen der Zunge selbst würden einen sehr tiefen Ton geben. Bringt man das Instrument aber in den Mund, und ändert durch verschiedene Bewegungen der Zunge und Lippen den inneren Raum des Mundes: so wird, wenn die dem eingeschlossenen Luftraume zukommende Zahl von Schwingungen ein Multiplum von der

Zahl der Schwingungen der selbsttönenden Zunge ist, der der Mundhöhle zukommende Ton gehört. Ist z. B. der Grundton der Zunge gross *C*, so können durch Mittheilung ihrer Schwingungen an den Luftraum im Munde folgende Töne entstehen:

Multipla der Grundschwingungen der Zunge:

$\overset{*}{1}$.. $\overset{*}{2}$.. 3 .. $\overset{*}{4}$.. 5 .. 6 .. 7 .. $\overset{*}{8}$.. 9 .. 10 .. 11 .. 12 .. 13 .. 14 .. 15 .. $\overset{*}{16}$ etc. $\overset{*}{32}$

Die entsprechenden Töne:

C c g $\bar{c}$ $\bar{e}$ $\bar{g}$ $\bar{b}$ $\bar{\bar{c}}$ $\bar{\bar{d}}$ $\bar{\bar{e}}$ $\bar{\bar{f}}_{+}$ $\bar{\bar{g}}$ $\bar{\bar{a}}_{-}$ $\bar{\bar{b}}$ $\bar{\bar{h}}$ $\bar{\bar{\bar{c}}}$ $\bar{\bar{\bar{\bar{c}}}}$

Bei den gewöhnlichen Maultrommeln können die drei ersten Töne der Reihe nicht hervorgebracht werden, weil die Höhlung im Munde für sie nicht weit genug gemacht werden kann."

„Die obige Skale einer Maultrommel ist offenbar zu unvollständig und mangelhaft, um nur die einfachsten Melodien hervorzubringen; diesem Mangel kann aber durch zwei oder mehrere dieser Instrumente abgeholfen werden. Herr Eulenstein, ein Virtuos auf diesem Instrumente, bedient sich gleichzeitig der Tonreihen von 16 Maultrommeln, und kann alsdann durch alle Tonarten moduliren, und wahrhaft originelle und äusserst schöne Wirkungen damit hervorbringen."

„Wheatstone befestigte eine Maultrommel mit den beiden Enden, die gewöhnlich fest an den Zähnen anliegen, doch so, dass die Zunge hinreichenden Raum zu den freiesten Schwingungen hatte, und bewirkte durch Ankleben von etwas Wachs an ihr freies Ende, dass ihr Ton gerade gross *C* war; welcher Ton von einer am einen Ende verschlossenen, 4 Fuss langen Röhre hervorgebracht werden kann. Nun brachte er das offene Ende einer 2 Fuss langen, 1 Zoll weiten, am anderen Ende durch einen beweglichen Stämpel verschlossenen Röhre nahe an die Zunge, so dass die Luftsäule beliebig verkürzt werden konnte. Wurde dann die Zunge angeschlagen, so wurde die Oktave ihres Grundtones gehört. Wurde die Luftsäule noch mehr verkürzt, so dass sie nur den dritten, vierten, fünften, sechsten, siebenten Theil u. s. w. von 4 Fuss betrug, so wurden nach und nach alle Töne der oben angeführten Reihe hervorgebracht. Ist die Länge der Röhre genau eine von den angeführten Längen, so ist der Ton am stärksten, doch hört man ihn auch noch, und zwar von ungeänderter Höhe, aber schwächer, wenn die Luftsäule innerhalb gewisser Grenzen verlängert oder verkürzt wird."

„Man sieht leicht ein, wie mit einer und derselben Luftsäule zwei oder drei Töne eines Akkordes gleichzeitig hervorgebracht werden können. Herr Eulenstein bringt z. B. den Akkord $\bar{c}$ $\bar{e}$ $\bar{g}$ auf folgende

Weise hervor. Er nimmt drei Maultrommeln, bei welchen allen der vierte Ton der Reihe der tiefste ist, welcher auf ihnen hervorgebracht werden kann. Dem Munde giebt er die passendste Weise für $\overline{c}$. Die beiden anderen Töne $\overline{e}$ und $\overline{g}$ werden dann auch verstärkt aber schwach.“

„Wenn zwei Körper zusammen nicht ganz im Einklange tönen, so entstehen periodische Pulsationen, Interferenzen der Schallwellen oder Schwebungen. Diese Schwebungen werden ausserordentlich deutlich, wenn man zwei nicht ganz im Einklange befindliche Stimmgabeln vor das offene Ende einer Luftsäule hält, ein Beweis, dass eine und dieselbe Luftsäule Töne von verschiedener Höhe verstärken kann.“

XI.

Allgemein fassliche Darstellung des Vorganges, durch welchen Saiten und Pfeifen dazu gebracht werden, einfache Töne und Flageolettöne hervorzubringen,

nebst Erörterungen der Verschiedenheit des Zustandes, in dem sich schallleitende, das Selbsttönen erregende, selbsttönende und resonirende Körper befinden,

von

Ernst Heinrich Weber und **Wilhelm Weber**[1])
Professor in Leipzig. in Halle.

[Allgemeine musikalische Zeitung, XXVIII, 186—199, 206—213, 222—235; Leipzig 1826.]

§ 1.
Wellenbewegungen in der Natur.

So wie die Oberfläche des Meeres und anderer stehender Gewässer von einer unendlichen Menge von grösseren und kleineren Wellen bedeckt wird, die sie in allen Richtungen durchziehen und durch einander durchgehen, ohne einander zu stören, indem auf dem Rücken der grösseren kleinere, auf dem der kleineren noch kleinere sich befinden, die endlich so klein sind, dass sie sich dem Auge entziehen, ebenso ist die Luft, sind alle festen Körper in einer vielfachen, nie völlig aufhörenden Wellenbewegung. Wie ein ins Wasser fallender Körper Wellen erregt, welche sich allmählig über die ganze Oberfläche eines grossen Teiches ausbreiten, so erregt jeder, auch der geringste Stoss auf einem festen, tropfbar flüssigen oder luftförmigen Körper Wellen, die bis in sehr entfernte Räume fortschreiten. Nur sind die erregten Wellen in den meisten Körpern zu klein und schreiten zu schnell fort, als dass man sie mit den Augen einzeln unterscheiden und verfolgen könnte. Vorzüglich mittelst des schnellen Fortganges der Wellen scheint die Natur es möglich gemacht zu haben, dass wir von Körpern, die durch ungeheure Strecken des Weltraumes von uns getrennt sind, Sinneneindrücke, z. B.

[1]) [Hierzu Tafel VI und VII.]

durch das Licht und die Wärme empfangen, und in geringeren Entfernungen mittelst des Schalles mit anderen Menschen in Verbindung sein können. Denn die neuesten Fortschritte in der Physik und Mathematik haben die Einwürfe gegen die Wellentheorie des Lichtes, die vorzüglich Newton bestimmten, sich für die Emanationstheorie zu entscheiden, grösstentheils beseitigt. Poisson hat durch Rechnung gezeigt, dass alle Erscheinungen der Fortpflanzung, Brechung und Zurückwerfung des Lichtes, mit Ausnahme der Erscheinungen der Farbenzerstreuung, sehr einfach aus der Annahme eines in Wellenbewegung befindlichen elastischen Medii folgen, und ist der Meinung, dass auch die Hoffnung, die Farbenzerstreuung nach dieser Hypothese zu erklären, noch nicht aufgegeben werden dürfe. Ausserdem werden jetzt durch die von Fresnel, Arago und Frauenhofer bestätigte und erweiterte Entdeckung Young's über die Interferenz des Lichtes, manche Lichterscheinungen, die nach der Emanationstheorie nicht erklärlich sind, sehr genügend erklärt. Hierzu kommt nun, dass nach Fourier's scharfsinnigen analytischen Untersuchungen auch die Erscheinungen der Wärme eben so gut durch die Annahme einer Wellenbewegung als durch die Annahme eines ausströmenden Wärmestoffes erklärlich sind; so dass es wahrscheinlich wird, dass die Natur zur Hervorbringung aller dieser verschiedenen Klassen von Erscheinungen sich eines und desselben Mittels, des fortgepflanzten Stosses bedient habe. Unter diesen Umständen kann man voraussetzen, es werde Jedem interessant sein, eine Vorstellung davon zu erhalten, worin das so einfache Mittel bestehe, das die Natur angewendet hat, um eine so unendliche Mannigfaltigkeit von Erscheinungen hervorzubringen.

Die Wellenbewegung ist eine Schwingung, die sich von Ort zu Ort fortpflanzt. Alle Theilchen eines Medii, z. B. der Luft, die sich zu gleicher Zeit in einer von einem und demselben Stosse veranlassten fortschreitenden Schwingung befinden, bilden zusammen eine *Welle.* Die Theilchen, welche also die Welle bilden, bewegen sich nicht mit der Welle fort, sondern kehren, indem sie ihre Schwingung vollenden, an ihren Ort zurück, und die Fortbewegung der Welle ist nur eine Fortbewegung einer *Form*, nicht des *Stoffes*, der die Form erfüllt, indem die vor der Welle liegenden Theilchen durch Stoss in Bewegung gesetzt werden, während die im hinteren Theile der Welle befindlichen Theilchen zur Ruhe kommen. Man kann daher bei der Wellenbewegung eine doppelte Bewegung unterscheiden, eine *wirkliche,* die in einer Schwingung der einzelnen Theilchen des Medii, und eine *scheinbare,* die in der Fortpflanzung der Welle von Ort zu Ort besteht. Da nun aber die meisten von diesen Wellen von der Art sind, dass die einzelnen Wellen nicht sinnlich beobachtet werden können, sondern dass nur viele hinter einander

folgende einen gemeinschaftlichen Eindruck machen, z. B. dass tausende von aufeinander folgenden Schallwellen den Eindruck eines einzigen Tones hervorbringen, Millionen von Lichtwellen den eines Lichtstrahles, so kam es vorzüglich darauf an, diejenigen Wellenbewegungen zu beobachten, welche so langsam fortgehen, dass man nicht nur jede einzelne Welle sehen, sondern auch die Bewegung bestimmen kann, welche jeder einzelne Punkt eines Körpers vollbringt, während eine Welle durch seinen Ort hindurchgeht. Diese mit der Wellenbewegung verbundenen wirklichen Bewegungen der Körpertheilchen, welche eben die Erscheinung der Wellen selbst hervorbringen, lässt sich aber nur in tropfbaren Flüssigkeiten beobachten. Der Lauf einzelner Wellen kann ausserdem aber auch an aufgespannten Saiten gesehen werden. Eine genaue Beobachtung der Wellenbewegung dieser Körper führt zu einer deutlichen und anschaulichen Kenntniss seiner Erscheinungen.

§ 2.

Primäre Wellen (Stosswellen), sekundäre Wellen (Beugungswellen).

Alle in der Natur vorkommenden Wellen lassen sich in zwei Klassen eintheilen. Die erste derselben begreift diejenigen in sich, welche eine unmittelbare Wirkung des fortgepflanzten Stosses sind, und nothwendig eine Verdichtung oder Verdünnung des Medii, durch das sie fortschreiten, mit sich führen. Sie zeichnen sich durch eine ungeheure Geschwindigkeit aus, da sie schon in der gewöhnlichen Luft ungefähr 1040 Fuss in einer Sekunde zurücklegen, durch tropfbar flüssige und feste Körper aber mit einer noch viel, bisweilen 17 Mal grösseren Schnelligkeit (wie Chladni durch eigenthümliche, später von Laplace bestätigte Verfahrungsarten gefunden hat) fortschreiten. Wir wollen den Fall setzen, eine Kugel dehne sich schnell aus, und ziehe sich dann auf ihren vorigen Umfang zusammen, so wird sie, während sie sich ausdehnt, die sie umgebende Luftschicht zusammendrücken und dadurch verdichten, diese wird wieder die benachbarten Luftschichten verdichten, diese wieder die benachbarten u. s. w. Während sich dagegen die Kugel auf ihren vorigen Umfang zusammenzieht, wird sie die umgebende Luft verdünnen, diese wieder die sie umgebende u. s. w. So hat sich denn durch diese Schwingung der Kugel eine verdichtende und verdünnende Welle gebildet, welche die Gestalt hohler Kugeln haben, von denen die der verdünnenden Welle in der verdichtenden eingeschlossen ist, während sich beide mit ungeheurer Schnelligkeit mehr und mehr ausdehnen. Diese Art von Wellen, welche wir *primäre* nennen, sind einerlei mit dem fortgepflanzten Stosse.

Die zweite Klasse von Wellen entsteht nicht durch eine *primäre,* sondern durch eine *sekundäre* Wirkung des fortgepflanzten Stosses. Sie

sind jederzeit mit der Krümmung einer oder mehrerer Oberflächen des Körpers, durch den sie fortschreiten, verbunden, und die fortschreitende Krümmung selbst bildet die Welle. Es lässt sich denken, dass sie ohne eine Verdichtung oder Verdünnung Statt findet. Sie schreiten sehr langsam vorwärts, z. B. niedrige Wasserwellen mit 3 bis 6 Fuss Geschwindigkeit in einer Sekunde. Die sekundären Wellen einer angestossenen Schnur oder Saite können nach Chladni's Versuchen nie eine Geschwindigkeit erreichen, welche dem vierten Theile der Geschwindigkeit der primären Welle in derselben Saite gleich käme, ohne dass die Saite durch die zu grosse Anspannung zerrissen werde. Sie schreiten daher viel langsamer fort, als der Stoss, der sie veranlasste, und ihr Fortschreiten entsteht durch das Bestreben der gekrümmten Theile, sich in die ihnen ursprünglich zukommende Lage zu setzen, welches Bestreben selbst wieder bei den Wasserwellen von der Schwere, bei einem aufgehängten Seile von der Spannung abhängt. Indem nun die gekrümmten Theile diese ursprüngliche Lage wieder annehmen, krümmen sie die benachbarten, diese wieder die benachbarten u. s. w., wodurch dann die Krümmung fortschreitet. Wir nennen diese Art von Wellen *sekundäre* Wellen. Durch sie können Töne entstehen, aber anderwärts entstandene können sich nicht durch dieselben fortpflanzen.

Eine *Welle* überhaupt ist also eine Gesammtheit der durch einen einzigen fortgepflanzten Stoss oder Schwingung gleichzeitig in Bewegung gesetzten Theilchen.

Schwingung ist diejenige Bewegung der Theile eines Körpers, vermöge deren sie sich der Lage, in welcher ein *Gleichgewicht* Statt finden kann, abwechselnd nähern und davon entfernen, getrieben durch ihr Streben nach Gleichgewicht.

Gleichgewicht aber ist der Zustand eines Körpers, wo sich die Wirkungen mehrerer bewegender Kräfte eines Körpers gegenseitig aufheben und dadurch einen Zustand der Ruhe herbeiführen.

Beide Klassen von Wellen können Veranlassung werden, dass ein Körper in diejenige Art von Schwingung gerathe, durch die er selbsttönt.

Von Körpern, welche durch primäre Wellen zum Selbsttönen kommen, gebrauchte Chladni den Ausdruck: sie tönten durch *longitudinale* Schwingungen; umgekehrt sagte er von Körpern, deren Tönen durch sekundäre Wellen erzeugt wird, sie tönten durch *transversale* Schwingungen. Man verdankt ihm die Entdeckung, dass ein und derselbe feste Körper (Saite, Stab, Glasröhre), auch wenn sie ungetheilt schwingen, und also keine Flageolettöne geben, dennoch im Stande sind, zwei in ihrer Höhe sehr verschiedene Töne hervorzubringen. So giebt z. B. eine an einem Ende befestigte Glasröhre, wenn sie senkrecht auf die Länge ihrer Axe angeschlagen wird, einen tiefen Ton: wenn sie mit einem

nassen Tuchlappen ihrer Länge parallel gerieben wird, einen ungefähr um 4 bis 5 Oktaven höheren Ton. Der letztere wird durch primäre Wellen hervorgebracht und ist sehr hoch, weil die primären Wellen die Länge der Röhre vermöge ihrer grossen Geschwindigkeit in kurzer Zeit sehr oft durchlaufen. Der erstere entsteht durch sekundäre Wellen, und ist sehr tief, weil diese Wellen viel längere Zeit brauchen, um die Länge der Röhre zu durchlaufen.

§ 3.

Fortschreitende und stehende Schwingung.

Es ist von grossem Interesse, eine klare Vorstellung zu erhalten von der Verschiedenheit der Schwingung, in welcher sich selbsttönende und schallleitende Körper befinden; ferner, wodurch sich die Erzitterungen der Körper, welche andere zum Selbsttönen bringen, z. B. die des Violinbogens, von denen unterscheiden, die im Selbsttönen begriffen sind; endlich, welcher Unterschied zwischen Schwingungen selbsttönender und resonirender Körper Statt finde. Wir haben dieses in unserem Buche [1]) auseinandergesetzt und wollen jetzt zur Beantwortung dieser Fragen kürzlich einiges mittheilen, indem wir vorzüglich diejenigen Körper als Beispiel brauchen wollen, welche durch sekundäre Wellen zum Tönen gebracht werden, weil bei ihnen der Vorgang mehr sinnlich wahrgenommen werden kann, und hernach die Anwendung auf die Entstehung des Selbsttönens durch primäre Wellen leicht ist.

Wir erwähnen hier zuerst vorläufig, dass wir diejenige modificirte Wellenbewegung, in welcher sich diejenigen Körper befinden, welche möglichst vollkommen tönen, *die stehende Schwingung* genannt, und dadurch von der gewöhnlichen Wellenbewegung unterschieden haben; denn diese ist eine fortschreitende Schwingung. So läuft z. B. die Ausbeugung, die ein Stoss an einem Ende eines aufgespannten Seiles hervorbringt, längs des Seiles als Welle hin und her; dagegen stehen die Ausbeugungen einer tönenden Saite, die einfach oder in Abtheilungen getheilt schwingt, an ihren Stellen gewissermassen fest, indem die Saite zwar in kurzen auf einander folgenden Zeiträumen, Ausbeugungen auf zwei entgegengesetzten Seiten der Saite bildet, die Ausbeugungen aber keineswegs längs der Saite wie Wellen hin und her laufen.

Wenn man ein aufgespanntes Seil, Tafel VI, Fig. I, *A, B,* an seinem einen Ende anstösst, z. B. von unten nach aufwärts, so entsteht an der zunächst gestossenen Stelle eine nach oben gekehrte Ausbeugung *a*, welche mit gleichförmiger Geschwindigkeit, wie es z. B. in Fig. I, 1, 2, 3, 4, 5, 6, für sechs gleiche Zeiträume vorgestellt ist, nach dem entgegen-

[1]) [Wellenlehre, W. Weber's Werke V.]

gesetzten Ende des Seiles fortschreitet, und dort, vom Befestigungspunkte in einem siebenten Zeittheile 7, zurückgeworfen, sich in eine nach unten gerichtete Ausbeugung verwandelt, und hierauf nach dem zuerst gestossenen Ende in eben so viel Zeittheilen 8, 9, 10, 11, 12, zurückkehrt, daselbst vom Befestigungspunkte von neuem abprallend, sich wieder in eine nach aufwärts gerichtete Ausbeugung verwandelt 13, und den schon einmal zurückgelegten Weg nach dem anderen Ende wiederholt vollendet. So sahen wir eine solche Ausbeugung an einem über die Saale bei Halle gespannten Seile wenigstens 16 Mal hin- und herlaufen, und an jeder etwa $^1/_4$ bis $^1/_2$ Zoll dicken hinreichend langen Leine kann man sich von diesem Vorgange überzeugen. Die Ausbeugung kommt ganz mit einer in einem sehr schmalen Kanale hin- und herlaufenden Wasserwelle überein, die an den Stellen, wo sie Widerstand findet, zurückgeworfen wird. Die Wasserwelle zeigt aber nicht die sonderbare Erscheinung, dass sie, während sie zurückgeworfen wird, jedesmal eine umgekehrte Lage annähme, so dass sie, wenn sie vor dem Anprallen über der geraden Linie erhaben war, nachher unter ihr vertieft würde. Wir nennen diese Art der Schwingung deswegen die *fortschreitende* Schwingung oder Wellenbewegung, weil die entstandene Ausbeugung von Ort zu Ort fortschreitet, die Theile des Seiles da, wo sie sich gerade befindet, in Schwingung setzt, hinter sich aber dieselben ruhig zurücklässt. Was man hier an einem Seile beobachtet, kann man auch an jeder mässig gespannten grossen Leinwand, z. B. an einem Theatervorhang oder sogar an einem gewöhnlichen Rouleau beobachten. Stiesse man eine solche Leinwand, die an allen Punkten ihrer Ränder in gleichem Grade gespannt wäre, in ihrer Mitte an, so würde man das Vergnügen haben, eine ähnliche Erscheinung zu sehen, als die ist, welche ein Stein auf einer ruhigen Wasserfläche hervorbringt. Eine Reihe kreisförmiger koncentrischer Wellen würde an dem gestossenen Punkte entstehen, und nach den Rändern der Leinwand fortlaufen, dort zurückgeworfen werden, eine durch die Gestalt des Randes abgeänderte Form annehmen, und so nach der Mitte fortlaufend sich gegenseitig durchkreuzen. Wäre die Leinwand nicht an allen Stellen gleich angespannt, so würden auf ihr keine kreisförmigen Wellen, sondern, weil die Wellenstücke auf den stärker gespannten Stellen schneller fortschreiten, als auf den weniger gespannten, Wellen entstehen, welche andere Gestalten annähmen.

§ 4.

Fortschreitende sekundäre Schwingung der Saiten (Wellenbewegung der Saiten oder Seile durch Beugung).

Wenn man ein Seil Fig. II bei *c* fasst und daselbst in der Linie des ruhenden Seiles festhält, zugleich aber bei *b* nach aufwärts spannt,

und dann das Seil an beiden Stellen zugleich los lässt, so dass sich die gebogenen Theile des Seiles von der Ruhe ab zu bewegen anfangen, so entsteht eine Wellenbewegung, die in 25 auf einander folgenden gleichen Zeiträumen so fortschreitet, wie es Fig. II 1 bis 25 bildlich dargestellt worden ist. Die eine Hälfte der Ausbeugung *b* schreitet nämlich (wie die darüber gesetzten Pfeile andeuten) nach *A*, die andere nach *B* fort, wobei jede Hälfte noch einmal so niedrig wird, als die ganze Ausbeugung *b* war, zugleich aber jede Hälfte die Breite, die die ganze Ausbeugung vorher hatte, beibehält. Die nach *A* fortschreitende Hälfte wird sogleich von dem befestigten Punkte *A* des Seiles zurückgeworfen, und verwandelt sich dabei in eine nach unten gerichtete Ausbeugung. In 2 ist die nach *A* fortschreitende Ausbeugung halb zurückgeworfen, halb noch nicht zurückgeprallt. Der zurückgeprallte Theil würde eigentlich eine nach unten gerichtete Ausbeugung sein[1]), der noch nicht zurückgeworfene dagegen, wie bisher, eine nach oben gerichtete. Weil aber beide zusammen fallen und sich aufheben, ist das Seil an dem Orte in dem Momente, wo diese Hälfte halb abgeprallt ist, gar nicht gebeugt. In 3 ist nun der an *A* anprallende Theil der Ausbeugung ganz zurückgeworfen, und hat sich in eine nach unten gerichtete Ausbeugung verwandelt, deren Richtung wir durch einen punktirten Pfeil ausdrücken wollen. So schreitet nun die nach oben gerichtete und die ihr folgende nach unten gerichtete Ausbeugung in den Zeiträumen, die durch 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 und 11, dargestellt worden sind, bis zum Ende *B* fort. In 12 ist die nach oben gerichtete Ausbeugung halb am Befestigungspunkte *B* abgeprallt, und in eine nach unten gewendete Ausbeugung verwandelt. Da nun der abgeprallte Theil nach unten, der noch nicht abgeprallte nach oben gerichtet ist, und beide an einem Orte zusammenfallen, so ist das Seil im Momente, wo die Ausbeugung halb zurückgeworfen ist, an dieser Stelle gar nicht gebogen. In 13 ist die erste Ausbeugung ganz von *B* zurückgeworfen, und in eine nach unten gerichtete Ausbeugung verwandelt worden. Die zweite Ausbeugung ist auch bis zum Befestigungspunkte *B* fortgeschritten. Da nun beide zusammenfallen und beide nach unten gerichtet sind (daher mit punktirten Pfeilen bezeichnet), so entsteht an diesem Orte eine doppelt so tiefe nach unten gerichtete Ausbeugung. In 14 schreitet nun die erste Ausbeugung nach *A* fort, die zweite ist am Befestigungspunkte *B* zur Hälfte abgeprallt, und das Seil daselbst gerade. In 15 ist nun auch die zweite Ausbeugung ganz zurückgeworfen und beim

[1]) Nach dem durch Erfahrung und Berechnung bewiesenen Gesetze, dass eine an einem befestigten Ende abprallende Ausbeugung dabei sich in eine nach der entgegengesetzten Richtung gewendete Ausbeugung verwandelt.

Abprallen in einen Berg verwandelt worden, da sie vorher ein Thal war. So schreiten nun die beiden Ausbeugungen, die vorangehende als Thalwelle, die nachfolgende als Bergwelle, nach dem Befestigungspunkte A fort, den die Thalwelle in 23 erreicht, an dem sie in 24 zur Hälfte abgeprallt ist. In 25 ist die vorangehende Welle ganz an A abgeprallt, und hat sich dabei in eine Bergwelle verwandelt (ist daher mit einem Pfeilstriche bezeichnet) und durchkreuzt sich mit der nachfolgenden Welle, die auch eine (nach oben gerichtete) Bergwelle ist. *Wenn zwei nach derselben Seite gerichtete* Ausbeugungen an einer und derselben Stelle zusammenfallen, so entsteht eine doppelt so hohe Ausbeugung. Das sieht man auch in 25 und das Seil hat nun wieder die Lage wie in 1, und der ganze Vorgang wiederholt sich von nun an, wie er eben geschildert worden ist.

Man erkennt schon hieraus das für die Wellen geltende Gesetz: *Alle Wellen* (die gleichartigen und die von entgegengesetzten Eigenschaften) *gehen durch einander hindurch, ohne sich einander in ihrem Fortgange zu hindern, während sie aber an einem Orte zusammenfallen, müssen die Bewegungen der in der Welle enthaltenen Theilchen addirt werden, wenn sie nach derselben Richtung geschehen, von einander subtrahirt werden, wenn sie nach entgegengesetzten Richtungen geschehen.*

Daher, während zwei gleich hohe Wellen, die durch Ausbeugungen gebildet werden, welche sich nach entgegengesetzten Richtungen wenden, durch einander durchgehen, heben sie, so lange sie zusammenfallen, sich gegenseitig auf; wenden sie ihre Ausbeugungen nach derselben Richtung, so verdoppelt sich ihre Grösse während dieses Momentes, nachdem sie aber durch einander gegangen sind, nehmen sie ihre ursprüngliche Gestalt wieder an.

Wenn auf dieselbe Weise, wie in Fig. II, an einem Ende eines Seiles, so an beiden zu gleicher Zeit eine Welle erregt wird, so begegnen sich beide Wellen in der Mitte des Seiles, und gehen daselbst durch einander durch. Dieses zeigt Fig. III. Die Welle A und die Welle B rücken in 1, 2, 3 und 4 auf einander zu, bei 5 erreichen sie sich, bei 6 fallen beide Wellenberge in einander, wobei ein doppelt so hoher Wellenberg entsteht; bei 7 fällt der Wellenberg von der Welle A mit dem Wellenthale von der Welle B zusammen, umgekehrt der Wellenberg von der Welle B mit dem Wellenthale von der Welle A zusammen, und es verschwinden daher im Momente des vollkommensten Zusammenfallens beide Wellen ganz. In 8 fallen noch die beiden Wellenthäler zusammen, und bilden dabei ein doppelt so tiefes Thal in 9, 10, 11, entfernen sich die durch einander durchgegangenen zwei Wellen immermehr von einander.

Wenn einem aufgespannten Seile an seinem einen Ende ein schneller

Stoss ertheilt wird, so dass die gestossenen Theilchen des Seiles schon eine beträchtliche Geschwindigkeit haben, ehe sie sich beträchtlich von ihrem Orte wegbewegen, so entsteht der Fall, welcher schon in Fig. I dargestellt ist. Es bildet sich eine Ausbeugung, die nur nach einer Seite hin fortgeht, und daher folgt dem entstandenen Wellenberge kein Wellenthal nach. Die Ausbeugung, die in 1 entstand, behält nach der Berechnung und, wie es scheint, auch nach den Versuchen ihre Höhe, nähert sich in 2, 3, 4, 5 dem Ende *B*, erreicht es in 6, ist in 7 zurückgeworfen und nach unten gerichtet.

§ 5.

Stehende sekundäre Schwingung der Saiten oder Seile im Allgemeinen.

Es giebt eine Schwingung der Saiten oder Seile durch Beugung, bei welcher die Ausbeugungen nicht wie Wellen längs denselben hin- und herlaufen, sondern an ihrem Orte festzustehen scheinen. Tönende Saiten befinden sich gewöhnlich in dieser Art von Schwingung. Man weiss, dass eine in ihrer Mitte angezogene, dann losgelassene gespannte Saite so zu schwingen anfängt, dass alle Theile derselben zu gleicher Zeit in der, der ruhenden Saite natürlichen geradlinigen Lage ankommen, dabei aber eine solche Geschwindigkeit erlangen, dass sie über diese Lage der Ruhe hinausschwingen, und so wechselseitig nach zwei entgegengesetzten Richtungen hin und zurückschwingen, indem sie alle und jede neue Schwingung zugleich anfangen und endigen, und auch immer zu gleicher Zeit durch die gerade Linie gehen, in welcher sie sich befinden, wenn die Saite in Ruhe ist. Es ist ferner bekannt, dass eine Saite, welche Flageolettöne giebt, sich in zwei oder mehrere z. B. vier gleich grosse Abtheilungen theilt, von denen die benachbarten immer in entgegengesetzter Richtung schwingen, so dass sich z. B., Fig. VI, 13, wie die kleinen Pfeile zeigen, die eine nach aufwärts bewegt, während die benachbarte sich nach abwärts beugt. Die Grenzen der benachbarten entgegengesetzt schwingenden Abtheilungen werden von ruhenden Punkten *(Schwingungsknoten)*, x, y, z, gebildet. Sauveur hat diese ruhenden Punkte zuerst dadurch sichtbar gemacht, dass er kleine Papierreuter auf die in Abtheilungen getheilte schwingende Saite setzte, welche von allen Punkten, ausgenommen von den Schwingungsknoten, abgeworfen wurden. Keine der ausgebogenen Abtheilungen läuft längs der Saite fort, jede bleibt vielmehr an ihrem Orte, indem sie abwärts in die gerade Lage zurückkehrt, und nach entgegengesetzten Seiten, wie in Fig. VI, 13 und 15, sich ausbeugt. Deswegen haben wir diese Art von Schwingung die *stehende* genannt, und sie von der *fortschreitenden*, der Wellenbewegung unterschieden, weil die Ausbeugung bei dieser, wie wir vorhin sahen, längs des gespannten Seiles fortläuft. Aber wie

kommt eine solche stehende Schwingung mit Schwingungsknoten zu Stande? Warum ist es nöthig, die Saite an einem Punkte, welcher in der Hälfte, im Drittel, im Viertel u. s. w. liegt, leise zu berühren oder anzudrücken und, in einiger Entfernung von der berührten Stelle (am besten in der Mitte einer der Abtheilungen, in die sich die Saite theilen soll), zu streichen oder anzuschlagen? Was hindert die Ausbeugung bei dieser Art von Schwingung längs der Saite fortzuschreiten? Folgender Versuch kann auf die richtige Erklärung leiten. Man nehme das eine Ende eines etwa $^1/_2$ Zoll dicken, 20 Fuss langen, am anderen Ende befestigten Strickes in die Hand, spanne denselben mässig, und errege mittelst einer Drehung der Hand eine Ausbeugung. Die Ausbeugung wird nach dem anderen befestigten Ende hinlaufen, von da zurück geworfen zu dem in der Hand gehaltenen Ende zurückkehren, und daselbst der Hand einen fühlbaren Stoss ertheilen. Je langsamer die Drehung geschieht, und je mehr das Seil gespannt wird, einen desto grösseren Theil der Länge des Seiles wird die durch eine Umdrehung der Hand verursachte Ausbeugung einnehmen. Fährt man fort, regelmässig mit der Hand zu drehen und zwar so, dass jede Umdrehung eine Ausbeugung erregt, deren Länge der Hälfte des Seiles, oder dem Drittel, oder dem Viertel u. s. w. gleichkommt, so sieht man mit einem Male, dass die Ausbeugungen aufhören hin- und herzulaufen, und dass sich das Seil dagegen in eine gewisse Anzahl drehender Abtheilungen theilt, welche durch fast ruhende Punkte getrennt sind. Da man das Seil wegen der Schnelligkeit seiner Bewegung nicht selbst sieht, sondern die ganze Bahn, welche die Abtheilungen desselben durchlaufen, so erscheinen die schwingenden Ausbeugungen wie eine Zahl ovaler auf einen Faden aufgereiheter Perlen, und man sieht daher die Schwingungsknoten an den eingeschnürten Stellen so deutlich, dass man das Seil an diesen Stellen nur schnell zu ergreifen braucht, um sich zu überzeugen, dass die Schwingungsknoten an denselben Stellen liegen, an welchen sie sich der Erfahrung zu Folge bei tönenden Saiten unter ähnlichen Umständen befinden würden. Zieht man das Seil, wenn es in diese Schwingung gekommen ist, stark an, so setzt es dieselbe auf die nämliche Weise, nur schneller, auch wenn die Hand ruhet, fort, und zeigt dieselben Schwingungsknoten wie vorher. Auf diese Weise lernt man leicht eine Schwingung mit 1, 2, 3, und mehreren Schwingungsknoten hervorbringen, je nachdem man in einem langsamen oder schnellen Takte dreht.

§ 6.

Stehende sekundäre Schwingung der Saiten, bei der ersten Erregungsart.

Setzt man voraus, dass eine aufgespannte Saite an ihrem einen Ende in abgemessenen gleichen Zeitabschnitten Stösse bekommt, von

denen jeder den gestossenen Theilen eine so *schnelle* Bewegung mittheilt, dass sie sich sogleich, indem sie getroffen worden und ehe sie schon *merklich* ihren Ort verlassen haben, mit einer beträchtlichen Geschwindigkeit bewegen (wo dann jeder Stoss die pag. 139 beschriebene und Fig. I dargestellte Wellenbewegung, nämlich eine *nur nach einer Seite fortschreitende* Ausbeugung hervorbringt), so kann unter folgenden Umständen eine stehende Schwingung mit einem oder mehreren Schwingungsknoten zu Stande kommen.

Wenn an der Saite ae Fig. IV durch einen Stoss die Ausbeugung ac erregt wird, die die Hälfte der Länge der Saite einnimmt, und wenn, so oft diese Ausbeugung um das doppelte ihrer Breite fortgeschritten ist, durch einen neuen Stoss von neuem eine solche Ausbeugung erregt wird, so entsteht an der Saite eine stehende Schwingung mit einem in der Mitte derselben liegenden Schwingungsknoten. Fig. IV zeigt die zuerst entstandene Ausbeugung, der Pfeil darüber die Richtung, in der sie der Erfahrung und Rechnung zufolge fortschreitet. Nach einem zweiten Zeitraume ist sie in 2 um die Hälfte ihrer Breite, nach einem dritten gleich grossen Zeitmomente, in 3 um die ganze Breite fortgeschritten, in 4 ist sie am Befestigungspunkte halb zurückgeworfen. Weil nun eine nach oben gewendete Ausbeugung bei ihrer Zurückwerfung sich in eine nach unten gekehrte verwandelt (siehe Seite 192 Anmerkung), so fällt das zurückgeworfene, nach unten gewendete Stück derselben mit dem noch nicht zurückgeworfenen nach oben gekehrten an einer Stelle zusammen und hebt sich mit ihm für den Moment seines Zusammenfallens auf. Dieses deutet der umgebogene halb punktirte Pfeil an. In 5 ist sie um das doppelte ihrer Breite fortgegangen und daher bei *ac* eine Ausbeugung durch einen neuen Stoss entstanden. In 6 fällt die erste Welle (Wellenthal, durch einen punktirten Pfeil angedeutet) mit der zweiten (Wellenberg) in *b, d* zusammen und hebt sich daher für den Moment ihres vollkommensten Zusammenfallens auf. In 7 sind beide durch einander durchgegangen. In 8 ist die erste Welle in *a* halb zurückgeprallt, und dabei halb in eine nach oben gewendete Ausbeugung verwandelt worden (nach dem Gesetze Seite 142, Zeile 15 v. o.), und zugleich die zweite in *e* zur Hälfte zurückgeworfen, und dabei zur Hälfte in eine nach unten gewendete Ausbeugung verwandelt. Die nach entgegengesetzter Seite gewendeten Hälften der Wellen heben sich auf (durch Interferenz) und so ist die Saite in diesem Momente gerade. In 9 ist zu der zurückgeworfenen Ausbeugung noch die durch einen neuen Stoss entstandene Ausbeugung hinzugekommen. Daher ist in *ac* eine nach oben gewendete Ausbeugung von doppelter Höhe. In 10 findet eine Begegnung von einer (nach oben gewendeten) Bergwelle, und einer (nach unten gekehrten) Thalwelle Statt, weil aber die Berg-

welle doppelt so hoch ist als die Thalwelle, so bleibt bei ihrem Ineinanderfallen eine halb so hohe Bergwelle. In 11 sind sie durch einander durchgegangen. In 12 hebt in *ed* die abgeprallte Hälfte, die sich dabei aus einer Bergwelle in eine Thalwelle verwandelt hat (wie die umgebogenen punktirten Pfeile anzeigen), die noch nicht abgeprallte durch Interferenz auf. Diese Aufhebung findet auch bei *ab* statt, wo sich die zurückgeworfene Hälfte der Thalwelle in eine Bergwelle verwandelt. In 13 ist die Berg- und Thalwelle doppelt so hoch als ursprünglich, weil zu der in *ac* vorhandenen Bergwelle eine neue gleich grosse durch den wiederholten Stoss hinzugekommen ist. In 14 fallen beide Wellen in einander und heben sich auf. In 15 sind sie durch einander durchgegangen. In 16 ist die Bergwelle in *e* halb abgeprallt und dabei zur Hälfte in eine Thalwelle verwandelt, so dass sich beide Hälften aufheben. Dasselbe findet mit der Thalwelle in *a* Statt, die beim Abprallen halb in eine Bergwelle verwandelt worden ist. In 17 ist zur Bergwelle in *ac* eine neue durch den wiederholten Stoss hinzugekommen, beide zusammen genommen haben daher die dreifache der ursprünglichen Ausbeugung. In 18 fällt die dreifache Bergwelle mit der doppelten Thalwelle in *bd* zusammen, diese von jener abgezogen, bleibt eine einfache Bergwelle. In 19 sind sie durch einander durchgegangen. In 20 findet wieder wie in 16 eine durch die Zurückwerfung entstehende Interferenz Statt, wodurch die Saite eben wird. In 21 sind sie ganz zurückgeworfen, und in *ac* ist eine neue Bergwelle durch den neuen Stoss hinzugekommen, daher ist hier die Bergwelle vierfach so hoch als ursprünglich. Man bemerkt leicht, dass unter diesen Umständen der Schwingungsknoten in *c* entsteht, da sich immer entgegengesetzte an der Saite hin- und herlaufende Wellen in diesem Punkte begegnen, und sich, wenn sie gleich hoch sind, aufheben, wenn sie nicht vollkommen gleich hoch sind, doch nur an der Stelle des Schwingungsknoten eine im Verhältnisse zur Stärke der Schwingung in anderen Punkten unbeträchtliche Bewegung verursachen. Der Theil *abc* der Saite hat in 5 nach aufwärts geschwungen, während der Theil *cde* nach abwärts bewegt worden ist, umgekehrt hat sich in 7 *abc* nach abwärts geschwungen, während *cde* nach aufwärts bewegt worden ist; diese Lagen wiederholen sich abwechselnd in 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21 und zwischen diesen Schwingungen tritt jedesmal der 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20 dargestellte Moment ein, wo beide schwingende Hälften der Saite gleichzeitig sich in der Lage befinden, die die Saite haben würde, wenn sie ruhete, so jedoch, dass die Saite in 10 und 18 durch eine durch neue Stösse hinzugekommene Wellenbewegung noch ein wenig bewegt wird.

Wenn an der Saite ag Fig. V durch einen Stoss die Ausbeugung ac erregt wird, die $^1/_3$ der Länge der Saite einnimmt, und wenn, so oft

diese Ausbeugung um das doppelte ihrer Breite, ac fortgeschritten ist, durch einen wiederholten Stoss von neuem eine solche Ausbeugung erregt wird, so geräth die Saite in eine stehende Schwingung mit zwei Schwingungsknoten, die in den beiden Punkten liegen, wo das erste Drittel an das zweite, und das zweite an das dritte Drittel grenzt.

Man wird den Vorgang nach Fig. V selbst verstehen. 1 bis 21 stellen Zeitmomente vor, die Zeitabschnitte begrenzen, in deren jedem die Welle um die Hälfte ihrer Breite fortschreitet. In 5, 9, 13, 17, 21 erregt immer ein wiederholter Stoss in *ac* eine Ausbeugung. Wenn unter denselben Umständen Ausbeugungen erregt werden, deren jede $^1/_4$ der Länge der Saite einnimmt, so entsteht nach und nach eine stehende Schwingung mit drei Schwingungsknoten, die an den drei Punkten liegen, wo die vier Viertel der Saite an einander grenzen. Die Entstehung dieser Schwingung ist Fig. VI dargestellt.

Man sieht hiernach ein:

1. wie eine und dieselbe Welle, indem sie an den Befestigungspunkten zurückgeworfen wird, die Länge der Saite wiederholt durchläuft;

2. wie zwei Wellen, die sich einmal an einer Stelle der Saite begegnet sind, sich immer an derselben Stelle der Saite begegnen müssen, wie oft sie auch beide in die Nähe dieser Stelle kommen. So begegnet in Fig. IV die erste Welle der zweiten in 6, 10, 14, 18 immer an der nämlichen Stelle;

3. wie daher, wenn an einer Stelle eine nach oben gerichtete Ausbeugung einer nach unten gekehrten begegnet, und sich beide während ihrer Begegnung aufheben, an dieser Stelle, so oft die Wellen die ganze Saite von neuem durchlaufen, immer auf dieselbe Weise eine Aufhebung der Schwingung Statt finden muss, und dadurch ein Schwingungsknoten entsteht;

4. wie umgekehrt an anderen Stellen der Saite eine Verdoppelung der Schwingung entstehen muss, indem Ausbeugungen, die nach derselben Seite gewendet sind, sich regelmässig an derselben Stelle begegnen;

5. wie die Stärke der Schwingung der Saite bis in's Ungeheure wachsen kann, indem sich die derselben in einem gewissen Takte gegebenen Stösse zu den schon hin- und herlaufenden Wellen summiren, z. B. in Fig. IV der dritte, vierte, fünfte Stoss in 9, 13, 17, 21, die schon vorhandenen Ausbeugungen verdoppelt, wodurch es möglich ist, dass die Schwingungen der schwingenden Saite viel heftiger werden können, als die einzelnen Stösse sind, welche die Schwingung veranlassten, ungefähr wie eine Schaukel sich nach und nach zu der grössten Höhe schwingt, wenn sie in einem passenden Takte wiederholt, wenn auch nur schwach gestossen wird.

§ 7.

Stehende sekundäre Schwingung der Saiten bei der zweiten Erregungsart.

Eine zweite Methode, Wellen an einer Saite zu erregen, ist die pag. 140, Zeile 2 v. u. aus einander gesetzte, wenn nämlich an einer gespannten Saite eine Ausbeugung gebildet wird, ohne dass die die Ausbeugung bildenden Theile der Saite, wenn die Ausbeugung los gelassen wird, eine anfängliche Geschwindigkeit haben, wo die Welle dann anfangs nicht blos nach dem einen Ende der Saite, sondern nach beiden fortschreitet. Unter folgenden Umständen kommt bei dieser Erregungsart von Wellen eine stehende Schwingung mit einem oder mehreren Schwingungsknoten zu Stande.

Wenn an der Saite *ae* Fig. VII die gemachte, die halbe Länge der Saite einnehmende Ausbeugung *ac* sich selbst überlassen wird, und so oft sie um das doppelte ihrer Breite *ac* fortgeschritten ist, eine neue Ausbeugung hervorgebracht und sich selbst überlassen wird, so entsteht an der Saite eine stehende Schwingung mit einem in der Mitte der Saite liegenden Schwingungsknoten. Die Ausbeugung *ac* Fig. VII schreitet nämlich sowohl nach dem Ende der Saite *e* als nach ihrem Ende *a* fort.

Wenn in 2 der nach *e* zu fortschreitende Theil der Ausbeugung bis nach *bd* fortgeschritten ist, und dabei nur die Hälfte der Höhe behalten hat, welche ursprünglich die Ausbeugung *ac* hatte, so ist der nach *a* fortschreitende Theil der Ausbeugung am Befestigungspunkt *a* halb zurückgeprallt, und da sich der zurückgeprallte Theil dabei in eine nach unten gewendete Ausbeugung verwandelt hat, so heben sich die zurückgeprallte und noch nicht zurückgeprallte Hälfte der nach *a* zu fortgeschrittenen Ausbeugung auf, so dass die Saite in *ab* eben ist. Ein umgebogener Pfeil, dessen eine punktirte Hälfte dem zurückgeworfenen in ein Thal verwandelten Theile der Ausbeugung entspricht, deutet dieses an.

In 3 ist der nach *a* fortgeschrittene Theil der Ausbeugung ganz bei *a* zurückgeworfen worden, und hat sich nun ganz in eine nach unten gewendete nach *e* zu fortschreitende Ausbeugung (ein Wellenthal) verwandelt. So sind nun aus der ursprünglichen nach oben gerichteten, doppelt hohen Ausbeugung *ac* in 1 zwei Ausbeugungen entstanden, von denen die eine ein Berg, die andere ein Thal ist, und von denen jede halb so hoch ist als die ursprüngliche Ausbeugung *ac* in 1. In 4 ist die erste Ausbeugung in *e* halb abgeprallt, und weil sie demnach zur Hälfte in eine nach unten gewendete Ausbeugung verwandelt worden ist, die sich mit dem noch nicht abgeprallten Theile aufhebt, ist die Saite bei *de* eben. Die zweite Ausbeugung befindet sich in *bd*. In 5 ist die erste Ausbeugung ganz von *e* zurückgeworfen, und daher ganz

in ein Thal verwandelt worden; da nun auch das Thal, das sich zuvor in *bd* befand, nach *ce* gerückt ist, und folglich in *ce* zwei Thäler zusammenfallen, so entsteht im Momente des Zusammenfallens ein doppelt so tiefes Thal. Zu gleicher Zeit ist in *ac* ein neuer Berg gebildet und losgelassen worden, der wie der in 1 *ac* nach zwei Richtungen fortschreitet, was durch den zweispitzigen Pfeil angedeutet worden ist. In 6 wird die ganze Saite eben, denn in *bd* fällt ein Wellenberg mit einem gleich grossen Wellenthale zusammen, an den beiden Enden fallen die zurückgeworfenen Hälften mit den noch nicht zurückgeworfenen zusammen. In 7 fallen in *ac* zwei Wellenthäler und in *ce* zwei Wellenberge zusammen, daher sind die Ausbeugungen doppelt so hoch als sie in 3 waren. In 8 ist die Saite eben, denn in *bd* fällt ein Wellenthal mit einem gleich grossen Wellenberge zusammen. In 9 fallen in *ec* zwei Thäler, in *ac* zwei Wellenberge zusammen, da nun in *ac* ausserdem noch die Ausbeugung wie in 1 *ac* erregt worden ist, so muss der Wellenberg in *ac* viermal so hoch sein als der in 3 *ce*. In 10 ist die Saite fast ganz eben, denn nur in *bd* ist ein kleiner Berg, weil ein doppelter Wellenberg einem einfachen Wellenthale begegnet. In 11 begegnet in *ac* ein doppeltes Wellenthal einem einfachen Wellenthale, daher ist die Ausbeugung dreimal so hoch als in 3. In *ce* begegnet ein doppeltes Wellenthal einem einfachen, daher ist auch hier die Vertiefung doppelt so tief als in 3. In 12 ist die Saite fast eben, nur in *bd* ist ein kleines Thal, weil ein doppeltes Wellenthal einem einfachen Wellenberge begegnet. In 13 befindet sich in *ac* ein Wellenberg, der sechsmal so hoch ist, als der in 3 bei *ce*, und in *ce* ein Wellenthal, das vierfach so tief ist, als das in 3 *ac*. So entsteht ein Schwingungsknoten in der Mitte von *ae*. Man wird nun leicht verstehen, wie in Fig. VIII zwei Schwingungsknoten entstehen müssen, wenn unter denselben Umständen der Erregung die Ausbeugungen $^1/_3$ der Länge der Saite einnehmen, oder wie in Fig. IX drei Schwingungsknoten entstehen, wenn die erregten Ausbeugungen $^1/_4$ der Länge der Saite einnehmen.

§ 8.

Bedingungen und Ursachen der Entstehung der stehenden Schwingung, der Schwingungsknoten und Knotenlinien.

Die Schlüsse, welche man aus unseren Versuchen ziehen kann, sind folgende: die stehende Schwingung, d. h. die, vermöge deren gewisse Körper selbst tönen, entsteht dadurch, dass an einem Körper sich gleichbreite hin- und herlaufende Wellen auf eine regelmässige Weise begegnen. Hierzu wird

1. ein so gestalteter Körper erfordert, dass eine auf ihm erregte

Welle so zurückgeworfen wird, dass sie nach einem gewissen Zeitraume ganz oder grossentheils in ihre vorige Bahn zurückkehrt, den Körper von Neuem durchläuft, und in gleichgrossen Zeitabschnitten von Neuem auf ihre vorige Stelle zurückkehrt.

2. Dass ein anderer Körper jenem in regelmässigem Takte und an einer passenden Stelle wellenerregende Stösse ertheilt, deren Breite ein aliquoter Theil, z. B. $^1/_2$, $^1/_3$, $^1/_4$ etc. der Länge des in Schwingung zu setzenden Körpers ist.

Unter diesen Umständen laufen die zuerst am Ende zurückgeworfenen Wellen, die dabei ihre Gestalt umkehren, den später erregten entgegen; da, wo sich zwei nach oben gerichtete Ausbeugungen begegnen, wird die Ausbeugung, während beide durch einander durchgehen, noch einmal so gross: ebenso, wo sich zwei nach unten gerichtete Ausbeugungen durchkreuzen. Wenn dagegen eine nach oben gerichtete Ausbeugung einer nach unten gewendeten begegnet, so verschwinden beide Ausbeugungen, während sie durch einander durchgehen, völlig, indem sie sich durch Interferenz für den Augenblick ihres Zusammenfallens vernichten; nachher, wenn sie durch einander durch gegangen sind, stellen sie sich wieder her und setzen ihren Lauf in der Richtung, wie bisher, fort. Wird nun der Körper von zwei Reihen sich durchkreuzender gleich breiter Wellen eingenommen, so treffen an gewissen Stellen des Seiles sich stets gleichartige Wellen, die abwechselnd aufwärts gerichtete und abwärts gerichtete Ausbeugungen bilden; an anderen Stellen des Seiles treffen sich stets ungleichartige Wellen, d. h. es trifft stets eine aufwärts gerichtete, von der einen Seite herkommende Ausbeugung eine abwärts gerichtete, von der entgegengesetzten Seite herkommende Welle. An diesen Orten, wo sich immer die Mitte einer nach oben gerichteten Ausbeugung mit der Mitte einer nach unten gerichteten durchkreuzt, entsteht durch Interferenz ein ruhender Punkt, *Schwingungsknoten:* dagegen an denjenigen Stellen, wo sich die Mitten zweier gleichartigen Ausbeugungen treffen, eine doppelt so starke Schwingung als die ist, welche ohne eine Durchkreuzung Statt finden würde.

Wir erwähnen hier nur, dass man in Gefässen mit Wasser oder besser mit Quecksilber eine Schwingung erregen kann, die derjenigen ähnlich ist, welche auf schwingenden Scheiben Statt findet, welche Chladni'sche Klangfiguren zeigen. Man nimmt einen gleichseitigen viereckigen mit Wasser gefüllten Kasten, setzt diagonal ein bis auf den Boden reichendes Brett senkrecht ein, das den Raum des Kastens in zwei dreieckige Räume theilt. Wird dieses Brett um seinen auf dem Boden rührenden Rand bewegt, so erregt es Wellen, welche von den Seitenwänden des Kastens zurückgeworfen werden. Ist die Erregung

von Wellen in einem passenden Takte fortgesetzt worden, so entstehen plötzlich an den Stellen, wo sich die hin- und herlaufenden Wellen durchkreuzen, eine Anzahl regelmässig gestellter hoher kegelförmiger Erhabenheiten und Vertiefungen, welche sich in einer senkrechten Bewegung befinden, indem sich die kegelförmigen Erhabenheiten in Vertiefungen verwandeln, während die benachbarten kegelförmigen Vertiefungen in Erhabenheiten umgewandelt werden. Im kleinen kann man diesen Versuch sehr deutlich mit Quecksilber ausführen, indem man in die Mitte eines tiefen viereckigen oder runden Gefässes in regelmässigem Takte einen cylinderförmigen Körper hereintaucht und wieder herauszieht.

Hieraus werden wir nun beurtheilen können, welchen Einfluss es habe, wenn eine Saite, auf der man einen Flageoletton hervorbringen will, an einer bestimmten Stelle leise mit dem Finger berührt oder angedrückt und in einiger Entfernung davon gestrichen wird. Die Entfernung des berührten Punktes von dem Befestigungspunkte derselben und von der Stelle, wo sie gestrichen oder angeschlagen wird, bestimmt nämlich die Breite der Wellen, welche der streichende oder anschlagende Körper veranlasst, und durch die Breite derselben wird auf eine nothwendige Weise die Entstehung der Schwingungsknoten an gewissen bestimmten Stellen bestimmt.

Wendet man dieselbe Erklärungsart der Entstehung der stehenden Schwingung auf Flöten, oder gedeckte und offene Labialpfeifen an, so kann man sich eine klare Vorstellung von dem Vorgange, während sie mit ein, zwei oder mehreren Schwingungsknoten schwingen, verschaffen. Anlangend den Unterschied zwischen der Bewegung des selbsttönenden Körpers und des Körpers, welcher denselben zum Tönen bringt, so hat man folgendes zu bemerken:

§ 9.

Was thut der Violinbogen, indem er einen Körper zum Tönen bringt, und wodurch unterscheidet sich die Resonanz und das Selbsttönen?

Ein Violinbogen ertheilt dem Körper, den er zum Tönen bringt, Stösse, die sich in einem gewissen Takte wiederholen. Diese Stösse bringen in der Saite, die er streicht, eine der Spannung und Länge der Saite angemessene Schwingung hervor. Die Schwingungen der Saite selbst veranlassen Rückstösse auf den Violinbogen, die selbst nun den Takt bestimmen, in welchem der Violinbogen durch eine hüpfende Bewegung am angemessensten die Saite stösst. So geschieht es, dass sich die Erzitterungen des Violinbogens den langsamen eben so wohl, als den schnellen Schwingungen verschiedener Körper anpassen können, und dass derselbe Violinbogen bei derselben Spannung seiner Rosshaare,

tieftönende und hochtönende Körper zum Tönen bringen kann, obgleich beide in einem ganz verschiedenen Takte gestossen werden müssen. Man kann daher gewissermassen sagen, dass der Violinbogen durch die Rückstösse des tönenden Körpers in einem bestimmten Takte geschwungen und so genöthigt werde, ihn selbst wieder in einem gewissen angemessenen Takte zu stossen, und dadurch das Tönen desselben zu unterhalten und zu verstärken. Jeder Stoss des Violinbogens auf den zum Tönen zu bringenden Körper, bringt in letzterem eine Welle hervor. Diese Welle läuft bis an die Enden des zum Tönen zu bringenden Körpers, und wird daselbst zurückgeworfen, und kehrt sehr schnell wieder bis zu dem Orte zurück, wo der tönende Körper den Stoss erhielt, und bringt daselbst einen Gegenstoss auf den Violinbogen hervor. Da nun dieselbe Welle den tönenden Körper vielmal und zwar immer in gleichgrossen Zeiten durchläuft und daher dem Violinbogen wiederholt und in einem bestimmten Takte Gegenstösse ertheilt, so bestimmen diese Gegenstösse den Violinbogen, indem er reibt, selbst nach einem gewissen Takte zu zittern und zu stossen, und so die schon vorhandenen Wellen zu verstärken. Eine kürzere und gespanntere Saite bestimmt den Violinbogen durch die Rückstösse, die sie ihm ertheilt, sie selbst in einem schnelleren Takte zu stossen, weil die Länge einer solchen Saite schneller von den an ihr erregten Wellen durchlaufen wird als eine längere weniger gespannte Saite, und weil deshalb die Saite, wenn sie einen einzigen heftigen Stoss vom Violinbogen erhalten hat, ihm eine Reihe schneller auf einander folgender Rückstösse ertheilt als wenn sie länger und weniger gespannt ist. Man sieht die regelmässigen Stösse des Violinbogens ziemlich deutlich, wenn man eine dünne Holzleiste an ihrem einen Ende streicht, die so lang ist, und daher so langsam schwingt, dass man ihre einzelnen Schwingungen sehen kann. Es ist aber nicht nöthig, dass der Violinbogen dem Körper, den er zum Tönen bringt, eben so viel Stösse ertheile, als dieser Schwingungen in einer Sekunde macht, und dass die Stösse des Violinbogens ganz regelmässig auf einander folgen: es ist z. B. hinreichend, wenn ein Stoss des Violinbogens um den anderen mit den Schwingungen des Körpers so zusammen fällt, dass die letzteren unterstützt und verstärkt werden, und es schadet nichts, wenn einzelne Stösse diese Schwingungen nicht unterstützen. Dadurch unterscheidet sich der Zustand, in dem sich der Violinbogen befindet, indem er einen Körper zum Tönen bringt, von einem selbsttönenden Körper. Seine Stösse brauchen sich nicht so schnell und in gleichen Zeiträumen zu wiederholen, dass er dadurch selbst tönte. Ein Körper, der einen anderen Körper zum Selbsttönen bringt, kann also zwar sich auch im Selbsttönen befinden, aber es ist nicht gerade nothwendig.

Was nun den Zustand anlangt, in dem sich *selbsttönende* und *resonirende* Körper befinden, so haben sie zwar folgendes *mit einander gemein:*

1. von beiden scheint ein Ton auszugehen;

2. beide befinden sich in einer heftigeren Schwingung als die ist, die man bei der einfachen Fortpflanzung des Schalles beobachtet;

3. beide können Schwingungsknoten und Knotenlinien erzeugen, auf denen sich der Sand aufhäuft;

4. bei beiden entsteht die heftigere Schwingung durch Wellen, die die Körper durchlaufen, an ihren Rändern oder Enden zurückgeworfen, sie von Neuem durchlaufen, sich dabei mit einander durchkreuzen und da, wo sich gleichartige durchkreuzen, die Schwingung verstärken, wo ungleichartige, dieselbe vermindern;

aber es findet zwischen dem Zustande beider Körper folgender Unterschied statt:

1. Der resonirende Körper kann nur durch einen anderen selbsttönenden Körper zum Tönen gebracht werden, und giebt jederzeit denselben Ton als dieser, tönt auch immer schwächer als der selbsttönende Körper, der ihn zum Resoniren bringt, und hört auf zu tönen, wenn dieser aufhört; der selbsttönende Körper dagegen kann auch durch die Stösse eines nicht selbsttönenden Körpers zum Tönen gebracht werden, kann, wenn er von einem selbsttönenden Körper zum Tönen gebracht wird, zuweilen auch einen anderen Ton geben als dieser, kann selbst in eine stärkere Schwingung gerathen als die ist, in der sich der Körper befindet, der ihn zum Tönen bringt, und ist zuweilen im Stande längere Zeit fort zu tönen, nachdem die Stösse des Körpers, die ihn zum Tönen brachten, aufgehört haben.

2. Die Knotenlinien und Schwingungsknoten des resonirenden Körpers brauchen nicht symmetrisch zu liegen, und ihre grössere Zahl macht den Ton nicht höher; die Knotenlinien und Schwingungsknoten selbsttönender Körper liegen symmetrisch, und ihre vergrösserte Zahl ist immer mit einer sehr beträchtlichen Erhöhung des Tones nothwendig verbunden. Dieses Unterschiedes wegen wollen wir die Sandfiguren, die auf resonirenden Körpern entstehen, Resonanzfiguren, die auf tönenden, Klangfiguren nennen.

3. Die Breite der Wellen, welche einen resonirenden Körper durchlaufen und durch ihre Durchkreuzung die Resonanz hervorbringen, braucht nicht gerade zweimal, einmal, $^1/_2$ mal, $^1/_3$ mal, $^1/_4$ mal etc. so gross zu sein, als der Weg ist, den die Welle von einem Ende des resonirenden Körpers bis zum anderen zu durchlaufen hat (die Breite der Welle braucht nicht ein aliquoter Theil des resonirenden Körpers zu sein) und die Gestalt des resonirenden Körpers braucht keineswegs

eine solche zu sein, dass eine und dieselbe Welle, indem sie an dem Körper wiederholt hin- und herläuft, nach gleichen Zeiten in dieselben Punkte ihrer schon vorher durchlaufenen Bahn zurückkehrt, wohl aber ist beides bei selbsttönenden Körpern nöthig. Die Verstärkung des Tönens in resonirenden Körpern geschieht durch eine, wenn auch unregelmässige Durchkreuzung hin- und herlaufender Wellen, die Verstärkung der Schwingungen selbsttönender Körper dadurch, dass die neuen Stösse, die der tönende Körper erhält, regelmässig auf dieselben Wellen, die sie zuerst erregten, fallen, und sie mehr und mehr verstärken, was nur dadurch möglich ist, dass die den tönenden Körper durchlaufenden Wellen in gleichen Zeiträumen in die Bahn zurückkehren, welche sie schon ein- und mehrmal durchlaufen hatten. Bei resonirenden Körpern dagegen werden die Wellen nicht so zurückgeworfen, vielmehr werden sie während ihres Fortganges durch vielfache Zurückwerfung in mehr und mehr Stücken getheilt.

Der Wind, der die einmal erregten Wasserwellen von Neuem stösst, macht dadurch, dass sie durch einen langen Fortgang in tiefem Wasser von einer kaum zu beobachtenden Kleinheit bis zu der kolossalen Grösse der Meereswellen wachsen, welche zuweilen zwei benachbarte Schiffe eines vor dem anderen verbirgt. So können auch die oft wiederholten schwachen Stösse eines Violinbogens, welche eine Welle, so oft sie an den Ort ihrer Erregung zurückkehrt, von Neuem treffen und verstärken, den Wellen eine Kraft verleihen, die diejenige weit übertrifft, welche die ersten Stösse mittheilen konnten. Aehnlich hierin einer grossen Glocke, welche, vielmal hinter einander mit dem Finger angestossen, sich nach und nach bis zu ihrer grössten Höhe mit einer Kraft schwingt, dass die Stärke des ganzen Körpers sie nicht aufzuhalten vermag. Auf ähnliche Weise wirken auch die Stösse, die der tönende Körper erhält, indem sie die schon vorhandenen Wellen verstärken. In unserer Schrift haben wir auseinander gesetzt, warum die Länge und Breite eines resonirenden Körpers den Ton seiner Höhe nach nicht abändere, und warum mit der grösseren Zahl von Sandlinien, die an einem resonirenden Körper erscheinen, der Ton nicht höher zu werden brauche, da er doch bei den Chladni'schen Klangfiguren mit der Zahl der Linien höher wird.

§ 10.

Luftwellen oder fortschreitende Schwingung in der Luft.

Wenn eine tönende Stimmgabel, indem sich ihre Zinken von einander entfernen, die Luft schlägt, wird die vor den Zinken unmittelbar befindliche Luft, die nicht schnell genug ausweichen kann, zusammen-

gedrückt und dadurch verdichtet. Diese verdichtete Luft, welche wegen ihrer Elasticität das Bestreben hat, sich wieder auszudehnen, drückt auf die sie umgebende Luft und verdichtet auch sie, diese verdichtet wieder die vor ihr gelegene, und so schreitet die Verdichtung durch die Luft fort und erhält den Namen einer verdichtenden Welle, während die Luftstellen, welche vorher verdichtet worden waren, ihre natürliche Dichtigkeit wieder annehmen. Wenn eine tönende Stimmgabel, indem sich ihre Zinken einander nähern, auf die sie äusserlich umgebende Luft wirket, so strebt dieselbe den Raum, den die Zinken bei ihrer Bewegung verlassen, zu erfüllen, dadurch wird sie verdünnt; und da aus demselben Grunde die die verdünnte Luft umgebende dichtere Luft in den Raum der verdünnten, um sich ins Gleichgewicht zu setzen, hineinstürzt, so geräth sie selbst auch in eine Verdünnung, und stellt in jener die natürliche Dichtigkeit her, und auf diese Weise entfernt sich die Stelle, wo die Luft verdünnt ist, immer mehr von der Stimmgabel, und erhält den Namen einer verdünnenden Welle.

Vergleicht man die Luftwellen mit den Wellen eines Seiles, so bemerkt man:

1. dass diese in einer Beugung nach oben oder unten bestehen, die Luftwellen dagegen nur in einer Verdichtung oder Verdünnung bestehen, so dass die Wellenberge mit den verdichtenden, die Wellenthäler mit den verdünnenden Wellen verglichen werden können, die man daher auch wohl mit dem Ausdrucke + und — Wellen bezeichnen kann;

2. dass zwar sowohl die Theilchen der Seile als die der Luft sich bewegen, während eine Welle durch sie hindurchgeht, dass aber die Lufttheilchen sich dabei fast in derselben Richtung hin- und herbewegen, in der die Welle fortschreitet; die Theilchen der Seile dagegen eine Bewegung in einer Richtung, die auf der Bahn der Welle senkrecht ist, sich bewegen.

3. Eben so, wie die Wellen des Seiles Ausbeugungen sind, die in ihrer Mitte am höchsten sind, und an ihren beiden Enden durch die Linie gehen, in der das Seil hängt, wenn es in Ruhe ist, eben so sind die Luftwellen verdichtete oder verdünnte Stellen der Luft, die in ihrer Mitte am stärksten verdichtet oder verdünnt sind, an ihren Grenzen aber die Dichtigkeit haben, die der Luft im ruhigen Zustande zukommt.

4. Gerade so, wie es Wellen am Seile giebt, die, wenn sie nach der pag. 140, Zeile 2 v. u. angeführten Methode erregt worden sind, nach den zwei Enden des Seiles fortschreiten, aber auch durch Ausbeugungen und gleichzeitiges Stossen des Seiles Wellen erregt werden können, welche nur nach einem Ende des Seiles fortschreiten, eben so ist gedenkbar, dass bei einer Erregungsart die Luftwellen nach allen Seiten, bei einer anderen nur nach gewissen Seiten fortschreiten. Denkt man,

dass die durch senkrechte Strichelchen angedeuteten Lufttheilchen einer Röhre sich in der ihnen im Zustande der Ruhe zukommenden Dichtigkeit befinden, mit Ausnahme einiger derselben, z. B. *e* und *d* Fig. X, welche doppelt so dicht wären als im natürlichen Zustande, so würden beide sich von einander zu entfernen streben, *d* nach *a* zu, *e* nach *i* zu, und es würde nach *a* sowohl als nach *i* eine verdichtende Welle gehen, wie auch der darüber gesetzte zweispitzige Pfeil anzeigt. Giebt man dagegen den Theilchen *d*, *e* Fig. XI eine gewisse Geschwindigkeit nach *a* zu, ohne dass ihre Dichtigkeit von der Dichtigkeit der übrigen Luft verschieden ist, so werden sie gleichfalls einen Stoss, der nach beiden Enden der Röhre fortschreitet, hervorbringen, so aber, dass der nach *a* zu fortschreitende ein verdichtender, der nach *i* zu fortgepflanzte ein verdünnender Stoss ist.

Verbindet man dagegen beide betrachtete Fälle untereinander und denkt sich *de* Fig. XII verdichtet und legt ihnen zugleich eine Bewegung nach einer und derselben Richtung, z. B. nach *a* zu, bei, die eben so gross ist als die Bewegung, die den Theilchen vermöge ihrer Verdichtung mitgetheilt wird, so muss *e* nothwendig ruhen, denn es wird vermöge seiner grösseren Dichtigkeit mit einer eben so grossen Kraft nach *i* getrieben, als mit welcher es durch die ihm gegebene Geschwindigkeit sich nach *a* bewegen will; *d* würde sich dagegen mit einer doppelten Kraft (mit der seiner Geschwindigkeit und der seiner durch Verdichtung aus dem Gleichgewichte gebrachten Elasticität) nach *a* zu bewegen; *e* würde folglich ruhen, *d* dagegen sich *c* so lange nähern, bis es ihm so viel von seiner Geschwindigkeit mitgetheilt hätte, dass die Geschwindigkeit von *c* und *d* gleich gross wäre, und zwar halb so gross, als die, welche *d* vorher allein besass. Mit dem Drucke, den *d* auf *c* hierbei ausübt, würde in gleichem Maasse der von der in *d* und *c* vergrösserten Dichtigkeit abhängende Druck gewachsen und daher in eben dem Maasse in *d* und *c* das Bestreben, sich von einander zu entfernen, gewachsen sein, wobei dann in *d* dieselben Umstände eintreten würden, welche *e* zu ruhen zwangen; *d* würde demnach ruhen müssen, *c* dagegen sich mit der Geschwindigkeit, welche ihm von *d* mitgetheilt wurde, und mit der, die ihm das Bestreben, sich von *d* wegen zu grosser Dichtigkeit zu entfernen, mittheilt, d. h. mit der nämlichen Geschwindigkeit nach *b* zu bewegen, mit der sich im vorhergehenden Zeitraume *d* nach *c* zu bewegt u. s. w., so wie der Fortgang der verdichtenden Welle nach *a* zu durch vier Reihen Striche dargestellt ist. Aus demselben Grunde findet das Fortschreiten einer verdünnenden Welle nach einer Seite Statt, wie Fig. XIII zeigt, wo *de* verdünnt ist und zugleich eine eben so grosse Geschwindigkeit nach *i* zu mitgetheilt erhalten hat, als die ist, mit welcher sich *d* und *e* einander zu nähern streben.

§ 11.
Zurückprallen der Luftwellen am offenen und verschlossenen Ende einer Röhre.

Um nun einzusehen, wie eine Wellenbewegung in der, eine Röhre erfüllenden Luft zur Entstehung einer stehenden Schwingung mit einem oder mehreren Schwingungsknoten Veranlassung geben kann, muss man die Gesetze der Zurückwerfung der Luftwellen kennen, namentlich aber folgendes:

Wenn eine in einer Röhre fortschreitende Luftwelle an das offene oder verschlossene Ende der Röhre kommt, so wird sie zurückgeworfen, jedoch mit dem Unterschiede, dass sie, wenn sie am verschlossenen Ende zurückprallt, ihre Eigenschaft als verdichtende oder verdünnende Welle behält, wenn sie am offenen Ende abprallt, die entgegengesetzte Eigenschaft annimmt, d. h. sich in eine verdünnende Welle verwandelt, wenn sie als eine verdichtende anprallte, und umgekehrt sich in eine verdichtende Welle verwandelt, wenn sie als eine verdünnende anprallte. Nur für diese Verwandlung der Luftwellen bei ihrem Anprallen an einem offenen Ende muss eine Erläuterung beigefügt werden, da es scheinen könnte, als ob das offene Ende einer Röhre die Welle frei hinauslassen müsste, ohne sie zurückzuwerfen.

Wenn innerhalb einer Röhre die vorwärts gestossenen Lufttheilchen die vor ihnen liegenden stossen, so entsteht zwischen den stossenden und gestossenen eine Verdichtung, weil nämlich die gestossenen nicht schnell genug ausweichen können, indem sie am Ausweichen durch die vor ihnen liegende Luft, die ihnen widersteht, in einem gewissen Grade gehindert werden, und ausserdem noch durch die feste Wand der Röhre eingeschränkt werden, so dass sie nicht einmal nach allen Richtungen, sondern nur nach einer, nämlich nach vorn, ausweichen können. Man setze nun einmal den Fall, es könne eine Röhre mit Luft erfüllt sein, ungeachtet vor ihrem offenen Ende gar keine Luft wäre, so würden die Lufttheilchen, welche dicht am offenen Ende lägen, bei dem geringsten Stoss, den sie erführen, ohne allen Widerstand zur Röhre heraus ausweichen können, so dass folglich daselbst zwischen den stossenden und gestossenen Theilchen keine Verdichtung entstehen könnte. Unter diesen Umständen träte also der Fig. XI abgebildete Fall, wo zwei Theilchen *ed* eine Geschwindigkeit nach *a* zu haben, ohne verdichtet zu sein, ein, d. h. es würde in Fig. XIV *a*, welches leichter ausweichen könnte als *b*, sich von *b* entfernen, dann *b* durch die zwischen *a* und *b* entstehende Verdünnung nach sich ziehen, und dadurch *b* von *c* entfernen, wodurch dann wieder *c* durch die zwischen *b* und *c* entstehende Verdünnung nachgezogen werden würde und so fort, so dass also durch das Anprallen

einer verdichtenden Welle am offenen Ende eine verdünnende Welle entstünde, die von *a* nach *i* zurückliefe. Dieses ist nun in einem gewissen Grade wirklich der Fall, auch wenn vor dem offenen Ende der Röhre Luft ist. Denn da die Theilchen am offenen Ende nicht mehr durch die Wände der Röhre eingeschränkt werden, so können sie alle vor, über und unter ihnen und die seitwärts liegenden Lufttheilchen stossen, und diese können um so leichter ausweichen, weil sie wieder alle rings um sie herumliegenden Lufttheilchen stossen können. Da nun also die Lufttheilchen am offenen Ende einer Röhre bei jedem Stosse leicht in eine geschwindere Bewegung, nicht leicht aber in eine so beträchtliche Verdichtung versetzt werden, als die Lufttheilchen innerhalb der Röhre, *so muss beim Anprallen einer verdichtenden Welle an das offene Ende eine verdünnende zurückgeworfen* werden, die aber nicht ganz so stark ist als die anprallende verdichtende war, sondern nur der grösseren Geschwindigkeit und geringeren Verdichtung entspricht, in welche die Lufttheilchen am offenen Ende der Röhre, im Vergleich zu den in der Röhre versetzt werden. Die am offenen Ende anprallende verdichtende Welle theilt sich daher in zwei Wellen; die eine schreitet durch die äussere Luft fernerhin als verdichtende Welle fort, die andere geht als verdünnende in die Röhre zurück; beide zusammengenommen haben so viel Kraft als die verdichtende allein hatte.

Wenn eine verdünnende Welle an dem offenen Ende einer Röhre anprallt, muss sie als verdichtende Welle zurückgeworfen werden; denn beim Anlangen derselben entsteht zwischen den am offenen Ende liegenden Lufttheilchen eine geringere Verdünnung als zwischen den im Innern der Röhre liegenden vorher Statt fand, weil die äussere Luft sogleich von allen Seiten her und ohne zurückgehalten zu werden, sich in den verdünnten Raum hineinstürzt, und dabei eine beschleunigte Bewegung nach dem Innern der Röhre zu erhält.

§ 12.

Bezeichnungsart, um den Zustand der in Wellenbewegung befindlichen Luft anschaulich zu machen.

Um nun den Erfolg bei der Begegnung von Wellen in Röhren anschaulich zu machen, wählten wir folgende Bezeichnungsart:

Tafel VII. *A* drückt die Grösse der Verdichtung der Luft in jedem Querschnitte einer Welle durch die senkrechte Entfernung zweier Bogenlinien aus, welche durch senkrechte Striche verbunden sind. Wo diese senkrechten Linien am längsten sind, wie in *bc*, ist die Verdichtung der Luft am grössten; wo sie kleiner werden, nimmt die Verdichtung in eben dem Verhältnisse ab; wo sich die Bogenlinien berühren, wie in *a* und *b*, ist gar keine Verdichtung.

B und *C* bedeuten dasselbe, nur ist in *B* die Verdichtung noch einmal so gross, in *C* zweimal so gross.

D, *E*, *F* drückt eben so durch die senkrechte Entfernung der punktirten Bogenlinien die Verdünnung aus. Kommen daher diese Bogenlinien allein vor, ohne mit den Bogenlinien, die die Geschwindigkeit anzeigen, verbunden zu sein, so bedeutet das, dass in dem bezeichneten Querschnitte der Röhre Verdünnung oder Verdichtung Statt findet, ohne eine Bewegung und Geschwindigkeit der einzelnen Lufttheilchen.

G, *H*, *J*, die senkrechte Entfernung zweier Bogenlinien, die nicht durch senkrechte Striche verbunden sind, zeigt die Geschwindigkeit an, mit welcher sich die in einem bezeichneten Querschnitte der Röhre enthaltenen einzelnen Lufttheilchen nach irgend einer Richtung bewegen.

K, dieser grosse mit einem Striche gezeichnete Pfeil, der über die Röhre gezeichnet wird, in der eine Luftwelle sich befindet, bedeutet die Richtung in der eine verdichtende Welle fortgeht.

L, dieser punktirt gezeichnete Pfeil, zeigt dasselbe bei einer verdünnenden Welle an. An diesen Pfeilen kann man also auch schon erkennen, ob in der Röhre, über welche diese Pfeile gesetzt werden, eine verdünnende oder eine verdichtende Welle sich befindet, oder ob mehrere zugleich vorhanden sind.

M, N, O, diese Pfeilspitzen, die in die Röhre hineingezeichnet werden, zeigen die Richtung an, in der sich die einzelnen Lufttheilchen in der Röhre bewegen. Aus der Zahl dieser Pfeilspitzen erkennt man auch im allgemeinen die Grösse der Geschwindigkeit der Bewegung der einzelnen Lufttheilchen an der bezeichneten Stelle.

P eine Röhre mit zwei offenen Enden.

Q eine Röhre mit einem verschlossenen und einem offenen Ende.

R. Die Zeichen *A*, *G* und *M* zusammengesetzt, bedeuten, weil die Bogenlinien, die die Geschwindigkeit der Lufttheilchen, und die, welche die Verdichtung ausdrücken, dicht an einander liegen, dass die Grösse der bewegenden Kraft, die aus der Dichtigkeit der Luft entspringt, in allen Punkten gerade so gross als die ist, welche aus der Geschwindigkeit der bewegten Lufttheilchen entsteht.

S. Die Zeichen *C*, *G*, *M* vereinigt. Dichtigkeit dreifach, Geschwindigkeit einfach.

T. Die Zeichen *D*, *G*, *M* vereinigt. Einfache Verdünnung, gleichgrosse Geschwindigkeit.

U. Die Zeichen *F*, *G*, *M* vereinigt. Verdünnung dreifach, Geschwindigkeit der Lufttheilchen einfach.

V. Die Zeichen *J*, *A*, *O* vereinigt. Geschwindigkeit dreifach, Verdichtung einfach.

§ 13.

Ueber das Zustandekommen der stehenden Schwingung in Röhren, die an ihrem einen Ende verschlossen sind, wenn sich zwei Schwingungsknoten bilden.

Wenn man, wie Savart zuerst bemerkt hat, eine tönende Stimmgabel vor eine solche Röhre hält, die vermöge ihrer Länge als Pfeife fast denselben Ton (als Grundton oder als Flageoletton) giebt, als die Stimmgabel, so fängt die Luft der Röhre selbst an zu tönen, indem sie entweder in eine einfache oder durch Schwingungsknoten abgetheilte stehende Schwingung geräth.

Damit die Luft einer an ihrem einen Ende verschlossenen Röhre Fig. XVI in diejenige stehende Schwingung gerathe, bei der sich zwei Schwingungsknoten Fig. XVI bilden, müssen in gleichen Zeiträumen verdichtende und verdünnende Wellen erregt werden, von denen jede $^2/_5$ der Länge der Röhre einnimmt. Die Röhre XVII denke man sich in fünf gleiche Theile, jeden Theil gleich einer halben Welle, getheilt. Die Zinken der Stimmgabel mögen, indem sie vor das offene Ende der Röhre gehalten werden, möglichst an einander gedrückt sein, und nun losgelassen sich wieder von einander entfernen. Wenn sie nun bei 1 in ihre gerade Lage gekommen sind, so hat die der Oeffnung der Röhre zugewendete Zinke die Luft vòr sich hergestossen und verdichtet. Es hat sich daher in 1 eine halbe verdichtende Welle gebildet, die vermöge der Geschwindigkeit, mit der sich Stösse durch die Luft fortpflanzen, das erste Fünftel der Röhre einnimmt. Die in diesem Momente zuletzt gestossenen Lufttheilchen haben die grösste Geschwindigkeit und Verdichtung erhalten, weil zu Ende dieses Zeitmomentes die Stimmgabel die geschwindeste Bewegung hatte. In einem zweiten gleichgrossen Zeitraume haben sich die zwei Zinken der Stimmgabel möglichst weit von einander entfernt, und dabei die zweite Hälfte der verdichtenden Welle erregt, so dass nun, weil auch die erste Hälfte um $^1/_5$ fortgeschritten ist, eine *ganze* verdichtende Welle entstanden ist, welche $^2/_5$ der Länge der Röhre einnimmt; der über die Röhre gesetzte Pfeil zeigt die Richtung der verdichtenden Welle an, die Pfeilspitze in der Welle selbst die Richtung, in der sich die Lufttheilchen der Welle bewegen, die äusseren Bogenlinien die Geschwindigkeit der bewegten Lufttheilchen, die inneren durch senkrechte Striche verbundenen Bogenlinien die Dichtigkeit. Weil die Stimmgabel am Ende dieses Zeitraumes an die Grenze ihrer Schwingung gekommen war, wo sie stille steht, um dann zurückzuschwingen, so haben auch die am Ende der Welle gelegenen Lufttheilchen keine Bewegung, und sind deswegen auch nicht verdichtet. Im dritten gleichgrossen Zeitraume, 3, hat die Stimmgabel wieder

zurückgeschwungen, und hat, da sie von der Ruhe ab nach und nach beschleunigt worden ist, am Ende dieses Zeitraumes die grösste Geschwindigkeit erlangt. Sie hat dadurch die Hälfte einer verdünnenden Welle erregt. Die verdichtende Welle ist indessen mit der dem Schalle zukommenden Geschwindigkeit wieder um $^1/_5$ der Länge der Röhre bis zum dritten Fünftel fortgeschritten. In einem vierten gleichgrossen Zeitraume, 4, haben sich die zwei Zinken der Stimmgabel einander möglichst genähert, und dabei die verdünnende Welle vollends ganz zum Vorschein gebracht. Der punktirte Pfeil über der Röhre zeigt die Richtung an, in der die verdünnende Welle fortschreitet. Die Pfeilspitze in der Welle zeigt an, dass die Lufttheilchen in der verdünnenden Welle sich nach der Stimmgabel zu bewegen (d. h. wie immer in einer verdünnenden Welle in der entgegengesetzten Richtung, als in der sich die Welle fortbewegt). Der Abstand der zwei äusseren gekrümmten Linien zeigt die Geschwindigkeit an, mit der sich die Lufttheilchen nach der Stimmgabel zu bewegen. Die zwei punktirten gekrümmten Linien zeigen, dass die aus der Verdünnung entspringende Kraft überall in der Welle gleich gross ist der in der Geschwindigkeit der Lufttheilchen gelegenen Kraft. Im fünften Zeitraume, 5, ist die verdichtende Welle bis ans verschlossene Ende fortgeschritten, die verdünnende befindet sich im zweiten und dritten Fünftel; im ersten Fünftel hat die Stimmgabel eine halbe verdichtende Welle gebildet. Im sechsten Zeitraume, 6, ist die verdichtende Welle am verschlossenen Ende halb zurückgeworfen, das zurückgeworfene Stück ist verdichtend geblieben, und setzt daher die Lufttheilchen des fünften Fünftels eben so stark in Bewegung, als diese durch die noch nicht zurückgeworfene Hälfte entgegengesetzt bewegt werden. Diese beiden entgegengesetzten Bewegungen heben sich auf. Die Luft ruht daher im fünften Fünftel, wird aber dabei doppelt so sehr verdichtet, als sie vorher in der noch nicht zurückgeworfenen verdichtenden Welle war. Der umgebogene Pfeil ausserhalb der Röhre deutet die halbe Zurückwerfung an. Die gekrümmten, durch senkrechte Striche verbundenen Linien im fünften Fünftel deuten die doppelt so grosse Verdichtung der Luft an, und dass diese Verdichtung am Boden der Röhre am grössten ist. In der Welle ist keine Pfeilspitze, weil die Lufttheilchen ruhen. Im dritten und vierten Fünftel ist die verdünnende Welle, deren Lufttheilchen nach der Stimmgabel hinstreben, im ersten und zweiten Fünftel ist eine ganze verdichtende Welle, deren Lufttheilchen von der Stimmgabel wegstreben.

Im siebenten Zeitraume, 7, fällt im vierten und fünften Fünftel die zurückgeworfene verdichtende und die weiter fortgeschrittene verdünnende Welle zusammen. Da die Lufttheilchen durch die verdichtende Welle in derselben Richtung vorwärts gestossen werden, als in

welcher die Welle fortschreitet, und hingegen die Lufttheilchen der verdünnenden Welle auch nach der Stimmgabel hinstreben (weil immer die in einer verdünnenden Welle enthaltenen Lufttheilchen sich in der entgegengesetzten Richtung bewegen, als in welcher die verdünnende Welle selbst fortgeht), so verdoppelt sich während des Zusammenfallens dieser zwei Wellen die Geschwindigkeit, mit der die Lufttheilchen nach der Stimmgabel zu streben. Dieses ist durch den doppelt so grossen Abstand der zwei Bogenlinien und durch die zwei Pfeilspitzen in der Mitte der Welle angezeigt. Im zweiten und dritten Fünftel ist eine verdichtende Welle, im ersten Fünftel eine halbe verdünnende. Im achten Zeitraume, 8, fallen im dritten und vierten Fünftel zwei verdichtende Wellen zusammen. Jede bringt eine Bewegung der Lufttheilchen in der Richtung der Welle hervor, und diese Bewegungen, die sich entgegengesetzt sind, heben sich einander auf, daher ist im dritten und vierten Fünftel während dieses Momentes gar keine Bewegung, aber die Luft ist daselbst doppelt so sehr verdichtet, als sie es in einer einfachen verdichtenden Welle ist. Im fünften Fünftel ist eine verdünnende Welle halb zurückgeworfen, und da das zurückgeworfene Stück verdünnend geblieben ist, so hebt sich auch die Bewegung der Lufttheilchen auf, und die Luft wird hier noch einmal so sehr verdünnt, als sie in einer einfachen verdünnenden Welle ist. Im ersten und zweiten Fünftel ist eine ganze verdünnende Welle entstanden. Im neunten Zeitraume, 9, begegnet im zweiten und dritten Fünftel eine verdichtende Welle einer verdünnenden. Die Lufttheilchen in beiden bewegen sich nach der Stimmgabel zu, und erhalten daher eine doppelt so grosse Geschwindigkeit, während zugleich weder eine Verdichtung noch eine Verdünnung in ihnen Statt findet. Auch im vierten und fünften Fünftel begegnet eine verdichtende Welle einer verdünnenden, und die Lufttheilchen in diesem Röhrenabschnitte sind daher weder verdichtet noch verdünnt, bewegen sich aber mit verdoppelter Geschwindigkeit von der Stimmgabel weg. Im ersten Fünftel ist eine halbe verdichtende Welle hinzugekommen. Im zehnten Zeitraume, 10, heben sich alle Wellen hinsichtlich der Bewegung der Lufttheilchen auf. Denn im ersten und zweiten Fünftel fallen zwei verdichtende, im dritten und vierten zwei verdünnende, im fünften die beiden Hälften einer zurückgeworfenen verdichtenden zusammen. Wo die verdichtenden zusammen fallen, findet eine verdoppelte Verdichtung, wo die verdünnenden zusammen fallen, eine verdoppelte Verdünnung Statt. Im elften Zeitraume, 11, ist eine verdichtende Welle am offenen Ende halb zurückgeworfen worden, und da eine am offenen Ende zurückgeworfene Welle die entgegengesetzten Eigenschaften annimmt, so hat sich das zurückgeworfene Stück der verdichtenden Welle in eine ver-

dünnende verwandelt. Vermöge der Bewegung, die im ersten Fünftel der noch nicht zurückgeworfene Theil der verdichtenden Welle hervorbringt, bewegen sich die Lufttheilchen nach der Stimmgabel zu, vermöge des zurückgeworfenen in eine verdünnende Welle verwandelten Stückes bewegen sie sich auch nach der Stimmgabel zu. Da nun zu gleicher Zeit durch die Stimmgabel eine halbe verdünnende Welle erregt worden ist, so bewegen sich die Lufttheilchen des ersten Fünftels mit dreifacher Geschwindigkeit nach dem offenen Ende, was die drei Pfeilspitzen ausdrücken. Die halb zurückgeworfene und halb noch nicht zurückgeworfene Welle heben sich einander hinsichtlich der Verdichtung und der Verdünnung auf; weil indessen durch die Bewegung der Stimmgabel eine neue halbe verdünnende Welle entstanden ist, findet sich die Luft im ersten Fünftel doch etwas verdünnt, was durch die zwei punktirten Bogen ausgedrückt worden ist. Im zweiten und dritten, vierten und fünften Fünftel fallen eine verdichtende und verdünnende Welle zusammen, so dass weder Verdichtung noch Verdünnung Statt findet, sondern die Lufttheilchen im zweiten und dritten Fünftel mit verdoppelter Geschwindigkeit den im vierten und fünften auch mit verdoppelter Geschwindigkeit bewegten entgegen laufen. Ungeachtet daher die Luft beider Wellen zusammenschwingt, so ist doch im mittleren Punkte jetzt noch keine Verdichtung vorhanden, denn die Geschwindigkeit der Lufttheilchen ist ja an den einander zugekehrten Enden beider Luftwellen Null. Im zwölften Zeitraume, 12, fallen in der ganzen Röhre verdichtende mit verdichteten, verdünnte mit verdünnenden Wellen zusammen, wodurch überall die Bewegung der schwingenden Lufttheilchen aufgehoben, ihre Verdichtung aber durch die zusammenfallenden verdichtenden Wellen, und die Verdünnung durch die zusammenfallenden verdünnenden Wellen verdoppelt wird. Nur im ersten und zweiten Fünftel findet keine vollkommene Aufhebung der Bewegung der Lufttheilchen Statt; weil zwei vorwärts schreitende Wellen nur einer rückwärts gehenden begegnen: denn durch die Bewegung der Stimmgabel ist zu der zurückgeworfenen verdünnenden Welle noch eine neue hinzugekommen, daher hat die im ersten und zweiten Fünftel befindliche Luft zugleich noch die durch die Pfeilspitze und bogenförmigen Linien ausgedrückte Geschwindigkeit. Im dreizehnten Zeitraume fallen in der ganzen Röhre verdichtende Wellen mit verdünnenden zusammen, daher hebt die Verdichtung die Verdünnung im vierten und fünften Fünftel ganz, im ersten bis dritten zum Theil auf: denn im zweiten und dritten fallen zwei verdünnende Wellen mit einer verdichtenden zusammen, im ersten zwei verdichtende Stücken mit einem verdünnenden, daher bleibt im ersteren einige Verdünnung, im letzteren einige Verdichtung zurück. Ueberall summiret sich aber die Geschwindigkeit der durch diese Wellen

bewegten Lufttheilchen: denn im vierten und fünften bewegen sich die Lufttheilchen mit verdoppelter Geschwindigkeit, im zweiten und dritten mit verdreifachter, im ersten Fünftel auch mit verdreifachter Geschwindigkeit.

So wiederholen sich denn auch in der Folge die schon erklärten Lagen, mit dem Unterschiede, dass die Kraft der Wellen durch die fortgesetzten Pulsationen der Stimmgabel immer mehr und mehr vergrössert wird, und in dieser Vergrösserung liegt es eben, dass die stehende Schwingung eines Körpers selbst heftiger werden kann, als die Pulsationen desjenigen Körpers, der ihn zu dieser Schwingung bestimmt. Man sieht auch hieraus, dass die Luft der Querschnitte der Röhre in Fig. XVI bei dieser Wellenbewegung entweder vollkommen oder ziemlich vollkommen unbewegt bleibt; denn in ihnen begegnen nur verdichtende Wellen den in umgekehrter Richtung laufenden verdichtenden Wellen, oder verdünnende Wellen anderen in entgegengesetzter Richtung laufenden verdünnenden, deren bewegende Kräfte einander gegenseitig aufheben; dagegen sieht man auch, dass die bewegungslose Luft in diesen Querschnitten den höchsten Grad von Verdichtung und Verdünnung erleidet, z. B. in Fig. XVII 10, 12, 14, 16, 18. Bei den fortschreitenden Wellen, z. B. in Fig. XVII 2, 3 und 4, war in denselben Punkten der Röhre an denselben Stellen, wo die Luft am heftigsten bewegt wurde, auch die grösste Verdichtung und Verdünnung; bei der durch Begegnung der Wellen entstehenden stehenden Schwingung aber wird die Luft an den Stellen abwechselnd am heftigsten bewegt, an welchen es nie weder zu einer Verdünnung noch Verdichtung kommt.

§ 14.
Stehende Schwingung in einer am einen Ende geschlossenen Röhre mit einem Schwingungsknoten.

Schwingt die vorgehaltene Stimmgabel so langsam, dass die dadurch erregte verdichtende oder verdünnende Welle zwei Drittel der Länge der Röhre einnimmt, so entsteht eine stehende Schwingung, deren Schwingungsknoten nahe an dem offenen Ende an der Grenze zwischen dem ersten und zweiten Drittel der Röhre liegt. Fig. XVIII zeigt die Röhre mit ihrem Schwingungsknoten. Fig. XIX stellt in einer Reihe gleich langer auf einander folgender Zeiträume, in deren jedem eine verdichtende oder verdünnende Welle um die Hälfte ihrer Dicke fortschreitet, diesen Vorgang dar, und die Zeichen bedürfen keiner weiteren Erklärung.

§ 15.
Entstehung einer stehenden Schwingung in einer an einem Ende geschlossenen Röhre, ohne Bildung eines Schwingungsknoten.

Fig. XX stellt eine solche Röhre dar. Die vorgehaltene Stimmgabel muss so langsam schwingen, dass die dadurch erregten, ver-

dichtenden oder verdünnenden Wellen noch einmal so gross sind, als die Länge der Röhre. Fig. XXI macht den Vorgang anschaulich, indem sie den Zustand der Luft in der Röhre an einer Reihe auf einander folgender gleich langer Zeiträume darstellt.

§ 16.

Entstehung der stehenden Schwingung in einer an beiden Enden offenen Röhre mit ein, zwei oder drei Schwingungsknoten und Erläuterungen über den Einfluss der Schwingungsknoten auf die Höhe des Tones.

In einer an beiden Enden offenen Röhre kann nie eine stehende Schwingung ohne einen Schwingungsknoten entstehen; der tiefste Ton, den eine solche Röhre giebt, ist der, wo sie einen Schwingungsknoten hat, und dieser muss jedesmal in ihrer Mitte liegen, und kann daher nie (wie bei Röhren, die an ihrem einen Ende geschlossen sind) in einem Drittel sich befinden. Der Grund hiervon lässt sich leicht erkennen. Er liegt darin, dass dieselbe Zurückwerfungsart der Welle, die bei einer an einem Ende verschlossenen Röhre nur am einen offenen Ende Statt findet, hier an beiden Enden auf dieselbe Weise geschieht, vermöge deren nämlich die Welle bei der Zurückwerfung die umgekehrten Eigenschaften hinsichtlich ihrer Verdichtung und Verdünnung annimmt. Hier müssen daher die Schwingungsknoten von der Mitte nach beiden Seiten symmetrisch gelegen sein, statt sie in einer am einen Ende verschlossenen Röhre stets unsymmetrisch liegen müssen.

Fig. XXIII stellt den Vorgang für die Entstehung von einem einzigen Schwingungsknoten, Fig. XXV für die von zwei, und Fig. XXVII für die Entstehung von drei Schwingungsknoten dar.

Die Höhe des Tones einer Röhre hängt von der Zahl der Stösse ab, die die Röhre und die umgebende Luft von der in der Röhre schwingenden Luft in einer Sekunde erhält. So oft nun eine in der Röhre hin- und herlaufende Welle in einer Sekunde ihre Breite durchläuft, so oft wird die Röhre und die umgebende Luft von der in der Röhre schwingenden Luft gestossen. Nun rücken alle Wellen (welche Breite sie auch haben mögen) in Luft von derselben Eigenschaft mit gleicher Geschwindigkeit fort. Folglich hängt daselbst die Zahl der Stösse nur von der Breite der Wellen ab. Durchliefe also die Welle Fig. XXIII ihre Breite (d. h. die Länge der ganzen Röhre) in einer Sekunde 200 mal, so würde die Welle Fig. XXV ihre Breite (d. h. die halbe Länge der Röhre) in derselben Zeit 400 mal, und die Welle Fig. XXVII die ihrige (d. h. den dritten Theil der Länge der Röhre) in eben der Zeit 600 mal durchlaufen. Ebenso würde die Welle Fig. XVII ihre Breite (d. h. $^2/_5$ der Länge der Röhre) in einer Sekunde 500 mal,

die Welle Fig. XIX die ihrige (d. h. $^2/_3$ der Länge der Röhre) in derselben Zeit 300 mal, die Welle Fig. XXI ihre Breite (d. h. die doppelte Länge der Röhre) nur 100 mal durchlaufen. Demgemäss müssen sich auch die Töne zu einander verhalten, so dass wenn die Röhre

Fig. XXIII *Gis* giebt,
„ XXV *gis* giebt (gleich der höheren Oktave von *Gis*),
„ XXVII $\overline{dis}$ giebt (gleich der Quinte der nächst höheren Oktave von *Gis*)
und „ XVII $\overline{c}$ giebt (gleich der grossen Terz der nächst höheren Oktave von *Gis*),
„ XIX *dis* giebt (gleich der Quinte von *Gis*),
„ XXI Kontra *Gis* giebt (gleich der tieferen Oktave von *Gis*).

Die Schwingungszahlen der in der Röhre mit zwei offenen Enden zum Vorschein kommenden Töne verhalten sich also

wie 2 (Fig. XXIII, *ein* Schwingungsknoten)
„ 4 („ XXV, *zwei* „)
„ 6 („ XXVII, *drei* „)

während in der Röhre mit einem offenen und einem verschlossenen Ende sich die Schwingungszahlen der entstehenden Töne verhalten

wie 1 (Fig. XXI, *ohne* Schwingungsknoten)
„ 3 („ XIX, *ein* „)
„ 5 („ XVII, *zwei* „).

§ 17.

Ueber den Zustand, in welchem sich der Luftstrom befindet, der die Luftsäule der Pfeifen selbst zu tönen veranlasst.

Hiermit ist aber noch nicht erklärt, warum in einer Röhre durch das Anblasen derselben Wellen von einer bestimmten Breite und zwar von einer solchen, dass sie 2, 1, $^1/_2$, $^1/_3$, $^1/_4$ etc. der Länge der Röhre ist, entstehen. Der Grund hiervon ist ein ähnlicher, als der § 9 bei den Saiten angegebene. In den angeführten Beispielen lag der Grund in den vorgehaltenen, schneller oder langsamer schwingenden Stimmgabeln, von welchen wir voraussetzten, dass sie der Luft in der Röhre in einem solchen Takte Stösse ertheilten, dass die von jedem Stosse erregte Welle die für jeden Fall angegebene Breite habe. Bei einer Labialpfeife dringt der Luftstrom, der die Pfeife anbläst, durch eine enge Spalte hindurch, geräth dabei in Erzitterungen, und theilt durch diese Erzitterungen, indem er zum Ausschnitte der Pfeife hinausdringt, der in der Pfeifenröhre enthaltenen ruhenden Luftsäule Stösse mit, die nach SAVART's Beobachtungen auch in einem solchen Takte erfolgen, dass jeder Stoss eine Welle von der erforderlichen Breite veranlasst.

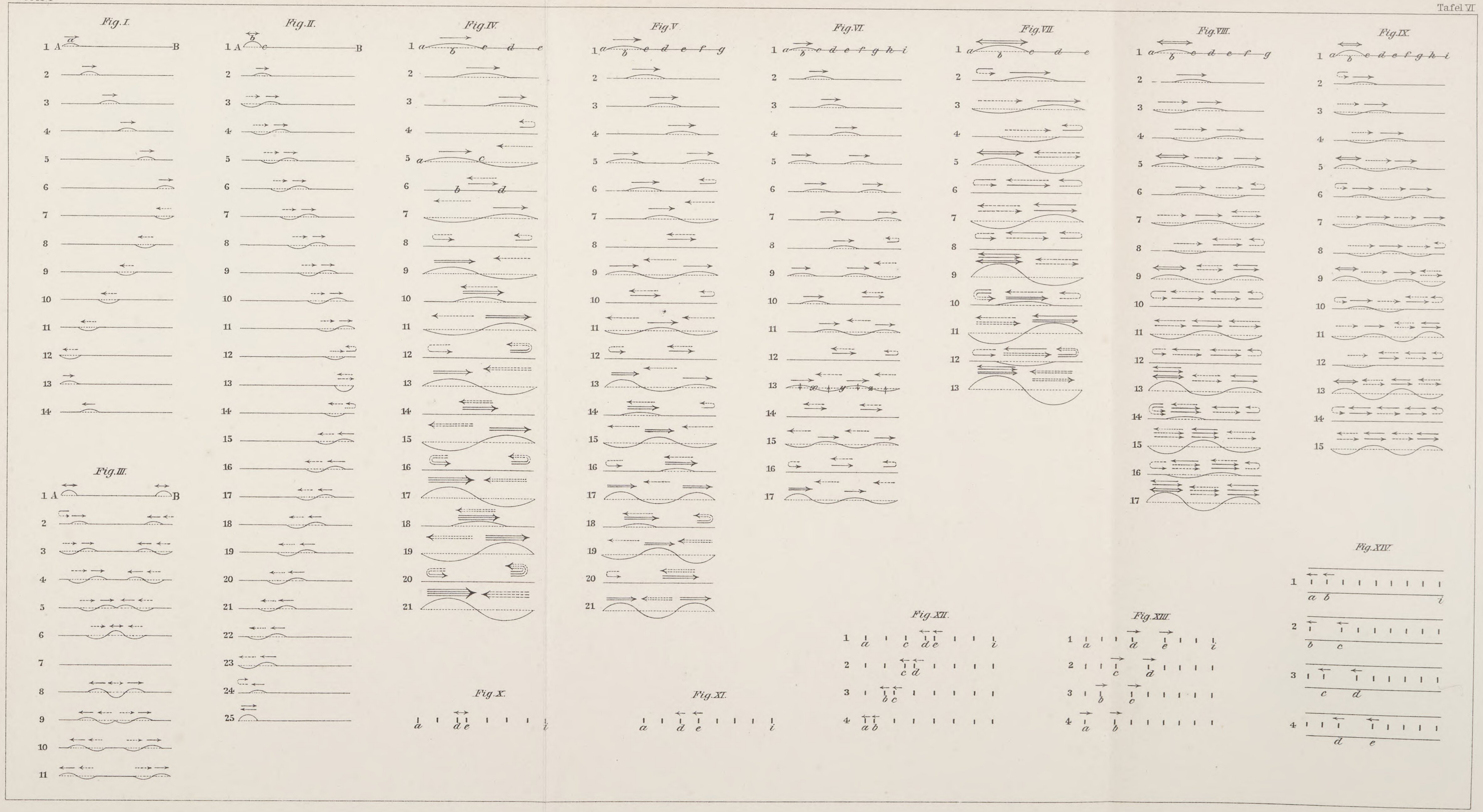
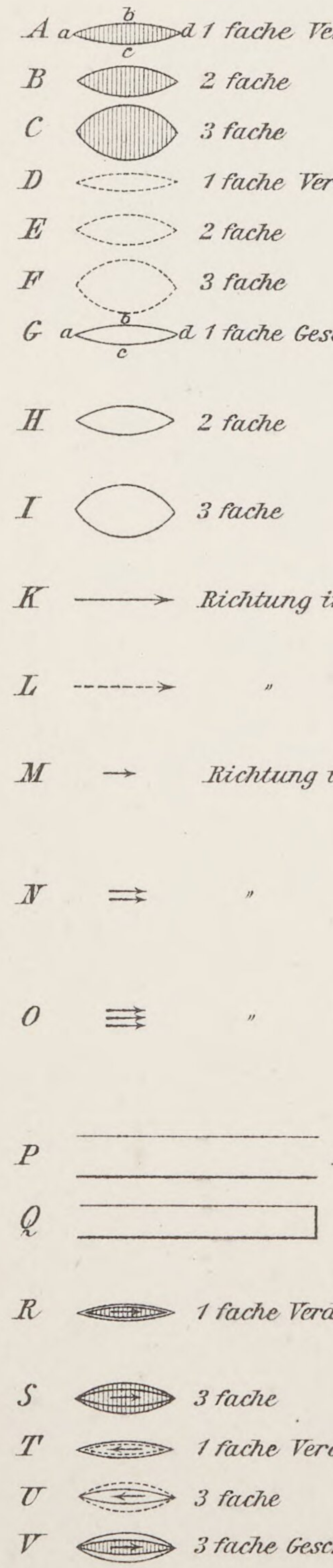
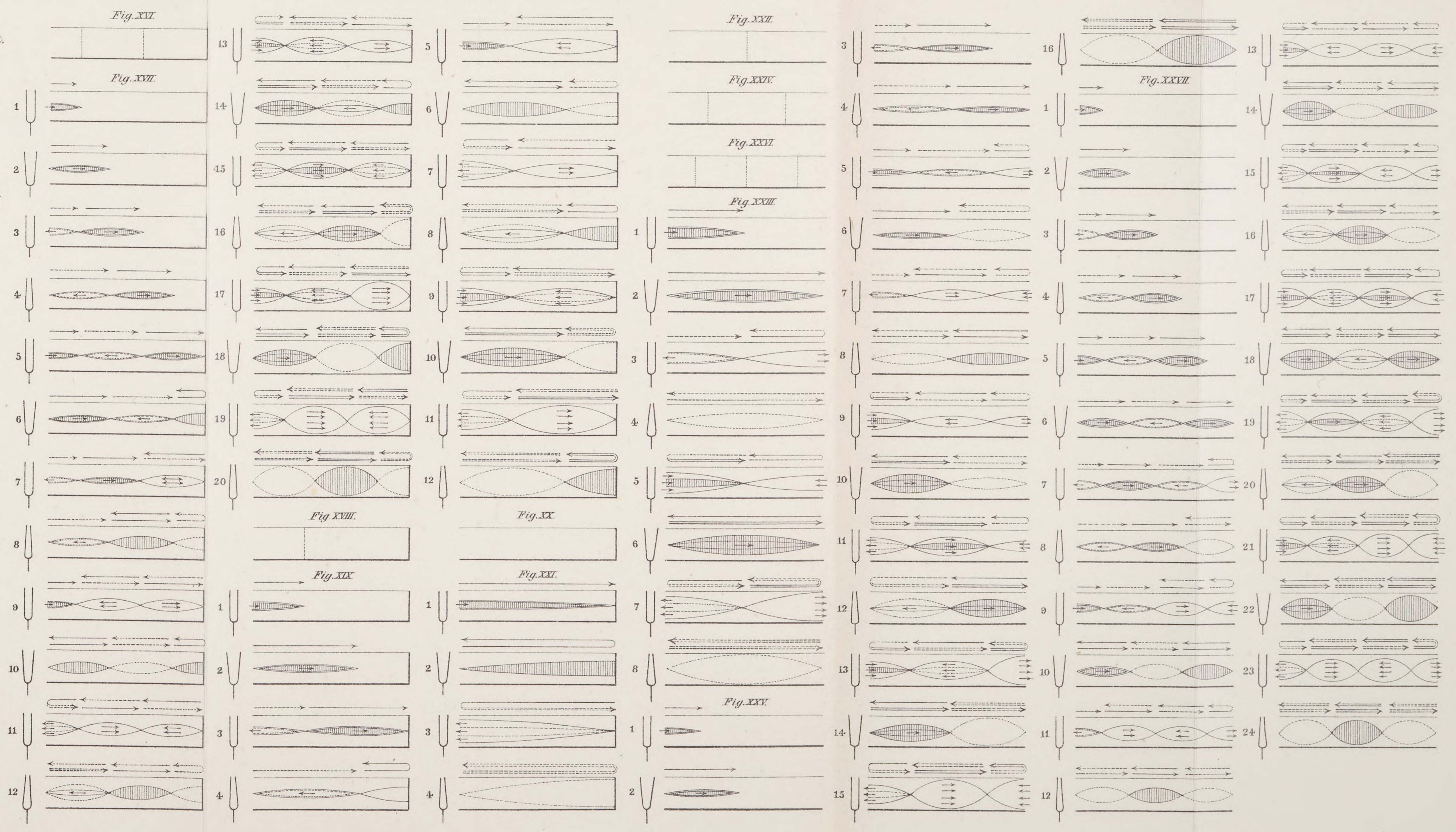

Fig. I.
Fig. II.
Fig. III.
Fig. IV.
Fig. V.
Fig. VI.
Fig. VII.
Fig. VIII.
Fig. IX.
Fig. X.
Fig. XI.
Fig. XII.
Fig. XIII.
Fig. XIV.

Fig. XV, Erklärung der Zeichen:



A 1 fache Verdichtung ohne Beweg. d. Luft.
B 2 fache " " " "
C 3 fache " " "
D 1 fache Verdünnung ohne Bewegung.
E 2 fache " " "
F 3 fache " " "
G 1 fache Geschwindigkeit ohne Verdichtung. od. Verdünnung.
H 2 fache " ohne Verdicht. od. Verdünnung.
I 3 fache " ohne Verdicht. od. Verdünnung.
K Richtung in der eine verdichtende Welle fortgeht.
L " " verdünnende Welle fortgeht.
M Richtung in der sich die Lufttheilchen der Welle mit 1 facher Geschwindigkeit bewegen.
N " " sich die Lufttheilchen der Welle mit doppelter Geschwindigkeit bewegen.
O " " sich die Lufttheilchen der Welle mit 3 facher Geschwindigkeit bewegen.
P Röhre mit 2 offnen Enden.
Q " " 1 offnen 1 verschlossenen Ende.
R 1 fache Verdichtung mit 1 facher Geschwindigkeit.
S 3 fache " " "
T 1 fache Verdünnung. " "
U 3 fache " " "
V 3 fache Geschwindigk. u. 1 fache Verdicht.



Daher behauptet Savart, dass der durch die Spalte dringende Luftstrom (welcher für die in der Röhre schwingende Luftsäule das ist, was der streichende Violinbogen für eine schwingende Saite) schwach selbsttöne, und zwar denselben Ton gebe, welchen die Luftsäule der Pfeife giebt. Allein eben so wenig, als ein Violinbogen (wie oben § 9 gezeigt worden ist), indem er die Saite reibt, sie genau in dem Takte zu stossen braucht, in welchem die Saite hin und her schwingen soll, sondern vielmehr eine Saite zum Tönen bringen kann, während er selbst gar nicht tönt, eben so lässt sich nicht voraussetzen, dass, wenn man einen Schlüssel oder eine Flöte anbläst, der über die Oeffnung hinstreichende Luftstrom durch sein Vorbeistreichen in eine solche Erzitterung gesetzt werde, dass er die im Schlüssel und in der Flöte enthaltene Luftsäule in demselben Takte stiesse, in welchem die Luftsäule schwingt; denn es müsste dann der Blasende den Luftstrom so kunstvoll gegen den Rand der Oeffnung zu blasen verstehen, dass er auch ohne die Röhre jeden beliebigen Ton gäbe, wenn er an einem solchen Rande vorbeistriche. Vielmehr können auch Stösse, die in sehr ungleichen Zeiträumen auf einander folgen, eine stehende Schwingung in Röhren veranlassen, wie man am deutlichsten daraus sieht, dass die mit jedem Geräusch verbundenen Erzitterungen der Luft in einer Röhre denjenigen Ton erregen, der ihr ihrer Länge nach zukommt. Dies erklärt sich dadurch, dass der erste Stoss des vorbeistreichenden Luftstroms in der Röhre der Pfeife eine Welle erregt, die mit der ihr zukommenden Geschwindigkeit in der Röhre hin und her läuft, und so oft sie an die Oeffnung, an der der Luftstrom vorbeistreicht, zurückkommt, zur Oeffnung hinausstösst. Diese Rückstösse der Welle in der Röhre, die sich taktmässig wiederholen, bringen in dem Luftstrome selbst eine in demselben Takte stossende Bewegung hervor, wodurch die Wellen in der Röhre regelmässig verstärkt werden. Die von diesen regelmässig wiederholten Stössen sehr verstärkten Wellen werden also fortdauern, während die von unregelmässigen Stössen herrührenden Wellen nicht verstärkt werden und daher verschwinden. Hieraus sieht man, dass es beim Anblasen der Pfeifen mit dem Munde allerdings auf die Weite der Mundspalte, auf die Geschwindigkeit des Luftstromes und auf die Richtung desselben gegen die Ränder der Oeffnung der Röhre mit ankomme, um den Ton in der Röhre voll und schön hervorzulocken, dass aber der vorbeistreichende Luftstrom keineswegs die Höhe des Tones in dem Grade bestimmen helfe, dass der Ton, wenn der Luftstrom nicht die günstigsten Verhältnisse zur Erregung des Tones mit sich führt, gar nicht zu Stande kommen könnte.

XII.

[Lebensbild E. F. F. Chladni's.]

[Aus der Allg. Encyklopädie der Wissenschaften und Künste von Ersch und Gruber; XXI. Nachträge zu C; Leipzig 1830. Artikel Chladni, S. 177—190.]

Chladni, Ernst Florens Friedrich, Doktor der Philosophie und Rechte, Mitglied vieler gelehrten Gesellschaften, ein Mann, der mit Recht der Begründer einer auf Versuchen beruhenden *Akustik*, Erfinder einer Klasse musikalischer Instrumente, welche die Vorzüge der einstimmigen Blase- und Geigeninstrumente mit denen unserer bisherigen vielstimmigen Tasteninstrumente vereinigen, und erster Erforscher der vom Himmel gefallenen *meteorischen* Massen genannt werden kann, einer von den scharfsinnigen und thätigen Männern, denen man die ausserordentlichen Fortschritte der Naturwissenschaften in der neueren Zeit vorzüglich verdankt[1]), ward den 30. November 1756 in Wittenberg geboren. Seine Familie stammte aus Ungarn. Wahrscheinlich wurde von da sein Grossvater nach Wittenberg berufen, wo er Propst und Professor der Theologie wurde, und nach der damaligen Sitte der Gelehrten, ihren Namen eine lateinische Endung zu geben, den Namen Chladni in Chladenius umänderte. Der Sohn des Propst Chladenius, Ernst Martin Chladenius, kursächsischer Hofrath und erster Professor der Rechte in Wittenberg, Ordinarius der Juristenfakultät, war ein wegen der Rechtschaffenheit, Thätigkeit und Geschicklichkeit, die er als Direktor der Juristenfakultät und einiger anderen Rechtskollegien zeigte, sehr geachteter Mann, wie er denn auch wegen seiner Kenntniss des deutschen Staatsrechts unter dem Kaiser Joseph als Reichshofrath nach Wien berufen ward, was er aber aus Anhänglichkeit an sein Vaterland nicht annahm. Unser Chladni war das einzige Kind dieses Hofraths Chladenius aus der ersten Ehe,

[1]) Der Verfasser dieser Biographie stand in einem mehrfachen Verkehr mit Chladni und erfreute sich bis an seinen Tod der freundschaftlichen Zuneigung desselben. Er kennt zugleich mehrere Freunde Chladni's, die sich seiner noch länger, und selbst von seinen Universitätsjahren her, erinnern, und welche mit ihm eine Reihe von Jahren in Wittenberg verlebten.

und blieb es auch, als nach dem baldigen Tode seiner Mutter sein Vater sich zum zweiten Mal verheirathete.

Ungeachtet Chladni während seines ganzen Lebens der dauerhaftesten Gesundheit genoss, so scheint es doch seinem ganzen Körperbau nach, dass er als Kind von schwächlicher Konstitution gewesen sei. Daher rührte vielleicht die Aengstlichkeit seiner Eltern, die er in dem seine Lebensverhältnisse schildernden Vorworte zur deutschen Ausgabe seiner Akustik (Leipzig 1802) beklagt. Ein Zwang indess, der nur während der ersten Jahre seines Lebens gedauert hätte, würde einen weniger bleibenden Einfluss auf seinen Charakter gehabt haben. Chladni wurde aber auf die sächsische Fürstenschule nach Grimma geschickt, und der besonderen Aufsicht eines seiner Lehrer übergeben. So dauerte der Zwang, dem er bisher unterworfen war, bis zu seinen Universitätsjahren fort. Ungeachtet aller Einschränkungen aber, und aller Vorschriften für seine Beschäftigungen, wusste er schon während seiner Schuljahre seine Liebe für die praktischen Wissenschaften und Künste zu befriedigen. Zu diesem Zwecke trieb er von seinem 19. Jahre an auf der Schule in Grimma Musik, besonders Klavierspiel und die Theorie der Tonkunst, welches beides auf sein künftiges Leben grossen Einfluss gehabt hat. „Als ich," sagt er, „auf die Universität Wittenberg kam (1776), hätte ich gern Medizin studirt; liess mich aber doch durch Zureden meines Vaters bewegen, die Rechtswissenschaft zu studiren. Während meiner dortigen Studien war ich auch weit eingeschränkter, als andere meinesgleichen, welches mich veranlasste, es durch mancherlei Vorstellungen endlich dahin zu bringen, dass mir die Erlaubniss ertheilt ward, nachher noch in Leipzig zu studiren. Dort war ich ganz mir selbst überlassen, habe aber, wie Jeder, der sich meiner erinnert, wird bezeugen können, meine Freiheit auf keine Weise gemissbraucht. Als ich nach den gewöhnlichen Prüfungen die vorzüglichste Censur erhalten, und zwei selbstgeschriebene Dissertationen vertheidigt hatte, ward ich Doktor der Rechte (1782). Hierauf ging ich wieder nach Wittenberg, wo meine Bestimmung zu sein schien, juristische Geschäfte zu treiben, und etwa in der Folge eine juristische Professur oder ein anderes Amt zu erhalten." In der That hatte er in Wittenberg, bei dem grossen Einflusse seines Vaters und dessen Kollegen, und bei den von ihm bewiesenen guten juristischen Kenntnissen die beste Aussicht, einst als Professor der Rechte angestellt zu werden, und dadurch ein einträgliches und ehrenvolles Amt zu erhalten. Allein nach dem Tode seines Vaters, dessen Wünschen er sich so lange gefügt hatte, behielt die ihm angeborene Neigung zu den Naturwissenschaften und sein Talent dazu bald die Oberhand. Er bewarb sich um die eben erledigte zweite mathematische Professur und hielt auch sogleich Vorlesungen über

physische und mathematische Geographie, über Geometrie, und machte sogar mit einigen Zuhörern botanische Exkursionen. Mit mehreren von diesen Fächern, z. B. mit der Lehre vom Schalle und mit der Mathematik, hatte er sich schon auf der Schule in Grimma mit Vergnügen beschäftigt, andere hatte er auf der Universität, vorzüglich in Leipzig, neben seinen juristischen Studien getrieben. Schon im 19. Jahre, als er Musik zu treiben anfing, las er mehrere Schriften über die Tonkunst, in welchen einige sehr interessante physisch-mathematische Lehren über tönende Schwingungen der Körper mangelhaft vorgetragen waren. Es gelang ihm später durch eigenes Nachdenken und Beobachten, mehrere nicht unwichtige Verbesserungen über diese Gegenstände zu machen; ein Reiz zu weiterer Nachforschung. So suchte er bald die Quellen auf, woraus die Verfasser jener Schriften geschöpft hatten, und las in den Schriften der Pariser, Petersburger und Berliner Akademien der Wissenschaften, Daniel Bernoulli's Untersuchungen über die Luftschwingungen in Orgelpfeipfen und Blasinstrumenten, über die Schwingungen eines Stabes, über die Schwingungen einer Saite und über das Zusammenbestehen mehrerer Schwingungsarten — und sämmtliche auf Musik und Tonhervorbringung sich beziehende Schriften von Leonhard Euler, — wiederholte die angegebenen Versuche, und beabsichtigte eine Vergleichung der Theorie mit der Erfahrung, an der es noch in diesem Theile der Naturwissenschaft sehr zu mangeln schien. Bei den dazu von ihm veranstalteten Versuchen machte er manche neue oder ihm noch unbekannte Bemerkungen. Unter anderen fand er, dass eine jede nicht gar zur kleine Glas- oder Metallscheibe mannigfaltige Töne gebe, wenn er sie an verschiedenen Stellen hielte und anschlüge. Hunderte mochten vor ihm dieselbe Erfahrung gemacht haben; aber keiner erkannte das Interessante in dieser Erscheinung, keiner wusste sie so glücklich zu verfolgen, und aus ihr so viel Nutzen für die Wissenschaft zu ziehen, als Chladni's erfindungsreicher Geist.

Sein Plan, die zweite mathematische Professur in Wittenberg zu erhalten, scheiterte; denn diese Lehrstelle wurde von der Regierung nicht wieder besetzt; und er war ohne hinreichende Mittel zu seinem Lebensunterhalte: aber sein Entschluss, sich ganz den Naturwissenschaften zu widmen, und, wie er sich ausdrückt, „wo nicht mit mehr Glücke, doch mit mehr Zufriedenheit und Lust der Welt zu dienen", stand fest. Er beschloss daher, seine Bedürfnisse so zu beschränken, dass die Sorge um sein Leben nicht seine Beschäftigungen zu bestimmen brauche, damit er mit verdoppeltem Fleisse seine Entdeckungen verfolgen und für's Leben nützlich machen könnte. Die Resultate machte er in einer Schrift: „*Entdeckungen über die Theorie des Klanges*" (Leipzig 1787) bekannt. — Vor Chladni war schon evident bewiesen,

dass die physische Ursache alles Tönens und alles Schalles in weiter nichts als Schwingungen liege, deren Geschwindigkeit nicht gewisse Schranken überschreiten dürfe. Wie sollte aber sogleich Jedermann zu überzeugen sein, dass die wunderbaren Eindrücke der Töne wirklich durch blosse Bewegungen hervorgebracht würden? Und da *jeder* Körper sehr mannigfaltige Bewegungen und Schwingungen machen kann, warum sollten bloss Saiten, Luft in Pfeifen und Glocken zu musikalischen Zwecken brauchbar sein? Mancher meinte, dass ausser der Bewegung noch etwas anderes hinter dem Tone verborgen sein müsse. Nun zeigte Chladni in seiner Schrift durch eine grosse Sammlung von Versuchen, wie fast alle Körper in demselben Grade tonfähig seien, als sie schwingungsfähig sind, und gab den augenscheinlichsten Beweis, wie Aenderungen in den Schwingungsarten auffallende Aenderungen der Töne überall mit sich führen. Eine Untersuchung über einen ganz neuen Gegenstand war aber in diesem Werke die Untersuchung schwingender, tönender Scheiben, insbesondere der frei schwingenden Scheiben. Die ersten Versuche, welche ihn zu dieser Reihe von Entdeckungen geführt haben, waren folgende. Chladni spannte eine messingene Scheibe in ihrem Mittelpunkte fest in einen Schraubstock, und bemerkte, dass man nicht allein durch *Anschlagen* verschiedene Töne hervorlocken, sondern noch stärker und anhaltender mit dem *Violinbogen* hervorbringen konnte. — Ferner fasste er den scharfsinnigen Gedanken, solche Platten, während sie tönten und schwangen, mit Sand zu bedecken, die Bewegungen der Körner zu beobachten, und aus diesen den Sandkörnern mitgetheilten Bewegungen auf die ursprünglichen Schwingungen der Platte Rückschlüsse zu machen.[1]) — Diese beiden Mittel, die Schwingungen elastischer Platten zu untersuchen, den Violinbogen auch bei Scheiben anzuwenden, und Sand auf die Oberfläche zu streuen, vereint, führten ihn zu der wichtigen Entdeckung der *Klangfiguren*.

Wenn sich eine elastische Scheibe, z. B. von Glas oder Metall, nicht in allen ihren Punkten in gleichmässiger Schwingung befindet, sondern es Stellen giebt, die während des Schwingens der übrigen Theile in Ruhe bleiben, so müssen Sandkörner, auf sie gestreut, während sie sich in horizontaler Lage befindet, von den schwingenden Stellen der Scheibe wiederholt in die Höhe geworfen werden, auf den ruhigen Stellen der Scheibe dagegen ruhig liegen bleiben, und dieser Zustand muss damit endigen, dass aller Sand von den bewegten Theilen nach und nach verschwindet und sich auf den nicht schwingenden Stellen an-

[1]) Eine entfernte Veranlassung hatte Lichtenberg zu dieser Entdeckung durch eine Erscheinung in einem anderen Theile der Naturlehre, durch die Figuren gegeben, welche sich bei dem Aufstreuen des Harzstaubes auf Glas und Harzscheiben durch die verschiedenen Elektricitäten bilden.

sammelt. — Diese Erscheinung, welche Chladni geahnet hatte, bestätigten seine Versuche auf das vollkommenste. Die Regelmässigkeit aller auf diese Weise beobachteten Erscheinungen gab zugleich einen recht augenscheinlichen Beweis, dass man bei einem Körper Bewegungen, die der Natur und Ausdehnung des Körpers am angemessensten sind, von denen, welche damit im Widerspruche stehen, unterscheiden müsse. Die letzteren verschwinden bald aus dem Körper; die ersteren bringen eine viel bleibendere Wirkung hervor. Die letzteren sind höchst mannigfaltig und unbestimmbar; bei den ersteren herrscht die höchste Einfachheit und Symmetrie.

Durch seine Entdeckungen bewies Chladni augenscheinlich, dass, wenn ein Körper von selbst und frei schwingend einen reinen vollen Ton giebt, er sich immer in einer sehr regelmässigen Schwingung, die seiner inneren Beschaffenheit und seiner äusseren Begrenzung am angemessensten ist, befindet; eine Wahrheit, von der Alle, welche die in Chladni's Klangfiguren überall herrschende Symmetrie kennen gelernt und gesehen haben, sich leicht überzeugen konnten.

Die grosse Verehrung, welche Chladni vor Daniel Bernoulli und Euler hegte, in deren Abhandlungen er die ersten und wichtigsten, damals unbenutzten Belehrungen gefunden hatte, veranlasste ihn, diese klassische Schrift über die Theorie des Klanges, da diese Männer selbst nicht mehr lebten, der Akademie, an der sie gewirkt hatten, zu dediciren, als eine Aufforderung, den von ihren Vorgängern eingeschlagenen Weg weiter zu verfolgen. Dieses gab wahrscheinlich die Veranlassung, dass er zum korrespondirenden Mitgliede von derselben ernannt wurde. Zugleich aber erregten seine Entdeckungen bei Jacob Bernoulli, dem Neffen Daniel Bernoulli's, so grosses Interesse, dass er sogleich einen Versuch machte, die Schwingungen einer Quadratscheibe durch die Theorie zu bestimmen, und in den *Act. Acad. Petrop.* für dasselbe Jahr, wo Chladni's Abhandlung in Leipzig erschienen war, seine Untersuchung darüber mittheilte, deren Resultate jedoch sich nicht bestätigt haben.

Diese Entdeckungen, ferner die Entdeckung der wahren Schwingungsgesetze der Ringe waren die hauptsächlichsten, welche Chladni 1787 in seiner Schrift über die Theorie des Klanges bekannt machte.

Man kann nicht bestimmen, was er geleistet haben würde, wenn er in diesen Jahren der kräftigsten Wirksamkeit zu dem Besitz der feinsten mechanischen Hilfsmittel gelangt wäre. Aber nicht allein, dass ihm diese Vortheile nicht zu Theil wurden, musste er jetzt auch noch mit den grössten Schwierigkeiten kämpfen, wie er in dem genannten Vorwort ausführlich erzählt.

„Ich liess aber doch — sagt er — den Muth nicht ganz sinken, sondern bemühte mich desto mehr, durch eigene Kraft, mir eine bessere

Existenz zu verschaffen. Ich hatte dabei den Gedanken, dass ein Künstler, der einige Aufmerksamkeit zu erregen weiss, weniger an einen bestimmten Ort gebunden ist, als ein Gelehrter, der sich dem akademischen Leben widmet, und hoffte es auch, dahin bringen zu können, zwar nicht durch Virtuosentalent, weil ich so spät angefangen hatte, Musik zu treiben, aber doch durch Erfindung eines neuen musikalischen Instruments, welches ich eher als ein Anderer ausführen zu können glaubte, weil ich die Natur so manchen klingenden Körpers zuerst untersucht hatte.“ Dies war also der Schritt, durch welchen er seine Kenntnisse und Entdeckungen zu seiner künftigen Existenz zu benutzen hoffte, ohne diejenigen Beschäftigungen aufzugeben, die sein Lebensglück und Lebensziel ausmachten. Er arbeitete dahin, nicht blos ein einzelnes neues Instrument, sondern eine Klasse neuer Instrumente zu begründen, wodurch im Instrumentenbau eine neue Bahn gebrochen würde. Denn das ist der Unterschied zwischen der Erfindung eines neuen Instruments und der Erfindung einer Klasse neuer Instrumente, dass dort eine einzelne praktische Entdeckung, die selten mehr als *eine* eigenthümliche und vorzüglich vortheilhafte Anwendung gestattet, hinreicht; hier aber eine neue *Bahn in der Wissenschaft* gebrochen werden muss, wo dann natürlich auch ein weites Feld nützlicher Anwendungen offen steht. Eine solche neue Bahn in der Wissenschaft hatte Chladni sich gebrochen, und es war sehr natürlich, dass er darauf bauend eine Menge neuer Ideen fand. Nach und nach, in einem Zeitraume von anderthalb Jahren, gelangte er endlich zu einem festen Entschluss, auf welche Weise er seine Entdeckungen am einfachsten und zweckmässigsten zu einem neuen Mechanismus benutzen könne, und es beschäftigte ihn nun die gehörige Einrichtung des Instruments. „Diese Idee, sagte er selbst, hatte sich in meiner Einbildungskraft so festgesetzt, dass ich bisweilen sogar im Traume auf diese Art spielen sah, und den Klang ungefähr so zu hören glaubte, wie er bei meinem *Euphon* wirklich ist, nämlich der Harmonika ähnlich, aber mit weniger Nachklang und mehrer Bestimmtheit.“ Endlich erhielt er die gesuchte Auflösung dieser Aufgabe am 2. Juni 1789.[1])

Die Erfindung seines Euphons[2]) baute er auf seine akustischen Entdeckungen. Saiten, die Luft in Blaseinstrumenten, und Glocken waren früher die einzig bekannten und brauchbaren Materialien zu musikalischen Instrumenten gewesen. Nun hatte Daniel Bernoulli entdeckt, dass auch Stäbe sehr wohl des Tönens fähig wären, und er und vorzüglich Euler haben die Theorie tönender Stäbe vortrefflich be-

[1]) Vgl. Gerber in seinem Tonkünstler-Lexikon.

[2]) Erst 32 Jahre nach der Erfindung hat Chladni den Bau des Euphons in seinen Beiträgen zur praktischen Akustik (Leipzig 1822) bekannt gemacht, und zugleich die Vervollkommnungen beschrieben, die er in der Zwischenzeit hinzufügte.

handelt. Aber Chladni hat die erste vollständige physikalische Untersuchung der Ton- und Schwingungsgesetze gerader und gekrümmter Stäbe gegeben. Hierdurch, wie durch die übrigen Entdeckungen, verschaffte er sich eine Uebersicht aller musikalischen Materialien, wozu nicht blos Saiten und Luftsäulen, sondern überhaupt alle elastischen Körper gehören; durch Spannung elastische, Saiten, Paukenfelle und andere gespannte Membranen; durch Druck elastische, Luft in Orgelpfeifen und in Blaseinstrumenten; durch innere Steifigkeit elastische, gerade oder gekrümmte Stäbe oder schmale Streifen, gerade oder krumme Flächen, Scheiben und Glocken, wovon die Untersuchung krummer Stäbe, Streifen und Ringe, und die Entdeckung und Untersuchung der verschiedenen Schwingungen der Scheiben ganz sein Eigenthum war.

Die Idee eines solchen Instruments konnte vorher noch nicht dagewesen sein. Denn 1. hatte kein Künstler vorher einen Begriff, wie man von *freischwingenden* Stäben beim Instrumentenbau Gebrauch machen könne. Man musste dazu einen schwingenden Stab an seinen Schwingungsknoten zu befestigen verstehen, und die Lage dieser Knoten genau bestimmen können. Durch Aufsuchung der Schwingungsknoten gelang es Chladni, Schwingungen und Töne hervorzubringen, welche schwebende Stäbe und Scheiben im leeren Raume hervorbringen würden, ungeachtet er sie halten und befestigen musste. Stäbe und Scheiben, welche auf diese Weise, blos an ihren Schwingungsknoten gehalten, schwangen und tönten, nannte Chladni *frei schwingende* Stäbe und Scheiben. — Durch diese *freien* Schwingungsarten der Stäbe, auf welche die umgebenden Körper gar keinen Einfluss haben, lassen sich schönere Töne hervorbringen, als wenn das eine Ende des Stabes festgeklemmt wird. „Hier wird also," sagt Chladni selbst, „von praktischen Anwendungen der Stäbe die Rede sein, und zwar hauptsächlich solcher Stäbe, die frei schwingen, d. i. die an keinem ihrer Enden befestigt sind, weil diese empfehlungswerther sind, als Stäbe, deren eines Ende, so wie bei der Eisenvioline, fest ist, indem der Klang der letzteren gewöhnlich, besonders in den äussersten Tönen, weniger sanft und gleichförmig, und zu sehr von der Grundlage abhängig ist." — 2. Eine sehr wichtige Entdeckung, welche Chladni zum Bau seines Euphons, ohne sie bekannt gemacht zu haben, benutzte, besteht darin, wie man mit Hülfe von Longitudinalschwingungen eines kleinen Stäbchens einen grösseren Stab oder eine Saite in volltönende transversale Schwingung bringen könne. Alle Körper, welche tönen sollten, wurden vor Chladni *unmittelbar* entweder gerieben oder gestossen. Er brachte Stäbe, Scheiben, Saiten auch *mittelbar* zum Tönen, indem er sie nicht selbst rieb und erschütterte, sondern indem er ein mit ihnen in Berührung befindliches Stäbchen rieb. Und die blosse Berührung eines solchen Stäbchens reichte hin, um einen grösseren Stab

zum vollen Tönen zu bringen. Diese Entdeckung gehört zur Lehre von den *mitgetheilten* Schwingungen. 3. Endlich hat Chladni die Schwingungen gekrümmter Stäbe zuerst untersucht, und diese Untersuchung zum Vortheil seines Euphons benutzt. Wenn krumme Stäbe frei schwingen, und dabei drei Schwingungsknoten bilden, und man beugt sie in Form eines *U* so, dass ihre Enden eine parallele Lage erhalten, so schwingen die beiden parallelen Enden des Stabes gleichzeitig immer nach gleicher Richtung, und ein Stäbchen folglich, zwischen beiden Enden eingeklemmt und seiner Länge nach gerieben, kann auf die vorhin beschriebene Weise durch Mittheilung der Schwingung den grösseren Stab von beiden Enden aus gleichmässig zum Tönen anreizen, und durch diese gleichzeitige, von beiden Enden ausgehende Tonerregung hat er den Grund zu einer schnelleren und volleren Ansprache der Töne seines Instruments gelegt. — Auf dieser ingeniösen Kombination beruht die letzte und beste Bauart des Euphons, welche Chladni erst nach Herausgabe seiner Beiträge zur praktischen Akustik in der allgemeinen Musikalischen Zeitung 1822 bekannt machte. Er sagt daselbst S. 811: „Die beste Bauart des Euphons beruht darauf, dass, wenn bei irgend einer Schwingungsart eines klingenden Körpers zwei Enden, oder überhaupt zwei einander gegenüber befindliche Stellen sich nach einerlei Richtung bewegen, der Klang sich durch longitudinales Streichen eines dazwischen geklemmten Streichstabes leicht hervorbringen lässt."

Diese drei Stücken sind die wesentlichen Entdeckungen, auf denen die Erfindung des Euphons beruht, und wir können demgemäss alle wesentlichen Eigenschaften und Eigenthümlichkeiten dieses Instruments in folgender kurzen Beschreibung zusammenfassen. Das *Euphon* besteht aus horizontal liegenden, metallenen Stäben, deren Enden nach oben gebogen sind. Sie schwingen mit drei Knoten, welche mit dem Resonanzboden in Verbindung gebracht werden können. Zwischen den beiden Enden werden Glasstäbchen, Thermometer- oder dünne Barometerröhren eingeklemmt, welche die Stelle der Tasten vertreten. Werden diese eingeklemmten Glasstäbchen der Länge nach mit nassen Fingern gestrichen, so tönen die Metallstäbe augenblicklich sehr schön, der Harmonika ähnlich.

Auf den wissenschaftlichen Reisen, die Chladni in den Jahren 1791 bis 1799 besonders nach Hamburg, Wien und Berlin machte, suchte und benutzte er sorgfältig alle Gelegenheiten, die zu seiner weiteren wissenschaftlichen Ausbildung beitragen konnten. Insbesondere erwarb er sich den Umgang und die Freundschaft aller ausgezeichneten Gelehrten seines Fachs in der damaligen Zeit.

In diesen Zeitraum fallen nun aber auch 1. seine überaus wichtige Untersuchung *der Längentöne an Saiten und Stäben*, welche er schon

vor dem Jahre 1787 entdeckt hatte, in den Jahren 1792 und 1796 aber einer neuen gründlichen Untersuchung unterwarf. 2. *Die Entdeckung der Tongesetze der chemischen Harmonika,* indem er durch Versuche nachwies, dass die chemische Harmonika eine Orgelpfeife sei, die ohne Mundstück und ohne Blasebalg durch eine Wasserstoffgasflamme zum Tönen gebracht werde. Er wies nicht allein nach, dass die chemische Harmonika wirklich dieselben Gesetze, wie die Orgelpfeifen befolge, sondern auch, dass bei gleichen Dimensionen und bei gleicher Wärme der Luft in der Orgelpfeife und in der chemischen Harmonika auch die absolute Höhe ihrer Töne in allen Fällen gleich sei (1792). 3. *Die Untersuchung über die Geschwindigkeit, mit welcher der Schall durch feste Körper und durch die Gasarten fortgeleitet wird.* 4. *Die Entdeckung und Untersuchung der drehenden Schwingungen* (1799). 5. *Die Untersuchung des Ursprungs der Feuermeteore und der meteorischen Massen.*

Was die Longitudinalschwingungen der Saiten und Stäbe betrifft, so entdeckte er, dass ein fester Körper nach zweierlei ganz verschiedenen Gesetzen und durch zweierlei ganz verschiedene in ihm liegende Kräfte zwei verschiedene Reihen von Tönen hervorbringen könnte. Bis zu dieser Entdeckung Chladni's kannte man nur diejenigen Schwingungen fester Körper, bei welchen sie sich vermöge ihrer Elasticität hin und her beugen, die jetzt so genannte transversale Schwingung. Jetzt erfuhr man, dass feste Stäbe und Saiten, obgleich ihre Materie durch die geringe Verschiebbarkeit ihrer Theilchen so sehr von der Luft verschieden ist, doch auch nach denselben Gesetzen, wie in Röhren eingeschlossene Luftsäulen und Luftfäden tönen können, eine Art zu tönen, welche nicht von der Federkraft (Elasticität), sondern von der Expansivkraft (von dem Grade der Zusammenziehbarkeit und Ausdehnsamkeit) hervorgebracht wird, deren ein Körper fähig ist. — Bei der longitudinalen Schwingung beugen sich die tönenden Stäbe und Saiten eben so wenig abwechselnd nach entgegengesetzten Seiten, als die tönenden Luftsäulen in den Orgelpfeifen, sondern die Materie derselben zieht sich der Länge nach abwechselnd zusammen und dehnt sich wieder aus. — Die Höhe eines longitudinalen Tones einer Saite verändert sich ganz und gar nicht, wenn die Saite mehr gespannt wird, ebenso wie die des Tones einer Luftsäule sich nicht ändert, wenn die Luft zusammengepresst und dadurch verdichtet wird.

Auch bei den longitudinalen Tönen der Saiten und Stäbe entdeckte Chladni, dass mehrere Schwingungsarten möglich sind. Nämlich bald giebt es blos einen Mittelpunkt in der Saite oder im Stabe, gegen welchen sich diese Körper von beiden Seiten her zusammenziehen und wieder ausdehnen (und dieser Mittelpunkt liegt dann in der Mitte) oder es giebt deren 2, 3 u. s. w. Diese Mittelpunkte der sich zusammenziehenden

oder ausdehnenden Abtheilungen sind immer in Ruhe, sind also Schwingungsknoten der longitudinalen Schwingungsarten.

Bei diesen Entdeckungen ist besonders der ganz neue Gebrauch, den Chladni vom Violinbogen machte, zu bemerken. Um nämlich die abwechselnden *Zusammenziehungen* und *Ausdehnungen* der Saite hervorzubringen, berührte er die Saite mit dem Violinbogen, gerade wie man auf der Violine die Saite mit dem Violinbogen, um sie aus ihrer Lage zu *verrücken* und zu *beugen*, berührt. Statt man aber den Bogen, um die *Beugung* der Violinsaite hervorzubringen, senkrecht gegen die Länge der Saite hält; so neigte dagegen Chladni den Violinbogen, um die *Zusammenziehungen* und *Ausdehnungen* der Saite bei ihren longitudinalen Schwingungen hervorzubringen, stets unter einem spitzen Winkel gegen die Saite, und strich mit passender Geschwindigkeit so an der Saite hin, dass immer dieselbe Stelle des Violinbogens mit der Saite in Berührung blieb. Statt also bei einer Violine nach und nach die ganze Länge des Violinbogens mit einer Stelle der Saite in Berührung gebracht wird; kommt bei longitudinal schwingenden Saiten nach und nach die ganze Saite mit einer Stelle des Violinbogens in Berührung.

Diese wichtige Entdeckung der longitudinalen Schwingungen an festen Körpern, an Stäben und Saiten, wurde um desto interessanter, da Chladni durch einen sehr scharfsinnigen Gedanken zu allererst eine sehr geniale Anwendung derselben zur Messung der Geschwindigkeit, mit welcher der Schall in verschiedenen festen Körpern fortgepflanzt wird, machte, welche schon allein seinen grossen Erfindungsgeist beweist. Er fand nämlich aus Versuchen, und sah es auch aus den Rechnungen der Mathematiker ein, dass die in einer tönenden Orgelpfeife eingeschlossene Luftsäule genau eben so oft in einer Sekunde hin und her schwinge, als ein zu dieser Luftsäule fortgepflanzter Schall dieselbe von einem Ende zum anderen hin und her durchlaufen würde, wenn er die Luftsäule mit der bekannten Geschwindigkeit des Schalles durchliefe, an den Enden derselben, wie beim Echo, ohne Zeitverlust zurückgeworfen würde, und sie auf diese Weise immer von neuem durchliefe. Er wusste nach dem von Daniel Bernoulli gefundenen Gesetze aus der bekannten Geschwindigkeit des Schalles in der Luft den Ton einer Orgelpfeife zu berechnen, deren Länge ihm bekannt war. Da er nun einsah, dass sich von diesem Gesetze eine umgekehrte Anwendung machen lassen müsse, und dass man folglich aus dem Tone, den die in einer Orgelpfeife eingeschlossene Luftsäule von bestimmter Länge zu geben im Stande ist, die Geschwindigkeit des Schalles, wenn sie uns unbekannt wäre, zu berechnen im Stande sein müsste, so wendete er diesen Gedanken auf eine sehr geniale Weise auf die festen Körper an.

So wie es nun mit der Erfahrung übereinstimmt, dass eine 32 Fuss

lange Orgelpfeife, wenn sie tönt, etwa 32 Schwingungen in einer Sekunde macht, und dass der Schall im Mittel in einer Sekunde 1024 Par. Fuss bei 2° C. Temperatur (1050 Par. Fuss bei 15° C. Temperatur), d. h. 32 mal 32 Fuss durchläuft; so erwartete Chladni mit Recht, dass, wenn man die Höhe des Tones genau bestimmt, den ein Metallstab von bestimmter Länge, während er longitudinal schwingt, giebt, und hieraus die Zahl der Schwingungen erfährt, die der Stab in einer Sekunde macht, man die Geschwindigkeit des Schalles in der Materie des Stabes zu berechnen im Stande sein werde. Auf diese Weise fand er, dass der Schall durch Eisen 16²/₃ mal geschwinder als durch die atmosphärische Luft fortgepflanzt wird, und dass er also eine so ausserordentliche Geschwindigkeit im Eisen hat, dass die ungeheuere Geschwindigkeit, mit der die Erde um die Sonne sich bewegt, ungefähr nur 6 mal grösser ist. In manchen Hölzern übertrifft die Geschwindigkeit des Schalles die in der Luft sogar 18 mal.

Die Beobachtungen und Schlüsse Chladni's haben sich durch direkte Beobachtungen an Eisenröhren, die lang genug waren, um mit Uhren die Geschwindigkeit, mit welcher sich der Schall durch sie hindurch fortpflanzte, zu messen, als richtig bestätigt.

Man kann die Entdeckung der longitudinalen Schwingungen fester Körper vielleicht die wichtigste akustische Entdeckung Chladni's nennen, und noch lässt sich nicht übersehen, welche Reihe neuer Entdeckungen in der Akustik und in anderen physikalischen Wissenschaften sich an diese Entdeckung anschliessen wird. Man wird vielleicht in Zukunft die Reinheit der Metalle so gut durch ihre longitudinalen Töne, als durch ihr specifisches Gewicht und andere Merkmale erkennen, man wird in der Lehre von der Wärme fester Körper neue Fortschritte durch Benutzung der longitudinalen Töne machen, und den Unterschied fester und flüssiger Körper besser einsehen lernen. Denn da durch die longitudinalen Töne evident bewiesen ist, dass die festen und die luftförmigen Körper, ihrer übrigen grossen Verschiedenheit ungeachtet, bei der Fortpflanzung des Stosses und bei den longitudinalen Schwingungen (denn diese beruhen nur auf den mit der Fortpflanzung des Stosses verbundenen Bewegungen) genau dieselben Gesetze befolgen, so öffnete nicht nur damals dieser neue Satz den Mathematikern ein weites Feld, auf welchem ihre für die luftförmigen Körper gefundenen Naturgesetze und Rechnungen Anwendungen fanden, sondern es werden sich auch nun die wesentlichen Eigenschaften, durch welche sich die festen Körper von den luftförmigen unterscheiden, besser einsehen lassen, nachdem man die Eigenschaften beider, in welchen sie übereinstimmen, prüfen und bestimmen kann.

Ein ganz neuer Gegenstand kam im Jahre 1794 durch Chladni

zur Sprache, nämlich die *bei Feuermeteoren auf die Erde herabgefallenen Massen.* Während seine früheren Entdeckungen ganz mit den Ideen und Ansichten übereinstimmten, welche seit mehr als 100 Jahren von den ausgezeichnetsten Physikern ausgegangen waren, und daher sogleich allgemeine dankbare Anerkennung fanden, war die Entdeckung der Thatsache, dass mit Leuchtkugeln und ähnlichen Feuermeteoren Eisenstein und andere Massen herabfielen, den damals herrschenden Begriffen so zuwider, dass Chladni's Gleichmuth und Beharrlichkeit zu bewundern ist, mit welcher er die einmal von ihm nachgewiesene Thatsache unerschütterlich festhielt. Diese Untersuchung war vorzüglich angeregt durch seine oben angeführten wissenschaftlichen Reisen. „Als ich im Jahre 1792, erzählt er, in Göttingen war, hatte ich öfters Gelegenheit, mich mit Lichtenberg zu unterhalten, wo er denn von seinem Reichthume origineller Ideen gern einiges mittheilte. Ich fragte ihn, wie es denn käme, dass er in seiner Ausgabe von Erxleben's Naturlehre von Feuerkugeln wie von einem elektrischen Meteore geredet habe, da doch ihr Erscheinen zuweilen bei ganz heiterem Himmel, in einer Höhe, wo wegen der so geringen Dichtigkeit der Luft die Elektricität sich zerstreuen müsste, und nur etwa nordlichtähnliche Erscheinungen hervorbringen, aber sich nicht in einen Klumpen zusammenballen könnte, ihr Brennen und Rauchen, ihr Zerplatzen u. s. w. zu erkennen gäben, dass sie wohl etwas anderes sein möchten. Er erwiderte: er und andere Physiker hätten bei Gelegenheit der elektrischen Meteore davon geredet, weil eine solche Erscheinung mit diesen wenigstens mehr Aehnlichkeit habe, als mit etwas anderem; eigentlich wüssten sie aber nicht recht, was sie daraus machen sollten. Als ich ihm weiter mit Fragen zusetzte, wofür man sie denn eigentlich halten könne, wenn man die vorher erwähnten Umstände gehörig in Anschlag bringen wolle, antwortete er: die Feuerkugeln möchten wohl etwas nicht tellurisches, sondern kosmisches sein, nämlich etwas, das nicht in unserer Atmosphäre seinen Ursprung habe, sondern von aussen in derselben anlange und darin sein Wesen treibe; was es aber sei, wisse er nicht. Er verglich diese Idee damit, dass Kometen auch vormals für atmosphärische Meteore wären gehalten worden, ungeachtet schon Seneca einen richtigen Begriff davon hatte, bis Dörfel endlich gezeigt hat, dass Seneca recht hatte, und dass sie kosmisch sind. So weit Lichtenberg. Diese Aeusserung von ihm war mir so auffallend, dass ich den Entschluss fasste, der Sache weiter nachzuforschen."

Aber auch Lichtenberg konnte sich nach Erscheinen von Chladni's erster Schrift hierüber (1794), so wenig in die von Chladni historisch nachgewiesenen Thatsachen finden, dass er zu Professor Harding und zu Anderen sagte: es sei ihm bei dem Lesen dieser Schrift so zu Muthe

gewesen, als wenn ihn selbst ein solcher Stein am Kopfe getroffen hätte, und er habe anfangs gewünscht, dass Chladni sie nicht geschrieben hätte. Späterhin ward er davon überzeugt, und im Göttingischen Taschenkalender auf 1797 äusserte er, der Mond, dem er es zuschrieb, sei ein unartiger Nachbar, weil er mit Steinen nach uns werfe. Und nicht blos Lichtenberg, sondern zugleich mehrere berühmte deutsche Naturforscher überzeugten sich bald von der historischen Richtigkeit der Sache und von der Ankunft solcher Massen von aussen. Freiherr von Zach war sogleich damit einverstanden, lächelte zwar über Chladni's mündlichen Ausdruck, es wären Weltspähne, fand ihn aber nicht unangemessen. Olbers zeigte schon im Jahre 1795 in einer Vorlesung im Museum zu Bremen die Möglichkeit, dass solche Steine aus Mondvulkanen ausgeworfen seien, wiewohl er jetzt auch den eigentlich kosmischen Ursprung für wahrscheinlicher hält. Werner machte sogleich bei dem ersten Anblick der Meteorsteine die Bemerkung, da man auf der Erde keine dergleichen fände, müssten sie wohl von wo anders kommen, wo es dergleichen gäbe.

Chladni's eigenes Urtheil über den verschiedenen Ursprung, welchen man von diesen herabgefallenen Massen aufstellen kann, war folgendes.

Zuerst kann man sagen, die Meteorsteine sind Haufen von Materie, die, so lange sie auf keinen grösseren Weltkörper niederfallen, eine eigene Bewegung im Weltraume haben. *Die Meinung* von Steinmassen oder gediegenen Eisenmassen, wie sie nirgends auf der Erde gefunden werden, und welche in sehr beträchtlicher Höhe, oft von 10 bis 20 Meilen, anfangs fast in horizontaler, nach und nach in immer mehr geneigter Richtung mit einer Geschwindigkeit sich bewegen, wie sie fast nur den Weltkörpern zukommt, — *die Meinung,* sage ich, *dass sie wirklich eine Art kleiner Weltkörper seien,* scheint allen Thatsachen auf das vollkommenste und mit Zuziehung der wenigsten Hypothesen zu entsprechen, zumal da historisch nachgewiesen werden kann, dass sie in den verschiedensten Jahres- und Tageszeiten fast aus allen Weltgegenden und in fast allen Ländern, bei dem heitersten wie bei trübem Wetter und ohne irgend eine bestimmte periodische Wiederkehr angekommen sind. Zwar ist zu bemerken, dass man bei einer so schnell vorübergehenden Erscheinung nicht Zeit hat, Messungen mit astronomischen Instrumenten zu machen, sondern sich mit einer Schätzung durch das Augenmass begnügen muss, und dass daher die Bestimmung der Höhe der Feuerkugeln durch korrespondirende Beobachtungen oft sehr fehlerhaft werden kann. Dennoch ist durch solche Beobachtungen ausgemacht, dass sie sich oft weit höher als 10 oder 20 deutsche Meilen befinden. Eben dies gilt auch von der Bestimmung der Geschwindigkeit der Meteorsteine. So ungewiss die Angaben davon auch sein mögen, so erhellt doch, dass

sie die Geschwindigkeit der schnellsten Kanonenkugel, wie aller auf der Erde vorkommenden Wurfbewegungen ausserordentlich weit übertreffen. Ob diese Massen aber früher irgend einem grösseren Weltkörper angehört haben oder nicht, lässt sich nicht ausmachen.

Weit mehr willkürliche Annahmen werden erfordert, wenn man annimmt, dass die Meteorsteine aus Bestandtheilen der Atmosphäre gebildet seien. Es wäre zwar ein ungeheuerer Gewinn für die Chemie, wenn man aus diesen meteorischen Erscheinungen als nicht zu bezweifelnde Thatsache herleiten könne, dass es Naturkräfte gäbe, welche aus der 20 Meilen und höher über der Oberfläche der Erde sich befindenden Luft auf einmal mehrere Centner Eisen, Nickel, Kieselerde, Chrom, woraus die Meteormassen bestehen, auszuscheiden, oder die Luft selbst in diese Materien umzuwandeln vermöchte, wovon die feinste Analyse bisher noch nicht die geringste Spur oder Analogie hat auffinden können. Da nun aber hierbei die grosse Geschwindigkeit und die horizontale oder wenigstens sehr von der senkrechten abweichende Richtung der Meteorsteine unerklärt bleiben würde, da Meteorsteine, die sich in der Atmosphäre erzeugten, an sich in der Richtung der Schwere herabfallen müssten; so wird es wohl am vernünftigsten sein, eine so hypothesenvolle Ansicht über den Ursprung der Meteorsteine ganz dahin zu stellen, bis die Chemie einige dieser Hypothesen in Thatsachen verwandelt hat.

Endlich die Meinung, dass die herabgefallenen meteorischen Massen von der Erde selbst in die Höhe geworfen seien, widerspricht unseren mineralogischen und geologischen Kenntnissen, da durchaus keine ähnlichen Mischungen von Eisen, Nickel, Kieselerde, Chrom u. s. w. von ähnlichem Gefüge, wie die Meteorsteine zeigen, auf der ganzen Erde gefunden werden, und ganz willkürliche Hypothesen zur Erklärung der Geschwindigkeit und Richtung ihrer Bewegung erfordert würden.

So urtheilte Chladni über die verschiedenen Meinungen, welche man von dem Ursprunge der Meteorsteinfälle aufstellen kann, welche Erscheinung er selbst aus einer für fabelhaft gehaltenen Erzählung zum Range einer physikalischen Thatsache erhoben, und über die er selbst die einfachste, wahrscheinlichste und jetzt am allgemeinsten verbreitete Lehre aufgestellt hatte.

Von diesen Entdeckungen auf seinen Reisen von 1791—1799 werden wir wieder zur praktischen Akustik, zur Lehre vom Instrumentenbau, geführt. Chladni hat ausser dem *Euphon* noch ein zweites Instrument erfunden, welches zwar auf den nämlichen physikalischen Entdeckungen, wie das Euphon, beruht; aber einer grösseren Ausführung und sich weiter erstreckenden Anwendung fähig ist, nämlich den *Klavicylinder*.

Die Vortheile, die Chladni durch Erfindung dieser beiden Instru-

mente, insbesondere durch das letztere, der Musik zu verschaffen suchte, wollen wir mit seinen eigenen Worten aussprechen: „die gewöhnlichen Instrumente, welche mit Tasten gespielt werden, haben die Unvollkommenheit, dass man die Töne nicht, so lange sie eigentlich dauern sollen, mit anwachsender, gleichbleibender oder abnehmender Stärke fortdauern lassen kann, so wie man dies auf allen Streich- und Blasinstrumenten in seiner Gewalt hat, welchen aber die Vollstimmigkeit der Tasteninstrumente fehlt. Es haben sich also seit wenigstens dritthalbhundert Jahren mechanische Künstler bemüht, die Vollstimmigkeit der Tasteninstrumente mit dem Singenden der Streich- und Blaseinstrumente zu verbinden. Meistens bediente man sich hierzu der Saiten, die durch Räder oder Pferdehaare auf irgend eine Art gestrichen wurden, wobei aber immer unvermeidliche Unvollkommenheiten Statt finden, z. B. das öftere Verstimmen der Saiten und das öftere Wandelbarwerden des sehr zusammengesetzten Mechanismus. Bei einigen solchen Instrumenten bediente man sich auch eiserner Stifte, die, ungefähr wie bei der Eisenvioline mit Pferdehaaren gestrichen wurden, oder auch eiserner Gabeln. Aber auch hierbei waren beträchtliche Unvollkommenheiten nicht zu vermeiden, z. B., dass es einen sehr zusammengesetzten Mechanismus und also viele Reparaturen erfordert, und dass man die Reibung der Pferdehaare an den Saiten, Gabeln oder Stiften allemal weit stärker hört, als das Streichen einer Saite mit dem in der Hand gehaltenen Violinbogen.“

Aller dieser Versuche ungeachtet, deren Zahl das Bedürfniss eines solchen Instrumentes für unsere jetzige Musik beweist, hatte man auf keinem der eingeschlagenen Wege der Musik die Vortheile eines „vielstimmigen Singinstrumentes“, wie Chladni seinen Klavicylinder im Gegensatz zu den „vielstimmigen Klinginstrumenten“, dem Klaviere und Pianoforte, und den „einstimmigen Streich- und Blaseinstrumenten“ nennt, verschaffen können.

Wir haben gesehen, dass er an die Klangstäbe des Euphons dünne Stäbchen (Streichstäbchen) befestigt hatte, und dass er durch Reibung der letzteren die Klangstäbe zum Tönen brachte. An das Ende des Streichstabes befestigte er nun einen Tuchstreifen, und drückte ihn an eine nasse, sich drehende, gläserne Walze oder Glascylinder, worauf sogleich der Klangstab zu tönen anfing. Diese Entdeckung benutzte er zur Erfindung des Klavicylinders. Ein nasser Glascylinder, welcher wenigstens ebenso lang ist, als die ganze Klaviatur, wird ununterbrochen gedreht, und die Streichstäbe der einzelnen Klangstäbe werden mittelst der Tasten mit dem mit einem Tuchstreifen belegten Ende an den Glascylinder stärker oder schwächer angedrückt. In diesem neuen Instrumente wird also der reibende Körper nicht erst bei jedem einzelnen

Tone in Bewegung gebracht, sondern er ist fortwährend in gleichförmiger Bewegung; daher ist die Ansprache der Töne momentan, und es können auf dem Klavicylinder sehr schnelle Passagen ausgeführt werden. Alle Kunst beim Spielen dieses Instrumentes besteht blos darin, dass man den grösseren oder geringeren Druck auf die Taste vollkommen in der Gewalt hat.

Der einfache Mechanismus des Klavicylinders besteht also darin, dass jeder Ton seinen Klangstab mit einem kleinen Streichstabe hat. Dicht oberhalb aller dieser kleinen Streichstäbe dreht sich eine gläserne oder hölzerne Walze, an welche die kleinen Streichstäbe mittelst der Tasten gedrückt werden können. Dieses ist die vollkommenere Bauart des Klavicylinders; denn man kann auch die Klangstäbe selbst unmittelbar an die Streichwalze drücken, und der Vermittelung der Streichstäbe entbehren; jedoch gewinnt man dadurch nichts in der Schnelligkeit der Tonerregung, und verliert dagegen an Schönheit des Tones und an Festigkeit des Baues.

Die Euphone und Klavicylinder, welche Chladni sehr häufig hat öffentlich hören lassen, sind von keinem Instrumentenbauer gebaut worden, sondern den äusseren Kasten hatte der Tischler und die Eisenstäbe der Schlosser verfertigt, und alles übrige, mit Ausnahme der Tasten, ist von Chladni's eigener Hand mit sehr wenigen Werkzeugen gearbeitet worden, ein Beweis von der Einfachheit des Baues und wie leicht er gelingt. Dennoch wäre sehr zu wünschen, dass zur möglichst vollkommenen Ausführung dieses so einfachen Instrumentes ein recht geschickter Instrumentenbauer oder gute mechanische Werkstätten sich entschlössen, um solche Instrumente in verschiedenen Maassstäben und zu verschiedenen Zwecken zu bauen, z. B. von einer Grösse, dass sie Orgeln vertreten, und bei voller Orchestermusik angewendet werden könnten; und dass alsdann von Tonsetzern die eigenthümlichen Vorteile dieser Instrumente benutzt und von Musikdirektoren an passenden Stellen angewendet würden.

Das grossartige Nationalinstitut zu Paris hat die Gewohnheit, Entdeckungen und Erfindungen, die ihm vorgelegt und dessen für werth gehalten werden, durch eine Kommission untersuchen zu lassen. Zur Prüfung von Chladni's Erfindungen wurden im Jahre 1808 von diesem Institute aus der Klasse der physischen und mathematischen Wissenschaften Lacépède, Hauy und Prony und aus der Klasse der schönen Künste Grétry, Méhul und Gossec zu Kommissären ernannt [1]).

[1]) „Cet instrument — so heisst es in dem darüber gefällten Urtheil — a, quant à la qualité et au timbre du son, beaucoup d'analogie avec l'harmonica, sans exciter, comme celui-ci dans le système nerveux, un agacement et une irritation, très-sensibles dans quelques individus, et qui les mettent en état de souffrance. — Le

Die Erfindung des Klavicylinders gab Chladni Gelegenheit, wieder neue Reisen zu machen. Doch schon vor der Ausführung des Klavicylinders hatte er eine Arbeit unternommen, die er vor Antritt neuer Reisen zu beenden beschloss. Er arbeitete nämlich nun schon eine grosse Reihe von Jahren in einem Fache der Physik, welches in den ausführlichsten Werken über Physik nur mit wenig Worten berührt wurde. Er beschloss daher, alle vorhandenen akustischen Abhandlungen zu sammeln, alle Entdeckungen zu ordnen, und mit Hilfe seiner eigenen Entdeckungen ein Gebäude aufzuführen, welches neben die Optik und anderen Theile der Physik gestellt zu werden verdient. Zu diesem Zwecke hatte er im Jahre 1799 der Jablonowski'schen Gesellschaft zu Leipzig eine Abhandlung über die beste Art, die *Akustik* abzuhandeln, eingesandt, wofür ihm, vorzüglich durch Hindenburg's Urtheil, der Preis zuerkannt wurde. Nach diesem Plane wurde das Werk aus-

clavicylindre a encore sur l'harmonica l'avantage d'une graduation d'intensité de son mieux nuancée entre les dessus et les basses; il est même, à cet égard, supérieur au bourdon, celui des jeux de l'orgue de chambre auquel on pourrait le comparer. — Il était important de savoir si chacun des corps sonores renfermés dans la caisse produisait le son sans perte de temps aussitôt que sa touche était baissée. Plusieurs d'entre nous, pour s'en assurer, ont mis la main sur le clavier et ont reconnu, que le clavicylindre ne laissait presque rien à desirer à cet égard. — M. Chladni assure, que l'accord de l'instrument est inaltérable lorsque ses parties intérieures ont été, une fois pour toutes, ajustées et reglées. Nous n'avons pas de peine à le croire, tant d'après la confiance qu'il mérite, que d'après les conjectures plausibles qu'on peut faire sur la nature des corps sonores qu'il emploie. — Mais ce qui distingue et caractérise essentiellement le clavicylindre, c'est la propriété précieuse qu'il a de donner des sons filés, qu'on peut, en pressant plus au moins sur la touche, graduer à volonté et par les nuances les plus insensibles. Il possède, sur tout, cette qualité à un degré éminent, depuis le *medium* d'intensité jusqu'au *smorzando.* Les limites entre ce *medium* et le *maximum* du *rinforzando* ne sont pas très-étendues, vu que l'instrument a peu de force de son, et que si l'on veut conserver la beauté du timbre dans toute sa pureté, il ne faut pas presser trop fortement la touche. Ainsi pour l'employer dans son état actuel à des effets d'orchestre, il faudrait, pour des salles spatieuses, en réunir plusieurs. Nous avons cependant lieu de croire, que le clavicylindre peut-être perfectionné à cet égard, et même, qu'en augmentant l'intervalle du piano au forte, quant à l'intensité du son, on augmentera en même temps la différence entre la plus petite et la plus grande pression des touches, compatible avec la beauté de l'exécution. — Le clavicylindre peut rendre des succesions rapides des sons, le trill, et le prêter à l'exécution de l'allégro. Mais pour lui faire produire tout l'effet, dont il est capable, il faut surtout l'appliquer aux morceaux d'un caractère tendre, mélancolique et même triste. M. Chladni nous en a exécuté plusieurs de ces divers genres, qui ont sur son instrument une expression vraiment ravissante, et qui nous ont fait concevoir tout le parti qu'un musicien habile peut en tirer, pour exprimer avec vérité et énergie le sentiment qui l'anime. Les succesions d'accords, les tenues d'harmonie, froides sur l'orgue, et sêches sur le clavecin, prennent sur le clavicylindre de la vie, de la couleur, et offrent au compositeur des moyens de varier et d'enrichir ses tableaux.

geführt, und im Jahre 1802 vollendet. Wir haben hier nur die Verdienste zu erwähnen, welche er sich durch die Zusammenstellung des Systems der Akustik erwarb.

Zuerst erweiterte er den ganzen Gesichtskreis, indem er die Akustik nicht bei der Luft abgehandelt wissen wollte. Die Akustik handelt nämlich nicht blos von den Bewegungen der Luft, sondern auch aller übrigen Körper; sie ist also der höhere Theil der Mechanik oder der Bewegungslehre, wo zu den physikalischen Untersuchungen auch der Gehörsinn zu Hilfe genommen wird. Die Wahrnehmung jedes Schalles wird theils durch die Schwingungen der äusseren Körper, theils durch den Gehörsinn bewirkt, und daher zerfällt die theoretische Akustik in den physikalischen und physiologischen Theil. Um vom Einfachern zum Zusammengesetztern allmählich überzugehen, schickt Chladni diesen beiden Theilen eine Abhandlung voraus, die eigentlich eine Anwendung der Akustik auf Musik ist, aber, nur auf einigen wenigen Thatsachen beruhend, ganz unabhängig von allen übrigen Theilen abgehandelt werden kann, nämlich die Lehre von den Tonverhältnissen und den daraus zu bildenden Tonreihen, welcher Theil der Akustik für die Musik von grossem Interesse ist, und in den Lehrbüchern des Generalbasses und der Komposition unter dem Namen der *Kanonik* abgehandelt zu werden pflegt. — Ein grosses, diesem klassischen Werke eigenes Verdienst ist die vollständige Literatur in allen Theilen der Akustik, und insbesondere die Vergleichung der Theorie mit der Erfahrung, die Chladni ausgeführt hat, indem er die vortrefflichen Abhandlungen Daniel Bernoulli's, Leonhard Euler's, Lagrange's, Lambert's und Giordano Riccati's benutzte, von denen einige ohne Chladni wahrscheinlich lange Zeit würden unbeachtet geblieben sein.

Leider trat nun bald in Deutschland durch ununterbrochene Kriege eine Zeit so allgemeiner Noth ein, dass die Aufmerksamkeit eine Reihe Jahre von wissenschaftlichen Gegenständen sehr abgelenkt wurde. Auch bemerkt man bei Chladni, dass dieser rege wissenschaftliche Trieb und feurige Untersuchungsgeist, der ihn bisher beseelt hatte, in dieser Kriegszeit wohl etwas gedämpft wurde; die endlich wiederkehrenden, den Wissenschaften günstigeren Verhältnisse fanden ihn aber in schon vorgerückten Jahren, in denen er weniger geneigt war, neue Theile der Wissenschaft sich zu öffnen, als vielmehr dasjenige, was er geöffnet hatte, in die möglichst beste Ordnung gebracht, seinen Nachfolgern zu hinterlassen. So entstand der spätere, in Paris herausgegebene *traité d'acoustique,* sein Werk *über die Meteorsteine,* und zuletzt seine *praktische Akustik.* In diese geänderte Richtung seiner Bestrebungen und seiner Thätigkeit in der späteren Hälfte seines Lebens fällt die grosse Anregung, die er erhielt, durch die würdige Anerkennung seiner Ver-

dienste von den französischen Gelehrten in Paris, von Männern, die in jeder Rücksicht im Stande waren, die Wichtigkeit seiner Entdeckungen im Zusammenhange mit allen Theilen der Naturwissenschaften zu wägen und zu schätzen. Wenn auch nicht im gleichen Maasse selbstthätig, blieb Chladni doch bis zu seinem Tode für alle Fortschritte der Wissenschaft empfänglich, und wenn er in den letzten Jahren seines Lebens sich selbst nicht mehr der Ausarbeitung grösserer Werke unterziehen mochte, so suchte er doch in Kurzem eine Uebersicht von der Ordnung zu geben, die er bei Ausführung eines grösseren Werkes befolgt haben würde. Noch in den letzten Tagen seines Lebens liess er eine kurze *Uebersicht der Schall- und Klanglehre*, einen *Plan zu einem noch grösseren Werke über die Akustik*, als seine beiden früheren, drucken.

Bei den Unruhen, die im Jahre 1806 durch den Krieg zwischen Frankreich und Preussen sich bald über Wittenberg erstreckten, beschloss Chladni, Wittenberg zu verlassen und eine grössere Reise anzutreten. „Zu Anfang des Jahres 1807," erzählt Chladni, „trat ich eine Reise in westlichere und südlichere Gegenden an. In Holland hielt ich mich über Jahr und Tag auf, und fand dort an mehreren Orten eine freundliche Aufnahme und auch Sinn für meine Erfindung. Von Holland reiste ich über Antwerpen und Brüssel, wo ich ein Paar Monate angenehm zubrachte, nach Paris. Dort wollte ich das, was ich für die Theorie und deren Anwendung gethan hatte, nicht gern von manchen über Alles absprechenden Nichtkennern beurtheilen lassen; wohl aber sehr gern dem Urtheile achtungswerther Personen unterwerfen, denen man ebensowohl Gerechtigkeitsliebe als Sachkenntniss zutrauen konnte." Daher wendete er sich an das Institut, welches das obige Urtheil über die von ihm erfundenen Instrumente und ein ausführlicheres über seine wissenschaftlichen Leistungen fällte. „Nun wünschten mehrere der vorzüglichsten wissenschaftlichen Männer, besonders der verdienstvolle Laplace, dass ich ihnen meine Akustik, die, so wie sie im Deutschen ist, nicht wohl ganz übersetzbar gewesen sein würde, in ihrer Sprache geben möchte. Sie machten den damals regierenden Kaiser Napoleon darauf aufmerksam. Dieser liess mich zu sich rufen, und die Herren Laplace, Berthollet und Lacépède führten mich bei ihm ein". Der bedeutendste, unmittelbare Erfolg von der Aufmerksamkeit, welche die vorzüglichsten französischen Gelehrten Chladni zuwandten, ist gewesen, dass er nun wirklich die französische Bearbeitung der Akustik unternahm, indem Napoleon ihm zu diesem Zwecke 6000 Fr. auszahlen liess, und dass die allgemeine Aufmerksamkeit auf seine wichtigen Entdeckungen dadurch hingewandt wurde, dass Napoleon durch die Pariser Akademie einen ausserordentlichen Preis von 3000 Fr. für die mathematische Theorie der Flächenschwingungen,

von welchen Chladni die physische Theorie gegeben hatte, aussetzen liess. Diese mathematische Theorie war aber künftigen Zeiten aufbehalten, da sie gar zu weit jenseit der damaligen Grenzen der höheren Analyse zu liegen schien. Die Zeit zur Bewerbung ward zweimal verlängert; es erschien aber keine Abhandlung, welche den Forderungen völlig Genüge geleistet hätte.

Ausser diesen unmittelbaren Erfolgen, wozu auch gehört, dass man ihn in Paris zum Mitglied der philomatischen Gesellschaft wählte, war aber auch noch Chladni selbst durch die Achtung und Ehre, welche ihm bei dieser Gelegenheit die ausgezeichnetsten Naturforscher widerfahren liessen, zu neuen Kraftanstrengungen ermuthigt und angereizt worden, und so verdanken wir dem Einflusse der französischen Naturforscher die vortrefflichen Untersuchungen, welche Chladni bald nachher in seinen *neuen Beiträgen zur Akustik* (Leipzig 1817) mittheilte. Seine Untersuchung schwingender Scheiben, insbesondere seine Klangfiguren, hatten ein ganz neues Feld von Erscheinungen eröffnet. Da tönende Scheiben bisher nur in sehr unvollkommenen Instrumenten angewendet worden sind, hat dieses Feld der Physik unmittelbar noch keinen bedeutenden praktischen Vortheil gewähren können. Desto interessanter und nützlicher ist dieser Theil der Akustik für die Bewegungslehre, da die Erklärung der von Chladni darin entdeckten Erscheinungen lange Zeit eine Hauptaufgabe der Mechanik bilden wird.

Wir wissen, dass bei den Schwingungen der Scheiben alles von den Dimensionen der Scheibe, von ihrem Gewichte und von ihrer Elasticität abhängt. Alles dieses kennen wir erfahrungsmässig, und es wäre sehr zu wünschen, dass ausgemittelt würde, *wie* davon die Schwingungen der Scheibe abhängen. Wie gross das Interesse und zugleich die Schwierigkeit dieser Aufgabe sei, zeigt sich darin, dass, ungeachtet die Akademie der Wissenschaften zu Petersburg, hernach die botanische Gesellschaft der Wissenschaften zu Harlem, und späterhin das französische Institut, welches sogar die Zeit des Konkurses zu wiederholten Malen verlängerte, die Sache zum Gegenstand einer Preisaufgabe gemacht haben, die vorgelegte Aufgabe dennoch bis jetzt ungelöst geblieben ist. „Es mag nun endlich, „sagt daher Chladni, „irgend einem oder dem anderen der talentvollsten Mathematiker gelingen oder nicht (ungefähr so wie es Daniel Bernoulli und Leonhard Euler in Hinsicht auf die Transversalschwingungen gerader Stäbe gethan haben), auf dem Wege der Theorie auf eine vollkommen genügende Art zu zeigen, dass bei den Schwingungen einer Scheibe die Gestaltveränderungen und die Tonverhältnisse so sein müssen, wie sie nach der Erfahrung wirklich sind; so wird es doch allemal auch nützlich sein, die Erfahrungen möglichst genau anzustellen, und aus deren Vergleichung

die Naturgesetze derselben zu finden. Im ersteren Falle wird man desto besser die Resultate der Theorie mit denen der Erfahrung vergleichen können; im letzteren Falle wird die Erfahrung das einzige Mittel sein, um die Natur dieser Erscheinungen gehörig kennen zu lernen."

Diese wichtige Untersuchung schwingender Scheiben durch ihre Töne und ihre Klangfiguren hat Chladni mit bewundernswürdiger Beharrlichkeit nach seiner Rückkehr von dieser fünfjährigen Reise durchgeführt, in einer Zeit, wo er zwar durch die grosse Achtung, in der er bei allen seinen Freunden stand, einen angenehmen Aufenthalt in Wittenberg hatte, der aber bald durch die Kriegsereignisse zu wiederholten Malen gestört und unterbrochen wurde. Nach dem Rückzuge der Franzosen aus Russland wurde Wittenberg durch die Preussen lange Zeit belagert und beschossen. Dadurch verlor Chladni einen Theil seiner Sachen, indem das Haus, in welchem er wohnte, abbrannte. Er selbst hatte, da ihn nichts dort fesselte, schon vor der Blokade Wittenberg verlassen, und das nahe Kemberg zu seinem Aufenthalt gewählt. Hier hat er von 1812 an bis an seinen Tod 1827 stets eine Wohnung gehabt, wohin er sich zurückzog, wenn er von einer Reise wiederkehrte, und wo er seine Sachen verwahrte, während er auf einer Reise sich befand. Der wohlfeile Aufenthalt in einer so kleinen Stadt, einige Freunde daselbst und in der Nähe, die viele gesellige Talente vereinigten, und endlich einige sehr geschickte und billige Handwerker, die er dort antraf, und deren er bei seinen Beschäftigungen nothwendig bedurfte, veranlassten ihn zu dieser Wahl. So lebte er damals 4 Jahre lang, ohne eine beträchtliche Reise zu machen, zurückgezogen, doch in einem angenehmen Kreise. In dieser Zeit lieferte er nun seine *neuen Beiträge zur Akustik.*

Wir wollen hierbei nur auf die ungeheuere Beharrlichkeit und grosse Geschicklichkeit aufmerksam machen, die zu dieser Untersuchung nothwendig gewesen war. So leicht es ist, einzelne Klangfiguren mit grosser Präcision hervorzubringen, so schwierig ist es für einen gewissenhaften Beobachter, der nicht eine dunkle Andeutung der Figur für hinreichend hält, eine zusammenhängende Reihe Figuren hervorzubringen, die einer einzigen Schwingungsart zugehören, und mit demselben Tone verbunden sind. Noch schwieriger als diese Reihe von Klangfiguren für jede einzelne Schwingungsart, wobei der Ton der Scheibe keine oder eine nur sehr geringe Aenderung erleidet, war die genaue Bestimmung der Tonverhältnisse der verschiedenen Schwingungsarten. Denn es war hierzu nicht hinreichend, den Ton, den er aus einer Scheibe hervorbrachte, möglichst genau mit Hilfe eines ganz rein gestimmten Klavicylinders zu bestimmen, sondern er wollte die Verhältnisse der verschiedenen Töne einer Platte unmittelbar mit einander ver-

gleichen, indem er immer je zwei Töne unmittelbar hinter einander hervorbrachte und genau beobachtete, welches Intervall sie mit einander bildeten.

Nach diesem vierjährigen Aufenthalte in Kemberg, und nach diesen Untersuchungen während einer Zeit, wo schwerlich günstige Gelegenheit zu reisen sich ihm bot, entschloss er sich, die erste Zeit des hergestellten Friedens wieder zu einer grösseren wissenschaftlichen Reise anzuwenden. Seitdem seine Untersuchungen über die Meteorsteine allgemeine Anerkennung gefunden hatten, wurde er von mehreren Seiten aufgefordert, diesen Gegenstand mit Benutzung der neueren Beobachtungen und Untersuchungen mehr im Zusammenhange zu bearbeiten. Im Mai 1816 fasste er daher den Entschluss, die Untersuchung der Feuermeteore, und insbesondere der mit ihnen herabgefallenen Massen zum Hauptgegenstand seiner Beschäftigungen und zum Hauptzweck seiner Reisen zu machen. Die besondere Gabe, die er hatte, die umfänglichsten Werke mit der grössten Geschwindigkeit zu durchlaufen, und dabei alles ihn Interessirende sehr genau herauszufinden, benutzte er nun, um auf allen Bibliotheken aus einer grossen Anzahl Chroniken, politischen und anderen historischen Schriften, alle Thatsachen ausfindig zu machen, welche zur Beurtheilung des Gegenstandes wichtig werden konnten. In dieser Absicht blieb er zwei Monate in Gotha und drei Monate in Göttingen, um in den dortigen Bibliotheken alles hierher gehörige nachzusehen; benutzte besonders in Hamburg, Bremen und Wien viele ausländische Zeitschriften; machte im Juli 1818 eine Exkursion von Karlsruhe nach Paris, um in den dortigen Bibliotheken und Naturalienkabinetten manches nachzusehen. Seine Reise nach Wien hatte endlich noch den besonderen Vortheil, dass Schreibers, Direktor des Wiener Naturalienkabinets, Abbildungen und Erklärungen einiger in Wien befindlichen Arten von Meteoreisen beifügte. Nach diesen Vorbereitungen erschien das Werk in Wien selbst im Jahre 1819 unter dem Titel: *Ueber Feuermeteore und über die mit denselben herabgefallenen Massen,* nebst zehn Steindrucktafeln und deren Erklärung von Karl von Schreibers. Nach diesem, den Gegenstand auf das vollständigste behandelnden Werke sind im Verlauf der folgenden acht Jahre noch einige Abhandlungen darüber in Gilbert's Annalen, Schweigger's Jahrbuche und in den *Annales de chimie et de physique* erschienen.

Wie Chladni durch dieses Werk seine Untersuchungen über die Meteormassen in ein Ganzes zusammen gearbeitet, und wie er schon früher Alles, was von seinen Arbeiten der reinen oder theoretischen Akustik zugehörte, auf ähnliche Weise zusammengestellt und geordnet hatte; so wünschte er nun auch bei herannahendem Alter Muse zu gewinnen, um etwas Vollständiges und Ganzes über die praktische Akustik zu liefern, welches seine Untersuchung in Betreff

des Klavicylinders und des Euphons umfasste. Diese Unternehmung einer praktischen Akustik war um so verdienstvoller, da über Instrumentenbau bis jetzt noch gar kein wissenschaftliches Werk vorhanden war. Diese Arbeit machte er im Jahre 1820 zum Gegenstand seiner Beschäftigung, und es erschien 1821 die letzte seiner grösseren Schriften unter dem Titel: *Beiträge zur praktischen Akustik und zur Lehre vom Instrumentenbau,* enthaltend die Theorie und Anleitung zum Bau des Euphons und Klavicylinders und damit verwandter Instrumente — welches Werk zugleich mehrere akustische Untersuchungen enthält, die auch ohne Rücksicht auf Praxis sehr interessant sind, ein Werk, welches allen Freunden der Akustik und Musik zu empfehlen ist, und von allen mit grossem Vergnügen wird gelesen werden.

Auch eine Untersuchung über die Hervorbringung der menschlichen Sprachlaute, welche er früher gemacht, und sowohl in seiner deutschen als in seiner französischen Akustik mitgetheilt hatte, nahm er in den letzten Jahren seines Lebens noch ein Mal auf und vervollkommnete sie nach Kräften. Er war zu dieser Untersuchung in mehrerer Rücksicht vorzüglich geschickt: denn er kannte nicht nur den Bau der menschlichen Sprechwerkzeuge, sondern besass auch eine durch Uebung sehr ausgebildete Fertigkeit, die Sprachlaute, so wie sie in den Sprachen der verschiedenen Völker vorkommen, möglichst genau nachzuahmen. Hierbei kam es ihm sehr zu statten, dass er, ausser den griechischen und lateinischen Sprachen, in welchen er sehr gründlich unterrichtet und gewandt war, das Französische und Italienische vollkommen sprach, und zwar auch verhältnissmässig als Ausländer gut aussprach, das Engländische getrieben und auch mit der niederländischen, spanischen, russischen, neugriechischen und mit der hebräischen Sprache sich einiger Massen beschäftigt, und bei seinen Reisen so viel Gelegenheit gefunden hatte, die Ausländer beim Sprechen zu beobachten. Er achtete nun auf den Zustand seiner Sprechorgane, während er verschiedene Laute aussprach, mit der ihm eigenthümlichen Beobachtungsgabe. Die geathmete Luft geht beim Sprechen durch den Sprechkanal, der hinten einfach ist, sich aber alsbald in den Gang der Mundhöhle und in den Gang der Nasenhöhle theilt, hindurch. Dieser Gang kann an gewissen Stellen durch vorspringende Theile, die einander genähert werden, verengt und in manchen Fällen ganz verschlossen werden. Ist die Verengung sehr stark, so bringt die Luft, die zwischen den verengenden Theilen durch oder neben ihnen vorbeistreicht, ein Geräusch hervor, welches man mit den Namen der verschiedenen Konsonanten bezeichnet. Bei den Vokalen werden dagegen jene vorspringenden Theile einander nicht so sehr, sondern nur mässig genähert, so dass die durchgehende Luft kein so bestimmtes Geräusch, sondern mehr ein Hallen hervor-

bringt (welches Ausdrucks sich jedoch Chladni nicht bedient hat). Einige Konsonanten, *Verschlusslaute,* werden dadurch hervorgebracht, dass, nachdem der Luft der Durchgang durch die Mund- und Nasenhöhle verschlossen worden, und sie in einen gepressten Zustand gekommen ist, dieses Hinderniss an einigen bestimmten Stellen plötzlich gehoben, oder von ihr überwunden wird, wo dann die Luft plötzlich mit einem kurzen Geräusch hervorbricht, welches nicht fortdauern kann, sondern nur im Augenblicke der Oeffnung Statt findet, z. B. zwischen den verengerten Lippen, *Lippenverschlusslaute, b* und *p*; zwischen dem harten Gaumen und der Zunge, *Gaumenverschlusslaute, d* und *t*; zwischen der Kehle, *Kehlenverschlusslaute, k* und weich ausgesprochen als *g*. Andere Konsonanten, *Nasenlaute*, entstehen dadurch, dass, indem man der Luft den Durchgang durch die Mundhöhle plötzlich verschliesst, sie genöthigt wird, den Weg durch die *offene* Nasenhöhle zu nehmen. Dieses Verschliessen geschieht mit den *Lippen, Lippennasenlaut,* bei *m*, mit der gegen den vorderen Theil des Gaumens angedrückten Zungenspitze, *Gaumennasenlaut, n*; und endlich durch Verschliessung der Kehle, *Kehlennasenlaut,* bei dem Konsonanten, den man deutsch *ng* oder *nk* schreibt, wie in den Worten *eng* und *Anker*. Eine dritte Abtheilung Konsonanten wird durch Anstemmung eines vorspringenden Theiles im Sprechkanale an einen benachbarten Theil hervorgebracht, und die Luft genöthigt, neben oder zwischen den aneinander gestemmten Theilen mit einem Geräusch hindurchzugehen, *Stemmlaute:* der *Lippenstemmlaut* ist *f*, der *Zungenstemmlaut* ist *l*, der *Gaumenstemmlaut* ist *j* und *g*, wenn das letztere ähnlich wie *j*, und auch das *ch*, wo es dem *g* ähnlich gesprochen wird. Die vierte Abtheilung der Konsonanten bilden die *Zischlaute,* bei welchen ein vorspringender Theil des Sprechkanals einem benachbarten Theile desselben so genähert wird, dass er sich zwar nicht an ihn anstemmt, nicht an ihn angedrückt, aber doch in dem Grade genähert wird, dass der Luftstrom mit einem Geräusche zwischen den genäherten Theilen hindurch gedrängt wird. Der *Lippenzischlaut* ist *w*, der *Zungenzischlaut* ist *s*, der *Gaumenzischlaut* ist *sch*, der *Kehlenzischlaut* endlich ist *ch*. Die letzte Abtheilung der Konsonanten ist die der *Zitterlaute*. Der *Lippenzitterlaut,* das *br* der Kutscher, kommt in den Sprachen der kultivirten Völker nicht vor. Der *Zungenzitterlaut* ist das *r*, der *Kehlenzitterlaut* ist das schnarrend ausgesprochene *r*. Das *h* kann man mehr für eine Aspiration, als für einen Konsonanten halten. Bei ihm ist der Sprechkanal noch mehr erweitert, als bei den Vokalen, und nur durch ein sehr schnelles Austreiben der Luft aus der Lunge wird ein schwaches Geräusch hörbar.

So wie die mannigfaltigen Konsonanten dadurch entstehen, dass der Sprechkanal, während die Luft durchgeht, an gewissen Stellen ver-

engert wird; ebenso findet dieses, aber nur in geringerem Grade, bei den Vokalen Statt. Bei dem *a* ist der Sprechkanal hinten und vorne offen. Wenn man vom *a* allmählig zum *ò* (*ao*), *ó* und *u* übergeht, verengt er sich stufenweise an seinem vordern Ende, an den Lippen, immer mehr und mehr, bleibt aber hinten offen. Wenn man vom *a* zum *è* (*ae*), *é* und *i* übergeht, verengt er sich stufenweise an seinem hintern Ende, am Gaumen, immer mehr und mehr, bleibt aber vorn offen. Wenn man vom *a* zum *ö̀*, *ö́* und *ü* übergeht, so verengt sich der Sprechkanal stufenweise zugleich vorn an den Lippen und hinten am Gaumen.

Nachdem Chladni so alle seine Entdeckungen der Welt mitgetheilt, sie in ihrem Zusammenhange mit den vorhandenen Entdeckungen dargestellt, und sie alle in die beste und systematische Ordnung gebracht hatte, blieb ihm nur noch übrig, wenn irgend eine seiner mit der grössten Gewissenhaftigkeit angestellten Versuche und Beobachtungen von neuen Experimentatoren angegriffen wurden, sich zu vertheidigen, und gegen deren Beschuldigungen sich kräftig zu verwahren, wie dieses bei einer Reihe von Aufsätzen nöthig wurde, die ein sehr geschickter Experimentator, Felix Savart in Paris, über Gegenstände der Akustik herausgab. Als ein Beweis seiner Unparteilichkeit für die neueren Entdeckungen dient endlich seine letzte Schrift: *Kurze Uebersicht der Schall- und Klanglehre,* in welcher er den Zusammenhang anzugeben und die Uebereinstimmung nachzuweisen sucht von allen spätern und von seinen früher gemachten Entdeckungen, und den Plan mittheilt, wie er in den letzten Jahren seines Lebens das System der Akustik, wenn er Zeit dazu gehabt hätte, behandelt haben würde.

In diesen letzten Jahren seines Lebens, von 1820 bis 1827, hat er, ausser einer Reise nach Göttingen, Bremen und Hamburg, auf welcher er vorzüglich den Zweck hatte, denjenigen, welche Klavicylinder zu bauen unternommen hatten, mit Rath und That beizustehen, mehrmals einzelne bedeutende Städte Deutschlands besucht, z. B. Berlin, Frankfurt a. M. und Breslau, und Vorlesungen über die Akustik gehalten.

Chladni gehörte zu den Menschen, die man Originale nennt. Ohne originell scheinen zu wollen, und zum Theil sogar, ohne es zu wissen, dass er es sei, ging er in den Wissenschaften und durch das Leben seinen eigenen, von Anderen noch nicht betretenen Weg. Namentlich waren seine Vorstellungen von dem, was man ein glückliches Leben nennt, gänzlich abweichend von denen, die sich die meisten anderen Menschen davon bilden. Die Bedürfnisse und Wünsche für sein geistiges und körperliches Leben, sowie die von ihm im Handeln streng befolgten Grundsätze, von dem was gut und recht sei, stimmten aber auch so vollkommen mit jenen Vorstellungen überein, dass er ein in sich abgeschlossenes Ganzes bildete, in welchem alles nothwendig zusammen-

hing, und welches auch mit dem Loose, das er sich selbst bereitete, in keinem Widerspruch stand. Sein grösster Wunsch, nach welchem sich alle anderen Wünsche bequemen mussten, war, ein freier Weltbürger zu sein, und als solcher, ohne durch Verpflichtungen an einen Staat, an ein Amt, an eine Familie, an einen Freund gebunden zu sein, ein freies, sorgenloses Leben zu führen, dieses weite Vaterland der Erde kennen zu lernen, und für dasselbe in irgend einem Fache etwas Ausgezeichnetes und Denkwürdiges zu leisten. Ein solcher Mensch zieht andere Menschen unwillkürlich an, und nimmt, wenn er, wie Chladni, zugleich sehr viele andere liebenswürdige Eigenschaften besitzt, und wenn er selbst die Gesellschaft liebt, in Gesellschaften, die Erheiterung und Belehrung zum Zweck haben, einen vorzüglichen Platz ein, selbst wenn er mancher Eigenschaft entbehrt, durch welche sonst Viele in der Gesellschaft sich geltend zu machen wissen.

Die Erziehung und die geselligen Verhältnisse theilen auf der einen Seite vielen Menschen Eigenschaften mit, die sie ausserdem nicht erwerben würden; aber sie unterdrücken auch häufig eine ganz naturgemässe und harmonische Entwickelung der in einem Menschen liegenden Kräfte und Anlagen. Denn die Menschen nehmen in der Kindheit früher Vorstellungen und Urtheile Anderer in sich auf und gewöhnen sich Begierden und Handlungsweisen von Anderen an, als sie sie prüfen können. Diese Summe von in früher Jugend erworbenen Vorstellungen und Neigungen bilden dann einen Grund, auf welchem nicht alle späteren Eindrücke Wurzel fassen können. Wenn aber die Richtung, die Jemand durch die ihn umgebenden Menschen erhalten soll, die ihn theils absichtlich zu ziehen suchen, theils absichtslos durch ihr Beispiel ziehen, derjenigen gar zu sehr widerspricht, die seinen ursprünglichen Anlagen gemäss ist, so kann bei Menschen von kräftigem Charakter der Fall eintreten, dass die Menschen, die auf ihn einwirken, fast ohne Einfluss bleiben, und höchstens seine Entwickelung hier und da aufhalten, so dass er sich dann mitten unter andersartigen Menschen eigenthümlich entwickelt. Dies war Chladni's Fall. Manche ihn mehr oder weniger auszeichnende Angewohnheiten scheinen in der Art seiner Erziehung ihren Grund gehabt zu haben. Durch die Beschäftigung mit sich allein scheint er sich das Sprechen mit sich selbst angewöhnt zu haben, das ihm, wenn er allein war, bis in sein höchstes Alter eigenthümlich blieb. Daher schreibt sich auch wohl eine gewisse Unbeholfenheit in seinem Benehmen gegen Andere, ferner das ununterbrochene, fortdauernde, sehr lebhafte Mienenspiel und mancherlei fast unwillkürliche Bewegungen, durch die er Anderen, an die er sich noch nicht gewöhnt hatte, auffiel. Vielleicht hat auch die Gewohnheit, sich allein zu beschäftigen und seine Pläne für die Zukunft allein zu entwerfen, bewirkt, dass er, un-

geachtet seines menschenfreundlichen und geselligen Sinnes, das Bedürfniss, sich in den wichtigsten Angelegenheiten seines Lebens einem Freunde offen mitzutheilen und sich mit ihm zu berathen, weniger als viele andere Menschen gefühlt hat.

Chladni war ein kleiner, breitschulteriger, keineswegs verwachsener Mann, dem es, um ziemlich gross zu sein, nur an Füssen von verhältnissmässiger Länge fehlte, mit lebhaften, kleinen, freundlichen, in den Augenwinkeln zusammengezogenen Augen und einem noch viel lebendigeren Mienenspiel[1]). In seinem Gesichte trat nie Ruhe ein. In einem gewissen Grade zeigte sich diese Unruhe der Muskeln auch in seinem übrigen Körper, z. B. durch eine Art von unwillkürlichem Achselzucken. An seinem Aeusseren sah man, dass er niemals auf seine Haltung aufmerksam war; wenn er stand oder ging, hingen oft seine Arme fest, wie es ihre Schwere mit sich brachte, herab. Wenn er aber sprach, gestikulirte er lebhaft und mit so schnellen und abgebrochenen Bewegungen, als manche Juden, denen er zum Scherz ihre Eigenthümlichkeiten gern und mit Geschicklichkeit nachahmte. Seine Sprache war im Deutschen etwas stockend, zuweilen selbst bis zum Stottern. In anderen Sprachen scheint er von diesem Fehler freier gewesen zu sein.

Chladni besass einen unerschöpflichen Schatz interessanter Notizen aus allen Fächern der Naturwissenschaften. Er war allgemein gebildet in der Kenntniss des Himmels, der Erde, der Völkerkunde, Zoologie, Botanik und Mineralogie. In seinem glücklichen, treuen Gedächtnisse bewahrte er von der Schule her ganze Rhapsodien der Odyssee und Iliade; aus vielen anderen älteren Schriftstellern hatte er zahlreiche, sinnvolle Gedanken in Bereitschaft. Er kannte die besten Werke der Dichtkunst, der Malerei, der bildenden Künste, der Komposition, er konnte genaue Nachweisungen über die Lebensverhältnisse berühmter Künstler und Schriftsteller und überhaupt interessanter Menschen geben. So vieler Länder Sitten, so viele Natur- und Kunstmerkwürdigkeiten hatte er selbst gesehen, und wusste dieselben mit der grössten Treue und Lebendigkeit zu schildern. Wo irgend etwas darauf ankam, oft

[1]) Es existiren von ihm vier Bilder. Ein nicht gelungener, kleiner Kupferstich als Vignette en face vor der ersten Ausgabe seiner deutschen Akustik; ein eben so wenig getroffener Kupferstich in aqua tinta, von Chretien in Paris 1809 gezeichnet, auch in Form einer Vignette; ein in vieler Beziehung ähnliches Portrait auf Stein von Ludwig von Montmorillon gezeichnet in gross Fol., auf welchem indessen die liebenswürdige Freundlichkeit Chladni's und seine Lebendigkeit nicht ausgedrückt ist. Es ist indessen das gelungenste Bild, was es giebt. Nach diesem Bilde ist die Titelvignette vor der zweiten Ausgabe der deutschen, bei Breitkopf und Härtel in Leipzig erschienenen Akustik gearbeitet, so jedoch, dass mit Zuziehung einiger Freunde Chladni's einige Fehler jenes Bildes von dem Lithographen verbessert wurden. Dieses Bild ist daher in der Statur und der Hauptsache nach im Gesichte ähnlich. Ausserdem hat der Sohn von Lavater Chladni gezeichnet, und es wird sich dieses auch getroffene Portrait in Chladni's Nachlasse finden.

auch, wo nichts darauf ankam, wusste Chladni seine Notizen genau mit Jahreszahl und Datum zu belegen, und, da er sich immer sehr streng an die Wahrheit band und ganz zuverlässig war, so war seine Unterhaltung und Belehrung von grösserem Werthe als Vieler, welche sich in geselliger Unterhaltung auszeichnen. In den Jahren der französischen Revolution war er der eifrigste Politiker. Er brannte für die Freiheit der Völker. Später war er einer der ersten Bewunderer Bonaparte's, bis dieser lebenslänglich das Konsulat annahm. Von dieser Zeit an hat er sich mit ihm nicht wieder ausgesöhnt, selbst dann nicht, als er von ihm so ehrenvoll aufgenommen wurde, und die französischen Journale Napoleon's Ausspruch: „dieser Mann lässt die Töne sehen" durch die ganze gebildete Welt trugen. Er besass das beste Zutrauen zu allen Menschen, schätzte den Bauer, den Handwerksmann und das Mitglied jedes Standes in seiner Art, setzte Jeden, von dem er glaubte, er leiste etwas Gutes in seiner Art, sich gleich. Er suchte die gemeinsten Leute mit eben der Aufmerksamkeit angenehm und lehrreich zu unterhalten, als den gelehrtesten und angesehensten Mann. Niemandem schmeichelte er und gebrauchte selbst die herkömmlichen Komplimente nicht leicht. Er tadelte mit Vorsicht und mild, und enthielt sich des Urtheils, wo es die Klugheit erforderte, oder wo er sein Urtheil nicht für hinlänglich begründet hielt. In seinem Lobe, das er den Bewohnern von Städten und manchen einzelnen Personen zu Theil werden liess, war er zuweilen nicht ganz unparteiisch. Es geschah unwillkürlich, dass ihm die Leute gefielen, denen er gefallen hatte, und die ihn gastfreundlich, und seine Entdeckungen mit dem Interesse, das sie verdienten, aufgenommen hatten. Gegen Vernachlässigungen oder Spöttereien war er fühllos oder wollte es sein. Gefälligkeiten und Ehrenbezeugungen empfing er gern, nahm mit Vergnügen an geselligen Cirkeln Antheil, und folgte auch der Einladung solcher Menschen, die er eben nicht gerade zu achten Ursache hatte. Allein er verpflichtete sich dadurch Niemandem, erwies deswegen Niemandem eine Ehre, und machte ihm keine Komplimente, sondern hielt gewissermassen seine Schuld durch das Vergnügen und den Nutzen getilgt, den sein geselliger Umgang Anderen gewährte. Selbst seinen Freunden, die ihm am nächsten standen, hielt er sich nicht für verpflichtet, legte aber auch ihnen, wenn er sich um sie verdient gemacht hatte, keine Verpflichtungen auf; denn er wollte vollkommen frei sein.

Manche hielten die Art, wie er auf Reisen durch öffentliche Vorlesungen und Vorzeigung seiner Instrumente und Meteorsteine und seiner akustischen Versuche seine Subsistenz zu sichern suchte, eines solchen Mannes für unwürdig, und liessen ihm diese Meinung nicht undeutlich merken. Er war vorurtheilsfrei, und sah keinen Unterschied darin, ob man sich mit dem, was man leistet und gelernt hat, einem Fürsten oder

einem Volke, einer Stadt oder einer Familie, für immer oder für längere Zeit verpflichtet, oder ob man es herumreisend auf kurze Zeit, wie Maler und Sänger, für einzelne Gesellschaften thut. Er wollte der Wissenschaft und den Menschen nützen, dafür sollten seine Mitmenschen für ihn sorgen, und dieses Verhältniss hielt er für das ehrenvollste und vortheilhafteste, durch das er selbst von Anderen am wenigsten abhängig würde.

So wie er selbst den Verdiensten und Entdeckungen Anderer strenge Gerechtigkeit widerfahren liess und z. B., wenn ihm die Idee eines Anderen mündlich oder schriftlich bekannt geworden war, in seinen Schriften und Erzählungen dessen Namen anführte, so war er zuweilen auch mit Recht ungehalten über die Diebstähle, welche man an seinen Ideen begangen hatte. Er bezeichnete dieses Verfahren, wo die Ideen Anderer, ohne die Urheber zu nennen, als eigene benutzt werden, mit dem Namen der *Ideenkaperei.*

Von seinem Vaterlande hatte er keine besondere Unterstützung gefordert und erhalten. Wenn er ein bestimmtes Amt hier oder in anderen Ländern gesucht hätte, würde es ihm nicht gefehlt haben. Er war daher mit einer Grabschrift, die ihm Oken noch bei seinem Leben in der Isis in der Vorstellung, als würde er einst in seinem Vaterlande verhungern müssen, setzte, gar nicht einverstanden, und glaubte vielmehr, in einer vorzüglich glücklichen Lage zu sein. In seinem Alter besass er so viel, dass er von seinen Interessen, auch ohne weitere Einnahme, eingezogen, und wenn er sein Vermögen als 70jähriger Greis auf Leibrenten gegeben hätte, sogar reichlich hätte auskommen können.

Er vermied in seinem Alter nicht von seinem Tode zu sprechen; suchte aber auch nicht die Gelegenheit dazu. Als er im Jahre 1827 in Breslau in einer Gesellschaft im Hause des Professor Steffens sich befand, war das Gespräch auch auf diesen Gegenstand gekommen. Er hatte sich darüber geäussert, was für einen Tod er sich wünsche, und wenige Augenblicke darauf ward ihm in seiner Wohnung dieses Glück zu Theil, nämlich ein schneller Tod ohne Krankheit und ohne Schmerzen. Man fand ihn am folgenden Tage halb ausgekleidet und sitzend. Die abgelaufene Uhr, welche er unstreitig in der Nacht, bei seiner Rückkunft nach Hause in der Hand gehabt, um sie aufzuziehen, lag neben ihm auf dem Fussboden.

Weil er Niemandem, keinem seiner Verwandten und näheren Freunde etwas schuldig zu sein glaubte, vermachte er sein kleines Vermögen, das sich über 5000 Thaler belief, seinem biederen und rechtschaffenen Hauswirthe in der Stadt, wo er lebte, und verordnete der Stadt selbst ein Legat von 1200 Thalern theils für Arme, theils zur Abschaffung von Uebelständen, die ihn in seinem Leben viel inkommodirt hatten, zur Verbesserung der Thurmuhr und des Pflasters. Seine Meteorsteinsammlung konnte zum Besten der Wissenschaft nirgend mehr beitragen,

als in den Händen der Akademie der Wissenschaften in Berlin, an welche sie seinem Willen gemäss abgegeben worden ist [1]).

(Prof. W. Weber.)

[1]) Ausser den schon genannten Schriften Chladni's sind noch folgende von ihm zu bemerken:

I. Schriften über Gegenstände der Akustik.

Ueber die Längentöne einer Saite. In der Berliner musikalischen Monatsschrift, August 1792. — Ueber die durch brennendes Wasserstoffgas in einer Röhre hervorzubringenden Töne. In den Schriften der Berliner Gesellschaft naturforschender Freunde, 1797. — Beiträge zur Beförderung eines besseren Vortrages der Klanglehre. Ebendaselbst. — Ueber die Longitudinalschwingungen der Saiten und Stäbe. In den Schriften der Kurmainzischen Akademie der Wissenschaften zu Erfurt, 1796. — Beobachtungen über die durch brennenden Wasserstoff in einer Röhre hervorzubringenden Töne. Im ersten Bande der neuen Schriften der Berliner Gesellschaft naturforschender Freunde. — Auszug aus der Schrift: Ueber die Longitudinalschwingungen, nebst einigen Bemerkungen über die Geschwindigkeit, mit welcher der Schall durch feste Körper fortgeleitet wird. Im ersten Stück von Voigt's Magazin für das Neueste aus der Physik. — Ueber die Theorie einer Pfeife in verschiedenen Gasarten. Ebendaselbst, drittes Stück. — Ueber die Schwingungen eines Stabes. Im zweiten Bande der neuen Schriften der Berliner naturforschenden Freunde. — Eine neue Art, die Geschwindigkeit der Schwingungen bei einem jeden Tone durch den Augenschein zu bestimmen, nebst einem Vorschlage zu einer festen Tonhöhe. In Gilbert's Annalen der Physik, Bd. V, St. 1. — Ueber die wahre Ursache des Konsonirens und Dissonirens. In der Leipziger musikalischen Zeitung, III, S. 337, 353. — Ueber vortheilhafte Einrichtung eines Lokales für gute Wirkung des Schalles. Ebendaselbst, 1828, S. 565. — Ueber die gleich starke Schallverbreitung in der Richtung der Schwingungen und in die Quere, und über die schwächere in dazwischen liegenden Richtungen, nach gemeinschaftlich mit Herrn Dr. Wilhelm Sömmering angestellten Untersuchungen. In Kastner's Archiv für die gesammte Naturlehre, Bd. VII, Heft 1.

II. Ueber Chladni's neue musikalische Instrumente.

Ein nothwendiger Nachtrag zu den Beiträgen zur praktischen Akustik, mit einer Steindrucktafel. In der allgemeinen musikalischen Zeitung, 1822, No. 49, 50, 51.

III. Ueber Feuermeteore und über die mit denselben herabgefallenen Massen.

Ueber den Ursprung der von Pallas entdeckten Eisenmasse und einige damit in Verbindung stehende Naturerscheinungen. Riga und Leipzig, 1794. 4. Eine französische Uebersetzung im Journal des mines, 1804, No. 88, 90.

IV. Vermischte Schriften.

Beiträge zu dem Gerber'schen Tonkünstlerlexikon. Im zweiten Stücke des Koch'schen Journales der Tonkunst. — Einige Nachrichten, die Geschichte seiner akustischen Entdeckungen betreffend. In Voigt's Magazin für das Neueste aus der Physik und Naturgeschichte, Bd. IX, Stück 4. — Ueber das spanische Gedicht: La Musica von D. Thomas de Yriarte. In der allgemeinen musikalischen Zeitung, I, S. 821. — Ueber das Fehlerhafte und Willkürliche in der alten griechischen Musik und über die Vorzüge der neueren. In der allgemeinen musikalischen Zeitung, 1826, No. 40, 41, 42, 47. — Ueber die Hervorbringung der menschlichen Sprachlaute. In Gilbert's Annalen der Physik, Bd. LXXVI, Stück 2. — Eine grosse Menge kleiner Aufsätze sind ausser den angeführten in sehr vielen wissenschaftlichen und anderen deutschen, französischen und italienischen Zeitschriften zerstreut, die zum Theil nur ein temporäres Interesse gehabt haben, zum Theil später in seinen grösseren Werken ihren Platz fanden.

XIII.

Kurze Uebersicht der Schall- und Klanglehre,

nebst einem Anhange, die Entwickelung und Anordnung der Tonverhältnisse betreffend, von E. F. F. Chladni, Dr. der Philosophie und Rechte, Mitgliede verschiedener Akademien und anderer wissenschaftlichen Gesellschaften. Mainz 1827.

Angezeigt von

Dr. Wilhelm Weber in Halle.

[Cäcilia, VIII, p. 189—201, 1828.]

Alle Kenner und Freunde der Musik haben, so wie alle Naturforscher, durch CHLADNI's Tod, des Begründers einer auf Versuchen beruhenden Akustik und des Erfinders einer neuen Klasse musikalischer Instrumente, deren Wichtigkeit die Folgezeit mehr und mehr lehren wird, einen grossen Verlust erlitten. Wir freuen uns jedoch, *noch von ihm die herrliche Uebersicht und Ordnung, in welcher alle seine eigenen Entdeckungen mit den neuesten Entdeckungen Anderer in dem letzten Jahre seines Lebens sich in seinem Geiste verbunden hatten, durch den (zum Theil erst nach seinem Tode vollendeten) Druck des vorliegenden Werks erhalten zu haben.*

Eine solche Uebersicht ist gerade jetzt für Viele, die in der Akustik mit der Zeit fortschreiten wollen, ein grosses Bedürfniss, weil sich, seitdem CHLADNI durch seine Akustik den Eifer für dieses Fach unter den Physikern und Musikfreunden aufgeregt hat, Mehrere nicht ohne Glück mit der Erweiterung einzelner Theile derselben beschäftigt haben: Dr. FELIX SAVART mit den Erscheinungen der Resonanz in festen Körpern und in der Luft, ferner mit den Erscheinungen der selbsttönenden Luft in Röhren, mit der Stimme des Menschen und der Vögel, mit den Molekularbewegungen der durch Schall oder durch Erzitterungen in Bewegung gesetzten Körper und mit den Bewegungen des Wassers und anderer tropfbarer Flüssigkeiten, wenn sie den Schall fortpflanzen; — CHLADNI selbst mit der Vervollständigung der Lehre von den Klang-

figuren, mit der Mittheilung oder mittelbaren Erregung der Töne und mit der Lehre vom Instrumentenbau; — Gottfried Weber mit der Lehre von den Blaseinstrumenten und den auf Tonsetzkunst Bezug habenden Lehren; — Cagniard Latour mit einer neuen Art der Tonerregung, bei der man die Stösse, die den Schall erregen, genau zählen kann; — ausserdem viele kleine und kurze Notizen, die, wenn sie nicht gesammelt werden, leicht verloren gehen.

Es ist aber nicht nur bequem, alle Erweiterungen der Akustik hier in einer lichtvollen Ordnung, mit genauen Anführungen der Quellen, vollständig gesammelt zu finden, sondern es war diese Arbeit auch sehr nothwendig, weil Savart viele von seinen schönen Versuchen nicht ganz richtig erklärt hatte und dadurch das von Chladni aufgeführte Gebäude der Akustik in mehreren Grundpfeilern erschüttert zu haben glaubte, wodurch scheinbare Widersprüche in den verschiedenen Lehren derselben entstanden, aus denen sich selbst Biot, in seinem *précis élémentaire de physique,* Paris 1824, nicht herauszuwickeln im Stande gewesen war.

Dieses Werk dient Professoren beim Vortrage der Physik als der beste Leitfaden in der Schall- und Klanglehre, und Freunden der Musik und Physik erleichtert es das Fortschreiten in dieser Wissenschaft bis auf die neueste Zeit. Beim Lesen desselben wird nöthig sein, entweder Chladni's *Akustik,* Leipzig 1802, mit den *Beiträgen* dazu, Leipzig 1817, oder sein französisches Werk, den *Traité d'Acoustique,* Paris 1809, zur Hand zu haben. Nämlich alles, was dort ausführlich abgehandelt ist, wird hier nur ganz kurz angeführt.

Der Vortrag der Akustik muss, der Deutlichkeit wegen, mit einer Klassifikation aller Bewegungen beginnen, die bei Schallerregung und Schallverbreitung vorkommen können. Diese Klassifikation war sehr kurz, aber richtig, in der *Akustik* § 1 und im *Traité d'Acoustique* § 1 von Chladni gegeben worden. In dieser Uebersicht hat er sie aber in den „*Allgemeinen Voraussetzungen*" (Seite 5 bis 8) weit ausführlicher entwickelt, aus Ursachen, die wir im Verlaufe des Werkes näher kennen lernen.

Die Hauptheile der Akustik sind unverändert geblieben. Im *ersten* Hauptheile wird von der *Ton erzeugenden Geschwindigkeit* der Schwingungen gehandelt, und aus dieser Lehre die zu musikalischen Zwecken vortheilhaftesten Tonsysteme entwickelt (Seite 8 bis 14). Dieser Theil ist ziemlich unverändert geblieben.

Im *zweiten* Hauptheile werden im Allgemeinen alle zum Klingen wesentlichen Eigenschaften der Schwingungen jeder einzelnen Körperklasse durchgenommen.

Neuere Entdeckungen machten es unumgänglich nöthig, die Lehre

von den resonirenden Körpern, welche so viele Aehnlichkeit mit der Lehre von den selbsttönenden Körpern hat, mit der letzteren in einem Haupttheile zu vereinigen, und so ist in dem vorliegenden Werke zum *zweiten* Haupttheile, der Klanglehre, die *zweite* Abtheilung „von den mitgetheilten stehenden Schwingungen resonirender Körper“ hinzugekommen (S. 51 bis 57), wovon früher in der *Akustik* nur der § 228, im *Traité d'Acoustique* nur der § 222 im *dritten* Haupttheile[1]) handelte, und die Vorerinnerungen der Klanglehre (S. 14 bis 16) entwickeln den durch die neueren Entdeckungen begründeten Unterschied selbstklingender und resonirender Körper.

Man hat nämlich folgende Unterschiede zu machen:

1. zwischen klingenden Schwingungen und klangfortpflanzenden Schwingungen. (Selbstklingende und resonirende Körper machen klingende Schwingungen, der Nachhall ist eine klangfortpflanzende Schwingung, die eine Zurückwerfung erlitten hat);

2. zwischen klingenden Schwingungen, die von selbst, vermöge der eigenen Elasticität und Gestalt des Körpers — und klingenden Schwingungen, welche vermöge des äusseren Impulses eines benachbarten klingenden Körpers, *fortdauern.* (Die klingenden Schwingungen der ersteren Art heissen selbstklingende, die der letzteren Art resonirende Schwingungen oder mitgetheilte klingende Schwingungen).

Nach dieser Eintheilung können nun die übrigen Merkmale, welche selbstklingende und resonirende Schwingungen unterscheiden, folgen, wie sie Seite 15 und 16 aufgeführt sind.

Resonirende Schwingungen haben nämlich zwar grosse Aehnlichkeit mit selbstklingenden Schwingungen (nicht allein darin, dass sie wirklich tönen, sondern auch, dass sie wirklich stehende Schwingungen — nicht fortschreitende Schallwellen — sind, und selbst Knotenlinien bilden, die man recht schicklich *Resonanzfiguren* nennen kann (S. 56), von welchen letzteren beiden Eigenschaften man bisher meist glaubte, dass sie blos den selbstklingenden Schwingungen eigenthümlich wären); aber „bei manchen Aehnlichkeiten,“ heisst es (S. 15), „ist das Selbsttönen von der Resonanz darin sehr verschieden:

1. dass selbsttönende Körper auch durch Stösse eines nicht selbsttönenden Körpers zum Tönen gebracht werden, und wenn es durch

[1]) Die Lehre von den resonirenden Körpern war in Chladni's früheren Werken darum in den dritten Haupttheil der *Akustik*, die Lehre von der Verbreitung des Schalles, gekommen, weil sie noch nicht gehörig von der Lehre vom Nachhall geschieden war. Der Nachhall ist eine Erscheinung der *Fortpflanzung* des Schalles, indem er durch zurückgeworfene Schallwellen, wie ein Echo, entsteht. Die Resonanz dagegen ist, wie alle klingenden Schwingungen, eine Erscheinung von *durchkreuzenden* Wellen.

einen selbsttönenden Körper geschieht, einen anderen Ton, der ihrer eigenthümlichen Natur gemässer ist, geben; sie tönen auch länger und stärker fort; ein resonirender Körper kann aber nur durch einen selbsttönenden Körper zum Tönen gebracht werden, giebt allemal denselben Ton, wie dieser, tönt auch schwächer (nicht immer), und hört auf zu tönen, wenn dieser aufhört;

2. dass bei selbsttönenden Körpern die ruhig bleibenden Stellen (Schwingungsknoten oder Knotenlinien) immer symmetrisch liegen, und eine grössere Zahl derselben allemal mit einer beträchtlichen Erhöhung des Tones verbunden ist; bei resonirenden Körpern findet aber nicht immer Symmetrie Statt, und die Zahl der ruhig bleibenden Stellen (welche nicht immer eigentliche Schwingungsknoten sind), hat keinen Einfluss auf den Ton;

3. dass zum Selbsttönen eines Körpers erforderlich ist, dass die Breite der durch Stösse erregten Wellen ein aliquoter Teil des Körpers sei, so dass eine und dieselbe Welle bei dem wiederholten Hin- und Herlaufen nach gleichen Zeiten in dieselben Punkte ihrer schon vorher durchlaufenden Bahn zurückkehrt; bei resonirenden Körpern ist aber dieses nicht nothwendig, sondern es reicht hin, wenn sich die von einem selbsttönenden Körper ausgehenden Wellen im resonirenden so durchkreuzen, dass die Kreuzungspunkte, so lange die Erregung neuer Wellen dauert, auf dieselben Stellen fallen."

Nach diesen Vorerinnerungen konnte nun Chladni leicht die Savart'schen Untersuchungen da, wohin sie gehören, einschalten, indem er bemerkte: 1. dass Savart die Knotenlinien als ein Merkmal selbsttönender Körper betrachtet, da sie doch auch bei resonirenden vorkommen. Es musste daher ein grosser Theil von Savart's Untersuchungen in die zweite Abtheilung der Klanglehre (S. 51 bis 57) versetzt werden. 2. dass Savart die Richtung der schwingenden Theilchen als Hauptunterschied der verschiedenen Schwingungsarten ansieht, während eigentlich auf diese Richtung gar nichts ankommt, sondern aller Unterschied auf der Verschiedenheit der Naturkräfte beruht, welche die Schwingungen fortdauern lassen, wie schon in den *„Allgemeinen Voraussetzungen"* (S. 5 bis 8) auseinander gesetzt wurde. Siehe die Note S. 19.

Darauf folgt (S. 20) die Eintheilung „aller möglichen Körper, welche in klingende Schwingungen gerathen können"[1]) in durch Spannung

[1]) So müssen die Worte S. 20, Z. 12 heissen, statt „Alle möglichen klingenden Körper," weil es auch klingende Körper giebt, die gar nicht *schwingen* (durch eigenes Bestreben ihrer Theile, in die Lage des Gleichgewichts zurückzukehren, eine Reihe Stösse hervorbringen), sondern durch eine *äussere* Kraft eine Anzahl Stösse hervorzubringen genöthigt werden, wie die Luft oder das Wasser der Sirene des Baron Cagniard

elastische (z. B. Saiten), durch Druck elastische (z. B. Luft), durch Steifigkeit elastische (z. B. Stäbe).

Die Schwingungen der Saiten, der Membranen und der Luft in Blaseinstrumenten sind (S. 20 bis 28) wie in den früheren Werken behandelt, und nur Savart's Methode, ausgezeichnet schöne Töne durch Vorhalten klingender Körper vor die Mündung einer Orgelpfeife hervorzubringen (S. 23), nachgetragen, desgleichen die Zungenpfeifen S. 27 etwas ausführlicher behandelt[1]).

Zu den Schwingungen gerader Stäbe sind (S. 31 bis 33) Savart's Untersuchungen über die Knotenlinien longitudinal schwingender Stäbe (eine der bedeutendsten Entdeckungen Savart's) hinzugekommen.

Unter den Schwingungen gekrümmter Stäbe hat Chladni (S. 34) seine eigenen Entdeckungen (aus seiner vortrefflichen, auch für die theoretische Akustik so wichtigen Schrift: *„Beiträge zur praktischen Akustik und zur Lehre vom Instrumentenbau,* enthaltend die Theorie und Anleitung zum Bau des Klavicylinders und damit verwandter Instrumente, Leipzig 1821," deren Lesung gewiss auch alle Musikkenner und Freunde zum Theil mehr als das System der Akustik selbst befriedigen wird) eingetragen.

In den Schwingungen der Scheiben und Glocken, über das Beisammensein mehrerer Schwingungsarten und über das Beisammensein schwingender und anderer Bewegungen hat nichts wesentliches nachgetragen oder geändert werden können.

In der zweiten Abtheilung der Klanglehre ist (S. 54) die wichtige Entdeckung Savart's, dass die mitgetheilten klingenden Schwingungen mit den ursprünglichen Schwingungen des selbstklingenden Körpers parallel sind, nachgetragen. Ferner die von Wheatstone entdeckte Erscheinung der abwechselnd starken und schwachen Resonanz, wenn ein selbstklingender Körper durch einen rechtwinkeligen Steg mit dem Resonanzboden verbunden wird. Endlich (S. 56) die von Savart entdeckten sehr merkwürdigen *Resonanzfiguren.*

Im *dritten* Haupttheile, von der Verbreitung des Schalles, (S. 58 bis 70) sind S. 60 und 61 einige Erscheinungen der Interferenz der Schallwellen[2]) nachgetragen.

Latour, wie dies Chladni selbst in einem etwas späteren Aufsatz (in der Leipziger Allg. Mus.-Ztg., 1827, S. 281) sagt.

[1]) Seitdem ist meine Abhandlung über die Zungenpfeifen erschienen, [W. Weber's Werke I, p. 209] deren Resultate Chladni selbst noch (in Kastner's *Archive für die gesammte Naturlehre* Bd. X, 1827, S. 443 bis 460 und in der Leipziger Allg. Mus.-Ztg., 1827, S. 281) bekannt gemacht hat.

[2]) Seit dieser Zeit ist meine *Abhandlung über die Interferenz der Schallwellen* (in Schweigger's Jahrbuch, 1826, III, S. 385 bis 430) [W. Weber's Werke I, p. 64] erschienen.

Endlich im *vierten* Haupttheile, vom Gehör oder von der Empfindung des Schalles, haben keine wesentlichen Aenderungen Statt gefunden.

Ich habe nur die wichtigsten Nachträge und Aenderungen hier mittheilen können. Ueberall sind die Originalabhandlungen sehr genau angegeben, so dass durch diese *Uebersicht* der Schall- und Klanglehre die Brauchbarkeit aller dieser zerstreuten Abhandlungen ausserordentlich erhöht wird, „da man doch nun sieht, wo man über jeden Gegenstand weitere Belehrung finden kann."

Alle Verfasser jener Abhandlungen und alle Freunde der Akustik werden dafür dem Namen Chladni's den *grössten* Dank zollen.

Endlich kommen wir zu dem *Anhange* (S. 73 bis 112) „Ueber naturgemässe und möglichst einfache Entwickelung und Anordnung der Tonverhältnisse", dessen vorzüglichstes Verdienst, ausser dem, der Verbreitung alter, fast verschwundener Irrthümer zu steuern, darin besteht, dass viele wichtige Bemerkungen aus Gfr. Weber's *Theorie der Tonsetzkunst* aufgenommen worden sind.

Er enthält, wie man leicht sieht, eine ausführliche Darstellung des ersten (schon von S. 8 bis 14 kurz entwickelten) Theiles der Akustik.

Es ist hier gleich von vorn herein wohl zu merken, dass dieser ganze Theil der Akustik auf einer einzigen Aufgabe beruht, welche Sauveur im Jahre 1700 (in den *Mémoires de l'Académie de Paris*) zuerst löste. Er hängt nämlich allein von der *wirklichen Zählung* der Schwingungen klingender Körper ab. Nach vollbrachter genauer Zählung der Schwingungen klingender Körper reduciren sich alle Untersuchungen dieses Theiles der Akustik auf einige Rechnungen, über deren Ausführung kein Zweifel Statt finden kann. Zwar kann man dieselben Rechnungen, nachdem die Schwingungen klingender Körper wirklich gezählt worden sind, auch auf die beobachteten Längen einer klingenden Saite gründen, weil man aus jener Zählung der Schwingungen erfährt, dass diese Saitenlängen sich gerade umgekehrt wie die gezählten Schwingungen verhalten; aber in einer wissenschaftlichen Darstellung dieses Theiles der Akustik wird man doch lieber bis auf den wahren Grund zurückgehen, als ihn auf einen unnöthigerweise zugezogenen Satz gründen. Dieser Meinung tritt auch Chladni (S. 8) bei.

Daher wäre es wohl zu wünschen, dass die Methoden, die Schwingungen klingender Körper zu zählen, zu Anfange dieses Theiles der Akustik recht gründlich entwickelt würden. Da aber dieses nirgends gehörig geschieht, so wird es nicht unpassend sein, wenn *ich* sie hier kurz anzeige.

Nämlich es giebt meines Wissens noch jetzt nur drei wesentlich verschiedene Methoden, die Schwingungen eines klingenden Körpers zu zählen:

1. mittelst der von Baron Cagniard Latour erfundenen *Sirene*, welche aus einer durchlöcherten Kreisscheibe besteht, die, um ihren Mittelpunkt gedreht, die Mündung einer Röhre, durch welche Luft oder Wasser getrieben wird, abwechselnd öffnet und verschliesst. Wurde sie $\frac{427}{100}$mal in 1 Sekunde herumgedreht, so musste die durch die Röhre getriebene Luft die äussere Luft 427mal stossen, weil die Kreisscheibe 100 Löcher hatte; und nach Latour's Beobachtungen wurde dann der Ton $\bar{a}$ am genauesten gehört, $\bar{a}$ wurde also durch 427 Stösse in 1 Sekunde hervorgebracht[1]). Auf ähnliche Weise wurden die Schwingungen aller übrigen Töne gezählt, woraus sich dann ihre Schwingungsverhältnisse ergaben;

2. hat Sauveur die Schwingungen eines klingenden Körpers mit Hülfe der Intervalle und der Schwebungen gezählt. Schlägt man auf einer rein gestimmten Orgel eine grosse Terz, z. B. *kontra-C* und *kontra-E*, an, so fällt jede vierte Pulsation des tieferen Tones mit jeder fünften des höheren zusammen, und diese verstärkten Pulsationen bilden Stösse, welche man Schwebungen nennt. Zählt man diese Schwebungen (8 in 1 Sekunde), und multiplicirt sie mit 4, so erhält man die Zahl der Pulsationen, welche *kontra-C* hervorbringen (32 in 1 Sekunde); multiplicirt man sie mit 5, so erhält man die Zahl Pulsationen, welche *kontra-E* hervorbringen (40 in 1 Sekunde). Diese Art, die Schwingungen klingender Körper zu zählen, ist nicht frei von Hypothesen, welche jedoch erfahrungsmässig geprüft werden können;

3. haben Taylor, Euler und Lagrange eine Methode angegeben, die Geschwindigkeit der Schwingungen, durch welche jeder einzelne Ton hervorgebracht wird, *zu berechnen*[2]). Uebrigens sieht man leicht ein, dass es bei dieser dritten *theoretischen* Bestimmungsweise einerlei ist, ob man Saiten oder Stäbe dazu nimmt, und ob man Alles oder nur Einiges der Theorie nach bestimmt (wie Chladni in dem *Traité d'Acoustique*

[1]) Die Leser werden in anderen Schriften gefunden haben, $\bar{a}$ werde durch die *doppelte* Anzahl Schwingungen, nämlich durch 854 in 1 Sekunde, hervorgebracht. — Beide Angaben sind richtig. Die Erfahrung hat nämlich gelehrt, dass zwei einfache Schwingungen oder eine Doppelschwingung (eine Schwingung hin und zurück) zu *einem* Stosse auf das Gehörorgan erforderlich ist, und umgekehrt auch jeder Stoss eine Doppelschwingung vertritt, so dass 427 Stösse so viel ist als 854 einfache Schwingungen. Dasselbe ist auch im Folgenden, bei Sauveur's Methode, zu bemerken. *Kontra-C* oder das 16füssige *C* wird zwar, wie bekannt ist, durch 64 einfache Schwingungen hervorgebracht, aber erst immer je zwei von ihnen bilden *eine* Pulsation. — Jetzt rechnet man allgemein nach einfachen Schwingungen; zu Sauveur's Zeiten rechnete man gewöhnlich nach Doppelschwingungen.

[2]) Ernst Gottfried Fischer hat ein zu diesem Zweck bestimmtes Monochord beschrieben, in seinen *Versuchen über die Schwingung gespannter Saiten*, besonders zur Bestimmung eines sicheren Maassstabes für die Stimmung, Berlin 1824," wovon zu wünschen wäre, dass gute Instrumentenbauer davon in Zukunft rechten Gebrauch machten. (Siehe Leipz. Allg. Mus.-Ztg., 1825, S. 501 bis 511.)

(§ 5) angegeben hat, der den Stab zuerst so lang macht, dass man die Schwingungen zählen kann, und ihn darauf verkürzt, und die dadurch bewirkte Beschleunigung der Schwingungen der Theorie nach bestimmt).

Daraus also, dass man erst seit dem Jahre 1700 die Schwingungen klingender Körper wirklich zu zählen im Stande war, kann man das beurtheilen, was über diesen Theil der Akustik vor Sauveur (oder nach ihm ohne Rücksicht auf diese Zählungen der Schwingungen) geschrieben worden ist. Man stützte sich allein auf die Verhältnisse der Saitenlängen, welche selbst nicht einmal durch ganz genaue Untersuchungen geprüft worden waren.

Nach Vorausschickung der nach diesen drei Methoden angestellten Versuche können nun die Grundbegriffe folgen, welche Chladni (S. 74 bis 78) entwickelt. Alsdann muss der „physische Grund aller Harmonie" angegeben werden (wie S. 78 bis 82), welcher nämlich in der *Annäherung* an bestimmte Schwingungsverhältnisse liegt. Es sind hierbei vorzüglich folgende zwei Sätze hervorzuheben:

1. (S. 77) dass *Konsonanz* und *Dissonanz* nur als relative Begriffe zu betrachten sind, und letzterer daher sorgfältig vom Begriffe der *Diskordanz* unterschieden werden müsse, wie dies in Gottfried Weber's *Theorie der Tonsetzkunst* (1. Aufl. 1. Bd. S. 196 bis 214; — 2. Aufl. § 101 und Anm.) sehr richtig entwickelt worden ist;

2. (S. 96 und 97) dass, jemehr man sich dem gesetzmässigen Schwingungsverhältnisse, wo die Harmonie am vollkommensten ist, nähert. desto vollkommener die Konsonanz werde, und es keinen Unterschied in der Wirkung mache, ob das Schwingungsverhältniss, welches man wirklich hört, durch ganze Zahlen oder nur durch Irrationalzahlen ausgedrückt werden könne; denn es komme nur darauf an, dass die Abweichung an sich so gering als möglich sei.

Nach allen diesen Lehren lassen sich nun die Tonsysteme zusammensetzen, welche am besten zu bestimmten Zwecken der Tonsetzer dienen können. Diese Zwecke der Tonsetzer können nun sehr mannigfach sein. Doch besonders viele der allerwesentlichsten dieser Zwecke scheinen am besten durch ein Tonsystem erreicht zu werden, wo jeder Ton desselben, ohne Ausnahme, näherungsweise folgende Intervalle hat: Oktave, Quinte, Quarte, grosse und kleine Terz, grosse und kleine Sexte. Und ein solches Tonsystem ist wirklich, aber nur auf Eine Weise, möglich. Denn man kann zuerst beweisen, dass zur Erreichung des angeführten Zweckes es am vortheilhaftesten ist, innerhalb einer Oktave 12 Töne zu nehmen. Für diese 12 Töne sucht man dann näherungsweise die Werte der Schwingungszahlen, was Chladni (von S. 82 bis 96) gethan hat. Und für diese angenäherten Schwingungszahlen berechnet man endlich noch solche Korrektionen, welche ihnen

zu den oben genannten Zwecken die grössest mögliche Vollkommenheit verschaffen, welches Chladni (S. 96 bis 105) gethan hat. Alsdann lässt sich nachweisen, dass die Annäherungen der Tonverhältnisse für unser Gehör hinreichend sind (S. 102), und dass überhaupt gerade dieses Tonsystem so ausserordentlich viele und grosse Vollkommenheiten so vereint besitzt, dass es nicht möglich ist, ein Tonsystem aufzustellen, welches in dieser Rücksicht irgend mit ihm verglichen werden könnte. So ergiebt sich z. B. gleich, dass ein Tonsystem, wo jeder Ton die oben genannten Intervalle findet, nothwendig seine Dur- und Molltonleiter habe, u. s. w. Ein so vollkommenes Tonsystem ist daher wohl werth gewesen, von den Tonsetzern besonders berücksichtigt zu werden, und sie haben darin bis jetzt einen solchen Reichthum an Materialien für ihre Zwecke gefunden, dass sie es jetzt allein zu ihren Zwecken gebrauchen, und wohl auch hinfüro gebrauchen werden, da man ohne sehr grosse und wesentliche Vortheile schwerlich die Mühe und Arbeit übernehmen wird, ein anderes Tonsystem mit gleicher Sorgfalt zu durchforschen, und die *Gesetze der Tonsetzkunst für dasselbe* aufzusuchen.

Ich bin der Kürze wegen in dieser Darstellung etwas von Chladni abgewichen, sie läuft aber im Wesentlichen ganz auf dasselbe hinaus. Denn es ist gleichgültig, ob ich zuerst aus den Tönen die Akkorde, aus diesen die Tonleitern und aus diesen endlich das ganze Tonsystem zusammensetze, oder ob ich umgekehrt das ganze Tonsystem ganz unabhängig entwickele, und es darauf in Tonleitern und Akkorde zerfälle.

W. Weber.

XIV.

LEGES OSCILLATIONIS

ORIUNDAE

SI DUO CORPORA DIVERSA CELERITATE OSCILLANTIA ITA CONJUNGUNTUR UT OSCILLARE NON POSSINT NISI SIMUL ET SYNCHRONICE

EXEMPLO ILLUSTRATAE

TUBORUM LINGUATORUM.[1]

DISSERTATIO PHYSICA

QUAM

AMPLISSIMI ORDINIS PHILOSOPHORUM CONCESSU

IN ACADEMIA FRIDERICIANA UTRAQUE HALIS CONSOCIATA

DIE X. MENSIS FEBRUARII CIↃIↃCCCXXVII.

AD VENIAM SCHOLAS ACADEMICAS HABENDI CONSEQUENDAM

PUBLICE DEFENDET

AUCTOR

WILHELMUS WEBER,

PHILOSOPHIAE DOCTOR.

ASSUMTO SOCIO

HENRICO EDUARDO FLOSS,

ELBINGENSI SEMINARII REGII PHILOLOGICI SENIORE.

LITERIS GUILIELMI HAACK.

[1]) [Hierzu Tafel IX.]

CONSPECTUS.

INTRODUCTIO.

§ 1. Causa soni *remotior* semper in corporibus *pulsantibus*, sed non semper in corporibus *per oscillationem pulsantibus* reperitur. — In *tubis linguatis* oscillationes laminae metallicae efficiunt, ut flumen aëris per tubum progrediens periodice intercipiatur. — Instrumenta musica, in quibus aër sonat, ad tres classes redacta.

§ 2. *Instrumentum linguatum.* — Leges hujus instrumenti non mutantur, si foramen brevi cylindro obtegitur. — Tres leges de sono *instrumenti linguati.*

§ 3. *Tubus labiatus.* — *Instrumentum linguatum* cum labiis *tubi labiati* comparatum.

PARS PRIMA.

Consideratio legum et conditionum in universum, secundum quas aër, tubo inclusus, et lamina metallica, diversa celeritate oscillantes, talem mutuum influxum exserunt, ut oscillatio eorum synchronica fiat.

§ 4. Instrumenta musica, quae cum *instrumento linguato* et *tubo linguato* ad unum pertinent genus. — Tres classes methodorum sonos in *tubis linguatis* excitandi. — Ope *instrumenti linguati* tubus utraque extremitate clausus sonare potest.

§ 5. Constructio *instrumenti linguati.*

§ 6. *Tubus linguatus* a lingua nunc in *tubum apertum,* nunc in *tubum tectum* commutatur.

§ 7. Oscillationes utriusque instrumenti in *tubo linguato* conjuncti semper synchronicae sunt, quando *tubus linguatus* sonum profert. — Nunc lingua aëri accommodatur, nunc aër linguae, nunc utrumque invicem.

§ 8. In *tubo linguato* a linguae natura determinatio pendet *octavae* in scala musica, ad quam sonus instrumenti pertinet.

§ 9. Quinque leges de conditionibus, quibus aër linguam cogit, oscillationum numerum ipsi proprium mutare; et contra, quibus conditionibus lingua aërem cogit, numerum oscillationum ipsi proprium mutare; denique, quibus conditionibus utriusque oscillationes mutantur.

PARS SECUNDA.

Expositio legum e periculis, secundum quas aër tubo inclusus et lamina metallica talem mutuum influxum exserunt, ut oscillatio eorum synchronica fiat.

§ 10. Leges ex ordine periculorum exponuntur.

§ 11. *Prima experimentorum series,* simplicitate et numero legum, quas suppeditat, insignis.

No. 1. Tubi diversa longitudine cum *instrumento linguato* conjuncti eundem sonum proferre possunt.

No. 2. Sonus, quem *instrumentum linguatum* pro elasticitate linguae dat, adjunctis tubis, si aër methodis pag. 219 descriptis inflatur, nunquam acutior, sed tantum gravior reddi potest.

No. 3. Si sonus *tubi linguati* sonum linguae accuratissime aequat, duplici tubum inflandi ratione duo soni elici possunt, quorum gravior vel *octava* vel *quarta*, vel *tertia minore* vel alio intervallo, quod his numeris exprimitur $\frac{7}{8}$, $\frac{9}{10}$, $\frac{11}{12}$ etc., ab acutiore distat.

No. 4. Hi soni diversa inflandi ratione prolati sonorum sunt limites e *tubo linguato* proferendorum: alter sonus est limes altior, alter limes gravior.

No. 5. Tubi longitudine admodum diversi, cum eodem *instrumento linguato* conjuncti, tum tantum unum eundemque sonum edunt, quum pars, qua alter alterum longitudine superat, tam magna est, ut ipsa, si sola et apertis finibus oscillet, eundem sonum, quem totus *tubus linguatus*, edat.

§ 12. Experimenta Fig. 15 ante oculos proposita. — Experimentorum notis musicis expressorum tabula I E tabula II quinque illae leges No. 1 usque No. 5 singulae probantur.

§ 13. *Secunda experimentorum series*, sonorum altitudine accuratius definita insignis.

No. 6. Columna aëris in *tubo linguato* per nodos in sectiones separatim oscillantes divisa est. Sectio tubi inter nodum ultimum et finem tubi lingua carentem posita dimidiam habet longitudinem ceterarum; ad extremitatem tubi, cui lingua affixa est, sectio posita est, cujus magnitudo saepissime ceteras sectiones oscillantes aequat, nonnunquam vero tam brevis est, quam dimidia sectio, nunquam brevior.

No. 7. Si sonus *instrumento linguato* proprius per additum tubum plus quam intervallo unius *secundae* deprimitur, *tubus linguatus* $\frac{1}{2}$, $1\frac{1}{2}$, $2\frac{1}{2}$ cet. longior est, quam *tubus apertus*, eundem sonum tanquam sonum fundamentalem edens. — Experimenta secundae seriei in Fig. 16 ante oculos proposita. — Tabula III experimentorum notis musicis expressorum. — E tabula IV duae illae leges No. 6 et No. 7 stabiliuntur.

§ 14. *Tertia experimentorum series* amplitudine et nodorum numero, quibus columna aëris in sectiones separatim oscillantes dividitur, insignis. — Discrimen inter sonos aliquotos et sonos harmonicos.

No. 8. Sonos harmonicos *tubus linguatus* proferre nequit.

No. 9. Si *tubus linguatus* ea est longitudine, ut duos sonos, vel *octavam*, vel *quartam*, vel *tertiam minorem* formantes edere possit, hi duo soni non sunt soni harmonici, sed quisque eorum alia oscillandi ratione profertur, depressior nimirum, si *tubus linguatus* legem *tuborum tectorum* sequitur, et acutior, si *tubus linguatus* legem *tuborum apertorum* sequitur.

Experimenta tertiae seriei in Fig. 17 ante oculos proposita. Tabula V experimentorum notis musicis expressorum. — E tabula VI leges duae No. 8 et 9 confirmantur.

§ 15. *Quarta experimentorum series*, in qua absolutus oscillationum numerus, quo quisque singulus sonus *tubi linguati* proferebatur, ope monochordii accuratissime constituebatur.

No. 10. Si *tubum linguatum* in partes aequales dividis, ea quidem longitudine, quam *tubus apertus*, sonum linguae proferens, habet, sique restat *pars minor* quam dimidia illa longitudo, non admodum erras, si sonum *tubi linguati* aequalem sumis sono linguae, eoque minus erras, quo minor illa pars restans est.

No. 11. Sin autem *pars major* quam dimidia illa longitudo restat, non admodum erras, si sonum *tubi linguati* secundum legem *tuborum tectorum* constituis, ita, ut e sonis, quos *tubus tectus* longitudine *tubi linguati* edere potest, eum eligas, qui est gravior quam sonus linguae, simul vero huic proximus. Haec lex eo minus fallit, quo major illa pars restans est.

Experimenta quartae seriei in Fig. 18 ante oculos proposita. — E tabula VII experimentorum duae leges No. 10 et 11 probantur.

§ 16. *Lex generalis*, qua sonus cujusque *tubi linguati* methodo pag. 219 descripto excitatus constitui et praedici potest, et signis analyticis et verbis expressa.

§ 17. Indicantur *leges generales*, quibus sonus cujusque *tubi linguati*, alia methodo excitatus constitui et praedici potest. Experimenta, quibus hae leges, quae hoc loco tantum indicari possunt, probantur, alio loco exponentur. — Denique omnes leges *tuborum linguatorum* diversis rationibus sonantium una formula comprehenduntur. — Adnotationes de omnibus his legibus.

Conspectus tabularum hoc libello comprehensarum.

Tabula I, pag. 233, et Tabula II, pag. 234, et ad finem libelli et *Figurâ* 15 probatur, si *instrumentum linguatum* cum tubis diversae longitudinis conjunctum, eundem semper sonum prodat, discrimina longitudinum *tubi linguati* semper esse multipla quaedam *tubi* in utroque fine *aperti*, eundem sonum tanquam sonum fundamentalem prodentis.

Tabula III, pag. 237, et Tabula IV, pag. 238, et *Figurâ* 16 probatur, et longitudinem *tubi linguati* in sonis, a sono linguae (si haec separatim oscillet) remotioribus, multiplum esse quoddam longitudinis *tubi aperti* eundem sonum tanquam sonum fundamentalem proferentis, addita dimidia ejusdem parte.

Tabula V, pag. 241, et Tabula VI, pag. 242, et ad finem libelli et *Figurâ* 17 probatur, quemque duorum sonorum, qui nonnunquam ex eodem *tubo linguato* elici possunt, ad seriem sonorum aliquotorum propriam quandam pertinere.

Tabula VII, pag. 247, et *Figurâ* 18 comparantur numeri experimentorum cum numeris e legibus No. 10 et 11 pag. repetitis.

INTRODUCTIO.

§ 1.

De causis soni, et de instrumentis musicis, in quibus aër sonum gignit, in tres classes redigendis.

Causa soni in universum partim in Organo auditus posita est, et *causa* soni *interna* appellatur, partim a motu corporum externorum aurem circumdantium pendet, et *causa* soni *externa* appellatur. Proxima soni causa externa motus est aurem ipsam attingens et percellens, nempe series undarum, i. e. oscillationum progressivarum, percussiones propagantium; causa vero undarum illarum, i. e. percussiones, quae excitaverunt undas, causa soni remotior est. Si oscillationem appellamus cursum et recursum particularum corporis *contentione ad aequilibrium restituendum ortum,* facile intelligitur, *remotam* soni causam non semper in oscillatione positam esse, proximam vero semper *progressiva* oscillatione contineri[1]). Insecta v. c. quaedam volantia motu alarum sonum certae altitudinis proferunt; alae vero neutiquam vi ipsis insita, earumque partes ad aequilibrium repellente agitantur, sed vi *extra alas* posita, musculorum nimirum et nervorum. *Remota* igitur soni causa semper in corporibus *pulsantibus,* sed non semper in corporibus *per oscillationem pulsantibus* reperitur. Jam vero, quia oscillatione fixa semper pulsationes isochronae, eaeque saepe celerrimae, excitantur, oscillationes fixae aptissimae sunt ad sonos certae altitudinis clare proferendos. Alii corporum motus haud facile modo tam aequabili et regulari repetuntur, ideoque

[1]) Discernendum est inter oscillationem *progressivam,* et *fixam.* Undae in aqua commota oriundae, et undae soni propagati, oscillatione progressiva oriuntur. Motus chordae, aut aëris in tubo, sonum gignens, oscillatio fixa dicitur. Oscillatio *progressiva* v. c. aëris locum habet, si particulis aëris *successive* motus oscillatorius communicatur, ita ut vicinae aëris particulae oscillationem quamque sibi communicatam successive incipiant et finiant. Oscillatio enim propagari et progredi videtur. Complexio omnium particularum ab uno eodemque percussu propagato simul commotarum et oscillantium *unda* dicitur. Oscillatio *fixa* haec est, ubi omnes particulae corporis v. c. aëris tubo inclusi oscillationem *simul* incipiunt et finiunt et hoc modo saepius repetunt. Hic complexio particularum simul oscillantium (unda) non progreditur. Vide Wellenlehre auf Experimente gegründet von den Brüdern E. H. Weber und W. Weber, Leipzig 1825, p. 3. [W. Weber's Werke V.]

facilius strepitum quam sonum certa altitudine distinctum efficiunt. Sunt tamen aliqui motus, quibus sine oscillatione pulsus isochroni celerrimi proferuntur. Huc pertinet motus continuus corporis aequalibus intervallis interceptus vel *impedimento periodice ipsi objecto*, vel *impedimento constanti a corpore periodice superato.* Exempli causa flumen aut aquae aut aëris periodice et regulari modo interceptum sonum certae altitudinis in instrumento musico, a *Caignard Latour* invento et *Sirena* ab eo appellato, profert. Vid. Fig. 1. — Sirena enim ita constructa est, ut continuum aëris flumen, per parvum foramen emissum, periodice regulari modo intercipiatur. Tegitur enim foramen illud disco horizontali, prope circumferentiam locis aeque invicem distantibus perforato. Discus circa axem rotatus foramen nunc claudit, nunc aperit. Aperit enim, si locus ejus perforatus cum foramine convenit, et claudit, si locus non perforatus foramen illud tegit, per quod flumen emittitur. Flumen igitur eo saepius certo temporis spatio intercipitur, quo celerius discus circa axem rotatur et quo plura foramina disco sunt incisa. Flumen interceptum, si per foramen prorumpit, aërem percellit externum, itaque, si uno minuto secundo saepius quam sedecies[1]) prorumpit, hae percussiones, tam celeriter repetitae, sonum efficiunt. Ex hoc instrumento idem sonus profertur, sive flumen aëris foramen permeat, sive flumen aquae, celeritate scilicet disci non mutata. Simili modo sonus certae altitudinis profertur, si acies corporis rigidi in corporis superficie, cui lineae parallelae, aeque distantes, sibique satis vicinae impressae aut insculptae sunt, uniformiter et celeritate constante movetur. Acies enim, cuius motus impedimento, a lineis insculptis orto, intercipitur, superficiem illam et aërem totidem percellit, quoties a lineis in motu impeditur; itaque sonus eo acutior profertur, quo celerius acies movetur, eo magis distinctus et clarus est, quo aequaliore celeritate acies movetur, et quo magis distantiae linearum in superficie insculptarum sibi aequales sunt. Eadem soni causa est, quae diruptione successiva et aequabili telae e filis sericis subtilissimis contextae oritur. Quot enim paribus temporis intervallis singula telae fila rumpuntur, tot aër disruptionibus percellitur. Cum his sonum ciendi rationibus illa comparari potest, quum digitus in tabula lignea admodum laevi promovetur. Motus enim digiti *adhaesione nunc impeditus, nunc impedimentum superans,* tabulam periodice et tam celeriter percellit, ut sonus ingratus quidem, altitudine tamen certa insignis oriatur. Hae pulsationes digiti non auribus solum, sed etiam tactu digiti ipsius sentiuntur. Simili modo si aciem instrumenti ferrei, *radulae*[2]), super planum

[1]) Pro diversitate aurium triginta vel triginta duo oscillationes simplices uno minuto secundo peractae sonum gravissimum efficiunt. Duae autem oscillationes simplices constituunt pulsum.

[2]) Hoc instrumentum a sculptoribus germanice appellatur *„der Schaber"*.

tabulae aeneae admodum laevis traducimus, pulsationes aciei nonnunquam inde ortae sonum auribus perceptum, certa altitudine excitant, postea oculis etiam radulam lineas parallelas multas sibi proximas, paribus fere intervallis distantes, aeri incidisse cernimus, hocque modo numerum pulsationum perspicimus. Acies enim in motu a tabula aenea iterum iterumque impedita tabulae has lineas parallelas insculpsit, quae sibi eo magis vicinae sunt, quo altior sonus fuit, et quo minor celeritas aciei. Hi soni plerumque impuri sunt. Ut motu continuo periodice impedito puri soni oriantur, curandum est, ut obstaculum plane regulariter et sine strepitu redeat, quod optime corporibus oscillantibus, motum impedientibus efficitur, v. c. lamina metallica in *tubis linguatis* oscillante. Vid. Fig. 8. In hoc enim instrumento flumen aëris per tubum progrediens a lamina metallica oscillante, aditum tubi tegente, aequalibus periodis intercipitur. Lamina enim oscillans aditum tubi nunc claudit, nunc aperit. Admodum errat, qui laminam oscillantem ipsam sonum immediate proferre credit. *Tubi linguati* enim, quoad causam soni, oppositi sunt *tubis labiatis*. In *tubis* enim *labiatis* Fig. 7 flumen aëris, apud *a* in tubum intrans, per rimam inter duo labia *b c* propulsum, impedimentum, adhaesione aëris ad labia oriundum, periodice superat, ideoque pulsibus celeriter repetitis propellitur. Hi pulsus in aëre stagnante tubi *b c d* oscillationes fixas excitant, ita, ut sonus proxime ab his oscillationibus, non a flumine intercepto, pendeat. In *tubis linguatis* contra oscillationes fixae linguae seu laminae metallicae efficiunt, ut flumen aëris per tubum progrediens periodice intercipiatur, ita, ut sonus a flumine intercepto, non ab oscillationibus linguae exeat. Omnia instrumenta musica, in quibus aër sonum gignit, ad tres possunt referri classes, quarum

Prima ea instrumenta continet, in quibus *columna* aëris *stagnantis oscillatione fixa* sonat, quae a *flumine* aëris, constans quoddam impedimentum periodice superante, excitatur. Huc *tibiae* et *tubi labiati* referendi sunt.

Altera classis ea instrumenta continet, in quibus *flumen* aëris non oscillatione fixa, sed tantum *pulsando* sonat, dum impedimento periodice objecto, oscillatione nimirum fixa laminae elasticae vicinae, periodice intercipitur, et sic pulsare cogitur. Huc *instrumenta linguata*, vid. Fig. 2 et § 2, *sibilatio* cum ore et fortassis vox humana, pertinent.

Tertia denique classis ea instrumenta comprehendit, quibus aër *utroque modo* eundem sonum profert, simul *oscillatione* sua fixa et *pulsibus* fluminis sui intercepti. Huc referendus est *tubi linguati*[1]), et instrumenta sermone patrio *Oboe, Fagott,* et *Clarinette* dicta.

[1]) *Instrumentum linguatum*, quod paragrapho 2 describetur, discernimus a *tubo linguato*. Fig. 2 *instrumentum linguatum*, Fig. 8 *tubum linguatum* monstrat, i. e. tubum, cujus altera extremitas *instrumento linguato* instructa est, et qui simul tam

Quanquam instrumenta musica permulta atque maxime usitata ad tertiam instrumentorum classem pertinent, leges tamen, secundum quas sonos proferunt, earumque theoria omni fere ex parte latent. Operae pretium esse igitur arbitratus sum, simplicissimum instrumentum tertiae classis eligere, causasque sonorum ab eo productorum scrutari, *instrumenta* nempe *linguata cum tubis conjuncta*. Priusquam igitur de effectu *instrumentorum linguatorum cum tubis conjunctorum* disseram, de sonis *instrumentorum linguatorum* separatim, nec non de sonis *tuborum labiatorum* sigillatim nonnulla praemittenda erunt.

§ 2.

De sonis instrumentorum linguatorum.

In tabula aenea crassiore Fig. 2 *abc* foramen *def* rectangulum perpendiculariter incisum est, in cujus alterutro fine *f* extrema pars laminae metallicae *ghf* admodum tenuis et rectangulae illi tabulae firmissime affigitur. Magnitudo et forma hujus laminae ita magnitudini et formae foraminis respondet, ut lamina hoc claudere possit, marginibus ejus intactis, itaque impulsa libere oscillare, simul vero aëri transitum ab altera tabulae superficie ad alteram praecludere. Extremitas hujus laminae non affixa paululum ita flexa est, ut, si lamina quiescat, foramen non omni ex parte claudatur; contra vero, si lamina oscillando foramini admoveatur, perfecte occludatur, ita, ut, si lamina oscillat, aëri transitus per foramen periodice praecludatur et aperiatur, et sic flumen aëris per foramen penetrare conans periodice intercipiatur.

Leges hujus instrumenti non mutantur, si foramen rectangulum tabulae aeneae sirevi cylindro obtegitur, cujus extremitas anterior clausa est, ut Fig. 3 et 4 indicat. *aelk* est tabula aenea foramine rectangulo instructa, in cujus fine *gh* lamina metallica firmissime affixa est. In superficie inferiore tabulae aeneae *aelk* semicylindrus *abcdef* agglutinatus et ferruminatus est, cujus extremitas anterior operculo *abcde* clausa est. Hic tubus tabulae aeneae hoc modo applicatus nullam habet vim in proferendo sono et in determinanda ejus altitudine, sed inservit solum, ut flumen aëris per rimam inter laminam et tabulam aeneam facilius et rectius mitti possit. Omnis enim capsula *abcdef*, quam format instrumentum linguatum cum applicato semicylindro, ori vel

longus est, ut columna aëris a tubo inclusa vim in sonum gignendum habeat. Tubi igitur *instrumento linguato* instructi, quorum columna aëris ob brevitatem nullam vim in sonum gignendum habet, pro *instrumentis linguatis* habendi sunt. Intelleximus enim periculis sonum talis *tubi* brevissimi *linguati* non mutari, si dimidia tubi pars secundum longitudinem ejus absecatur, itaque tubus secundum totam longitudinem aperitur et in semi-cylindrum mutatur.

cistae ventum moventi includitur, ita, ut ventus tantum ex orificio f exire possit.

De sono *instrumenti linguati,* ejusque productione hae tres valent leges:

1. Experientia docet, sonum, qui ab *instrumento linguato* edatur, non mutari, etiamsi foramen tabulae aeneae latitudine et longitudine laminam elasticam paulisper superet, ita, ut inter tabulam et laminam rima intersit. Quo major est rima, eo difficilius est, sonum proferre, eo minus ejus fortitudo vel augeri vel minui potest. Altitudo vero immutata manet.

2. Altitudo soni non pendet a celeritate fluminis aëris, sed a sola vi elastica et longitudine laminae, eodem modo, quo altitudo soni laminae separatim oscillantis inde pendet. Itaque sonus in *instrumento linguato* per flumen aëris excitatus, et sonus laminae metallicae separatim oscillantis altitudine plane aequali sunt. V. c. lamina $12\,{}^1/_2'''$ longa, $2\,{}^1/_2'''$ lata, ${}^1/_5'''$ crassa, alterutra extremitate firmiter infixa, separatim oscillans sonum $\overline{g}$ edidit. Si sexta ejus pars abscinderetur, secundum legem laminarum oscillantium[1]) sonum inter $\overline{\overline{cis}}$ et $\overline{\overline{d}}$ edere debebat, atque edidit. Si eadem lamina, antequam abscindebatur, foramini tabulae aeneae infigebatur, flumine aëris, per foramen misso, item sonus $\overline{g}$ eliciebatur, itemque sonus inter $\overline{\overline{cis}}$ et $\overline{\overline{d}}$, postquam sexta laminae pars abscissa erat. Quod experimentum ut recte succedat, utraque laminae superficies eo loco, quo infigitur, inter duos margines magna vi comprimenda est, ne affixa laminae pars simul oscillet, sonique altitudinem mutet. Quare compressi laminam cum tubo affixo, ope parvi *retinaculi (Schraubstock, étau)* in hoc experimento instituendo, ut indicavi Fig. 5. In *theoria undarum* a fratre et me edita pag. 524 nonnulla experimenta de effectu laminae paulisper contractae in *instrumentis linguatis* narravimus. Quod autem illa *instrumenta linguata* sic erant constructa, ut non utraque laminae superficies eo loco, quo figebatur, comprimeretur, sed una tantum exterior, effectum est, ut sonus laminae et *instrumenti linguati* aliquantum gravior esset, quam in hac laminae brevitate debuisset. Delineavi *instrumentum linguatum* in illis experimentis a fratre et me adhibitum Fig. 6, ubi conspicis, laminam ab una tantum parte per trabeculam g figi, quae ipsa per cochleam h moveri poterat.

3. Quanquam duo illi soni laminae separatim oscillantis et *instrumenti*

[1]) Si longitudines duarum laminarum materiâ et crassitudine aequalium sunt ut 5 : 6, numeri oscillationum laminarum sunt ut 36 : 25, quae ratio oscillationum intervallum indicat $\overline{g} : \frac{\overline{\overline{cis}}}{\overline{\overline{d}}}$ paulisper minorem quam *quintam.* Cfr. Euler, in Actis Petropolitanis, pro anno 1779, pars I. pag. 139.

linguati altitudine nihil differunt, facillime tamen doceri potest, sonum, in *instrumento linguato* per flumen aëris excitatum, non a lamina oscillante, sed a flumine aëris periodice intercepto edi. Sonus enim *instrumenti linguati* fortissimus est, et clangore peculiari plane differt a sono laminae metallicae separatim oscillantis. Sin autem lamina ejusdem *instrumenti linguati* percussu corporis rigidi oscillat, sonus tam lenis nascitur, ut ab aure aliquot pedes distante audiri nequeat. Non autem est, quod lamina oscillans sonos et fortitudine et clangore plane diversos edat, si ad oscillationem vel flumine aëris vel corpore rigido sit incitata. Ex quibus omnibus intelligitur, neque aërem per foramen tabulae aeneae fluentem, neque laminam metallicam *oscillatione fixa* sonare, sed flumen aëris per foramen penetrans tantum *pulsando* sonare, dum oscillatione laminae periodice intercipiatur et condensetur, et periodice transmittatur et extendatur, sicque aërem externum pulsibus percellat, qui sonum constituunt.

§ 3.

De sonis tuborum labiatorum.

Tubus labiatus duabus constat partibus, altera tubus cylindricus est aëre stagnante repletus, Fig. 7, *bcd*, qui oscillatione fixa sonare potest, altera tubus conicus est *abc*, in quem flumen aëris per aperturam *a* intrat, et e quo idem flumen per rimam *bc* exit. Hoc flumen adhaesione aëris ad margines rimae *bc* periodice in cursu impeditur, periodice vero hoc impedimentum, aucta densitate et impetu suo, superat. Haec conica pars igitur tubo ideo addita est, ut flumen aëris per rimam *bc* prodiens, periodice interceptum, intermissionibus suis et pulsibus aërem in tubo *bcd* percellat, hocque modo *oscillationem fixam sonantem* in hoc aëre excitet. Conica igitur haec pars eundem usum habet in *tubo labiato,* quem arcus *Violinae* ad sonos *Violinae* excitandos. *bcd* est tubus, cujus aër sonat, *abc* est tubus, cujus aër sonum elicit. Aërem sonantem in tubo *bcd* stagnare flamma indicatur, quae orificio *d* admota non inflectitur.

De sono *tubi labiati,* ejusque productione hae valent leges:

1. Aër tubo *bcd* inclusus aut totus oscillare, aut *nodis (Schwingungsknoten, noeuds de vibration)* in 2, 3, 4 aut plures partes divisus oscillare potest. Soni, quos aër in plures partes separatim oscillantes divisus edit, semper harmonicam habent relationem ad illum sonum, quem aër tubi non divisus edit.

2. Flumen aëris e rima *bc* prodiens non potest in aëre tubi *bcd* alios sonos elicere, nisi illum sonum fundamentalem, quem secundum leges physicas totus aër tubo *bcd* inclusus pro longitudine et ambitu suo edere potest, aut sonos harmonicos, quos idem tubus divisione aëris

in plures sectiones oscillantes proferre potest, neutiquam vero sonos, qui inter sonum fundamentalem et sonos harmonicos intersunt.

3. Num ex aëre tubo *bcd* incluso sonus fundamentalis, an certus alius sonus harmonicus eliciatur, pendet a numero intermissionum, quas flumen aëris e rima *bc* prodiens patitur, qui quidem major est, si, in eadem celeritate fluminis, rima angustior, aut si, in eadem rimae amplitudine, flumen celerius. Is nimirum sonus elicitur, *cujus numerus oscillationum numero intermissionum aëris e rima bc effluentis optime respondet.*

4. Inde intelligitur, rimam *bc tubi labiati* similem effectum proferre, quem *instrumentum linguatum*, flumen nimirum aëris per aperturam penetrans intercipiendi, sed tam exiguum, ut pulsationes fluminis aëris inde oriundae ipsae sonum clarum et perspicuum proferre nequeant, sed tantum idoneae sint ad oscillationem sonantem in aëre tubi *bcd* commovendam.

Quaeritur igitur, quid efficiatur, si *instrumentum linguatum* cum *tubo* conjungatur, i. e. duo instrumenta musica componantur, quorum alterum per intermissiones in flumine aëris productas, alterum per oscillationes fixas sonat. Haec vero instrumenta composita tertiam classem instrumentorum, in quibus aër sonat, constituunt.

PARS PRIMA.

Consideratio legum et conditionum in universum, secundum quas aër, tubo inclusus, et lamina metallica, diversa celeritate oscillantes, talem mutuum influxum exserunt, ut oscillatio eorum synchronica fiat.

§ 4.

Nunc simplicissimam *instrumenti linguati* cum *tubo* conjunctionem contemplabimur. Quia enim in permultis instrumentis ejus generis *(Oboe, Klarinette, Fagott) instrumentum linguatum* imperfectius est, aut plane abest, dum labia oris humani vices ejus agunt (in cornibus — *Waldhorn, Posaune, Trompete*), quia porro tubus per oscillationem sonans in his instrumentis aut perforatus aut incurvatus est, aut amplitudine inaequalis, leges, quibus haec instrumenta e *tubis* et *instrumentis linguatis* composita subjecta sunt, difficiliores erunt ad eruendum.

Tubus vero cum *instrumento linguato* diversis modis conjungi potest, itemque diversis modis flumen aëris in *instrumentum linguatum* et in tubum intrare et inde exire potest. Omnes casus hac diversitate oriundi in tres redigere classes licet. Dictum est supra, pag. 215, extremitatem

liberam laminae seu linguae *instrumenti linguati* Fig. 2 paulo ita flexam esse, ut, linguâ quietâ, apertura tubi, quam tegit, aperta sit. Jam vero flumen aëris aut ita excitatur, ut linguam versus aperturam tubi *deprimere*, et sic hanc aperturam claudere tendat, quod elasticitate linguae impeditur, quae linguam ad illum situm quietum reducere nititur; aut flumen ita movetur, ut linguam, cujus extremitas libera ab apertura tubi paululum jam remota est, magis adhuc *removeat*, ita, ut tubus, cujus foramen, lingua quiescente, jam apertum est, magis adhuc patulus fiat. In prima classe methodorum sonos excitandi, tubus saepius eas in oscillando leges sequitur, quae pertinent ad tubos, quorum alterutra apertura clausa est. In altera classe methodorum sonos e *tubis linguatis* eliciendi, tubus saepius eas in oscillando leges sequitur, quae ad tubos pertinent, quorum utrumque foramen apertum est. Tertia denique classis utrique priori opposita est; in illis enim flumen aëris totum tubum *permeat*, in hac vero *non* item.

Classis prima methodorum sonos in tubis linguatis excitandi, in quibus flumen aëris linguam in foramen instrumenti deprimit, idque claudere tendit.

Casus primus. Fig. 8, *instrumento linguato* cf tubus yz applicatur, et cera Hispanica firmiter agglutinatur, hoc modo, ut pars linguata instrumenti extra tubum posita sit, non tubi cavitate contineatur. Linguata haec pars ori aut alii venti receptaculo ita immittitur, ut lingua non tangatur, flumen aëris autem ex ore aut venti receptaculo sub *lingua* intrare et ex altera tubi extremitate exire cogatur, quod venti iter Fig. 8 telorum directione indicatum est. Flumen aëris hac ratione linguam in foramen deprimit, sicque ab initio foramen claudit; mox vero linguae elasticitas, quae ipsam ad situm quietum reducere conatur, ventum superat, linguam reprimit, tubum aperit, vento introitum in tubum parat sicque pressionem venti imminuit, ideoque, vento non amplius obstante, ultra situm quietis reflectitur, et sic oscillando tubum periodice claudit et aperit, flumenque totidem intercipit. Flumen, dum intercipitur, condensatur, et, si tubus aperitur, vi magna in eum irruit, aërem tubo contentum percellit, oscillationemque ejus fixam movet. Hac oscillatione autem fixa aër tubo comprehensus nunc condensatur, nunc extenuatur. Quae aëris in tubo extenuatio et condensatio et ipsa liberam linguae oscillationem impedire potest. Si enim aër tubi prope aperturam, quam lingua tegit, eo temporis momento condensatur, quo lingua in aperturam deflectitur, aut si aër eodem in loco eo temporis momento extenuatur, quo lingua antea in aperturam depressa reflecti incipit, uterque hic motus aut retardatur aut plane impeditur. Si contra aër tubi prope aperturam, quam lingua tegit, eo temporis momento extenuatur, quo lingua in aperturam deflectitur, aut si aër eodem in loco eo temporis

momento condensatur, quo lingua antea in aperturam depressa reflecti incipit, uterque hic motus acceleratur. Hinc fit, ut oscillationum celeritas ab elasticitate et mobilitate linguae pendens vario modo immutari possit. Ut motus linguae oculis contemplari possint, necessarium est, linguatam partem non ori, sed tubo vitreo ampliori immittere, interstitium orificii, in quod pars linguata immissa est, explere et claudere et per alterum finem tubi vitrei aërem inflare.

Casus secundus. In eodem instrumento Fig. 9 delineato ventus opposito modo excitari potest. Si enim extremitas tubi z ori immittitur, aërque tubi sugendo extenuatur, aër densior partem linguatam extrinsecus circumdans in spatium tubi aëre tenuiore repletum intrare cogitur, modoque supra descripto linguam ad oscillationem impellit et aërem tubi periodice percellit. Si pars linguae affixa ab utraque superficie comprimitur, sicque plane immobilis redditur, ut indicatum est Fig. 5, iidem soni hic sugendo excitantur, qui in casu primum enarrato aërem inflando proferuntur. Simul tremores linguae oculis patent. Si vero pars linguae affixa in externa superficie apprimitur, ideoque paulisper in cavum tubi inflecti potest, quod indicatum est Fig. 6, hac sonos excitandi methodo soni paulo graviores eliciuntur, quam illi, qui ex eodem instrumento aëre inflato excitantur.

Casus tertius. Fig. 10. *Instrumentum linguatum* in tubum ampliorem ita immittitur, ut linguata pars tubo contineatur, tubumque non tangat; spatium inter hunc tubum et *instrumentum linguatum* materiâ quadam expletur et sic clauditur. In alterum tubi finem ori immissum aër inflatur, qui linguam ag tubo inclusam commovet, singulisque pulsibus in *instrumentum linguatum* intrat et per finem ejus exit. Hic casus hac re diversus est ab antecedentibus, quod oscillationes in tubo yz exortae opposito modo oscillationem linguae impediunt. Hoc enim in casu aër in tubo yz densior factus linguam in cavitatem *instrumenti linguati* deprimit, quum in casibus prioribus aër in tubo yz densior factus linguam e cavitate *instrumenti linguati* expellebat, et contra, aër in tubo yz oscillatione extenuatus linguam ex apertura *instrumenti linguati* expellit, quum in casu supra dicto aër extenuatus tubi yz Fig. 8 et 9 linguam in aperturam *instrumenti linguati* intrahat. Quae quidem diversitas vim aliquam habet in mutandis sonis.

Classis altera methodorum sonos in tubis linguatis excitandi, in quibus nimirum flumen aëris linguam ab apertura instrumenti linguati reprimit.

Casus quartus. *Instrumento linguato* Fig. 11, cf tubus yz cera Hispanica firmiter agglutinatur, hoc modo, ut pars linguata instrumenti extra tubum posita sit. Finis tubi z ori aut alii venti receptaculo immittitur. Intrat igitur ibi flumen aëris, qui in parte linguata sub lingua

exiens linguam *ab* magis ab apertura reflectit, quam in quieto situ reflexa est. Oscillat igitur lingua tubumque alternatim claudit, hocque modo fluminis exitum periodice cohibet, ita, ut, aëre in tubo alternatim retento, condensatio aëris oriatur, quae oscillationem aëris tubo inclusi efficit, quae motum oscillatorium linguae modo pag. 219 descripto moderatur. Oscillatio linguae et aëris tubo inclusi se invicem ita mutant, ut nova oscillatio intermedia utrique communis oriatur. Ita ventus aequalibus intervallis per aperturam instrumenti expulsus eundem sonum profert, quem aër in ipso tubo *yz* oscillans.

Casus quintus. Si extremitas linguata instrumenti modo descripti ore excipitur, linguâ intactâ, et reducendo aut sugendo aër ore contentus extenuatur, densior aër tubo contentus per aperturam sub lingua in os exire tendit, sicque linguam ab apertura amovens linguae oscillationes ciet. Soni hinc excitati easdem leges sequuntur, quas in casu praecedente, i. e. saepius eas, quas soni in tubo, cujus utraque extremitas aperta est. Cfr. Fig. 12.

Classis tertia methodorum sonos in tubis linguatis excitandi, in quibus nimirum flumen aëris tubum plane non permeat.

Casus sextus. Si Fig. 13 *instrumentum linguatum* tubo infigitur, cujus altera extremitas *z*, digito apposito, omnino clauditur, et pars linguata, intactâ linguâ, ore recipitur, aërque inflatur, flumen aëris a lingua oscillante intercipitur, oscillationesque aëris tubo contenti movet, quae alias plane leges sequuntur, quam oscillationes tubi fig. 8 delineati, digito non tecti. Leges enim oscillationis saepius cum iis conveniunt, quae secundum theoriam in tubo locum habent, qui *in utraque extremitate clausus est.* Hae vero leges eaedem sunt, quas oscillationes tubi in utroque fine aperti sequuntur. Admodum memorabilis est haec methodus propter hunc effectum, nempe, ut tubus in utroque fine clausus sonos edat.

Quas diversas sonum proferendi rationes, ut uno quasi intuitu facile perspicere possimus, paucis verbis repetamus.

Sonus in *tubo linguato* excitatur,

1. si flumen partem linguatam *claudere* tendit, linguam a parte *exteriore* premendo, Fig. 8.

2. si flumen tubum *claudere* tendit, linguam a parte interiore trahendo, Fig. 9.

3. si flumen partem linguatam *claudere* tendit ab aëre oscillante extrinsecus circumdatam, Fig. 10.

4. si flumen linguatam tubi partem *aperire* tendit, linguam a *parte interna* premendo, Fig. 11.

5. si flumen linguatam partem *aperire* tendit, linguam a superficie *externa* trahendo, Fig. 12.

6. Si flumen linguatam tubi partem *claudere* tendit clauso simul altero tubi fine, Fig. 13.

Quum longum sit, theoriam sonorum omnibus his modis excitatorum hac dissertatione exponere, et quum haec disquisitio integra una cum pluribus aliis disquisitionibus acusticis proxime edenda sit, *hoc in libello non nisi theoriam sonorum prima methodo prolatorum tradam*, et maxime tantum memorabilia quaedam, quae in reliquis methodis sonum eliciendi inventa sunt, paucis adjiciam.

§ 5.

Tubus linguatus, cujus sonandi rationem inquirere studuimus, duobus, ut supra dictum est, constat instrumentis musicis, *instrumento linguato*, quod oscillatione linguae flumen aëris intercipiendo sonat, et *tubo*, oscillatione aëris sonante, quorum instrumentorum si quodque diversa celeritate oscillat, oscillationes ita se impediunt, et coërcent, ut oscillatio quaedam intermedia oriatur. Ut haec actio et reactio alterius oscillationis in alteram periculis cognoscatur, necessarium est, ut antea perspiciatur, quid solum *instrumentum linguatum* vel solus *tubus* efficiat. Tubi igitur satis angusti et aequali amplitudine adhibendi erant, in quibus sonus ope calculi Bernoulliani et Euleriani jam e longitudine tubi accurate intelligi poterat. *Instrumenta linguata* vero admodum accurate construenda erant, ita, ut lingua aperturam accuratissime clauderet, nihilo secius vero margines tubi non tangeret, ideoque plane libere oscillare posset, porro, ut extremitas linguae libera non longius ab apertura reflexa sit, quam soni productio ejus reflexionem necessario requirat, denique, ut fixa linguae extremitas non solum ferruminando ad tubum affixa sit, verum etiam ope *retinaculi (Schraubstock, étau)* firmissime appressa et plane immobilis reddita. *Instrumenta linguata* a nobis adhibita secundum eas regulas constructa erant, quae a Strohmanno luculentius exposita sunt in *Ephemeridibus musicis* (Allg. Musikalische Zeitung, XIII. Jahrgang, No. 9), et nostro consilio multo magis satisfecerunt, quam *instrumenta* illa *linguata*, quae ad haec experimenta prius (Wellenlehre pag. 521 sqq.) a nobis adhibita erant. Haec enim linguis instructa erant aperturam minus accurate claudentibus et minus firmiter, ad tubum affixis, ideoque effectum minus regularem prodebant.

Instrumentum linguatum, quo in experimentis nunc usi sumus, hoc modo erat confectum. Pars laminae libere oscillans certâ et fixâ erat longitudine, neque ei instrumentum erat adjunctum, quo haec partis liberae longitudo ex lubitu minui liceret (*Stimmkrücke*). Cylindrus *bcdf* Fig. 3 unâ constabat laminâ metallicâ ubique aeque crassâ, convolutâ.

Haec lamina non erat eo usque convoluta, ut margines ab utraque parte attingerentur, sed ut nonnullarum linearum spatio *aef* essent disjuncti. Hoc intervallum per totam longitudinem laminâ *aekl* ejusdem materiae eâque planâ erat tectum, cujus altera pars dimidia *ghkl* cylindro erat infixa et ferruminata, altera *aegh* libera erat, et tanquam lamina oscillans alteri fini affixa facillime in interius cylindri spatium ingredi et egredi poterat. Hoc *instrumentum linguatum* a me adhibitum sonum $\bar{g}$ prodens, continebat aëris columnam longitudine 2″ 2‴, 2 mensurae Parisiensis, crassitudo plani aenei ad cylindrum convoluti erat $^1/_3$‴; lamina erat 1″ 0‴, 6 longitudine, 2″, 5 latitudine, 0‴, 2 crassitudine.

Vides e Fig. 3 hunc tubum non esse formâ semicylindri, imo non multum abesse a cylindro integro, quo efficitur, ut aëris columna ubique aequali fere sit amplitudine. Orichalcum, quo tubus constabat, cylindro erat volutatum, ut et vis elastica augeretur, et materia ubique esset homogenea. Praeterea jam animadverti, laminam aperturam ei destinatam accuratissime claudere potuisse. Facile est intellectu, fabrum non nisi magna diligentia et dexteritate hanc conditionem utramque servare posse, secundum quam ex parte altera apertura a lamina ita impleatur, ut aëri externo ad internum non sit aditus, ex altera vero parte eadem lamina quam maxime mobilis sit, ita, ut praeter carceres intra et extra tubum libere possit moveri, neque tubi margines attingens impediatur. Item jam animadverti, laminam quiescentem aperturam cylindri non omnino clausisse, sed, dum quiesceret, aëris interni cum externo fuisse conjunctionem, quod efficiebatur flexione quadam laminae, qua finis *ae* Fig. 3 amovetur a cylindro.

§ 6.

Constat inter omnes, duos tubos aeque longos, quorum alter in utroque fine apertus est, alter in alterutro fine clausus, sonos fundamentales altitudine ita diversos edere, ut sonus hujus tubi, cujus altera extremitas clausa est, tota *octava* gravior sit, quam sonus tubi in utraque extremitate aperti. *Tubus linguatus* nunc ex lege tubi in altera extremitate clausi, nunc ratione tubi ab utraque parte aperti sonare potest. Etenim si lingua quiescit, tubus apertus est; lingua enim paulisper remota est ab apertura. Si vero altius in aperturam depressa oscillat, tubus in extremitate linguata clausus est. Intelligitur inde, oscillationes aëris tubo contenti linguaeque nonnunquam ita congruere posse, ut aër oscillando per aperturam extremitatis linguatae expulsus et repulsus in hoc motu a lingua oscillante omnino non impediatur, itaque aërem sic oscillare, ut in tubo, cujus uterque finis apertus est; nonnunquam vero linguam oscillationi aëris in tubo contenti ita repugnare aut resistere, ut aër oscillans per aperturam linguatam non libere

exire et redire possit, hocque modo oscillare cogatur, ut in tubo, cujus alterutra extremitas clausa est. Jam e doctrina acustica cognitum est, columnam aëris tubo contentam, cujus utraque extremitas aperta est, ita oscillare oportere, ut vel uno nodo in duas partes aequales, vel duobus nodis in tres partes, quarum duae extremae duplo sunt minores quam media pars, vel tribus nodis in quatuor partes cet. divisa sit, ubi semper duae partes extremae dimidia sunt longitudine partium intermediarum. Columnam vero aëris tubo contentam, cujus alterutra extremitas clausa est, ita oscillare, ut vel per nodum plane non divisa, aut uno nodo in duas partes discreta, aut duobus nodis in tres partes disjuncta oscillet, semper autem ea pars extrema columnae, quae apertae extremitati proxima est, duplo brevior sit quam reliquae partes oscillantes, in quas columna nodorum interpositione discinditur. Hinc fit, ut sonus gravissimus tubi ab utraque parte aperti numerum oscillationum habeat duplo majorem quam sonus gravissimus tubi, cujus alterutra extremitas clausa est, hocque modo totâ octavâ acutior sit. Inde derivandum quoque est, tubum nulla parte clausum, si duobus nodis divisus est, numerum oscillationum, bis majorem, si tribus nodis disjunctus est, numerum oscillationum ter majorem peragere quam idem tubus uno nodo divisus. Itaque si sonus maxime gravis hujus tubi *c* est, si tubus duobus nodis dividitur, sonus est *c*, si tribus nodis dividitur, sonus est $\bar{g}$. Contra vero tubus alterutra extremitate clausus ejusdem longitudinis, si, nullo nodo divisus, sonum *C* profert, numerus oscillationum, si tubus uno nodo disjunctus est, ter est major, itaque sonus *g* profertur; si tubus duobus nodis dividitur, numerus oscillationum quinquies est major, itaque sonus $\bar{e}$ profertur. Quae diversitas serierum sonorum a *tubis tectis* et *non tectis* editorum non praetermittenda est in *tubis linguatis.* Hi enim tubi nunc ut *tubi tecti* sonant, nunc, si longitudo tubi certam rationem ad numerum oscillationum linguae habet, ut *tubi non tecti* oscillant.

§ 7.

Prima et gravissima *lex,* quae valet de *tubis linguatis,* haec est. (Exposuimus pag. 218 et 222, *tubum linguatum* duobus instrumentis musicis esse compositum.)

> *Oscillationes utriusque instrumenti in tubo linguato conjuncti semper synchronicae sunt, quando tubus linguatus sonum profert.*

Exposuimus pag. 223, quomodo oscillationes utriusque instrumenti invicem influere, seque mutare et accommodare possint. Inprimis vidimus, laminam in aëris oscillationes influere posse eo, quod aërem cogat, modo legem *tuborum tectorum,* modo legem *tuborum non tectorum* sequi. Quaeritur, quomodo, et secundum quas leges hoc mutuo influxu synchronismus illarum oscillationum vere efficiatur, i. e. quaeritur

1. quomodo oscillationes aëris in tubo extremitate linguata *non clausa* synchronicae fiant cum oscillationibus linguae;

2. quomodo oscillationes aëris in tubo extremitate linguata *clausa* cum oscillationibus linguae synchronicae fiant.

Si nimirum numerus oscillationum aëris in tubo sponte non congruit cum numero oscillationum linguae, duplex casus occurrere potest, ut aut oscillationes linguae et aëris se plane impediant et nulla oscillatio fixa nascatur, aut ut utraque oscillatio ita adaptetur et accommodetur, ut lingua et columna aëris aequali celeritate et perfecta congruentia oscillent, sublata antea illa repugnantia. Repugnantia autem inter oscillationes linguae et aëris quadruplici modo auferri, sicque motus oscillatorius aëris et linguae congruens reddi potest.

Primum enim *lingua* ab aëre cogi potest, ut tardius aut celerius oscillet, quam elasticitas ejus postulat, numerumque oscillationum *numero oscillationum aëris non mutato* adaptet.

Deinde aër a lingua cogi potest, ut tardius aut celerius oscillet, quam longitudo tubi aëre repleti id postulat, numerumque oscillationum *numero oscillationum linguae non mutato* accommodet.

In tertio et quarto casu tam lingua quam columna aëris celeritatem oscillationum mutant, ita tamen, ut

tertio, columna aëris oscillationum numerum longitudini ejus respondentem *minus, lingua oscillationum* numerum *magis* mutet;

quarto, lingua oscillationum numerum *minus* mutet, *aëris columna* oscillationum numerum *magis* mutet.

Et profecto hanc quadruplicem rationem, qua oscillationes linguae et aëris discrepantes synchronicae reddi possunt, sub diversis conditionibus vere locum habere, periculis saepe iteratis, semper comprobatum invenimus, conditionesque ita intelleximus, ut praevidere possimus, quisnam casus locum habeat, si tubi diversae longitudinis cum certo *instrumento linguato* conjunguntur, atque sonum ante determinare possimus, qui conjunctione horum duorum instrumentorum oriatur.

§ 8.

Sed antequam hanc quadruplicem rationem accuratius exponamus, *lex altera* maxime universalis, quae valet de *tubis linguatis,* edicenda est, de influxu, quem oscillatio linguae et aëris semper invicem exercent, et quo oscillandi ratio *tubi linguati* inprimis differt ab oscillandi modo, quem aër in tubo, cui nulla lingua apposita est, sequitur. Vi et influxu linguae aër tubo inclusus impeditur, quo minus vel vehementiore vel leniore flatu diversos sonos harmonicos edat. Aër enim tubi lingua non instructi pro diversitate fluminis, quo afflatur, diversos sonos har-

monicos edit, qua in re maximum impedimentum positum est, quo minus fortitudo sonorum e *tubis labiatis* prolatorum pro lubitu vel augeri vel minui possit, quod in arte musica maxime optatur. In *tubis linguatis* fortitudo soni mirum in modum augeri et minui potest, nullo alio sono admixto, quare *tubi linguati* in arte musica commendatu dignissimi sunt. Lingua nimirum efficit, ut e *tubo linguato* unus tantum sonorum elici possit, ad quos proferendos tubus lingua non instructus aptus est. *Cogitur enim aër tubo inclusus a lingua eum sonum* vel fundamentalem vel harmonicum *edere, qui gravior, simul vero sono proximus est, quem lingua instrumenti linguati propter elasticitatem edere propensa est*[1]); itaque dicendum est,

> *altitudinem soni in universum a linguae natura seu ab instrumento linguato pendere, quia inde pendet determinatio octavae in scala musica, ad quam sonus instrumenti pertinet. A linguae natura, seu a sono instrumenti linguati, pendet numerus nodorum, quos aër oscillans in tubo format.*

Nonnunquam vero *tubus linguatus* inflatu leniore aut vehementiore duos sonos deinceps proferre potest, sonans nunc ut tubus utraque extremitate apertus, nunc ut tubus alterutra extremitate clausus.

§ 9.

Leges, quibus intelligitur, sub quibus conditionibus aër tubo comprehensus linguam cogit, oscillationum numerum ipsi proprium mutare, et contra, sub quibus conditionibus lingua aërem in tubo cogit, numerum oscillationum ipsi proprium mutare; denique, sub quibus conditionibus tum oscillationes aëris tubo comprehensi, tum oscillationes linguae mutantur, siquidem sonus tubi linguati modo pag. 219 descripto, Fig. 8 delineato, excitatur.

Quae quidem leges quinque continentur enunciationibus:

1. Duo instrumenta in *tubo linguato* conjuncta (*instrumentum linguatum* et *tubus* aëre repletus) influxum mutuum, quo oscillationum numerus mutetur, non exerceant necesse est, si numerus oscillationum utriusque instrumenti plane concordat, i. e. si tubus aëre repletus, ut tubus plane apertus oscillans, eam longitudinem habet, ut eundem oscillationum numerum, ideoque eundem sonum proferat, quem *instrumentum linguatum*, cum ipso conjunctum, pro elasticitate linguae.

[1]) Supponimus linguam satis *crassam*, v. c. talem quam pag. 223 descripsimus. Nam linguarum admodum *tenuium* vim periculis explorare nondum studuimus, futuro tempore autem studebimus. Supponimus porro sonum semper methodo illa pag. 219 descripta fig. 8 delineata excitari, qua flumen aëris partem linguatam claudere tendit, linguam a parte externa premendo. De hac enim methodo nunc tantum disseritur, vid. p. 221.

2. Tubus aëre repletus, tam longus, ut, si modo tubi aperti, vel sonum fundamentalem vel harmonicum quendam proferentis oscillaret, pro longitudine sua eundem numerum oscillationum proferret, quem *instrumentum linguatum*, ille igitur tubus profert numerum oscillationum a numero oscillationum linguae, quantum per legem pag. 226 edictam licet, *maxime discordantem*[1]), si cogitur, ut tubus alterutra extremitate *clausus*, oscillare. Hoc fit, si lingua flatu certo gradu vehementi in aperturam depressa tenetur. In hac *discordantia*, inter oscillationes tubi et oscillationes linguae *maxima*, tubus, aëre repletus, legem *tuborum tectorum* sequens, numerum oscillationum longitudini ipsius respondentem non mutat, linguam autem cogit, ut oscillationum numerum, elasticitati suae respondentem, magnopere mutet, oscillationibusque tubi adaptet, ita, ut lingua

ab aëre tubi *sine nodo vibrante* cogatur, numerum oscillationum *duplo* minorem (sonum *octavâ* graviorem) perficere,

ab aëre tubi *cum uno nodo vibrante* cogatur, numerum oscillationum $^4/_3$ minorem (sonum *quartâ* graviorem) prodere,

ab aëre tubi *cum duobus nodis vibrante* cogatur, numerum oscillationum $^6/_5$ minorem (sonum *tertia minore* graviorem) proferre,

ab aëre tubi *cum tribus nodis oscillante* cogatur, numerum oscillationum $^8/_7$ minorem edere, quam ille oscillationum numerus est, quem pro elasticitate sua peragere prona est.

[1]) *Maxima discordantia* oscillationum, linguae et aëri in tubo instrumenti nostri convenientium, locum habere non potest, nisi aër oscillat, quasi *tubo tecto* sit inclusus. Nam si aër legem *tuborum apertorum* sequitur, vel nulla, vel multo minor est discordantia inter linguae et aëris oscillationes. Cfr. § 6. Deinde vidimus § 8 columnam aëris tubo comprehensam per *nodos (Schwingungsknoten, noeuds de vibration)* in plures partes ita dividi, ut ejus sonus sit gravior quidem, quam sonus linguae, sed huic *proximus.* Quando hic sonus proximus a sono linguae maxime differt? Fig. 14 linea ab indicat axem tubi prolongatam, per puncta c, d, e . . . in partes tam longas divisam, quam tubus sonum linguae proferens. Inter tubos, quorum longitudo est inter o et $a\alpha$, is sonum profert maxime a sono linguae discordantem, qui est longitudine ac; nam, quia leges *tubi tecti* sequitur, sonum *octavá* depressiorem quam lingua profert, tubi autem breviores sonum acutiorem proferunt, et tubi longiores incipiunt *nodum* formare, sicque fere eundem sonum quam lingua proferre. Inter tubos, quorum longitudo est inter $a\alpha$ et $a\beta$, is sonum profert maxime a sono linguae discordantem, qui est longitudine ad; nam sonum *quartá* depressiorem, quam sonus linguae est, profert, tubi autem breviores sonum acutiorem proferunt, et tubi longiores incipiunt duos *nodos* formare. Inter tubos, quorum longitudo est inter $a\beta$ et $a\gamma$, is sonum profert maxime a sono linguae discordantem, qui est longitudine ae, cet. Inde causa intelligitur, qua tubus linguatus, longitudine non mutata sonum acutissimum (i. e. sonum linguae) et sonum maxime gravem, quem proferre potest, utrumque, si alio modo inflatur, edit. Cfr. § 8, pag. 226.

Hac in enunciatione gravissima, simul vero difficili ad intelligendum, haec tria bene perspici debent:

a) quae sint *maximae discordantiae* oscillationum laminae et aëris in *tubo linguato*, quod in nota adjecta exposui;

b) quatenus *hoc casu* aër in tubo legem oscillationis mutet. Aër cogitur, legem sequi *tuborum tectorum*, quanquam vere *tubo aperto* comprehensus est. Discrimen autem inter legem *tuborum tectorum* et *non tectorum* § 6, p. 223 vidimus. Hanc mutationem legis, secundum quam aër oscillat 1) peculiaris quidam afflatus, 2) ipsa laminae resistentia et discordia, qua aër tubi in alterutra extremitate continuo premitur, juvat.

c) Hac mutatione legis, secundum quam aër oscillat, effecta, aër omnino illam legem sequitur. Quare quum numerus oscillationum aëris secundum hanc novam legem maxime differat a numero oscillationum, qui laminae pro sua elasticitate convenit, synchronica *laminae* et *aëris* oscillatio non hac re efficitur, ut utrîusque oscillationes se invicem accomodent, sed ut lamina aëri omni ex parte se accommodet, aër vero laminae ne tantillum quidem cedat.

3. Si longitudo *tubi linguati* tanta est, ut numerus oscillationum, quae ipsi tanquam *tubo aperto* conveniunt, a numero oscillationum, linguae secundum elasticitatem proprio, tantopere discordat, ut major discordia locum habere, per legem pag. 227 edictam, nequeat[1]), lingua oscillationum numerum, ipsi propter elasticitatem convenientem, fere non mutat, aërem autem tubo comprehensum cogit, ut numerum oscillationum, longitudini tubi respondentem maxime mutet, numeroque oscillationum linguae adaptet. Hac lege aër *sine nodo* vibrans cogitur, a lingua numerum oscillationum fere $^3/_2$ majorem (sonum *quintâ* altiorem) perficere; aër *cum uno nodo* vibrans a lingua cogitur, numerum oscillationum $^5/_4$ majorem (sonum *tertiâ majore* altiorem) prodere; aër *cum duobus nodis* vibrans a lingua cogitur, numerum oscillationum $^7/_6$ majorem edere, quam ille oscillationum numerus est, quem pro longitudine sua efficere pronus est.

4. Si numerus oscillationum aëri in *tubo tecto* convenienti ab oscillationibus linguae quidem discordat, sed non tantum, quantum in

[1]) Hae *maximae discordantiae* oscillationum linguae et aëris in *tubo aperto*, quae nunquam tantae sunt, quantae discordantiae maximae oscillationum linguae et aëris in *tubo tecto*, locum habent, si *tubus linguatus* est longitudine Fig. 14 $a\alpha$, $a\beta$, $a\gamma$ cet. i. e. $1^1/_2$, $2^1/_2$, $3^1/_2$ cet. longitudinis *tubi aperti*, sonum linguae proferentis. Nam si tubus est longitudine $a\alpha$, sonus *tubo aperto* propter longitudinem conveniens, *quintâ* est gravior, quam sonus *linguae*; si tubus brevior esset, quam $a\alpha$, sonus, secundum legem *tubi aperti* editus, acutior esset; sin autem tubus longior redderetur, *tubus linguatus* non amplius ad *tubos apertos*, sed ad *tubos tectos* referendus est. Similiter si tubus est longitudine $a\beta$, sonus ipsi, tanquam *tubo aperto*, propter longitudinem conveniens, *tertiâ majore* est gravior, quam sonus linguae, cet.

casu sub No. 2 exposito, tam aër tubo comprehensus, quam lingua oscillationum numerum sibi proprium mutat, ita tamen, ut numerus oscillationum *aëris paululum* tantum *augeatur* (uno *minuto secundo* paucis saltem oscillationibus); contra numerus oscillationum *linguae multum imminuatur*, sic, ut lingua ab aëre sine nodo oscillante cogi possit, ad (pro majore vel minore discordia oscillationum linguae et oscillationum aëri in tubo convenientium) omnes sonos edendos, qui inter sonum linguae proprium et *octavam* graviorem intersunt; ut ab aëre cum *uno nodo* oscillante cogi possit, ad omnes sonos proferendos, qui inter sonum linguae et *quartam* graviorem intersunt; ab aëre cum *duobus nodis* oscillante cogi possit, ut omnes sonos proferat, qui inter sonum linguae proprium et *tertiam minorem* graviorem intersunt, cet.

5. Si numerus oscillationum linguae ab oscillationum numero aëri in *tubo* quasi *aperto* conveniente quidem discordat, sed non tantum, quantum in casu sub No. 3. exposito, tam lingua quam aër tubo comprehensus oscillationum numerum sibi proprium mutant, ita tamen, ut numerus oscillationum linguae paululum tantum imminuatur (uno minuto secundo paucis saltem oscillationibus); contra numerus oscillationum aëris tubo comprehensi multum augeatur, sic, ut aër *sine nodo* oscillans a lingua cogi possit[1]) ad omnes sonos edendos, qui inter sonum aëri proprium et *quintam* altiorem intersunt; ut aër cum *uno nodo* oscillans a lingua cogi possit ad omnes sonos edendos, qui inter sonum aëri proprium et *tertiam minorem* altiorem intersunt; ut aër cum *duobus* nodis oscillans a lingua cogi possit ad omnes sonos edendos, qui inter sonum aëri proprium, et $^{8}/_{7}$ altiorem intersunt, cet.

Leges, et proprietatum diversitatem, quas modo de *tubis linguatis* eorumque sonis elocutus sum, nunc methodo experimentali comprobabimus et stabiliemus.

PARS SECUNDA.

Expositio legum e periculis, secundum quas aër tubo inclusus et lamina metallica talem mutuum influxum exserunt, ut oscillatio eorum synchronica fiat.

§ 10.

Legum a nobis inventarum nonnullae facile e periculis non admodum complicatis derivari potuerunt. Reliquas non deteximus nisi longis experimentorum seriebus factis, dum simul multas cautelas instrumentaque

[1]) Pro majore vel minore discordia oscillationum aëri in tubo convenientium et oscillationum linguae.

perfectissima ad pericula adhibebamus. Leges igitur a nobis inventas jam non eo ordine exponemus, quo accuratius inter se cohaerent, sed quo simpliciora experimenta fuerunt, e quibus colligebantur. Hac enim via quicunque optime tum experimenta ipsa, tum leges ex iis derivatas intelliget.

§ 11.

Primum igitur has quinque leges experimentis confirmandas referam:

No. 1. *Si cum intrumento linguato tubi certarum diversarum longitudinum conjunguntur, diversis his tubis idem sonus proferri potest.*

No. 2. *Sonus, quem instrumentum linguatum pro elasticitate linguae dat, adjunctis tubis nunquam acutior, sed tantum gravior reddi potest.*[1])

No. 3. *Tubus linguatus diversas longitudines accipere potest, quibus omnibus sonus gignitur, qui sonum linguae*[2]) *non mutatum accuratissime aequat. In talibus tubis alia tubi inflandi ratione vel octava, vel quarta, vel tertia minor gravior, vel alii soni, quorum intervallum cum sono linguae his numeris exprimuntur* $^7/_8$, $^9/_{10}$, $^{11}/_{12}$ *cet., loco soni illius, sonum linguae aequantis, elici potest.*

No. 4. *Si tubi linguati ita comparati sunt, ut § 5 descripsimus, sonos acutissimos et sonos maxime graves mutata inflandi ratione proferunt. Hi soni acutissimi et maxime graves vel sunt sonus linguae et octava gravior, vel sonus linguae et quarta gravior, vel sonus linguae et tertia minor gravior, cet. In tubis linguatis aliter comparatis soni adeo paulisper graviores proferri possunt.*

His duabus legibus nonnulla adjiciam, unde intelligatur, quando cum sono acutissimo vel *octava,* vel *quarta,* vel *tertia minor* cet. proferatur. Sonus *instrumenti linguati*, quocum tubi sensim longiores conjunguntur, non gravior reddi potest, quam circiter unâ *octavâ.* In tubo, in quo haec *octava* auditur, semper alia inflandi ratione *acutior ille sonus*, *instrumento linguato proprius* excitari potest. Jam si *instrumento linguato* tubi magis magisque longi applicantur, sonus ille acutior iterum quidem gravior reddi potest, sed non magis quam circiter unâ *quartâ,* et, dum

[1]) Adnotandum est, me in hac parte (quod jam pag. 222 dixi) non nisi de ea sonum e *tubo linguato* proferendi ratione dicere, qua flumen aëris praeter laminam metallicam in tubum mittitur, cfr. Fig. 8, neutiquam de illa, ubi flumen aëris in extremitate tubi immittitur, quae extremitati linguatae opposita est. Cfr. Fig. 11. In hoc casu enim contraria lex valet, nimirum ut sonus, quem instrumentum linguatum pro elasticitate dat, adjunctis tubis nunquam gravior, sed tantum acutior reddi possit.

[2]) *Sonum linguae* eum dico, qui a parte libera laminae metallicae cum tubo conjunctae editur, si alterutra extremitate retinaculo *(Schraubstock)* infigitur sique tunc percellitur.

tam gravis redditur, acutus ille sonus *instrumento linguato* proprius recurrit. Tubo jam denuo prolongato, acutus hic sonus denuo gravior redditur, sed non magis, quam circiter una *tertia minore*, et, dum tam gravis factus est, sonus acutus *instrumento linguato* proprius rursus apparet.

No. 5. *Tubi longitudine admodum diversi, cum eodem instrumento linguato conjuncti, tum tantum unum eundemque sonum edunt, quum pars, qua alter alterum longitudine superat, tam magna est, ut ipsa, si sola et apertis finibus oscillet, eundem sonum, quem totus tubus linguatus, edat.*

Instrumentum § 5 descriptum, Fig. 3 delineatum, sonum $\bar{g}$ edebat, si cylindrus aeneus nullo tubo prolongabatur, eundem quidem sonum, quem lamina sola pro elasticitate sua.

Huic *instrumento linguato* tubos ligneos applicavimus, quorum cavitas erat longitudine 1″ usque ad 10 pedes, et 4‴, 7 crassitudine. Crassitudo ligni erat 4‴, 7, ita, ut tubus una cum parietibus ligneis diametrum 14‴, 1 haberet.

Lamina hujus instrumenti ita erat comparata, ut ejus pars affixa satis immobilis esset. Non enim poterat pars affixa tubum intrare, oppositis cylindri parietibus, neque a tubo discedere, opposito glutine.

Sonus hujus instrumenti, applicatis tubis cuiuslibet longitudinis, duodecim ad summum semitoniis, seu una octava, gravior reddi poterat. Si longior applicabatur tubus, quam quo sonus duodecim semitoniis gravior reddebatur, instrumentum eum rursus sonum edidit, quem, priusquam ullus applicabatur tubus ligneus, protulerat, sicque exigua tubi productio effecit, ut sonus instrumenti subito et quasi per saltum sonum ederet duodecim semitoniis, i. e. integra octava, acutiorem. Deinde, si tubi applicantur illo sensim majores, sonus instrumenti rursus potest gravior reddi, sed non tantum, quantum prius, et, si tubum producere pergis, certa tubi longitudine eveniet, ut sonus instrumenti rursum subito, et quasi per saltum, ita acuatur, ut sonum edat, quem, antequam ullus addebatur tubus, protulerat; cet. *Tubi linguati* etiam *sonos aliquotos (Flageolettöne)* produnt, i. e. eos, qui in aëris columna nascuntur, cujus partes aliquotae separatim oscillant, atque saltus illi ante dicti, quibus sonus exigua tubi productione magno intervallo subito acuitur, oriuntur, si numerus partium aliquotarum separatim oscillantium una parte augetur, si aëris columna exigua illa productione cogitur, alium oscillandi modum subito inire. Experimentis infra describendis cognoscemus, tubum lamina instructum, quanquam et sonum fundamentalem et sonos aliquotos edat, tubi longitudine non mutata, non nisi unum sonum, vel fundamentalem vel aliquotorum unum, prodere. Si alius sonus aliquotus elici debet, longitudo tubi mutetur necesse est.

§ 12.

Fig. 15 instrumentum duodecies minus delineatum est, e parte linguata $\alpha\beta$, et e tubo $\beta\gamma$ constans. Lineae horizontales locos indicant, quibus singulae tubi partes abscissae sunt. Lineis ii soni adscripti sunt, quos *instrumentum linguatum* cum tubo eo usque abbreviato conjunctum edebat.

Jam ut clarius intelligatur, quo modo tubus longior aut brevior sonum *instrumenti linguati* mutet, a sonis incipiamus, qui e tubis brevissimis excitabantur, et ad sonos pergamus, qui e tubis sensim longioribus proferebantur.

Invenimus, sonum *instrumenti linguati* (Fig. 3) (cujus lamina 1″ 0‴, 6 longa, $2^1/_2$‴ lata et $^1/_5$‴ crassa erat) si applicabantur tubi vitrei (quorum diameter exclusis parietibus $5^1/_2$‴ erat), longitudine sensim ad 14″ 6‴ adaucta[1]), sensim duodecim semitonia deprimi a $\bar{g}$ usque ad g. Vid. lineae horizontales Fig. 15 inter β et δ.

Si sonus, producto tubo, usque ad g depressus erat, et tubus magis producebatur, instrumentum duos edebat sonos (non quidem simul, sed modo hunc, modo illum), praeter sonum gravem illum g, alium acutum, eum quidem, quem lingua *instrumenti linguati* separatim oscillans prodit, $\bar{g}$. Quum tubum vitreum 19″ 4‴[2]) longum addebamus, sonus gravis g ex instrumento elici non amplius poterat, sed tantum sonus octavâ acutior, $\bar{g}$. Vid. Fig. 15 ε. Si applicabantur tubi longitudine 19″ 4‴ usque ad 34″ sonus sensim sex semitoniis, a $\bar{g}$ ad $\overline{cis}$, gravior redditus est. Vid. Fig. 15 ε usque ad ζ. Si tubus vitreus applicatus longior reddebatur quam 34″, tubus rursus duos edidit sonos, gravem $\overline{cis}$, et acutum $\bar{g}$, eundem, quem instrumentum non productum, vel lamina sola edit. Si tubus vitreus ad 37″ 6‴ prolongabatur, instrumentum sonum gravem $\overline{cis}$ edere destitit, solumque sonum $\bar{g}$, sex semitoniis acutiorem, prodidit. Vid. Fig. 15 η. Si tubus vitreus a 37″ 6‴ ad 49″ prolongabatur, sonus sensim quatuor semitoniis, a $\bar{g}$ ad $\overline{dis}$, gravior factus est. Vid. Fig. 15 η usque ϑ. Si tubus 49″ longus paululum producebatur, instrumentum rursus duos edidit sonos, graviorem $\overline{dis}$, et acutiorem $\bar{g}$, eundem, quem lingua instrumenti pro sua elasticitate prodit. Si tubus vitreus ad 52″ 3‴ producebatur, tubus sonum gravem $\overline{dis}$ non amplius edidit, sed sonum acutiorem $\bar{g}$ solum. Vid. Fig. 15 $\varkappa$. Si tubus vitreus

[1]) Tubus vitreus applicatus erat longitudine 14″ 6‴, cylindrus aeneus ex hoc tubo 1″ 9‴ eminebat, tota longitudo columnae aëris, ab utroque comprehensae, erat 16″ 3‴.

[2]) Aëris columna in utroque tubo, et aeneo et vitreo, comprehensa erat longitudine 21″ 1‴.

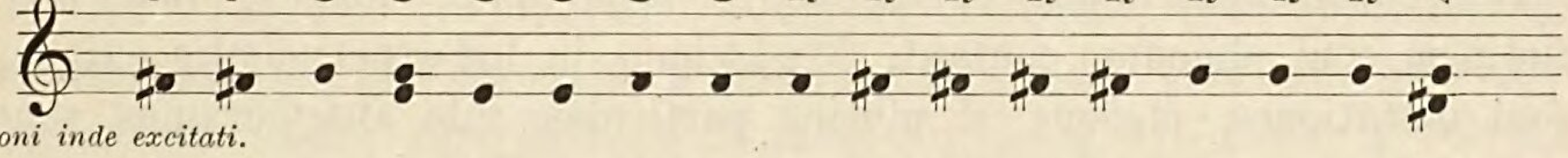
sensim a 52″ 3‴ ad 65″ 6‴ augebatur, sonus tribus semitoniis gravior redditus est, ita, ut $\bar{e}$ fieret. Vid. Fig. 15 λ.

Quae experimenta, ut facile comprehendere possis, sonos notis musicis exprimimus, et supra quamque notam adnotamus longitudinem tubi vitrei cylindro instrumenti nostri aeneo applicati, quae necessaria erat, ut sonus notatus eliceretur.

Tabula I

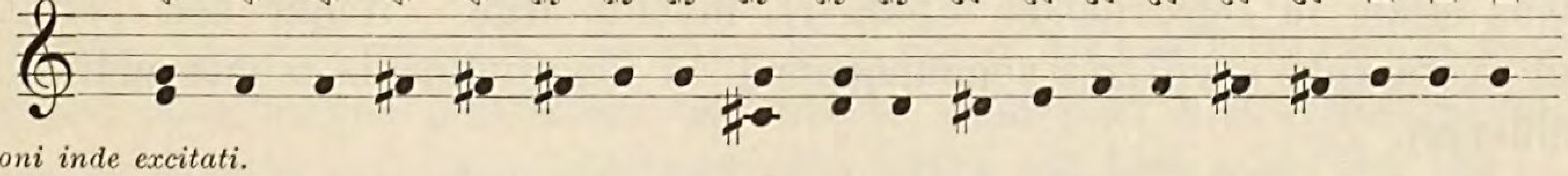
sonorum tubi linguati per tubos vitreos diversae longitudinis prolongati, si tubi ad unum omnes 5 1/2‴ crassitudine erant, et, flumen aëris modo Fig. 8 indicato tubum intrabat.

Tuborum vitreorum applicatorum longitudo.																
75″ 2‴	72″ 2‴	69″ 2‴	67″ 8‴	65″ 7‴	64″	62″ 9‴	61″ 3‴	59″ 7‴	57″ 11‴	54″ 8‴	54″ 1‴	53″ 6‴	52″ 11‴	52″ 3‴	51″ 6‴	49″ 1‴



Soni inde excitati.

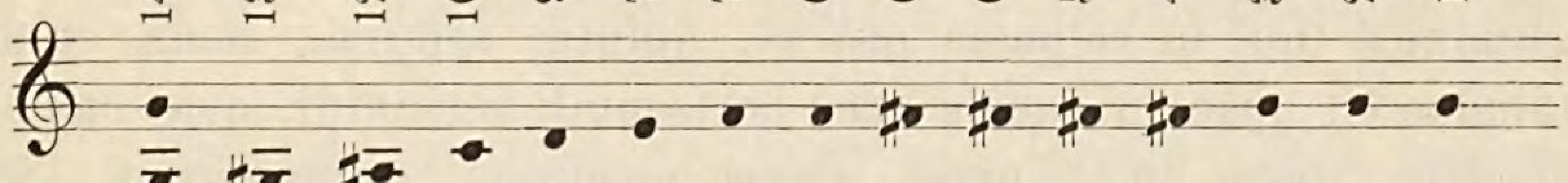
Tuborum vitreorum applicatorum longitudo.																			
46″ 10‴	44′ 5‴	42″ 8‴	42″	41″ 4‴	39″ 4‴	37″ 7‴	35″ 7‴	34″ 8‴	32″ 9‴	30″ 9‴	28″ 10‴	27″	25″ 6‴	24″	22″ 5‴	21″ 4‴	19″ 4‴	17″ 10‴	16″ 2‴



Soni inde excitati.

Tuborum vitreorum applicatorum longitudo.														
14″ 7‴	13″ 8‴	12″ 3‴	10″ 9‴	9″ 4‴	7″ 10‴	7″ 6‴	6″ 11‴	6″ 7‴	6″ 1‴	5″ 5‴	4″ 9‴	3″ 5‴	2″ 1‴	1″ 6‴

Soni inde excitati.



In hoc sonorum conspectu antecedunt ii soni, quos instrumentum, tubis longioribus applicatis, edebat, et sequuntur, qui, brevioribus additis tubis vitreis, proferebantur.

Haec phaenomena nobis oblata sunt, quum sonum ex instrumento nostro more solito pag. 219 descripto eliciebamus, quo aëris flumen tubo inflatur per finem lamina instructum.

Tabula sequens e tabula I sonorum notis musicis expressorum composita est; tenendum modo est, longitudines aëris columnarum 1 3/4″ longiores esse longitudinibus tuborum vitreorum instrumento applicatorum, quia pars tubi aenei e tubo vitreo eminens aëris columnam 1 3/4″ longam continebat, quod e Fig. 15 $\alpha\beta$ intelligitur, et pag. 232 in *nota* jam animadverti; in tabula I enim longitudines tuborum vitreorum indicavimus, in hac tabula autem aëris columnas dabimus.

Tabula II

de sonis tubi linguati, cui tubi vitrei applicati sunt, si sonus modo Fig. 8 pag. 219 indicato profertur. Probatur, si instrumentum linguatum cum tubis diversae longitudinis conjunctum, eundem semper sonum prodat, discrimina longitudinum tubi semper esse multipla quaedam tubi in utroque fine aperti, eundem sonum tanquam sonum fundamentalem prodentis.

Propter spatii defectum haec tabula ad finem libelli collocaretur necesse erat.

Lex modo proposita et supra pag. 231 No. 5 aliis verbis exposita hac experimentorum tabula satis comprobatur. Non potuimus enim in instituendis his experimentis a tubo vitreo tam exiguas absecare particulas, ut longitudinem tubi, quae sonum notatum purissime proferret, inveniremus; absecuimus particulas 1″ usque ad 2″ longas, quae altitudinem soni admodum mutant. Neglextmus in his experimentis exiguas soni mutationes, ideoque si pluries particulas tubi absciderainus, sono non multum mutato, in tabula I pag. 233 et Fig. 15 sonum ut plane non mutatum adscripsimus. Ex diversis tubi longitudinibus tabulae I pag. 233 elegeramus eas, quas rectissimas habueramus, easque retinuimus etiam in construenda tabula II, inventa lege. Itaque fieri potuit, ut recta tubi longitudo nonnunquam 1″ a longitudine in tabula indicata differret.

Lex No. 1, pag. 230: *Si cum tubo linguato tubi certarum diversarum longitudinum conjunguntur, diversis his tubis idem sonus proferri potest,* solo tabulae II intuitu omni ex parte comprobatur. Nam conferas longitudines tubi in columna quarta, quinta, septima, nona et undecima tabulae II, quae in eadem linea horizontali versantur, quae omnes sonum eundem, quem in columna prima nominavi, excitaverunt. Sique has diversas longitudines, eundem sonum prodentes, comparas, etiam certam quandam, quae inter ipsas intercedit, rationem animadvertes.

Nam facile e columna sexta tabulae II hoc cognosces:

Si a longitudinibus columnae quintae subtrahuntur longitudines tuborum apertorum, eosdem sonos proferentium, in columna tertia indicatae, longitudines restant, quae longitudinibus columnae quartae fere aequales sunt.

Item e columna octava, decima et duodecima tabulae II intelliges:

Si a longitudinibus columnae nonae longitudines tuborum apertorum columna tertia inticatae bis, ter, quater subtrahuntur, longitudines restant, quae longitudinibus columnae quartae fere aequales sunt.

Id autem est, quod lege No. 5 pag. 231 exprimitur, dum dicitur: Tubi longitudine admodum diversi, cum eodem *instrumento linguato* con-

juncti, tum tantum unum eundemque sonum edunt, quum pars, qua alter alterum longitudine superat, tam magna est, ut ipsa, si sola, et apertis finibus oscillet, eundem sonum, quem totus *tubus linguatus,* edat.

In serie illa sonorum, tabula I relata, si a tubis exis brevissimis, primus saltus a sono maxime gravi ad acutissimum intervallo *octavae* est aequalis, secundus saltus intervallo *quintae imminutae*[1]), tertius saltus intervallo *tertiae majoris,* quartus denique saltus intervallo *tertiae minoris.*

Hi saltus, magnitudine sua, legibus No. 3 et No. 4 pag. 230 contrarii esse videntur, sed re vera non sunt. Nam *primum* sonus $\overline{cis}$, prolatus, si tubus $36'' \, 5'''$ longus erat (cfr. Fig. 15 ζ), et sonus $\overline{dis}$, prolatus, si tubus $50'' \, 10'''$ longus erat (cfr. Fig. 15 ϑ), non nisi quodam artificio et magna pulmonum contentione proferebantur. *Deinde* saltus, quos lex illa No. 3 pag. 230 respicit, tum solum locum habent, quum sonus acutus, instrumento linguato proprius, purissime redit. Jam vero animadvertam necesse est sonum *tubi linguati* in locis Fig. 15 ζ et ϑ paulo graviorem fuisse quam $\overline{g}$, et purissimum esse factum in locis *m* et *n*. In locis *m* et *n* autem cognoscimus, saltus esse accurate ea magnitudine qua lege tertia indicantur, h. e. primus saltus est *octavae,* secundus est *quartae,* tertius est *tertiae minoris. Denique* soni $\overline{cis}$ et $\overline{dis}$ paulisper depressiores effecti sunt magna pulmonum contentione, dum pars libera linguae non erat ope *retinaculi (Schraubstock)* tubo affixa, ut indicatum est Fig. 5, sed tantum in tubum ferruminata, quod, ut lege No. 4 pag. 230 indicavi, efficit, ut soni paulo graviores proferri possint. Inde intelligitur, et legem No. 3 et No. 4 experimentis tabula I et II comprehensis confirmari.

Quam confirmationem legis No. 3 ut uno intuitu possis cognoscere, haec experimenta, tabula I pag. 233 comprehensa jam separatim refero.

[1]) Fortasse credis loco intervalli *quintae imminutae* dicendum esse *quintae* et *quartae,* unde lex aliqua clarius eluceret, quam ex intervallis supra dictis. Nam tum omnia intervalla haberemus, quae his numeris exprimuntur 1 : 2, 2 : 3, 3 : 4, 4 : 5, 5 : 6. Sed statim explicabitur, seriem rectam intervallorum seu saltuum hanc esse: *octava, quarta, tertia minor* cet., quae his numeris exprimuntur: 1 : 2, 3 : 4, 5 : 6, 7 : 8, 9 : 10 cet.; hos saltus autem nonnunquam augeri posse, quia nonnunquam magna pulmonum contentione sonos paulo graviores excitare licet, si fixa laminae pars tantum ope ferruminis tubo adhaeret, ideoque non plane immobilis est. In aliis *instrumentis linguatis* linguae extremitas ita affixa erat, ut ope *retinaculi (Schraubstock)* firmissime apprimeretur, hocque modo plane immobilis redderetur (cfr. Fig. 5). Pericula instrumento ita comparato instituta sonos non graviores quam *octavam, quartam, tertiam minorem* cet. dederunt.

Longitudo *tubi linguati.*	Sonus acutus et sonus gravis inde prolatus.	Intervallum horum duorum sonorum.	Numeri, quibus hoc intervallum exprimitur.
16″ 4‴	$\bar{g}$ et g	*octava*	2 : 1
34″	$\dot{\bar{g}}$ et $\bar{d}$	*quarta*	4 : 3
48″ 7‴	$\bar{g}$ et $\bar{e}$	*tertia minor*	6 : 5

Illae leges No. 3 et No. 4 pag. 230, quemadmodum his experimentis comprobantur, sic etiam omnibus experimentis deinceps exponendis stabilientur.

§ 13.

Pergimus ad legem sextam et septimam experimentis comprobandam.

No. 6. *Columna aëris, tubum linguatum replens, si instrumentum linguatum sonum multo acutiorem dat, quam ille sonus est, qui longitudini tubi respondet, in sectiones separatim oscillantes per nodos discretas divisa est. Quaelibet harum sectionum tam longa est, ut, si abscinderetur, et, sicut in tubo aperto, oscillaret, sonum tubi linguati ederet. Praeter has sectiones vero, sibi magnitudine pares, ad extremitatem tubi instrumento linguato oppositam, sectio est dimidia magnitudine; ad extremitatem tubi, cui lingua affixa est, sectio est, cujus magnitudo saepissime integram sectionem oscillantem aequat, nonnunquam vero tam brevis est, quam dimidia sectio; nunquam brevior.*

No. 7. *Si sonus instrumento linguato proprius per additum tubum plus quam intervallo unius secundae deprimitur, tubus linguatus* $^1/_2$, $1^1/_2$, $2^1/_2$ *cet. longior est, quam tubus, apertis finibus, eundem sonum edens.*

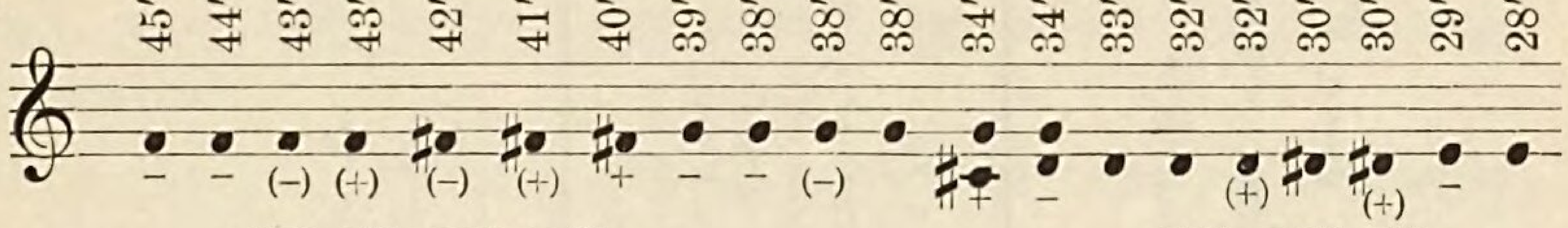
Quas leges comprobandi causa ad alteram transimus experimentorum seriem, instrumento Fig. 3 delineato institutorum, cui non tubi vitrei, sed tubi lignei a scriniario confecti applicabantur. Tubus ligneus erat $4^7/_{10}$‴ crassus, nulla ligni ratione habita, itemque paries ligneus erat $4^7/_{10}$‴ crassus, ita ut diameter tubi integri 14‴ 1 esset.

Ut experimenta his tubis ligneis et instrumento nostro instituta uno quasi intuitu possis complecti, Fig. 16 effectum est, in qua *tubus linguatus* delineatus est, et partes ab eo deinceps abscissae lineis horizontalibus indicatae, et soni hoc modo prolati adnotati sunt. Praeterea sonos ex iis prolatos notis musicis indicamus, et supra quamque notam longitudinem columnae aëris tubo comprehensae ad proferendum sonum certum necessariam adnotamus.

Tabula III

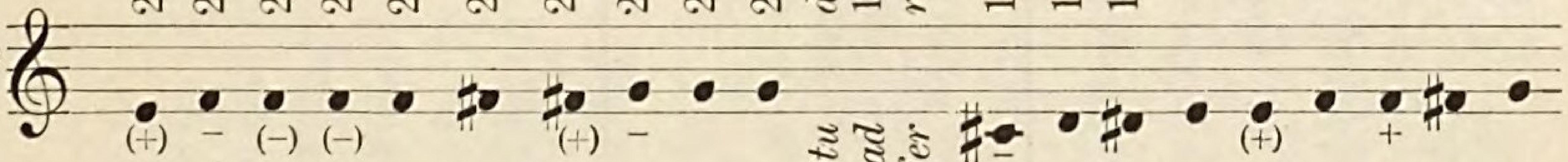
sonorum tubi linguati prolongati tubis ligneis diversa longitudine, $4^7/_{10}'''$ crassitudine, qui exorti sunt, quum flumen aëris, modo Fig. 8 indicato, tubum intraret.

Tuborum vitreorum applicatorum longitudo.	45″	44″ 6‴	43″ 10‴	43″ 2‴	42″	41″ 8‴	40″ 1‴	39″ 8‴	38″ 6,4‴	38″ 3,4‴	38″ 0,3‴	34″ 7,6‴	34″ 2‴	33″ 3,5‴	32″ 11,3‴	32″ 6,5‴	30″ 9,8‴	30″ 3,7‴	29″ 3,4‴	28″ 11‴
Soni inde excitati.	−	−	(−)	(+)	(−)	(+)	+	−	−	(−)		+	−			(+)		(+)	−	



43″ 6‴, 41″ 10‴ 33″ 30″ 8‴

Tuborum vitreorum applicatorum longitudo.	28″ 5‴	27″ 6,1‴	27″ 0,2‴	26″ 8,7‴	26″ 3,3‴	24″ 11,1‴	24″ 6,6‴	23″ 2‴	22″ 8,6‴	22″ 3,6‴	*longitudine 16″ usque ad 13″ sonus proferri non poterat*	11″ 10,5‴	11″ 1,4‴	10″ 4,5‴	9″ 10‴	9″ 1,7‴	8″ 7,3‴	7″ 8,7‴	6″ 1‴	2″ 2,5‴
Soni inde excitati.	(+)	−	(−)	(−)			(+)	−				−				(+)		+		



24″ 10‴

Tubi lignei in instituendis his experimentis tubis vitreis pluribus de causis praeferendi sunt. Primum tubus aeneus iis melius potest applicari, quum tubus ligneus facile ita parari possit, ut ejus foramen tubum aeneum arcte comprehendat. Extremitas tubi aenei calefacta cerâ Hispanicâ liquefactâ circumfunditur, sicque tubo ligneo includitur. Deinde tubi lignei superant tubos vitreos majore foraminis aequalitate per totam tubi longitudinem. Denique tubi lignei faciliori negotio breviores reddi possunt absecando particulas cujuslibet longitudinis. A tubis vitreis particulae exiguae difficillime abrumpuntur. Altitudinem sonorum intelleximus comparatione eorum cum sonis clavichordii, qui si paulisper differebant a sonis *tubi linguati*, indicavimus, num sonus *tubo linguato* prolatus sonum clavichordii, qui illi proximus erat, altitudine superaret, an inferior esset, additis signis + et —. Signa (+) et (—) parenthesibus inclusa indicabant, sonum instrumenti admodum esse vicinum sono clavichordii. Porro, quam longitudinem columnae aëris veram habebamus necessariamque ad sonum clavichordii purissime proferendum, eo ipso tempore indicavimus, quo experimentum instituebamus, et de magnitudine discriminis sonorum instrumenti et clavichordii audiendo judicare poteramus. Quas longitudines ita definitas in tabula III superiore notis subscripsimus, easque in tabula sequente retinuimus.

Tabula IV

de sonis tubi linguati, cui tubi lignei diversae longitudinis applicati sunt, si sonus modo Fig. 8 indicato profertur. Probatur, longitudinem tubi cum instrumento linguato conjuncti in sonis, a sono laminae separatim oscillantis $\overline{g}$ remotioribus, multiplum esse quoddam longitudinis tubi vulgaris, utroque fine aperti, eundem sonum prodentis addita dimidia ejusdem parte.

Col I. Sonus tubi linguati.	*Col.* II. Numerus oscillationum illi sono quoque minuto secundo conveniens.	*Col.* III. Longitudo tubi Organi vulgaris utroque fine aperti eundem sonum proferentis.	*Col.* IV. Longitudo prima columnae aëris in tubo linguato, qua applicata, sonus ille profertur.	*Col.* V. Longitudo secunda columnae aëris in tubo linguato qua applicata, sonus ille profertur.	*Col.* VI. Haec longitudo columnae secunda aequalis est longitudini tubi aperti addita dimidia fere ejus longitudine.	*Col.* VII. Longitudo tertia columnae aëris in tubo linguato qua applicata, sonus ille profertur.	*Col.* VIII. Haec longitudo columnae tertia aequalis est longitudini tubi aperti, addita dimidia fere ejus longitudine.
$\overline{g}$	767	16″ 3,3‴	2″ 2,5‴	22″ 8,6‴	= 16″ 3,3‴ + 6″ 5,3‴	34″ 2‴	= 2 . 16″ 3,3‴ + 1″ 7,4‴
$\overline{fis}$	724	17″ 2,9‴	6″ 1‴	24″ 10‴	= 17″ 2,9‴ + 7″ 7,1‴	41″ 10‴	= 2 . 17″ 2,9‴ − 7″ 4,2‴
$\overline{f}$	$683\frac{1}{2}$	18″ 3,24‴	8″ 7,3‴	26″ 3,3‴	= 18″ 3,24‴ + 8″ 0,06‴	43″ 6‴	= 2 . 18″ 3,24‴ + 6″ 11,51‴
$\overline{e}$	645	19″ 4,27‴	9″ 10‴	28″ 11‴	= 19″ 4,27‴ + 9″ 6,73‴		
$\overline{dis}$	$608\frac{3}{4}$	20″ 6,08‴	10″ 4,5‴	30″ 8‴	= 20″ 6,08‴ + 10″ 1,92‴		
$\overline{d}$	$574\frac{3}{4}$	21″ 8,6‴	11″ 1,4‴	33″	= 21″ 8,6‴ + 11″ 3,4‴		
$\overline{cis}$	$542\frac{1}{3}$	23″ 1,6‴	11″ 8‴				

Confirmatur hac tabula lex No. 6 pag. 236, quae aliis verbis expressa haec est: Ubi sonus instrumenti remotior est a sono laminae separatim oscillantis, $\overline{g}$, aëris columna tubo comprehensa oscillat ex lege, quae valet de tubis vulgaribus iisque alterutra extremitate contectis.

Quando oscillationes laminae et oscillationes columnae aëris tubo comprehensae admodum discordant, lamina idem efficit in aëris oscillationes, quod paries tubum omnino claudens.[1]) Nam sive hoc sive illud locum habet, aëris columna, dum sonat, dividitur in partes aequales, excepta parte sita in extremitate tubi clausa, quae habet dimidiam longitudinem ceterarum.

Sonum $\overline{g}$ lamina instrumenti nostri separatim oscillans proferebat. Sonus $\overline{e}$ intervallo *tertiae minoris* est gravior. Soni $\overline{dis}$, $\overline{d}$, $\overline{cis}$ a $\overline{g}$ longius adeo distant. Videamus, num lex nostra modo edicta in sonis $\overline{e}$, $\overline{dis}$, $\overline{d}$, $\overline{cis}$ a sono laminae $\overline{g}$ admodum differentibus locum habeat.

Sonus *tubi linguati.*	Longitudo *tubi linguati.*	Longitudo *tubi aperti* eundem sonum prodentis.	Dimidia haec longitudo seu longitudo *tubi tecti* eundem sonum prodentis sine nodo oscillantis.	Integra haec longitudo et addita dimidia ejus pars, seu longitudo *tubi tecti* eundem sonum prodentis, cum uno nodo oscillantis.
$\overline{e}$	9″ 10‴	19″ 4,27‴	9″ 8,13‴	
$\overline{e}$	28″ 11‴	19″ 4,27‴		29″ 0,4‴
$\overline{dis}$	10″ 4,5‴	20″ 6‴	10″ 3‴	
$\overline{dis}$	30″ 8‴	20″ 6‴		30″ 9‴
$\overline{d}$	11″ 1,4‴	21″ 8,6‴	10″ 10,3‴	
$\overline{d}$	33‴	21″ 8,6‴		32″ 7‴
$\overline{cis}$	11″ 8‴	23″ 1,6‴	11″ 6,8‴	

His experimentis demonstratum est, instrumentum nostrum in sonis indicatis legem sequi *tuborum* alterutro fine *contectorum*, sicque simul leges No. 6 et No. 7 comprobatae et stabilitae sunt.[2]) Idem experimentis postea exponendis magis magisque comprobabitur.

[1]) Haec enunciatio et legem No. 6 et No. 7 comprehendit. Lex No. 6 edicit, nodos aëris oscillantis in tubo invicem tantum distare, quanta sit londitudo tubi aperti eundem sonum proferentis. Id vero etiam de aëre oscillante *tubi tecti* valet. Lex No. 7 edicit, praeter partes aëris oscillantes nodisque utrinque confinitas, in extremitate tubi linguae opposita ideoque semper aperta trans nodum ultimum partem esse aëris oscillantis, quae habeat dimidiam longitudinem ceterarum partium oscillantium. Etiam hoc de aëre oscillante *tubi tecti* valet.

[2]) Utraque lex, No. 6 et No. 7, melius experimentorum serie tabula III vel IV comprehensa, quam experimentorum serie tabula I vel II cognoscitur, quod in illis

§ 14.

Scimus, *tubum* et *apertum* et *tectum* non solum unum sonum, sed seriem sonorum prodere posse. Hi soni unius tubi soni *aliquoti* (seu *harmonici Flageolettöne, Falsettöne)* appellantur, quod inter eos semper harmonica intercedit ratio. Haec duo nomina sonorum *aliquotorum* et *harmonicorum,* quae plerumque idem significant, in *tubis linguatis* diligenter discernenda sunt. Nam sonus *aliquotus* etiam singulus quisque sonus a tubo prolatus dici potest, si aër tubi *nodis* in plures partes separatim oscillantes divisus est. Contra sonus tubi tum demum sonus *harmonicus* appellari potest, si ex eodem tubo alius sonus aliquotus elici potest, quocum rationem harmonicam habet, propterea, quod nihil aliud quam numerus partium separatim oscillantium seu numerus nodorum adauctus aut imminutus est.

Hac sonorum *aliquotorum* et *harmonicorum* distinctione praemissa, de *tubis linguatis* hanc damus legem:

No. 8. *Columna aëris tubi linguati hoc modo oscillare potest, ut nodis in plures partes separatim oscillantes divisa sit, sic ut sonum non toti longitudini ejus, sed longitudini singularum sectionum respondentem edat, h. e. sonum aliquotum proferat. Sonos vero harmonicos, h. e. duos vel plures sonos aliquotos simul, tubus linguatus edere nequit, quia nimirum columna aëris a lingua cogitur, eum sonum proferre, qui sono linguae proprio proximus est, et contra a lingua impeditur, eos sonos dare, quos editurus esset, si eadem columna aëris in plures aut pauciores sectiones separatim oscillantes divideretur.*

Porro scimus e lege No. 3 et 5 pag. 230 et 231, si cum instrumento linguato tubus conjungitur, qui longitudinem unius aut duorum, aut plurium tuborum *apertorum* seu *labiatorum* eundem sonum edentium habet, quem lingua *instrumenti linguati* edit, hunc tubum cum *instrumento linguato* conjunctum, diversis modis afflatum, duos edere sonos, qui intervallum vel *octavae,* vel *quartae,* vel *tertiae minoris* formant. Sonus altior semper plane idem sonus est, quem lingua *instrumenti linguati* separatim profert. De his duobus sonis, quos *tubus linguatus* nonnunquam proferre potest, etiam longitudine tubi non mutata, haec valet lex:

No. 9. *Si tubus linguatus ea est longitudine, ut duos sonos vel octavam, vel quartam, vel tertiam minorem formantes edere possit, hi duo soni non sunt soni harmonici, sed quisque eorum alia oscillandi ratione profertur, gravior nimirum, si tubus legem tuborum tectorum sequitur, et acutior, si tubus legem tuborum apertorum sequitur.*

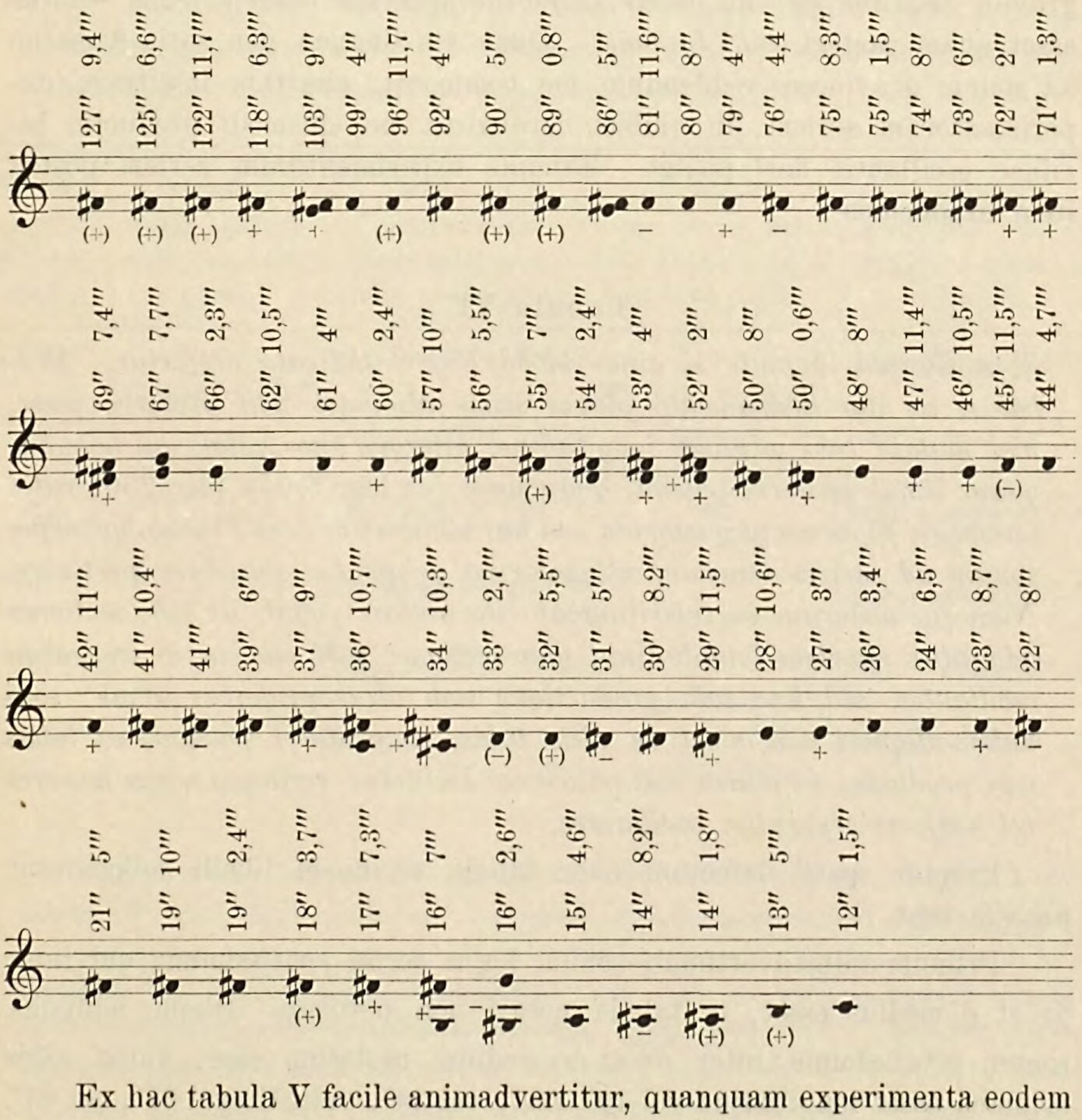
longitudines *tuborum linguatorum* accuratius indicatae erant, quae sonos clavichordii accuratissime excitabant. Nam, ut pag. 237 jam dixi, indicavi in tabula III signis +, —, (+), (—), num fuerit discrimen majus, an minus, an nullum inter sonum *tubi linguati* et sonum clavichordii.

Pergimus exponere tertiam experimentorum seriem, eodem *tubo linguato* institutorum, similibus tubis ligneis productorum, indeque leges No. 8 et No. 9 comprobabimus.

Primum damus Figuram 17, qua *instrumentum linguatum* et tubus cum eo conjunctus delineatus est, partes ab eo abscissae lineis horizontalibus indicatae, et soni ita prolati adnotati sunt. Deinde in tabula V eadem experimenta notis musicis damus.

Tabula V

sonorum tubi linguati prolongati tubis ligneis diversa longitudine, $4^7/_{10}$''' crassitudine, qui exorti sunt, quum flumen aëris, modo Fig. 8 indicato, tubum intrabat.



Ex hac tabula V facile animadvertitur, quanquam experimenta eodem instituebantur instrumento et tubi lignei applicabantur similes iis, qui in experimentis pag. 237, tamen sonum tubo abbreviando non esse eleva-

tum usque ad $\bar{g}$. Limes superior sonorum in hac experimentorum serie, non $\bar{g}$ fuit, sed sonus medius inter $\overline{fis}$ et $\bar{g}$. Postea cognovimus, causam hujus discriminis in conditione et natura ipsius instrumenti paullisper mutata fuisse sitam. Lamina in experimentis superioribus in cylindrum aeneum a *gh* Fig. 3 usque ad *kl* diligenter et firmiter fuerat affixa et ferruminata. Multis experimentis affixa laminae pars ad *gh* erat mobilis facta, hocque modo oscillans laminae pars libera longior erat reddita. Quare sonus laminae separatim oscillantis non amplius erat $\bar{g}$, sed sonus quidam medius inter $\overline{fis}$ et $\bar{g}$. Hanc seriem sonorum cum hoc instrumento labefacto prolatorum silentio praetermisissem, nisi propter longitudinem tuborum adhibitorum plures leges clarius illustraret, quam reliquae series experimentorum, et nisi, cognita causa, qua sonus gravior redditus sit, hic *tubus linguatus* accurate easdem leges secutus esset quam caeteri, *tubi linguati*. Quae vis linguae non satis firmatae ad sonum graviorem reddendum me commovit, quartam instituere experimentorum seriem, in quibus curabatur, ne ejusmodi productio laminae oscillantis fieri posset. Eamque experimentorum seriem postea item exponemus.

Tabula VI

de sonis tubi linguati, si sonus modo Fig. 8 indicato profertur. Probatur, ex illo instrumento plures sonos aliquotos non proferri posse, nisi mutata tubi adjuncti longitudine, interque duos sonos, qui nonnunquam simul proferri possint, quanquam (ex lego tertia pag. 230) *ratio numerica sonorum aliquotorum seu harmonicorum adsit, tamen quemque sonum ad seriem sonorum aliquotorum propriam quandam pertinere. Numerus nodorum in tubo linguato ita mutari potest, ut tubo sectiones addantur ejusdem longitudinis, qua sectiones tubi sint in eo separatim oscillantes, sed hac tubi productione non alius profertur sonus; soni autem aliquoti non, sicut in aliis tubis, eo proferri possunt, ut tubus non productus in plures aut pauciores dividatur sectiones novas minores vel majores separatim oscillantes.*

Propter spatii defectum haec tabula ad finem libelli collocaretur necesse erat.

Primum animadvertimus, sonum hujus seriei acutissimum, qui inter $\overline{fis}$ et $\bar{g}$ medius esset, in tabula notari non potuisse. Itaque addimus, sonum acutissimum inter $\overline{fis}$ et $\bar{g}$ medium prolatum esse, quum aëris columna esset longitudine vel 16″ 2,6‴, vel 34″, vel 51″, vel 67″, vel 83″, vel 100″. His longitudinibus sonus ille maxime acutus adhuc proferri poterat, quanquam sonus gravior facilius eliciebatur.

Numeri oscillationum horum duorum sonorum, soni acutissimi, sonorumque graviorum una cum illo e *tubo linguato* nostro prolatorum, ita quidem se habent, ut uno *tubo aperto,* diversos sonos harmonicos proferente, gigni potuissent (nam hae sunt rationes, quae inter eos sonos deinceps intercedunt: 1 : 2, 3 : 4, 5 : 6, 7 : 8, 9 : 10, 11 : 12); sed vere duo illi soni e duobus nascuntur oscillandi modis diversis, diversasque leges sequentibus.

Quae utraque res ut rectius perspiciatur, nonnulla experimenta tabulae VI separatim tabula sequente comparabo.

Primum doceri debet, sonum depressum, qui apparet cum sono acutissimo tubi linguati, cum hoc eadem intervalla formare, seu easdem rationes numericas oscillationum, quae in sonis harmonicis inveniantur, nimirum hae: 1 : 2, 3 : 4, 5 : 6, 7 : 8, 9 : 10, 11 : 12.

Deinde, duos hos sonos e duobus nasci oscillandi modis *diversis,* diversasque leges sequentibus, nimirum sonum acutum *tuborum apertorum,* sonum depressum *tuborum tectorum* oscillandi modo nasci.

Columna I. Longitudo *tubi linguati.*	*Columna* II. Sonus acutissimus *tubi linguati.*	*Columna* III. Longitudo *tubi aperti* eundem sonum proferentis.	*Columna* IV. Sonus gravis, qui e *tubo linguato* simul proferri potest.	*Columna* V. Longitudo *tubi tecti* eundem sonum proferentis.
16″ 2,6‴	$\overline{g}$ —[1]) (16″3,3‴+5,4‴)	cum 1 nodo 16″ 8,7‴	g — (32″ 6,6‴ + 10,8‴)	cum nullo nodo 16″8,7‴
34″	$\overline{g}$ —	cum 2 nodis 33″ 5,4‴	$\overline{cis}$ +[1]) (23″ 1,6‴ — 5,6‴)	cum 1 nodo 34″
51″	$\overline{g}$ —	cum 3 nodis 50″ 2,1‴	$\overline{dis}$ (20″ 6‴)	cum 2 nodis 51″ 3‴
67″	$\overline{g}$ —	cum 4 nodis 66″ 10,8‴	$\overline{e}$ (19″ 4‴)	cum 3 nodis 67″ 6‴
83″	$\overline{g}$ —	cum 5 nodis 83″ 7,5‴	$\overline{f}$ — (18″3,24‴+2,09‴)	cum 4 nodis 83″
100″	$\overline{g}$ —	cum 6 nodis 100″ 4,2‴	$\overline{f}$ (18″ 3,24‴)	cum 5 nodis 100″, 5,82‴

[1]) Signorum — et + hac in tabula hoc modo rationem habui. Sonus $\overline{g}$ a *tubo aperto* 16″ 3,3‴ longo profertur. Aestimavi, *tubum apertum,* qui sonum $\overline{g}$ — protulisset, 5,4‴ fuisse longiorem, h. e. 16″ 8,7‴ fuisse longum. Quare in tabula sono $\overline{g}$ subscripsi 16″ 3,3‴, et signo — subscripsi + 5,4‴. Ex hoc utroque numero invicem addito computavi numeros columnae tertiae. Simili modo signi + rationem habui. Exempli causa sonus $\overline{cis}$ a *tubo aperto* 23″ 1,6‴ longo profertur. Aestimavi, *tubum apertum,* qui sonum $\overline{cis}$ + protulisset, 5,6‴ fuisse breviorem, h. e. 22″ 8‴ fuisse longum. Ex hac vero longitudine in columna ultima longitudinem *tubi tecti* cum *uno nodo* oscillantis = 34″ repetii.

Facile ex hac tabula cognoscitur, *columnam aëris instrumento nostro comprehensam in sono illo acutissimo,* qui sono $\overline{g}$ proximus est, 1, 2, 3, 4, 5 et 6 *habuisse longitudinem tubi aperti eundem sonum tanquam sonum fundamentalem proferentis; columnam vero aëris instrumento nostro comprehensam in sonis gravioribus, una cum illo acutissimo prolatis,* $^1/_2$, $1^1/_2$, $2^1/_2$, $3^1/_2$, $4^1/_2$ et $5^1/_2$ *habuisse longitudinem tuborum apertorum eosdem sonos tanquam sonos fundamentales proferentium.*

Has ipsas leges experimentis comprobare apud animum proposueramus, atque ex iis, quae hactenus explicuimus, elucet, sonum *tubi linguati maxime acutum* oscillatione aëris proferri, quae fit secundum legem *tuborum apertorum (Labialpfeifen);* et sonos *tubi linguati graves* oscillatione aëris proferri, quae fit secundum legem *tuborum contectorum (gedackte Orgelpfeifen).* Deinde ex illa tabula cognoscitur, in tubis lamina libera instructis numerum partium columnae aëris separatim oscillantium sane posse augeri (in tabula illa ab una parte usque ad sex partes), et tubos lamina libera instructos hactenus sonos *aliquotos* proferre; sed sonos aliquotos inde proferri non posse *subdivisione* quadam partium oscillantium, qua ex una sectione, quae separatim oscillabat, duae vel tres partes aequales separatimque oscillantes conformentur.

Experimentorum series hac § proposita propter magnum sonorum aliquotorum seu harmonicorum numerum, quem e tubo lamina libera instructo elicuimus, memoratu est digna.

§ 15.

Hac denique paragrapho has leges experientia comprobabo.

No. 10. *Si tubum linguatum in partes aequales dividis, ea quidem longitudine, qua tubus apertus, sonum linguae proferens, est, sique restat pars minor quam dimidia illa longitudo, non admodum erras, si sonum tubi linguati aequalem sumis sono linguae separatim oscillanti proprio, eoque minus erras, quo minor illa pars restans est.*

No. 11. *Sin autem pars major quam dimidia illa longitudo restat, non admodum erras, si sonum tubi linguati secundum legem tuborum tectorum constituis, ita, ut e sonis, quos tubus tectus longitudine tubi linguati edere potest, eum eligis, qui est gravior quam sonus linguae, simul vero sono linguae proximus. Haec lex eo minus fallit, quo major illa pars restans est*[1]).

Experimentorum series, ad quam exponendam nunc progredimur, eodem tubo linguato, Fig. 3 delineato pag. 223 descripto instituebatur. Pars laminae tubo affixa et adglutinata, *forcipe (kleinem Handschraub-*

[1]) Longum est, hac dissertatione leges explicare, quibus etiam hi parvi errores evitantur. Id autem fiet in opere anno currente edendo, quod pag. 222 commemoravi.

stocke, étau à main) ad tubum *(Kelle)* ita apprimebatur, ut affixa laminae pars plane immobilis redderetur, et liberam laminae partem solam oscillare certissimum esset. Hoc modo laminam figendi sonus instrumenti purissimus reddebatur. Flumen aëris, vel vehementius vel lenius, sonum excitans, altitudinem omnino nihil mutabat.

E seriebus experimentorum ante enarratis intelleximus, *tubum linguatum* sonos a g usque ad $\bar{g}$ proferre; aëris columnam tubo comprehensam in sonis a g usque ad $\bar{e}$ aequalem esse longitudini tubi alterutra extremitate contecti, eundem sonum prodentis, in sonis $\bar{f}$ et $\overline{fis}$, multiplo quodam *tuborum apertorum* hos sonos prodentium subtracto, tubi partem, quae restet, aliquantulum fore minorem dimidiâ tubi illius vulgaris longitudine; *tubum* denique *linguatum* sonum $\bar{g}$ proferre non desistere, donec dimidia illa tubi vulgaris $\bar{g}$ proferentis pars omnino evanuerit.

Qua experientia ducti, aëris columnae, *tubo linguato* comprehensae, has deinceps longitudines dedimus. Brevitatis causa *longitudines* tuborum apertorum simpliciter oscillantium, destinatos sonos proferentium, *sonorum* nominibus nunc appellabimus. Longitudines igitur, quae columnae aëris in experimentis exponendis dabuntur, hae sunt:

$2^1/_2\ \bar{g}$ [1]) = 40‴ 8,2‴

$2\ \bar{g} = 1^1/_2\ \bar{d}$ = 32″ 6,6‴

$1^1/_2\ \overline{dis}$ = 30″ 9,1‴

$1^1/_2\ \bar{e}$ = 29″ 0,3‴

$1^1/_2\ \bar{f}$ = 27″ 4,8‴

$1^1/_2\ \overline{fis}$ = 25″ 10,4‴

$1^1/_2\ \bar{g}$ = 24″ 4,9‴

$1\ \bar{g} = {}^1/_2\ g$ = 16″ 3,3‴

$^1/_2\ gis$ = 15″ 4,3‴

$^1/_2\ a$ = 14″ 6‴

$^1/_2\ ais$ = 13‴ 8,25‴

$^1/_2\ h$ = 12″ 11‴

$^1/_2\ \bar{c}$ = 12″ 2,3‴

$^1/_2\ \overline{cis}$ = 11″ 6,8‴

$^1/_2\ \bar{d}$ = 10″ 10,3‴

$^1/_2\ \overline{dis}$ = 10″ 3‴

$^1/_2\ \bar{e}$ = 9″ 8,1‴

$^1/_2\ \bar{f}$ = 9″ 1,6‴

$^1/_2\ \overline{fis}$ = 8″ 7,4‴

$^1/_2\ \bar{g}$ = 8″ 1,6‴

[1]) $\bar{g}$ indicat longitudinem tubi utroque fine aperti, qui oscillans sonum $\bar{g}$ prodit cet.

Sonos, quos tubus linguatus hac columnae aëris longitudine protulit, diligentissime definivimus. Quod ut fieri posset, chordam orichalceam tenuissimamque (No. 9) 12″ longam accuratissime ponderavi librâ ex apparatu physico universitatis nostrae, quam Cel. Schweiggerus, qui et in hac et in ceteris disquisitionibus a me susceptis praecique me adjuvit, una cum ponderibus normalibus in Francogallia nunc usitatis (*Kilogramma* ejusque partes aliquotas maxime subtiles) ab Abelio, mechanico Gottingensi, fabricatis, mihi suppeditaverat. Quo facto, chorda in modum perpendiculi suspendebatur, et ponderibus illis Francogallicis magis magisque tendebatur, donec eundem proferebat sonum, quem *tubus linguatus*. Quum chordae et longitudinem et pondus comperta haberemus, itemque videremus, quo pondere ipsa esset tensa, inde numerum oscillationum chordae quoque minuto secundo conclusimus, qui etiam convenire debebat cum numero oscillationum a *tubo linguato* quoque minuto secundo peracto.

Quae chorda, quum ita tensa esset, ut sonum *tubi linguati* accuratissime proferret, pondus eam tendens tantillum minuebatur, donec sonorum chordae et tubi diversitas animadverteretur. Deinde idem pondus tantillum adauctum est, donec sonorum chordae et tubi diversitas etiam hoc modo perciperetur. Si constituuntur numeri oscillationum his ponderibus chordam tendentibus extremis convenientes, et his duobus numeris numerus invenitur medius et proportionalis, is accuratissime indicat oscillationum numerum a tubo linguato quoque minuto secundo effectum. Eaque accuratissima sonos definiendi ratione in experimentis jam exponendis usus sum: Primum dabo Figuram 18, qua *tubus linguatus* delineatus est, et partes ab eo deinceps abscissae lineis horizontalibus indicatae, et loco sonorum, quos in prioribus Figuris adnotaveram, numeros oscillationum a *tubo linguato* quoque minuto secundo effectarum adnotatae sunt.

In tabulae haec experimenta comprehendentis inscriptione longitudinem pondusque chordae, quam ad sonum tubi lamina instructi definiendum adhibuimus, indicamus. — In prima tabulae columna indicamus longitudinem columnae aëris instrumento comprehensae *duplici* quidem modo, partim numero partium aliquotarum pedis Parisiensis, partim numero longitudinum tuborum utroque fine apertorum, certos sonos fundamentales proferentium. Quas longitudines tuborum apertorum literis indicamus iisdem, quibus soni ab iis prolati appellantur. — In altera tabulae columna indicamus pondus chordam tendens, quum sonus chordae cum sono *tubi linguati* non quidem conveniebat, sed sic erat propinquus, ut alter ab altero vix distingueretur. Sonus chordae sono instrumenti duplici modo proprior fieri poterat, si vel hic vel ille fuerat acutior. Pondus chordam tendens ad priorem sonorum approximationem necessarium in tabula primum obtinuit locum, pondus chordam tendens ad

alteram sonorum approximationem necessarium in tabula secundum obtinuit locum. — Tertia tabulae columna comprehendit oscillationum numeros sonis *tubi linguati* convenientes, experimentis hisce nostris inventos. — Quarta tabulae columna comprehendit oscillationum numeros, qui ex legibus pag. 244 et 245 expositis conclusi sunt, eosque etiam adnotavimus in sonis $\overline{fis}$ et $\overline{f}$, quos legem illam non sequi, sed non multum ab ea aberrare, supra expositum est.

Tabula VII

de sonis tubi linguati, cui tubi lignei diversa longitudine applicati sunt, si sonus modo Fig. 8 indicato profertur. Chordae orichalceae ad definiendam sonorum altitudinem adhibitae pars libere oscillans 12″ erat longa, et 0,082911 grammatis (gramme) erat pondus hujus partis chordae.

Columna I. Longitudo columnae aëris instrumento comprehensa.	*Columna* II. Pondera tendentia quum sonus chordae tantillum vel erat gravior vel acutior sono instrumenti.	*Columna* III. Numerus oscillationum soni instrumenti experimentis inventus.	*Columna* IV. Numerus oscillationum instrumenti ex legibus pag. 244 et 245 expositis conclusus.
$2\frac{1}{2}\ \overline{g}$[1]) = 40″ 8,2‴	658 grammes 673 gr.	738,6	776
$2\frac{1}{4}\ \overline{g}$ = 36″ 7,5‴	965 „ 717 „	760,6	776
$2\ \overline{g}$ = 32″ 6,6‴	710 „ 754 „	774,1	776
$1\frac{1}{2}\ \overline{d}$ = 32″ 6,6‴	395 „ 406 „	567,1	574,7
$1\frac{1}{2}\ \overline{dis}$ = 30″ 9,1‴	454 „ 479 „	618,2	608,8
$1\frac{1}{2}\ \overline{e}$ = 29″ 0,3‴	476 „ 519 „	638,3	645,0
$1\frac{1}{2}\ \overline{f}$ = 27″ 4,8‴	549 „ 578 „	679,4	683,4
$1\frac{1}{2}\ \overline{fis}$ = 25″ 10,4‴	586 „ 645 „	700	724,0
$1\frac{1}{2}\ \overline{g}$ = 24″ 4,9‴	636 „ 666 „	730,4	776
$1\frac{1}{4}\ \overline{g}$ = 20″ 4,2‴	691 „ 706 „	756,7	776
$1\ \overline{g}$ = 16″ 3,3‴	724 „ 744 „	775,7	776
$\frac{1}{2}\ g$ = 16″ 3,3‴	169 „ 198 „	386,7	383,5
15″ 4,3‴	724 „ 754 „	778,1	767,1
$\frac{1}{2}\ gis$ = 15″ 4,3‴	194 „ 231 „	416,4	406,4
$\frac{1}{2}\ a$ = 14″ 6‴	223 „ 256 „	442,7	430,5
$\frac{1}{2}\ ais$ = 13″ 8,25‴	253 „ 271 „	462,9	456,1
$\frac{1}{2}\ h$ = 12″ 11‴	269 „ 297 „	481,1	483,2
$\frac{1}{2}\ \overline{c}$ = 12″ 2,3‴	300 „ 359 „	518,5	512,0
$\frac{1}{2}\ \overline{cis}$ = 11″ 6,8‴	359 „ 388 „	552,8	542,4
$\frac{1}{2}\ \overline{d}$ = 10″ 10,3‴	402 „ 463 „	594,7	574,7
$\frac{1}{2}\ \overline{dis}$ = 10″ 3‴	461 „ 490 „	624,2	608,8
$\frac{1}{2}\ \overline{e}$ = 9″ 8,1‴	527 „ 549 „	663,8	645,1
$\frac{1}{2}\ \overline{f}$ = 9″ 1,6‴	534 „ 563 „	670,5	683,4
$\frac{1}{2}\ \overline{fis}$ = 8″ 7,4‴	549 „ 585 „	681,5	724,0
$\frac{1}{2}\ \overline{g}$ = 8″ 1,6‴	607 „ 666 „	721,9	776
$\frac{1}{4}\ \overline{g}$ = 4″ 0,8‴	688 „ 724 „	760,5	776
$\frac{1}{8}\ \overline{g}$ = 2″	717 „ 754 „	776,1	776

[1]) $\overline{g}$ indicat longitudinem tubi utroque fine aperti, qui oscillans sonum g prodit.

Hac denique tabula leges pag. 244 enunciatas omnes optime comprobatas habemus, nam discrimen decem oscillationum inter 750 in ejusmodi numeris ex pluribus experimentis repetitis et conclusis, vix evitari potest.

§ 16.

His experimentis expositis, methodum generalem demonstrabo ex omnibus legibus, per experimenta comprobatis, hucusque expositis, collectam, qua sonus cujuscunque *tubi linguati*, ita comparati, ut § 13 praescriptum est, praedici potest.

Tubus linguatus nullum continet corpus, quod, quibus ex legibus moveatur, omnino ignoretur. Leges motuum regularium, e quibus aër in tubis movetur, cognitae sunt. Item leges oscillationum regularium laminarum rigido-elasticarum sunt inventae. Itaque, quum corpora oscillantia in *tubo linguato* partim aëris columna sit, partim lamina rigido-elastica; non est, quod in observandis ejus sonis leges exspectemus, ab iis, quae in acustica adhuc cognitae sunt, plane diversas; imo, jure exspectas, leges, quas soni *tubi linguati* sequantur, ex altera parte legibus laminarum rigido elasticarum fore similes, ex altera parte legibus oscillantium aëris columnarum. At leges laminarum elasticarum maxime differunt a legibus columnarum aëris. Quare videamus, quomodo utraeque conjungantur et accommodentur. De legibus laminarum et aëris oscillantium tria scire opus est, ad intelligendam legem generaliorem *tuborum linguatorum*.

1. De legibus *laminarum* oscillantium nihil scire opus est, nisi quot oscillationes lamina *tubi linguati* alterutra extremitate infixa, si separatim oscillat, quoque minuto secundo perficiat. Indicabo longitudinem *tubi aperti* totidem oscillationes peragentis, quot haec lamina separatim oscillans, pedibus Parisiensibus expressam, litera a.

2. De legibus aëris in tubis oscillantis *primum* scire opus est, quot oscillationes columna aëris *tubi linguati*, ablatâ linguâ, et apertis finibus quoque minuto secundo perficiat.

Hic oscillationum numerus est $= \frac{a}{l}\, 1010 \sqrt{1 + 0{,}0046875 \, . \, t}$, ubi

t, numerum graduum caloris secundum Réaumur indicat,
l, longitudinem tubi pedibus Parisiensibus expressam, et
n, numerum nodorum indicat.

$1010 \sqrt{1 + 0{,}0046875 \, . \, t}$ est via, quam undae sonum propagantes quoque minuto secundo per aërem permeant.

3. De legibus aëris in tubis oscillantis *deinde* scire opus est, quot

oscillationes columna aëris *tubi linguati,* si in *tubo* alterutra extremitate *clauso* versaretur, quoque minuto secundo perficeret.

Hic oscillationum numerus est $= \frac{2n+1}{2l} 1010 \sqrt{1 + 0{,}0046875 . t}$.

His tribus legibus praemissis, numerum oscillationum, qui a quolibet *tubo linguato* ita comparato, ut § 13 praescriptum est, perficiuntur, cognoscimus

$$\frac{4l + a - 2r \pm (a - 2r)}{4la} 1010 \sqrt{1 + 0{,}0046875 . t},$$

ubi nihil explicandum est, nisi litera r. Si dividis longitudinem *tubi linguati* longitudine a (pag. 248, No. 1 explicita), restat longitudo r. Haec longitudo r vel major, vel minor, vel aequalis est longitudini $\frac{1}{2}a$. In formula superiore signum superius adhiberi debet, si r superat $\frac{1}{2}a$, et signum inferius, si $\frac{1}{2}a$ majus est quam r.

Primum quatuor de hac formula adnotationes adjiciam, deinde eandem legem verbis exprimam.

1. Quo magis differt r ab $\frac{1}{2}a$, eo rectior est formula illa, sive r majus, sive minus sit quam a. Etiam si $r = \frac{1}{2}a$, error ex hac formula ortus parvus est. Sin autem r vel $= o$, vel $= a$, formula rectissima cognoscitur. Vid. lex No. 10 et 11, pag. 244. In libro anno currente, ut pag. 244 in nota dixi, edendo, formulam dabimus omni errore carentem, quam hic explicare longum est.

2. Modo explicui, quando ex signis $\pm$ hujus formulae, signum $+$ et quando signum $-$ sumendum sit; nimirum $+$, si r majus, signum $-$, si r minus est quam $\frac{1}{2}a$. Quod vero sumendum est signum, si $r = \frac{1}{2}a$? Quodlibet sumas, idem accipies oscillationum numerum.

3. Denique, quando $r = o$, ex lege modo commemorata signum $-$ est sumendum; sed facile est ad intelligendum, r tum etiam poni posse $= a$, et, si $r = a$, ex lege eâdem signum $+$ est sumendum. Quare tum duo soni e *tubo linguato* elici possunt, quorum alter signo $-$, et $r = o$, alter signo $+$, et $r = a$ definitur. Sonus, qui signo $-$, et $r = o$ definitur, semper est idem, nimirum sonus linguae separatim oscillantis,

sive sit $l = o$
sive $= a$
sive $= 2a$
sive $= 3a$ cet.

nam formula semper erit $\frac{1}{a}\,1010\sqrt{1+0{,}0046875\,.\,t}$,

quae sonum laminae separatim oscillantis indicat. Vid. pag. 226 (1).

Sonus autem, qui signo $+$, et $r=a$ indicatur, diversus est, si l vel $= a$[1])
vel $=2a$
vel $=3a$

Nam tum formula erit

vel $=\frac{1}{2a}\,1010\sqrt{1+0{,}0046875\,.\,t}$, quae sonum *octavâ* graviorem sono linguae indicat;

vel $=\frac{3}{4a}\,1010\sqrt{1+0{,}0046875\,.\,t}$, quae sonum *quartâ* graviorem sono linguae indicat;

vel $=\frac{5}{6a}\,1010\sqrt{1+0{,}0046875\,.\,t}$, quae sonum *tertia minore* graviorem sono linguae indicat;

cet. Vid. pag. 243.

4. Ex formula facile intelligitur, sonum *tubi linguati* nunquam esse acutiorem quam sonus linguae separatim oscillantis, et nunquam graviorem, quam *octava* gravior soni linguae.

Nam a) si signum — sumis, si igitur $r < \frac{1}{2}a$, sonus secundum formulam semper est sonus linguae, ex veritate autem tantum si $r=o$ sonus est plane eadem altitudine, qua sonus linguae, et quo magis r aequat $\frac{1}{2}a$, eo gravior erit sonus tubi, sed haec depressio tam parva est, ut, si negligas, non admodum erres. Vid. lex No. 10 et 11, pag. 244.

b) si signum $+$ sumis, si igitur $r > \frac{1}{2}a$, et appellas ϱ differentiam inter r et $\frac{1}{2}a$, formula erit haec:

$$\frac{1}{a}\,1010\sqrt{1+0{,}0046875\,.\,t}-\frac{\varrho}{a\,l}\,1010\sqrt{1+0{,}0046875\,.\,t},$$

unde intelligitur, numerum oscillationum semper esse minorem, quam numerus oscillationum soni linguae, qui est $=\frac{1}{a}\,1010\sqrt{1+0{,}0046875\,.\,t}$. Porro valor maximus longitudinis $\varrho=\frac{1}{2}a$ et valor minimus longitudinis l, si $\varrho=\frac{1}{2}a$ est $l=a$, quare numerus minimus, quem haec formula exprimere potest, est

[1]) Si $l=o$, et $r=a$ sumere velles, numerum oscillationum $=-\infty$ invenires, quod indicaret, nullum omnino sonum hoc modo oriri posse.

$$\frac{1}{2a} 1010 \sqrt{1 + 0{,}0046875..t},$$

h. e. *tubus linguatus* sonum non graviorem profert, quam sonum *octavâ* graviorem sono linguae. Vid. nota pag. 235.

Legem, ex qua numerus oscillationum *tubi linguati* invenitur, quam modo signis mathematicis expressi, nunc etiam verbis hoc modo eloquar.

Certo quodam tubo linguato dato, primum investiga sonum laminae separatim oscillantis; deinde quaere, quoties contineat longitudo tubi linguati longitudinem tubi aperti, eundem sonum, quem lamina, tanquam sonum fundamentalem proferentis, et quid restet, si illa longitudo hac dividatur. Ex responsione apparet 1. *quis sit in tubo linguato sectionum separatim oscillantium nodisque invicem secretorum numerus. Nam quoties illa longitudo hanc continet, toties sunt sectiones separatim oscillantes, si nihil restat; sin autem pars restat, numerus sectionum separatim oscillantium una augeri debet;* 2. *num pars restans major an minor sit dimidia tubi aperti longitudine. Si minor est, sonus tubi linguati sono linguae aequalis est, si parvas differentias non curamus. Si major est, sonus tubi linguati aequalis est sono tubi tecti aeque longi, qui in totidem sectiones per totidem nodos divisa oscillat.*

§ 17.

Secundam hanc dissertationis partem concludamus conspectu omnium legum, quae non solum de prima classe methodorum sonos e *tubis linguatis* eliciendi valent, sed etiam de altera et tertia classe. Vid. p. 219, 220, 221.

Enumeravimus pag. 219 tres classes sonum e *tubo linguato* eliciendi. *Prima* ea fuit, qua flumen aëris per tubum missum, linguam foramini admoveret. Leges, quas tales *tubi linguati* sequuntur, exposuimus. *Altera* classis ea fuit, qua flumen aëris per tubum missum linguam a foramine amoveret.

In *tubis linguatis* hujus utriusque classis flumen aëris per tubum mittatur necesse est. *Tertia* est classis methodorum sonum e *tubis linguatis* eliciendi, qua flumen aëris per tubum mittatur non necesse est. Vid. pag. 221. *Tubi linguati* hujus tertiae classis ideo memoratu dignissimae sunt, quod nonnunquam leges tuborum *in utraque extremitate* plane clausorum sequuntur, cujus generis neque tubi, neque oscillationes, neque soni hucusque observati vel inventi erant; ad hoc enim usque tempus nullo pacto effici poterat, ut aër, in tubo angusto, utraque extremitate clauso comprehensus, sonaret.

Multum interest, de omnibus his tribus classibus leges exponere, ex quibus sonus cujusque *tubi linguati* praedici possit.

1. De *tubis linguatis* primae classis jam verbis expressi ad finem § antecedentis, quomodo soni eorum antea constitui possint.

2. De *tubis linguatis* alterius classis soni hoc modo determinari et praedici possunt. *Certo quodam tubo linguato dato, primum investiga sonum laminae separatim oscillantis; deinde quaere, quoties contineat longitudo tubi linguati longitudinem tubi aperti eundem sonum, quem lamina, tanquam sonum fundamentalem proferentis, et quid restet, si illa longitudo hac dividatur. Ex responsione apparet:* 1. *quis sit in tubo linguato numerus nodorum. Nam quoties illa longitudo hanc continet, toties sunt nodi;* 2. *num pars restans major an minor sit dimidia tubi longitudine. Si major est, sonus tubi linguati sono linguae aequalis est, si parvas differentias non curamus. Si minor est, sonus tubi linguati aequalis est sono tubi tecti aeque longi, qui per totidem nodos divisus oscillat.*

3. De *tubis linguatis* tertiae classis soni hoc modo determinantur et praedicuntur. *Certo quodam tubo linguato dato, investiga sonum linguae et quaere, quoties contineat longitudo tubi linguati longitudinem tubi aperti, eundem sonum, quem lamina, proferentis. Ex responsione apparet:* 1. *quis sit in tubo linguato numerus nodorum. Nam quoties illa longitudo hanc continet, toties sunt sectiones separatim oscillantes, si nihil restat, aut si minus restat dimidia tubi longitudine; si plus restat dimidia tubi longitudine, numerus sectionum separatim oscillantium una augeri debet;* 2. *num pars restans major an minor sit dimidia tubi longitudine. Si major est, sonus tubi linguati sono linguae aequalis est, si parvas differentias non curamus. Si minor est, sonus tubi linguati aequalis est sono tubi in utraque extremitate plane clausi, aeque longi, qui in totidem sectiones oscillantes divisus est.*

Hae tres trium classium *tuborum linguatorum* leges ita sunt comparatae, ut una lege generali comprehendi possint. Nam ex prima lege numerus oscillationum, a *tubo linguato primae classis* quoque minuto secundo perfectus,

$$\text{est} = \frac{4\,l + a - 2\,r \pm (a - 2\,r)}{4\,a\,l}\,1010\,\sqrt{1 + 0{,}0046875\,.\,t}\,.$$

Ex lege altera numerus oscillationum, a *tubo linguato secundae classis* quoque minuto secundo perfectus,

$$\text{est} = \frac{4\,l + 2\,r - a \pm (2\,r - a)}{4\,a\,l}\,1010\,\sqrt{1 + 0{,}0046875\,.\,t}\,.$$

Ex lege tertia denique numerus oscillationum a *tubo linguato tertiae classis* quoque minuto secundo perfectus,

$$\text{est} = \frac{l - \frac{1}{2}\,r \pm \frac{1}{2}\,r}{a\,l}\,1010\,\sqrt{1 + 0{,}0046875\,.\,t}\,,$$

quod etiam hoc modo exprimi potest,

$$= \frac{4\,l - 2\,r \pm 2\,r}{4\,a\,l}\,1010\,\sqrt{1 + 0{,}0046875\,.\,t}\,.$$

Duae leges duarum primarum classium *tuborum linguatorum* hac una lege generali comprehendi possunt:

$$N = \frac{4\,l + (a - 2\,r \pm (a - 2\,r))}{4\,a\,l}\,1010\,\sqrt{1 + 0{,}0046875\,.\,t}\,.$$

Litera N indicat numerum oscillationum a *tubo linguato* quoque minuto secundo perfectarum. Signum + ante parenthesin valet pro classe prima *tuborum linguatorum*, et signum — pro classe secunda.

Omnes tres leges omnium trium classium *tuborum linguatorum* eadem lege universali comprehendi possunt,

$$N = \frac{4\,l \pm (a - 2\,r \pm (a - 2\,r))}{4\,a\,l}\,1010\,\sqrt{1 + 0{,}0046875\,.\,t},$$

sed in hac lege maxime generali litera r non simpliciter longitudinem partis *tubi linguati* indicat, quae restat, si longitudine a dividitur, sed *r indicat eam partem tubi linguati, qui abscindi debet a tubo linguato, si hic sonum linguae, linguâ abjectâ, proferre debet.*

Denique de omnibus his legibus adjicio has adnotationes:

1. Ex uno eodemque instrumento linguato, si cum eo tubi diversae longitudinis conjunguntur, ope trium classium methodorum sonos proferendi, tres series sonorum plane diversae elici possunt, quae autem omnes certam quandam rationem habent ad sonum linguae instrumenti linguati. Nam 1. hic sonus linguae seu instrumenti linguati est in serie prima *sonorum methodis primae classis prolatorum limes superior* sonorum, quem etiam soni acutissimi hujus seriei transgredi nequeunt; 2. idem sonus linguae seu instrumenti linguati est in serie secunda *sonorum methodis secundae classis prolatorum limes inferior* sonorum, quem etiam soni maxime graves hujus seriei transgredi nequeunt; 3. idem denique sonus linguae seu instrumenti linguati est in serie tertia *sonorum methodis tertiae classis prolatorum* rursum limes superior sonorum, quem etiam soni acutissimi hujus seriei transgredi nequeunt.

2. Harum trium sonorum serierum quaeque e duabus constat partibus; dimidia sonorum pars proxima est sono linguae seu *instrumenti linguati.* Altera pars dimidia sonorum celeriter a sono linguae seu *instrumenti linguati* recedit. Nam si a *tubo linguato* particulae iterum iterumque absecantur, usque pars absecta sit longitudine $\frac{1}{2}\,a$, et, quaque particula abscissa, sonus elicitur, et si haec successiva absectio longitudinis $\frac{1}{2}\,a$ repetitur, omnes soni alternis vicibus nunc sono linguae seu *instrumenti linguati* proximi perseverant, nunc celeriter ab hoc sono recedunt.

3. Inde intelligitur, quantum in his tribus sonorum seriebus sonus linguae seu *instrumenti linguati* regnet, quum certe dimidia sonorum

pars, qui in universum a *tubo linguato* edi possunt, sono *instrumenti linguati* proxima sit. Etiam adnotandum est, sonum *tubi linguati* quocunque modo elicitum aequalem esse sono linguae seu *instrumenti linguati*, cum, si tubus tam brevis redditur, ut tandem evanescat, tum, si tubi longitudo tanta est, ut longitudo *tubi aperti* sonum linguae tanquam sonum fundamentalem proferentis cum illa comparari non possit.

EXPLICATIO FIGURARUM.

Fig. 1. *Sirena*, a Caignard Latour inventa. p. 213.

Fig. 2. *Instrumentum linguatum* e tabula metallica perforata factum. p. 215.

Fig. 3. *Instrumentum linguatum* e brevi tubo factum. p. 215.

Fig. 4. *Instrumentum linguatum* e brevi tubo factum, cui lingua in altera extremitate firmissime infixa est. p. 215.

Fig. 5. *Instrumentum linguatum* e brevi tubo factum, cujus lingua per forcipem tubo apprimitur et hac re ita firmatur, ut haec linguae extremitas plane immobilis reddatur. p. 216.

Fig. 6. *Instrumentum linguatum*, quo pericula in libro nostro, Wellenlehre inscripto, p. 521 enarrata, facta sunt. Hoc instrumentum canali *e* inclusum est. Lingua ejus *bb* per corpus *g* et elaterem ferreum *i* tubo apprimitur. Corpus *g* per cochleam *h* promoveri et removeri potest, ita ut pars libera linguae longior breviorve reddatur. p. 222.

Fig. 7. *Tubus organi apertus*. p. 217.

Fig. 8. *Tubus linguatus*, et methodus prima sonum in *tubo linguato* excitandi, (ad classem *primam* methodorum referenda) effigie illustrata. p. 219.

Fig. 9. Methodus altera, ad *primam* classem methodorum referenda. p. 220.

Fig. 10. Methodus tertia, ad *primam* classem methodorum referenda. p. 220.

Fig. 11. Methodus quarta, ad *secundam* classem methodorum referenda. p. 220.

Fig. 12. Methodus quinta, ad *secundam* classem methodorum referenda. p. 221.

Fig. 13. Methodus sexta, ad *tertiam* classem methodorum referenda. p. 221.

Fig. 14. Linea, axem tubi, per nodos in partes divisi, indicans. p. 227

Fig. 15. *Tubus linguatus*, a quo particulae in locis, per lineas indicatis, abscindebantur. Soni a *tubo linguato* editi adscripti sunt. p. 232.

Fig. 16. *Tubus linguatus*, a quo particulae locis per lineas horizontales indicatis, abscissae sunt. Soni a *tubo linguato* editi adscripti sunt, simul vero signis + et — indicatum, num sonus paulo acutior vel gravior sono adscripto fuerit. Parenthesis nonnunquam addita indicat sonum tubi admodum vicinum fuisse sono adscripto. p. 236.

Fig. 17. Exprimit idem. p. 241.

Fig. 18. Exprimit idem. p. 242.

Tabula II.

De sonis tubi linguati, si sonus modo Fig. 8 pag. 219 descripto gignitur.
Vid. pag. 234.

Col. I. Sonus tubi linguati.	*Col.* II. Numerus oscillationum illi sono quoque minuto secundo conveniens.	*Col.* III. Longitudo tubi vulgaris utroque fine aperti eundem sonum proferentis.	*Col.* IV. Longitudo prima columnae aëris in tubo linguato qua applicata sonus ille profertur.	*Col.* V. Longiduto secunda columnae aëris in tubo linguato qua applicata sonus ille profertur.	*Col.* VI. Haec longitudo columnae secunda aequalis est longitudini tubi aperti, eundem sonum proferentis, addita dimidia fere ejus longitudine.	*Col.* VII. Longitudo tertia columnae aëris in tubo linguato qua applicata sonus ille profertur.
$\overline{g}$	767	16″ 3,3‴	2″ usq. 5″ 2‴	16″ 4‴ usq. 21″ 1‴	= 16″ 3,3‴ + 4″ 9,7‴	34″6‴usq.39″4‴
$\overline{fis}$	724	17″ 2,9‴	7″ 2‴	23″ 6‴	= 17″ 2,9‴ + 6″ 3,1‴	42″
$\overline{f}$	$683\frac{1}{2}$	18″ 3,24‴	9″ 3‴	25″ 9‴	= 18″ 3,24‴ + 7″ 5,76‴	45″ 3‴
$\overline{e}$	645	19″ 4,27‴	9″ 7‴	28″ 6‴	= 19″ 4,27‴ + 9″ 1,73‴	48″ 7‴
$\overline{dis}$	$608\frac{3}{4}$	20″ 6,08‴		30″ 6‴	= 20″ 6‴ + 10″	50″ 10‴
$\overline{d}$	$574\frac{3}{4}$	21″ 8,6‴	11″ 1‴	33″ 6‴	= 21″ 8,6‴ + 11″ 9,4‴	
$\overline{cis}$	$542\frac{3}{8}$	23″ 1,6‴		36″ 5‴	= 23″ 1,6‴ + 13″ 3,4‴	
$\overline{c}$	512	24″ 4,6‴	12″ 6‴			
h	$483\frac{1}{4}$	25″ 10‴				
ais	$456\frac{1}{8}$	27″ 4,48‴	14″			
a	$430\frac{1}{2}$	29″				
gis	$406\frac{3}{8}$	30″ 8,6‴	15″ 5‴			
g	$383\frac{1}{2}$	32″ 6,6‴	16″ 4‴			

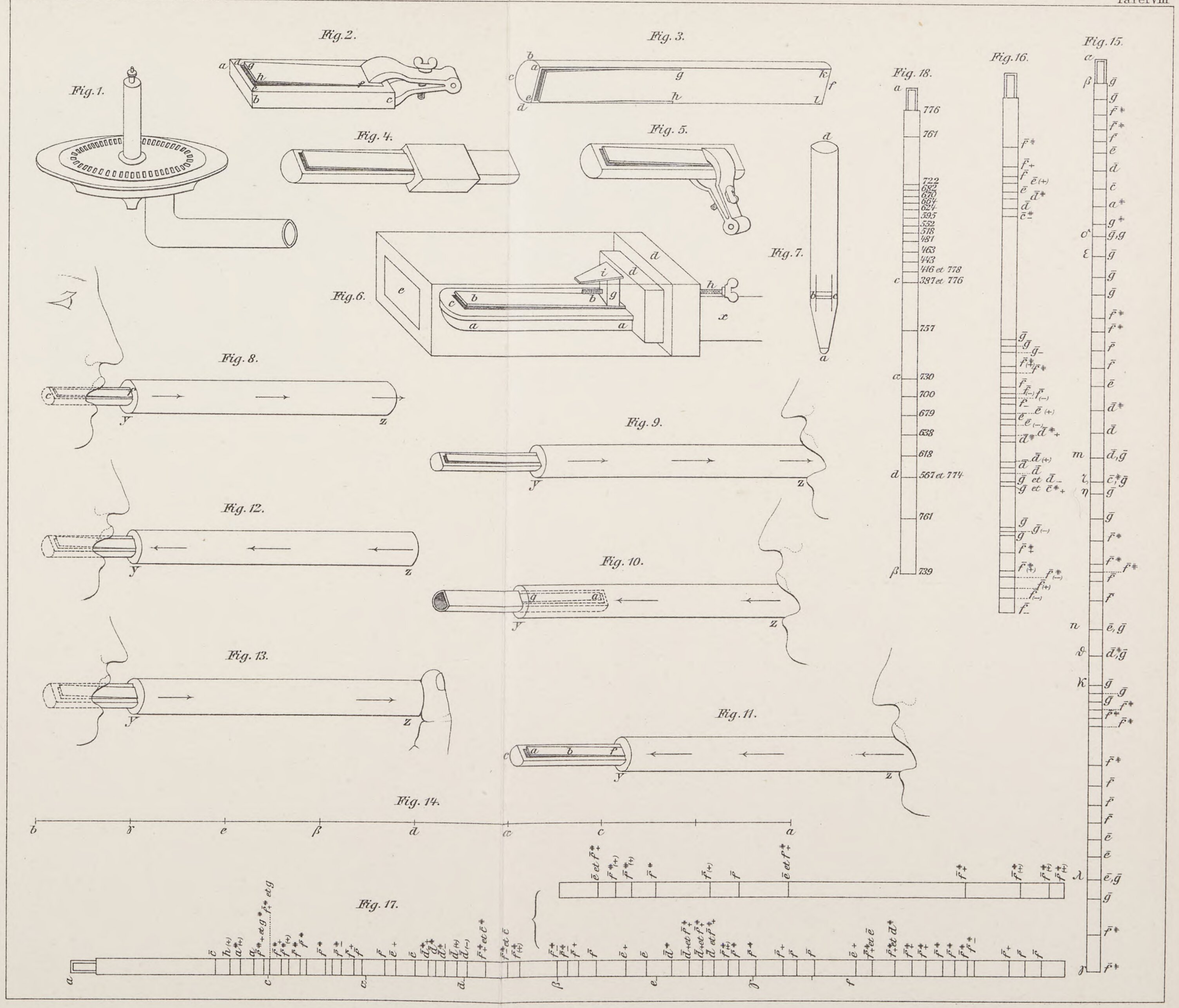
Col. VIII. Haec longitudo columnae tertia aequalis est duplici longitudini tubi aperti, eundem sonum proferentis, addita dimidia fere ejus longitudine.	*Col.* IX. Longitudo quarta columnae aëris in tubo linguato qua applicata sonus ille profertur.	*Col.* X. Haec longitudo columnae quarta aequalis est triplici longitudini tubi aperti, eundem sonum proferentis, addita dimidia fere ejus longitudine.	*Col.* XI. Longitudo quinta columnae aëris in tubo linguato qua applicata sonus ille profertur.	*Col.* XII. Haec longitudo columnae quinta aequalis est quadruplici longitudini tubi aperti, eundem sonum proferentis, addita dimidia fere ejus longitudine.
= 2 . 16″3,3‴ + 6″ 9,4‴	48″7‴usq.54″8‴	= 3.16″3,3‴ + 5″10,1‴	70″ 2‴	= 4.16″3,3‴ + 5″0,8‴
= 2 . 17″2,9‴ + 7″ 6,2‴	59″ 8‴	= 3.17′2,9‴ + 7″11,3‴	75″ 5‴	= 4.17″2,9‴ + 6″5,4‴
= 2 . 18″3,24‴ + 8″ 8,5‴	62″ 9‴	= 3.18″3,24‴ + 7″11,28‴		
= 2 . 19″4,27‴ + 9″10,5‴	67″ 4‴	= 3.19″4,27‴ + 9″3,2‴		
= 2 . 20″6‴ + 9″10‴				

Tabula VI.

De sonis tubi linguati, si sonus modo Fig. 8 indicato gignitur. Vid. pag. 242.

Col. I. Sonus tubi linguati.	*Col.* II. Numerus oscillationum illi sono quoque minuto secundo conveniens.	*Col.* III. Longitudo tubi utroque fine aperti, eundem sonum proferentis.	*Col.* IV. Longitudo prima columnae aëris in tubo linguato, qua applicata sonus ille profertur.	*Col.* V. Longitudo secunda columnae aëris in tubo linguato, qua applicata sonus ille profertur.	*Col.* VI. Haec longitudo columnae secunda aequalis est longitudini tubi aperti, eundem sonum proferentis, addita dimidia fere ejus longitudine.	*Col.* VII. Longitudo tertia columnae aëris in tubo linguato, qua applicata sonus ille profertur.	*Col.* VIII. Haec longitudo columnae tertia aequalis est duplici longitudini tubi aperti, eundem sonum proferentis, addita dimidia fere ejus longitudine.
$\overline{fis}$	724	17″ 2,9‴		21″ 10‴	=17″2,9‴ + 4″ 7,1‴	39″ 6‴	=2.17″2,9‴ +5″ 0,2‴
$\overline{f}$	$683\frac{1}{2}$	18″ 3,24‴		26″ 3,4‴	=18″3,24‴+ 8″ 0,16‴	44″ 4,7‴	=2.18″3,24‴+7″10,22‴
$\overline{e}$	645	19″ 4,27‴		28″ 9‴	=19″4,27‴+ 9″ 4,73‴	48″ 6‴	=2.19″4,27‴+ 9″9,46‴
$\overline{dis}$	$608\frac{3}{4}$	20″ 6,08‴		30″ 8,2‴	=20″6,08‴+10″ 2,12‴	51″	=2.20″6,08‴+9″11,84‴
$\overline{d}$	$574\frac{3}{4}$	21″ 8,6‴		32″ 9,5‴	=21″8,6‴ +11″ 0,9‴	54″	=2.21″8,6‴ +10″9,2‴
$\overline{cis}$	$542\frac{1}{3}$	23″ 1,6‴		35″	=23″1,6‴ +11″10,4‴		
$\overline{c}$	512	24″ 4,6‴	12″ 1,5‴	37″	=24″4,6‴ +12″ 7,4‴		
h	$483\frac{1}{4}$	25″ 10‴	13″ 7‴				
ais	456	27″ 4,48‴	14″ 3‴				
a	$430\frac{1}{2}$	29″	15″ 4,6‴				
gis	$406\frac{1}{3}$	30″ 8,6‴	16″ 2,6‴				
g	$383\frac{1}{2}$	32″ 6,6‴	19″ 8‴				

Col. IX. Longitudo quarta columnae in tubo linguato, qua applicata sonus ille profertur.	*Col.* X. Haec longitudo columnae quarta aequalis est triplici longitudini tubi aperti, eundem sonum proferentis, addita dimidia fere ejus longitudine.	*Col.* XI. Longitudo quinta columnae aëris in tubo linguato, qua applicata sonus ille profertur.	*Col.* XII. Haec longitudo columnae quinta aequalis est quadruplici longitudini tubi aperti, eundem sonum proferentis, addita dimidia fere ejus longitudine.	*Col.* XIII. Longitudo sexta columnae aëris in tubo linguato, qua applicata sonus ille profertur.	*Col.* XIV. Haec longitudo columnae sexta aequalis est quintuplici longitudini tubi aperti, eundem sonum proferentis, addita dimidia fere ejus longitudine.
57″ 10‴	=3.17″ 2,9‴ +6″1,3‴	75″ 8,3‴	=4.17″2,9‴ +6″8,7‴	92″ 4‴	=5.17″2,9‴ +6″1,5‴
62″ 1‴	=3.18″ 3,24‴+7″3,28‴	80″ 3‴	=4.18″3,24‴+7″2,28‴	99″ 4‴	=5.18″3,24‴+7″11,8‴
67″ 3‴	=3.19″ 4,27‴+9″2,19‴	86″ 5‴	=4.19″4,27‴+9″	104‴	=5.19″4,27‴+7″2,65‴
70″	=3.20″ 6,08‴+8″5,92‴				



XV.

Kompensation der Orgelpfeifen.

Ein Vortrag des Prof. Wilhelm Weber zu Halle, bei der Versammlung der deutschen Naturforscher zu Berlin, den 19. September 1828.

[Poggendorff's Annalen, XIV, p. 397—408, 1828.]

[In unwesentlich geänderter Fassung auch Caecilia, XI, p. 189—202, 1829.]

Wenn es möglich wäre, mit dem Gehöre eben so genaue Bestimmungen der Töne zu machen, als die Messungen des Raumes durch den Gesichtssinn sind, so würde man einige Eigenschaften und Kräfte der Körper, wie die Cohäsion, die Compressibilität, die Dilatabilität, die Ausdehnung durch die Wärme, zu deren Untersuchung räumliche Messungen des Gesichtssinns weniger geeignet sind, genauer als bisher kennen lernen. Wie klein ist z. B. die Verlängerung einer Metallstange, wenn sie sich durch die Wärme ausdehnt, und wie schwierig, diese kleine Verlängerung genau zu messen! Wie gross ist dagegen die Aenderung der Tonhöhe einer transversalschwingenden Metallsaite, wenn sie mit ihren Enden zwischen zwei unveränderlichen Punkten befestigt und aufgespannt, nur die geringste Verlängerung erleidet, weil durch diese Verlängerung die Kraft, durch welche die Saite in der Richtung ihrer Länge gespannt wird, sehr schnell abnimmt.

Bei meinen Versuchen wog z. B. eine 48 Par. Linie lange Eisensaite 0,02473 g. Wird diese Eisensaite mit 144,63 g gespannt, so macht sie 864 Schwingungen in einer Sekunde (giebt den Ton $\bar{a}$, wie gewöhnlich die Stimmgabeln der Pianofortes). Wird diese Eisensaite bei der Spannung von 144,63 g festgeklemmt, und so erwärmt, dass sie um den tausendsten Theil einer Par. Linie sich ausdehnt, so giebt sie nach meinen Versuchen einen Ton, der mehr als eine Vierteltonstufe tiefer als $\bar{a}$ ist. Ein geübtes Ohr kann aber, wie wir gleich nachher sehen werden, selbst die Wirkung einer Schwingung zu 1000 Schwingungen noch unterscheiden, und folglich noch den vierzigsten Theil von jenem

Tonunterschiede wahrnehmen. Um wie viel vortheilhafter ist in diesem Falle der Gebrauch des Ohres als der des Auges; denn die Messung mittelst des Ohres ist in diesem Falle etwa 40 mal feiner als die mittelst des Auges, das selbst durch das stärkste Mikroskop unterstützt höchstens bis auf den tausendsten Theil einer Linie sicher ist.

Die Fortschritte der Mechanik von physikalischer Seite scheinen hauptsächlich auf genauer Ausmittelung einiger Bewegungen zu beruhen. Welchen Gewinn hat man in der Mechanik aus einer einzigen Thatsache, aus der Messung des Raumes, welchen ein Körper im leeren Raume in einer Sekunde von der Ruhe ab durchfällt, zu ziehen gewusst! Aehnliche Vortheile bei Untersuchung einiger Naturkräfte kann es gewähren, wenn die Zahl der Schwingungen, die ein Körper unter bestimmten Verhältnissen macht, gleich genau, wie der Fallraum, gemessen wird.

Aber wie kommt es, dass die eigenthümlichen Vortheile, die das Ohr vor dem Auge voraus hat, zu genauen Messungen der Naturkräfte noch wenig benutzt sind? In der zu geringen Feinheit des Gehörs liegt der Grund nicht, dass dasselbe so wenig zu solchen Zwecken angewendet worden ist; denn ich kann aus Erfahrung beweisen, dass es fein genug empfindet, um unter günstigen Umständen die Töne unmittelbar so genau zu bestimmen, dass der Fehler auf 200 Schwingungen nie mehr als *eine* Schwingung beträgt. Und so wie man, wenn man das Auge durch einen Nonius oder Vernier, durch den Keil, durch den Fühlhebel und durch die Mikrometerschraube unterstützt, noch weit genauere Messungen mit ihm machen kann, als ohne diese Hülfsmittel, so stehen uns bei Bestimmung der Höhe der Töne Methoden zu Gebote, welche auf eine ähnliche Weise die Zählung der Schwingungen durch die Höhe der Töne so vervollkommnen, dass man unter günstigen Umständen auf 1000 Schwingungen nie mehr als eine irrt.

Ich will hier nur zweier von diesen Methoden gedenken, deren ich mich bei meinen Untersuchungen mit vorzüglichem Vortheile bedient habe. Die Beobachtung der sogenannten Schwebungen ist die erste dieser Methoden. Wenn die nicht ganz übereinstimmenden Pendel zweier Uhren neben einander schwingen, so beobachtet man bald Zeiträume, wo die Pendelschläge beider Uhren zwischen einander fallen, bald Zeiträume, wo die Pendelschläge beider Uhren zusammenfallen und deswegen einen stärkeren Eindruck aufs Ohr machen. Eben so machen von Zeit zu Zeit die Schwingungen zweier neben einander tönender Körper, bei denen nur ein geringer Unterschied ihrer Tonhöhe stattfindet, auf das Ohr einen stärkeren Eindruck, so oft die Maxima ihrer Schwingungen zusammenfallen, und diese stärkeren Eindrücke auf unser Ohr nennen wir Schwebungen. Diese sogenannten Schwebungen leisten nun für das

Ohr dasselbe, was der Vernier bei Längenmessungen und Winkelmessungen leistet. Durch den Vernier wird eine und dieselbe *Linie* zweimal in gleiche Theile getheilt, so dass sie bei der zweiten Theilung eine Unterabtheilung mehr als bei der ersten Theilung erhält. Durch die Schwingungen zweier Körper, welche Schwebungen hervorbringen, wird ein und derselbe *Zeitraum* zweifach in gleiche Theile getheilt, so dass die eine Theilung eine Unterabtheilung mehr als die andere erhält. Wie man nun beim Vernier das Zusammenfallen zweier Striche beobachtet, so beobachtet man die Schwebungen als das Zusammenfallen zweier Schwingungen.

Die zweite von mir immer angewendete Methode zur Unterstützung des Ohres bei der Vergleichung zweier Töne gründet sich darauf, dass ich den zu bestimmenden Ton auf doppelte Weise mit einem anderen Tone in Einklang zu bringen suche, erst durch Erhöhung, dann durch Vertiefung des zweiten Tones, und auf beiden Seiten die Grenzen bestimme, wo das Ohr den Unterschied beider Töne wahrzunehmen anfängt.

Aber die grosse, noch vorhandene Schwierigkeit bei Bestimmung der Töne durch das Ohr liegt darin, dass es uns noch jetzt an einem zuverlässigen unveränderlichen Maassstabe für die Höhe der Töne fehlt, an einem Körper, den man sich mit Sicherheit immer von neuem zurichten kann, und welcher immer genau denselben Ton hervorbringt, an einem Tone, der ein Maass für alle übrigen Töne ist, der ein Normalton ist, um alle anderen Töne mit ihm vergleichen und auf ihn reduciren zu können. Welchen Arbeiten haben sich die Physiker der neueren Zeit unterzogen, um ein solches Maass für die räumlichen Messungen zu gewinnen; welche Entdeckungen waren nothwendig, um durch die gehörigen Korrektionen, wegen Einflusses der Wärme und der umgebenden Luft, alle Längenmessungen, Barometermessungen und Pendelmessungen unter einander vergleichbar zu machen!

Durch Vorarbeiten, welche ich zu dem Zwecke, für die Töne genaue Messungsmethoden zu begründen und durch dieselben einige Eigenschaften der Körper genauer kennen zu lernen, gemacht habe, bin ich auf die Entdeckung kompensirter Orgelpfeifen geführt worden, die ausser den Vortheilen, welche sie mir bei manchen akustischen Untersuchungen durch ihre Töne von unveränderlicher Höhe verschaffen, auch für die Ausübung der Musik Nutzen zu versprechen scheinen. Bekanntlich leidet das grösste und vollkommenste aller musikalischen Instrumente, die Orgel, an dem Fehler, dass die Töne derselben nicht allmählig anwachsen und abnehmen können. Aber auf diesem allmähligen Anwachsen und Abnehmen beruht hauptsächlich der Ausdruck der Musik. Die vielfachen Anstrengungen, welche daher die Künstler gemacht haben, um der Orgel auch diesen Vorzug zu verschaffen, konnten bisher keinen

vollkommen glücklichen Erfolg haben; denn es liegt in dem Wesen einer longitudinalschwingenden Luftsäule, dass ihr Ton bei jeder Verstärkung höher, bei jeder Schwächung tiefer werde, und folglich ein beträchtliches Anwachsen oder Abnehmen des Tones eine dem Gehör unangenehme Aenderung der Tonhöhe zur Folge haben würde.

Auch die verbesserten Zungenpfeifen, mit freischwingenden, durchschlagenden Zungen, welche Kratzenstein von dem chinesischen Instrumente *Tscheng* auf seine Sprachmaschine übertrug, und welche dann später Andere, wie der Abt Vogler in sein Orchestrion, und wie Kaufmann und Grenié, in ihre Instrumente aufnahmen, leiden einigermassen an diesem Fehler, und die Bemühungen Grenié's haben ihn nicht beseitigen können.

Erst nachdem ich, durch eine lange Reihe von physikalischen Versuchen, die Gesetze gefunden hatte, nach welchen die Zungenpfeifen mit freischwingenden Zungen tönen, bin ich im Stande gewesen, Orgelpfeifen aufzustellen, welche, wie stark oder wie schwach auch der Luftstrom ist, der den Ton in ihnen erregt, dennoch immer genau dieselbe Tonhöhe behalten. Es sei mir gestattet, dass ich Ihnen zuerst das Mittel beschreibe, welches ich entdeckt habe, um diese Kompensation der Tonhöhe in Orgelpfeifen bei beliebiger Verstärkung und Schwächung des Tones sicher zu bewerkstelligen, und alsdann die Arbeiten anzugeben, welche ich gemacht habe, um dieses Mittel der Kompensation dem Kalkul zu unterwerfen, und sicher anwenden zu können.

Die Einrichtung der Kompensationspfeife gründet sich auf folgende Betrachtung.

Es ist bekannt, dass der Ton einer angeschlagenen Stimmgabel im ersten Augenblicke etwas tiefer ist, als gegen das Ende, wo die Schwingungsbahnen ihrer Theilchen sehr klein geworden sind. „Der Ton der verhallenden Stimmgabel,“ sagt man, „zieht sich etwas in die Höhe.“ Eben so zieht sich der Ton jeder verhallenden Saite etwas in die Höhe. Ueberhaupt ist es eine Eigenthümlichkeit aller transversalschwingenden Körper, dass ihr Ton etwas tiefer bei stärkerer Schwingung, etwas höher bei schwächerer Schwingung ist. Die umgekehrte Eigenthümlichkeit haben aber alle longitudinalschwingenden Körper, und im höchsten Grade findet sie sich bei longitudinalschwingenden Luftsäulen; denn statt, wie die transversal (durch Beugung) schwingenden Körper bei Verstärkung der Schwingungen tiefer zu tönen, tönen longitudinal (durch Verdichtung und Verdünnung) schwingende Körper dabei höher. „Der Ton eines Blaseinstrumentes,“ sagt man, „wird durch stärkeres Blasen in die Höhe getrieben.“ In beiden Fällen, bei Longitudinalschwingungen und bei Transversalschwingungen, wird also der Ton in seiner Höhe geändert, aber auf eine entgegengesetzte Weise.

Wäre es nun also möglich, eine tönende Metallplatte, welche transversal schwingt, und eine tönende Luftsäule, welche longitudinal schwingt, in eine solche Verbindung und Wechselwirkung mit einander zu bringen, dass sie nur beide gleich schnelle und gleichzeitige Schwingungen machen könnten, so wäre es auch möglich, aus ihnen ein musikalisches Instrument zusammenzusetzen, welches seinen Ton gar nicht ändert, während man ihn schwächer oder stärker erregt. In der That ist dieses bei dem von mir aufgestellten Instrumente der Fall.

Schon bei der gewöhnlichen Zungenpfeife mit freischwingender, durchschlagender Zunge, ist eine transversalschwingende Metallplatte mit einer in einer Röhre eingeschlossenen longitudinalschwingenden Luftsäule auf diese Weise verbunden. Denn wenn auch jeder von diesen beiden Körpern, aus welchen dieses Instrument zusammengesetzt ist, die transversalschwingende Metallplatte und die longitudinalschwingende Luftsäule, so beschaffen ist, dass jeder von ihnen, einzeln und allein schwingend, eine andere Zahl von Schwingungen und also einen anderen Ton hervorbringt, so sind sie doch in diesem Instrumente so mit einander verbunden, dass sie dennoch nur gemeinschaftlich irgend einen dritten Ton und also nur *eine* dritte Zahl von Schwingungen hervorbringen können.

Ich habe in meiner Schrift[1]), die ich hier vorzulegen wage, gezeigt, dass unter bestimmten Verhältnissen die in der Röhre dieses Instrumentes eingeschlossene *Luftsäule* genöthigt wird, ihre Schwingungen bedeutend zu ändern und fast ganz der transversalschwingenden Metallplatte nachzugeben. In diesem Falle wird der Ton der Zungenpfeife durch Verstärkung *tiefer*; dass aber unter bestimmten anderen Verhältnissen die Metallplatte genöthigt werde, ihre Schwingungen beträchtlich zu ändern, und den Longitudinalschwingungen der Luftsäule nachzugeben. In diesem Falle wird der Ton der Zungenpfeife durch Verstärkung *erhöhet*. Es giebt aber auch endlich einen dritten zwischen beiden in der Mitte liegenden Fall, in welchem die transversalschwingende Metallplatte den Ton der Zungenpfeife um eben so viel vertieft, als die longitudinalschwingende Luftsäule ihn erhöhet, und dieses ist der Fall der Kompensation, welchen aufzufinden der Zweck meiner Bemühungen war.

Nachdem ich also ein sicheres Mittel, die Kompensation der Orgelpfeifen bei beliebiger Verstärkung und Schwächung des Tones zu bewerkstelligen, aufgefunden hatte, kam es mir darauf an, dieses Mittel auf eine sichere Weise dem Kalkul zu unterwerfen, damit es mit Leich-

[1]) Der Titel derselben heisst: *Leges oscillationis oriundae si duo corpora diversa celeritate oscillantia ita conjunguntur, ut oscillare non possint nisi simul et synchronice exemplo illustratae tuborum linguatorum. Halae* 1827. 4. [W. Weber's Werke I, p. 207.]

tigkeit zur praktischen Ausführung kommen könnte. Denn es ist zwar leicht, die Röhre einer Zungenpfeife so lange zu verkürzen, bis der Ton, den die in der Röhre eingeschlossene Luftsäule gemeinschaftlich mit der schwingenden Metallplatte hervorbringt, kompensirt ist, und also durch einen verstärkten Luftstrom weder höher noch tiefer wird. Aber eine solche kompensirte Orgelpfeife gäbe alsdann einen Ton, welcher sich nach unseren bisherigen Kenntnissen nicht voraus bestimmen liesse. Umgekehrt kann man leicht durch Verlängerung der Röhre bewirken, dass eine Zungenpfeife irgend eine bestimmte Anzahl Schwingungen in einer Sekunde und also einen bestimmten Ton hervorbringt, aber alsdann würde die Zungenpfeife nicht kompensirt sein.

Die Aufgabe einer vollkommenen Orgel würde von einem Künstler nur dann gelöst sein, wenn er eine Reihe Orgelpfeifen aufstellte, von denen jede einen Ton unserer Skale, also einen vorausbestimmten Ton hervorbrächte, und zugleich auch kompensirt wäre. Dazu müssten aber die Gesetze, von denen die Zahl der Schwingungen einer Zungenpfeife, und die Bedingungen bekannt sein, von welchen ihre Kompensation abhängt. Diese Gesetze zu finden, ist mir durch meine Beobachtungen und Rechnungen gelungen.

Denen, welche sich für diese Gesetze interessiren, werde ich sie, sammt den Versuchen, worauf sie sich gründen, mit Vergnügen vorzeigen, und der hochgeehrten Gesellschaft lege ich daher nur das Endresultat meiner Untersuchung, nämlich eine Tabelle, in der ich nach den gefundenen Gesetzen die Dimensionen der transversalschwingenden Metallplatte und der longitudinalschwingenden Luftsäule für fünf Töne unserer Skala so berechnet habe, dass die darnach konstruirten Orgelpfeifen zugleich genau kompensirt sein würden, vor. Ferner übergebe ich der hochgeehrten Gesellschaft das Instrument selbst, mit welchem ich meine Versuche gemacht habe.

Sie sehen hier eine Reihe von Metallplatten aus Eisen, Kupfer, Silber, Messing, Argentan, alle 3 Par. Linien breit, und 26,6 Linien lang, und zwar aus jedem Metalle mehrere von verschiedener Dicke, zwischen einem Sechstel und einem Drittel Par. Linie. Alle diese Metallplatten sind durch ein Walzwerk gegangen, dessen stählerne Walzen mit dem Support und mit der Demantspitze sorgfältig abgedrehet waren, so dass die Oberflächen der Metallplatten vollkommen eben und parallel sind. Diese Metallplatten bilden den transversalschwingenden Körper in unserem Instrumente. Je grössere Bahnen eine solche schwingende Lamelle durchläuft, desto mehr vertieft sich ihr Ton. Der zweite, longitudinalschwingende, Körper unseres Instruments, dessen Ton bei Vergrösserung der Schwingungsbahnen höher wird, ist die in der Messingröhre AB (Fig. 1, folg. Seite) eingeschlossene Luftsäule, die durch Ansetzung von

hölzernen Röhren, wie BC, beliebig verlängert werden kann. Die Messingröhre ist am Ende A verschlossen. Das ganze Instrument ist in Fig. 1 im Durchschnitte, in Fig. 2 perspektivisch gezeichnet.

Beide für sich tonfähige Körper, die longitudinalschwingende Luftsäule AC und die transversalschwingende Metallplatte ab, sind in un-

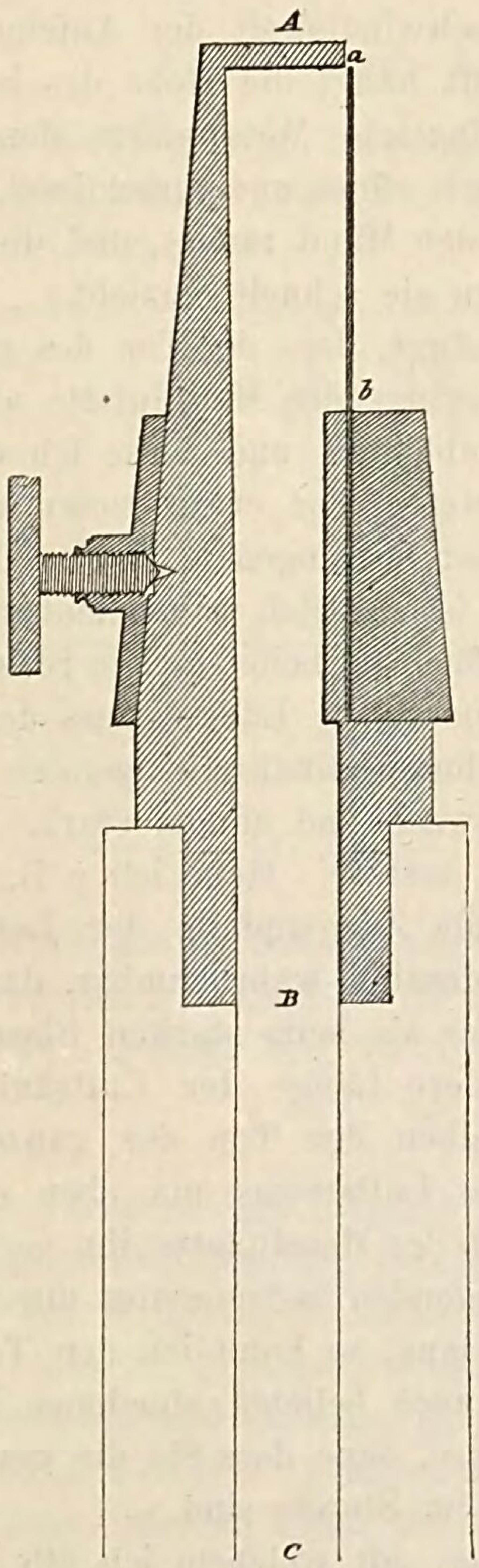


Fig. 1.

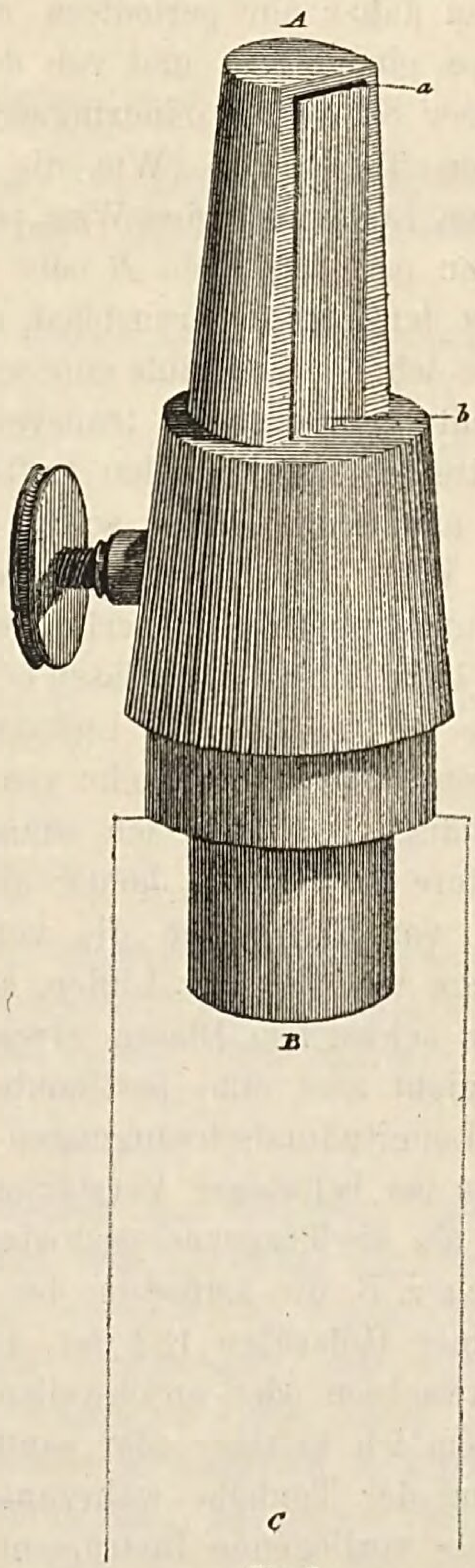


Fig. 2.

serem Instrumente so verbunden, dass letztere, die Platte, an einer Stelle ab der Messingröhre AB einen Theil der die Luftsäule begrenzenden Wand ersetzt. Beide Körper, die Metallplatte und die Luftsäule, werden in gemeinschaftliche Schwingung gesetzt, wenn ein Luftstrom zur Spalte a, welche die etwas schief stehende Metallplatte zwischen sich und dem sie umfassenden Rahmen lässt, eindringt, und bei B oder C

aus der Röhre herausgeht. Ohne die Platte *ab* zu berühren, hielt ich das Ende *A* der Pfeife in den Mund, und es entstand der Ton, sobald ich blies. Es fängt nämlich die Metallplatte an zu schwingen, und verschliesst und öffnet dabei abwechselnd das länglich viereckige Loch des Rahmens, an dessen einem Ende *b* sie festgeklemmt ist. Die äussere Luft kann daher nur periodisch und stossweise in den inneren Raum der Röhre eindringen, und von der Geschwindigkeit der Aufeinanderfolge dieser Stösse der eindringenden Luft hängt die Höhe des hervorgebrachten Tones ab. (Wie die schwingende Metallplatte dem eindringenden Luftstrome den Weg periodisch öffnet und verschliesst, sieht man, wenn man das Ende *B* oder *C* in den Mund nimmt, und die Luft nicht aus der Lunge herausbläst, sondern sie schnell einzieht.)

Gebe ich der Luftsäule eine solche Länge, dass der Ton des ganzen Instruments mehr von der transversalschwingenden Metallplatte als von der longitudinalschwingenden Luftsäule abhängt, und blase ich einmal schwach und einmal stark, so ist der letztere Ton etwas tiefer als der erstere. Wenn ich z. B. die Röhre dieser messingenen, 38 Par. Linien langen Zungenpfeife nicht verlängere, so ist deutlich wahrnehmbar, dass der Ton beim schwachen Blasen etwas höher als beim starken Blasen ist.

Gebe ich dagegen der Luftsäule eine solche Länge, dass der Ton des ganzen Instruments mehr von der longitudinalschwingenden Luftsäule abhängt, und blase ich einmal schwach und einmal stark, so ist der letztere Ton etwas höher als der erstere. Gebe ich z. B. durch Ansetzen von Röhren an die vorliegende Zungenpfeife der Luftsäule eine Länge von 150 Par. Linien, so ist deutlich wahrnehmbar, dass der Ton beim schwachen Blasen etwas tiefer als beim starken Blasen ist.

Es giebt aber eine bestimmte mittlere Länge der Luftsäule, bei der die Longitudinalschwingungen derselben den Ton des ganzen Instruments bei beliebiger Verstärkung des Luftstroms um eben so viel erhöhen, als die Transversalschwingungen der Metallplatte ihn vertiefen. Mache ich z. B. die Luftsäule des vorliegenden Instrumentes durch Ansetzen einer Holzröhre 102 Par. Linien lang, so kann ich den Ton beliebig anwachsen oder anschwellen und auch beliebig abnehmen lassen, je nachdem ich heftiger oder sanfter blase, ohne dass Sie die geringste Aenderung der Tonhöhe wahrzunehmen im Stande sind.

Dieses vorliegende Instrument war es, mit welchem ich alle meine Versuche zur Begründung einer Kompensation der Orgelpfeifen gemacht habe. Ich bin durch diese Versuche zu dem vorgesetzten Ziele wirklich gelangt, für jeden gegebenen Ton im Voraus die Dicke und Länge der Metallplatte, bei einem bestimmten Metalle, z. B. bei Messing, und die Länge der Röhre, wie auch die übrigen Dimensionen der beiden gemeinschaftlich schwingenden Körper, anzugeben, so dass, wenn ein In-

strument nach diesen Vorschriften von einem geschickten Mechanikus genau gefertigt wird, das Instrument nicht allein einen bestimmten Ton unserer Skale geben, sondern zu gleicher Zeit kompensirt sein wird. Zum Beweise lege ich in der folgenden Tabelle einige Beispiele solcher kompensirten Orgelpfeifen vor.

Fünf Beispiele kompensirter Orgelpfeifen.

Die Metallplatten sind sämmtlich von gewalztem Messingblech, 14 Par. Linien lang und 3 Par. Linien breit, die Röhren sind sämmtlich $3\,^1/_3$ Par. Linien weit.

Zur Hervorbringung folgender Töne sind	folgende Schwingungen in 1 Sekunde erforderlich.	Die Messingplatten würden bei folgenden Dicken ausser der Zungenpfeife	folgende Schwingungen in 1 Sekunde machen.	Die Luftsäulen würden bei folgenden Längen der Röhren ausser der Zungenpfeife	folgende Schwingungen in 1 Sekunde machen.
as	406,40	0,1815‴	424,12	102,61‴	720,44
a	430,56	0,1933‴	451,77	102,57‴	720,97
b	456,15	0,2059‴	481,22	101,95‴	725,18
h	483,27	0,2192‴	512,28	100,72‴	733,66
$\overline{c}$	512,00	0,2333‴	545,30	98,64‴	748,50

Werden die in dieser Tabelle sich entsprechenden Messingplatten und Luftsäulen mit einander zu Zungenpfeifen verbunden, so erhält man kompensirte Orgelpfeifen, welche genau folgende Töne geben:

as, a, b, h, $\overline{c}$.

Die Versuche und Gesetze, aus welchen die in dieser Tabelle zusammengestellten Resultate berechnet sind, habe ich in der physikalischen Sektion der in Berlin zu Michaelis 1828 versammelten deutschen Naturforscher, am 21. September, ausführlich vorgetragen, und ich werde diese Versuche und Gesetze in einem folgenden Hefte dieser Annalen gleichfalls mittheilen. Einigen dieser Versuche hoffe ich in kurzer Zeit einen etwas höheren Grad der Vollkommenheit zu geben, indem die Freigebigkeit des Königl. Ministeriums, dem die Sorge für das Wohl der wissenschaftlichen Anstalten anvertraut ist, die Anschaffung derjenigen Instrumente bewilligt hat, durch die meine Versuche die Genauigkeit erhalten können, welche man bei dem jetzigen Zustande der Wissenschaft zu verlangen berechtigt ist.

XVI.

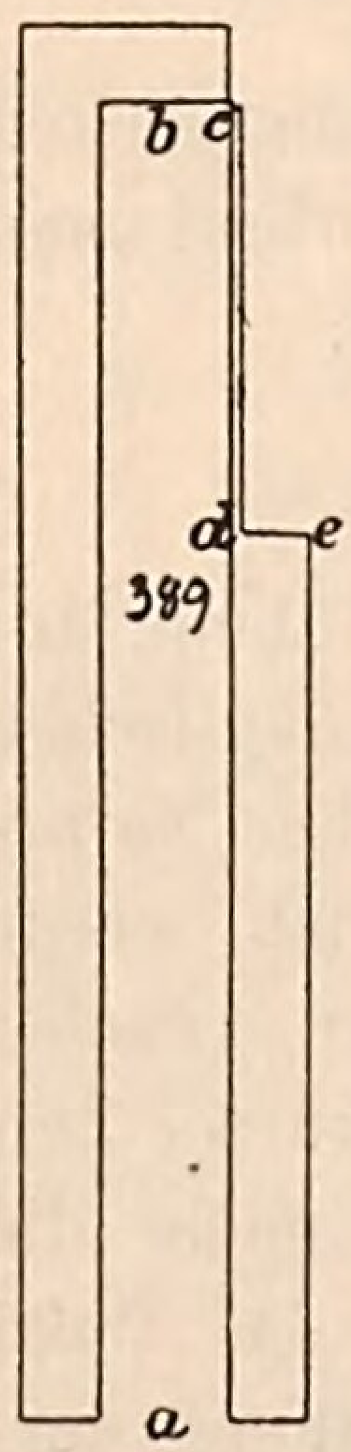
Ueber die Konstruktion und den Gebrauch der Zungenpfeifen.

Von

Wilhelm Weber.

[Poggendorff's Annalen, XVI, 193—206, 1829.]

Die Zungenpfeife, die ich hier betrachte, ist ein Luftkanal *ab*, der am einen Ende *a* offen, am anderen Ende *b* verschlossen, und rings mit sehr soliden Wänden, z. B. aus 3 bis 4 Linien dickem Holze oder Metalle, umschlossen ist. Die feste Wand fehlt an einer Stelle *cd*. Statt ihrer ist daselbst eine elastische Platte von Metall angebracht, die nur mit ihrem Ende *d* durch Verbindung mit der dicken unerschütterlichen Wand *de* der Röhre fixirt ist. Mit den übrigen Rändern kann sie sich frei bewegen, ungeachtet sie die Oeffnung *cd* sehr genau verschliesst. Findet eine Differenz in der Dichtigkeit der Luft, welche sich auf der inneren und äusseren Fläche dieser elastischen Platte befindet, Statt, so giebt diese Vorrichtung einen Ton von sich, der zu musikalischen Zwecken, in der Orgel, vorzüglich aber als Normalton, auf welche alle anderen Töne sich reduciren lassen, benutzt werden kann.



Wie es nämlich bei Längenmessungen zweckmässig befunden worden ist, eine Normallänge ein- für allemal festzusetzen, auf welche alle Längenbestimmungen bezogen werden sollen; so scheint es auch zweckmässig zu sein, eine Vorrichtung zu haben, die einen Ton giebt, auf welchen alle Tonbestimmungen reducirt werden können, und es würde wünschenswerth sein, diesen Ton durch diese Vorrichtung mit jeder beliebigen Stärke angeben zu können, damit man dieselbe der Stärke des zu vergleichenden Tones anpassen kann, und so stets nur Töne von gleicher Stärke zu vergleichen nöthig habe, vorausgesetzt, dass der Ton bei

dieser verschiedenen Stärke nicht im Mindesten höher oder tiefer würde. Weil aber bis jetzt noch kein Instrument, ausser der Zungenpfeife, bekannt ist, welches den Vorzug besässe, bei jeder beliebigen Stärke seines Tones stets eine unabänderliche Höhe beizubehalten, glaube ich, die Zungenpfeife als die geeignetste Vorrichtung zu einem Normaltone vorschlagen zu können, um in den Fällen, wo die bisher gebrauchten Stimmgabeln nicht ausreichen, eine noch grössere Genauigkeit möglich zu machen.

Um einen solchen Normalton allgemein zu machen, und ihn für alle Zeiten zu erhalten, so dass selbst, wenn das Instrument, welches ihn hervorbringt, verloren ginge, ein ganz gleiches wieder hergestellt werden könnte, ist vor allem die Zahl der Schwingungen für eine Zeitsekunde festzusetzen, welche zur Hervorbringung des Tones angewandt werden soll. Z. B. ist zu diesem Zwecke vorgeschlagen worden, es solle festgesetzt werden, dass zur Hervorbringung des eingestrichenen $\bar{c}$ 512 Schwingungen angewandt würden.

Wollte man bei allen vorkommenden Tönen stets unmittelbar die Zahl der Schwingungen, die bei ihrer Hervorbringung gemacht worden sind, bestimmen, so brauchte man keinen Normalton. Doch sieht man leicht ein, dass die Anwendung eines Normaltones bequemer ist, und, wenn die zu den Versuchen bestimmte Zeit beschränkt ist, zu genaueren Resultaten führt.

Denn jeden Ton, um Vermeidung des Normaltons willen, unmittelbar durch die Zahl der Schwingungen, die zu seiner Hervorbringung nöthig sind, zu bestimmen, wäre gleich weitläufig, als die Länge eines Körpers nicht in Theilen eines allgemein angenommenen Maasses, sondern um ein solches Maass entbehren zu können, durch die Zahl der Schwingungen, die ein Pendel von seiner Länge machen würde, zu bestimmen.

Wir sind noch weit entfernt, einen allgemein angenommenen wissenschaftlich festgesetzten Normalton zu besitzen, und es ist sehr schwer, sich jetzt über die Stimmung der Instrumente zu verständigen, und es verdient wohl ein, eine so ausgebreitete Kunst, wie die Musik, und einen so bedeutenden Zweig der Industrie, wie jetzt der Instrumentenbau ist, betreffender Gegenstand von mehreren Seiten geprüft zu werden.

Die Stimmgabeln reichen nicht zu allen musikalischen Zwecken und viel weniger zu akustischen Untersuchungen hin, und sie leisten nicht mehr als sonst die verschiedenen Fussmaase und Ellen, ehe in Frankreich ein Normalmeter festgesetzt und die Maasse der übrigen Länder auf dieses Normalmeter oder auf die Länge des Sekundenpendels zurückgeführt wurden.

Der Ton einer Stimmgabel hat den Nachtheil, nur durch Einfluss unbestimmbarer äusserer Kräfte, nicht ohne Vermeidung kleiner Höhen-

änderungen, in seiner Stärke und Dauer willkürlich moderirt zu werden; denn es können sowohl bei der Verstärkung des an sich schwachen Tones der Stimmgabel durch einen *Resonanzboden*, als auch bei der Erhaltung des an sich abnehmenden Tones der Stimmgabel durch einen *Violinbogen*, als auch endlich bei schwächerem oder stärkerem *Anschlage* kleine Höhenänderungen Statt finden.

Dagegen will ich beschreiben, wie man sich, zur Vermeidung dieser Nachtheile, eine Zungenpfeife einrichten und sich ihrer bedienen könne.

Die Zungenpfeife besteht aus drei Stücken, aus einem Luftkanale, aus einer elastischen Platte und aus einem Behälter von verdichteter Luft.

1. *Der Luftkanal der Zungenpfeife.*

Ich habe bis jetzt gewöhnlich cylindrische Röhren zum Luftkanal der Zungenpfeife angewandt; man kann aber auch dazu rechtwinkelige prismatische Röhren gebrauchen, und man hat dann sogar den doppelten Vortheil, dass die Luftschwingungen in dieser Röhre, weil alle Schnitte senkrecht auf die Platte gleich sind, noch einfacher werden, und zugleich durch das Verhältniss der Breite und Dicke der Röhre, die Stärke und der Klang *(timbre)* des Tones moderirt werden kann. — Die Wände müssen, damit sie nicht an den Schwingungen der Luft theilnehmen, sehr dick, z. B. 3 bis 6 Linien dick, gemacht werden. Diese Röhre kann von Holz oder Metall sein. Die Ränder aber, welche die Stelle begrenzen, wo die elastische Platte eingesetzt werden soll, müssen von Metall, ganz eben und parallel gearbeitet sein. Im Zustande der Ruhe berührt diese elastische Platte *cd* diese Ränder nur bei *d*.

2. *Die elastische Platte der Zungenpfeife.*

Die elastische Platte *cd* der Zungenpfeife muss aus einem sehr elastischen, gleichartigen, schwerer oxydirenden Metalle, wie Messing oder Neusilber, oder einer Legirung von Silber und Kupfer, verfertigt werden. Alle ihre Oberflächen müssen eben und parallel sein. Für den Ton eingestrichen $\bar{a}$ kann sie eine halbe Linie dick, 6 bis 8 mal breiter und 36 mal länger sein. Am besten ist es, wenn sie oben so breit wie der Luftkanal gemacht wird, so dass sie vollkommen den Luftkanal schliessen kann, ohne eine Friction an den Rändern seiner Wände zu erleiden. Weil ich cylindrische Röhren gewöhnlich gebraucht habe, musste ich die Breite der elastischen Platte etwas kleiner als den Durchmesser der Röhre machen.

Diese cylindrische Röhre hatte ich an der Stelle, wo die Wand fehlte, mit einem messingenen Rahmen versehen, dessen Ränder eben und parallel abgeschliffen waren. Auf den einen der vier Ränder dieses Rahmens legte ich die elastische Platte mit ihrem zu fixirenden Ende,

und befestigte dasselbe mit einem Ringe, der durch eine Schraube an die obere Fläche der Platte gepresst wurde. So wurde das Ende der elastischen Platte von unten und oben zwischen dem Metallrahmen und dem Metallringe fixirt. Siehe die Abbildung in den Annalen von 1828, im elften Stück[1]).

3. *Der Luftbehälter der Zungenpfeife.*

Statt des Behälters von verdichteter Luft, wozu bei Orgelpfeifen die mit dem Blasebalge in Verbindung stehenden Windladen dienen, kann man sich bei den Versuchen gewöhnlich des Mundes bedienen; jedoch ist eine Windlade mit Blasebalg vorzuziehen, weil die Dünste, die die ausgeathmete Luft enthält, die Wände der Röhre und die Flächen der Platte befeuchtet, und diese Feuchtigkeit die Platte in ihrer Schwingung etwas beschränken kann. Einer Windlade kann man auch eine beliebige Grösse geben, und es ist gut, dass diese nicht unbeträchtlich ist, weil sich dann die Verdichtung der Luft in ihr desto gleichförmiger erhalten kann.

In der eben beschriebenen Zungenpfeife kann nun bei jeder Differenz der Dichtigkeit der inneren und äusseren Luft das Gleichgewicht, bei einer bestimmten Lage der Platte, bestehen, wenn sich nämlich die elastische Platte so weit nach innen beugt, dass ihre Elasticität plus dem Drucke der inneren Luft (welcher dem der Atmosphäre gleich ist) dem Drucke der äusseren Luft das Gleichgewicht hält; denn je mehr die Platte gebeugt wird, desto grösser ist ihre elastische Kraft, mit der sie in die natürliche Lage zurückzukehren strebt.

Wird die Platte aus dieser Lage des Gleichgewichts entfernt und darauf sich selbst überlassen, so fängt sie an zu schwingen, und jene Lage des Gleichgewichts wird zum Centrum dieser Schwingung, von dem aus die Platte nach entgegengesetzten Seiten gleich weite Exkursionen macht.

Durch diese Schwingungen der Platte entsteht ein Ton, der viel schwächer ist, wenn die innere (auf die innere Fläche der Platte) und äussere (auf die äussere Fläche der Platte drückende) Luft gleiche Dichtigkeit haben, als wenn die letztere bedeutend dichter ist; denn im letzteren Falle kann diese verdichtete Luft jedesmal während des Augenblickes, wo die Platte, nach aussen schwingend, den Rand der Röhrenwände verlässt, frei in die Röhre hineinströmen, und es wird dann jedesmal eine weit heftigere Erschütterung der Luft erfolgen, welche sich bis zum Ohr fortpflanzen und in demselben eine stärkere Empfindung hervorbringen wird.

Der Ton dauert daher in diesem Instrumente so lange mit gleicher

[1]) [W. Weber's Werke I, p. 263.]

Stärke fort, als die Verdichtung der Luft in der Windlade gleichförmig erhalten wird, und es ist folglich zur gleich starken Fortdauer des Tones in diesem Instrumente nicht, wie in anderen Instrumenten, eine fortdauernde Erregung, das heisst, eine Reihe durch eine äussere Kraft hervorgebrachter Stösse (wie die Stösse eines Violinbogens sind), nöthig.

Die *Stärke* des Tones hängt von dem Unterschiede der Dichtigkeit der äusseren und inneren Luft, also von einem bekannten oder leicht auszumittelnden Umstande ab, und die Zungenpfeife könnte daher ein Mittel werden, die Intensität der Töne zu messen.

Statt endlich der Ton der Stimmgabel, wenn sie kleine Exkursionen macht, etwas höher ist, als wenn sie grosse Exkursionen macht, ist der Ton der Zungenpfeife unabänderlich gleich hoch, wenn ihre Platte und Luftsäule der Bedingung genügen, dass die eine die Schwingungen der Platte, bei einer Verstärkung derselben, ebenso viel retardirt, als die andere sie accelerirt. Siehe die Abhandlung über die Kompensation der Orgelpfeifen in den Annalen von 1828, im elften Stück[1]).

Ausser den Vorzügen, welche die Zungenpfeife besitzt, wenn man sich ihrer als Normalmaass der Töne bedienen will, ist sie auch noch zu manchen besonderen Untersuchungen brauchbar.

Es ist bekannt, dass Daniel Bernoulli die Geschwindigkeit des Schalles in der Luft mit Labialpfeifen gemessen hat; diese Versuche sind neuerlich von Dulong mit grosser Genauigkeit wiederholt und über alle Gasarten ausgedehnt worden, wodurch derselbe zu sehr merkwürdigen und einfachen Resultaten über die specifische Wärme der Gase gelangt ist.[2]) Bei Labialpfeifen, weiss man, hängt der Ton von der Länge der

[1]) [W. Weber's Werke I, p. 263.]

[2]) Der Globe vom 3. Juni 1829 enthält darüber folgenden Artikel, der hier unverkürzt stehen mag, da die Abhandlung von Dulong, die am 18. Mai in der Pariser Akademie vorgelesen wurde, bis jetzt noch nicht erschienen ist.

Die elastischen Flüssigkeiten lassen sich in zwei verschiedene Zustände versetzen, welche ungleiche Wärmemengen erforderlich machen, wenn in derselben Masse dieselbe Temperaturveränderung hervorgebracht werden soll. Entweder findet bei ihnen eine freie Ausdehnung oder Zusammenziehung unter einem konstanten Drucke Statt, oder es bleibt ihr Volumen gleich und blos die Elasticität verändert sich. Diesen beiden Zuständen, welche einzeln nur bei den elastischen Flüssigkeiten beobachtet werden können, entsprechen auch die beiden verschiedenen specifischen Wärmen, die bei konstantem Druck, und die bei konstantem Volumen. Unter diesem Gesichtspunkt betrachtet, ist die specifische Wärme der elastischen Flüssigkeiten Gegenstand einer sehr ausgedehnten Arbeit von Laroche und Berard gewesen, deren Resultaten nur durch einige in England gemachte und sehr unzulängliche Beobachtungen widersprochen worden ist. Indess, wenn auch diese Beobachtungen nicht, wie es deren Urheber glaubten, beweisen, dass alle elastischen Flüssigkeiten, einfache und zusammengesetzte, bei gleichem Volumen dieselbe specifische Wärme besitzen, so bestätigen sie doch für die einfachen Gase diese seit langer Zeit angenommene Gleichheit. Was die Bestimmung der specifischen Wärme unter dem zweiten Gesichtspunkte

Röhre und der Beschaffenheit der Mündung ab, wovon der Einfluss der Mündung sich nicht genau bestimmen lässt. DANIEL BERNOULLI fand

betrifft, so hat man noch keine direkte Methode zu derselben angegeben. Zwei sehr ausgezeichnete Physiker, die HH. DE LARIVE und MARCET, haben geglaubt, diese wichtige Frage dadurch beantworten zu können, dass sie die Zeit des Erkaltens oder Erwärmens eines gleichen Volumens von allen Gasarten beobachteten; allein Hr. DULONG zeigt, dass dieses, bei den starren Körpern so vortheilhafte Verfahren, wie man auch den Apparat einrichte, nicht zur Bestimmung der specifischen Wärme der Gase anwandt werden könne.

Das Verhältniss zwischen der specifischen Wärme einer und derselben Masse bei konstantem Druck und bei konstantem Volumen ist ein Faktor im theoretischen Ausdruck für die Geschwindigkeit des Schalles in irgend einer elastischen Flüssigkeit, wie die HH. LAPLACE und POISSON gezeigt haben. Wenn es demnach durch irgend ein Mittel gelänge, die wirkliche Geschwindigkeit des Schalles in verschiedenen Gasarten zu bestimmen, so würde man daraus den Werth des erwähnten Verhältnisses für jede Gasart herleiten können. Es ist klar, dass man die Fortpflanzungsgeschwindigkeit einer Schallwelle in anderen Gasen als die atmosphärische Luft direkt nicht zu bestimmen vermag; allein die Theorie der Blaseinstrumente hat schon längst ein Mittel geliefert, aus der Länge eines Flötenrohrs und der Zahl von Schwingungen, die dem tiefsten Tone desselben entsprechen, diese Geschwindigkeit herzuleiten. Die Unvollkommenheit der bisher angewandten Apparate, und ohne Zweifel auch die Unreinheit der Substanzen, hatten so grobe Fehler herbeigeführt, dass man in Betreff fast aller diesem Versuche unterworfenen Gase nur widersprechende und für den beabsichtigten Gebrauch untaugliche Resultate besass. Herrn DULONG ist es gelungen, diese Versuche unter sich vergleichbar zu machen, und hat aus ihnen sowohl die wirkliche Geschwindigkeit des Schalles in den hauptsächlichsten Gasen, als auch die Verhältnisse der specifischen Wärme bei konstantem Druck und bei konstantem Volumen abgeleitet. Es leuchtet ein, dass dies Verhältniss, welches man durch Division der ersten specifischen Wärme durch die letztere bekommt, immer grösser als Eins sein wird. Bei einigem Nachdenken sieht man, dass der Ueberschuss seines Werthes über Eins das Maass des thermometrischen Effektes ist, welchen ein Gas von unveränderlichen Volumen durch eine Kondensation $= \frac{1}{267}$ erleidet, d. h. durch eine Kondensation, entsprechend der Volumenvergrösserung, die unter konstantem Druck ein Grad Temperatur demselben mittheilt. Endlich erhält man dadurch die Temperaturerhöhungen, welche in jedem einzelnen Gase durch eine gleiche Kondensation hervorgebracht werden. Aus der Gesammtheit dieser Beobachtungen leitet Hr. DULONG folgendes, durch seine Einfachheit merkwürdige, allgemeine Gesetz her: *Alle elastischen Flüssigkeiten, einfache wie zusammengesetzte, entwickeln oder verschlucken eine gleiche absolute Wärmemenge, wenn sie, bei gleicher Temperatur und unter gleichem Druck, um einen gleichen Bruchwerth ihres Volumens zusammengedrückt oder ausgedehnt werden.* Die daraus hervorgehende Temperaturveränderung ist für alle einfachen Gase gleich, weil diese bei gleichem Volumen gleiche Wärmekapacität besitzen, allein bei den zusammengesetzten Gasen steht sie im umgekehrten Verhältnisse der specifischen Wärme derselben. Dieser Satz, einmal wohl erwiesen, kann zur Auffindung der specifischen Wärme anderer Gase dienen. Dies wird der Verfasser im zweiten Theile seiner Arbeit thun, welcher unter anderen die Bestimmung der Veränderungen, welche die Verhältnisse beider specifischen Wärmen bei gleichzeitiger Veränderung des Druckes und der Temperatur erleiden, und endlich die Anwendung des obigen Gesetzes auf die Dämpfe enthalten wird.

ein Mittel, diese vom Einfluss der Mündung herrührende Schwierigkeit zu umgehen. Statt nämlich die Geschwindigkeit des Schalles aus dem Tone und der absoluten Länge der Labialpfeife zu bestimmen, berechnete er ihn aus dem Tone und dem Unterschiede der Länge zweier denselben Ton (als Grundton und als Flageoletton) gebender Labialpfeifen, welche beide einerlei Mundstück hatten, so wie Bessel vor Kurzem die Länge des wahren Sekundenpendels aus dem Unterschiede zweier auf gleiche Weise aufgehängter, verschieden langer Pendel bestimmte, und so die Schwierigkeit wegen Einflusses der Aufhängungsweise des Pendels umging.

Die eine von den hierzu erforderlichen Labialpfeifen ist beträchtlich lang. Bei Anstellung von Versuchen, wo man nicht so lange Pfeifen anwenden wollte oder könnte, lassen sich daher Zungenpfeifen statt Labialpfeifen gebrauchen, wo das Mundstück von der elastischen Platte gebildet wird. Denn man kann sich der Zungenpfeife auf eine Weise bedienen, wo das Mundstück sehr geringen Einfluss auf den Ton hat, und selbst dieser geringe Einfluss, weil er von der bekannten elastischen Kraft der Platte herrührt, in Rechnung gezogen werden kann.

In der folgenden Tabelle stelle ich einige Versuche zusammen, die ich mit Zungenpfeifen gemacht habe, um daraus die Geschwindigkeit des Schalles in atmosphärischer Luft zu bestimmen. Aus diesen Versuchen berechne ich die Geschwindigkeit des Schalles, indem ich vorläufig den Einfluss des Mundstücks vernachlässige, und finde dessen ungeachtet auf diese Weise ein Resultat, welches von der wahren Geschwindigkeit des Schalles so wenig abweicht, dass darnach der Einfluss des Mundstücks unter den Verhältnissen, wo diese Versuche angestellt wurden, nur sehr gering ist. Ich werde in Zukunft auch die Regel geben, um noch die Korrektion wegen des Einflusses des Mundstücks zu machen. Hier habe ich blos, um die Geschwindigkeit des Schalles aus der Länge der Zungenpfeife zu bestimmen, die Luftsäule in der dazu angewandten Zungenpfeife als eine gedeckte Labialpfeife betrachtet, und habe daher ihre Länge mit der doppelten Zahl ihrer Schwingungen in einer Sekunde multiplicirt.

Tabelle von einigen Versuchen, die Geschwindigkeit des Schalles in der Luft durch Zungenpfeifen zu bestimmen.

Temperatur der Luft in der Pfeife 22° R.; Länge = 14,058‴, Breite = 3,0‴, Dicke = 0,337‴ der eisernen Platte der Zungenpfeife, welche allein schwingend 1140 Schwingungen in einer Sekunde macht. Weite der cylindrischen Luftsäule = 4,3‴.

Länge der Luftsäule.	Geschwindigkeit des Schalles, mit Vernachlässigung des Einflusses des Mundstücks berechn.	Wahre Geschwindigkeit des Schalles.
110‴	1032,7′	1052′
122‴	1030,4′	
128‴	1036,6′	

Ein anderer Gebrauch, den ich noch von der Zungenpfeife gemacht habe, betrifft die gemeinschaftliche Schwingung zweier mit einander verbundener Körper.

Jedermann weiss, dass alle Körper, welche einen schwingenden Körper umgeben, mit schwingen, und es entstehen durch diese gemeinschaftlichen Schwingungen viele sehr unerwartete Erscheinungen.

Zum Beispiel, zwei Pendel, deren Schneiden auf eine und dieselbe Unterlage, z. B. auf eine und dieselbe Metallplatte, gesetzt werden, machen alle ihre Schwingungen gemeinschaftlich mit einander, wenn auch ihre Länge nicht vollkommen gleich ist.

Bei fast allen musikalischen Instrumenten weiss man, dass ihr Klang oder die eigenthümlichen Eigenschaften ihrer Töne, welche die Franzosen unter der Benennung *timbre* zusammenfassen, vorzüglich von den den selbsttönenden Körper umgebenden und mitschwingenden Theilen herrühre. Z. B. ändert sich der Klang einer Violine nicht, wenn man andere Saiten aufzieht; sobald man aber etwas an den blos mitschwingenden Brettern der Violine abändert, so erhält die Violine einen ganz anderen Klang. Ja die Dämpfung bei einer Violine wird blos dadurch hervorgebracht, dass man das Gewicht des Steges, über welchen die Saiten gehen, etwas schwerer macht, ohne die Saiten selbst im Geringsten zu berühren.

Diese auffallenden Erscheinungen zeigen sich nun ganz besonders bei Zungenpfeifen, wo die Luftsäule nicht etwa der schwingenden Platte fortwährend einen gleichförmigen Widerstand entgegensetzt, sondern selbst mit in Schwingung geräth, und dadurch eine viel heftigere Rückwirkung auf die schwingende Platte hervorbringen kann.

Man kann daher die Zungenpfeife benutzen, diese Erscheinungen gemeinschaftlich schwingender Körper zu beobachten, indem man sie so einrichten kann, dass die Wirkung dieser Vereinigung mehr in der Dauer der Schwingungen als im Klange der Töne wahrgenommen wird, welches den Vortheil hat, dass man sie genau messen kann.

Es kommt z. B. der Fall vor, wo die elastische Metallplatte, um synchronisch mit der Luftsäule zu schwingen, die Dauer ihrer Schwingungen um das Doppelte ändert, das heisst, eine einzige Schwingung in derselben Zeit macht, in welcher sie allein zwei Schwingungen gemacht haben würde; desgleichen kommt der Fall vor, wo dieselbe Platte

drei Schwingungen in derselben Zeit macht, in welcher sie allein nur zwei Schwingungen gemacht haben würde, und diese bedeutenden Aenderungen fanden selbst Statt, wenn die Platte aus einem sehr elastischen Metalle, z. B. aus gehämmertem Messing oder gewalztem Eisen, und über $^1/_3$ Pariser Linie dick, 3 Linien breit und 14 Linien lang war, so dass sie schon mehr einem Klangstabe als einem blossen Bleche glich.

Zum Beweise von diesen in einer Zungenpfeife Statt findenden Aenderungen der Dauer der Schwingungen einer Metallplatte, die synchronisch mit einer Luftsäule schwingt, stelle ich in folgender Tabelle einige Versuche zusammen, die ich hierüber angestellt habe.

Tabelle von Versuchen über Aenderung der Dauer der Schwingungen der Metallplatte einer Zungenpfeife durch das Mitschwingen einer Luftsäule.

Länge = 12,6''', Breite = 2,5''', Dicke = 0, 22''' der messingenen Platte der Zungenpfeife, welche allein schwingend 776 Schwingungen in einer Sekunde machte. Weite der cylindrischen Luftsäule = 4,7'''.

Erster Fall. Die äussere Luft war dichter als die innere.

Länge der Luftsäule.	Dauer einer Schwingung, wenn die Luftsäule mitschwingt.	Dauer einer Schwingung der Platte allein.
145,5'''	0,0019456 Sek.	0,0012978 Sek.
163'''	0,002060 „	
171'''	0,002184 „	
184,6'''	0,002312 „	
194,6'''	0,0024508 „	
200'''	0,0025956 „	
238'''	0,0013756 „	
315,4'''	0,0014566 „	
345'''	0,0015432 „	
368,2'''	0,0016354 „	
393,5'''	0,0017330 „	
420'''	0,0018348 „	
444'''	0,0019456 „	
472'''	0,0013756 „	
532,7'''	0,0014566 „	
582'''	0,0015432 „	
612'''	0,0016354 „	
650,4'''	0,0017330 „	

Zweiter Fall. Die äussere Luft war dünner als die innere.

Länge der Luftsäule.	Dauer einer Schwingung, wenn die Luftsäule mitschwingt.	Dauer einer Schwingung der Platte allein.
185‴	0,0007716 Sek.	0,0012978 Sek.
196‴	0,0008177 „	
209‴	0,0008665 „	
219,7‴	0,0009174 „	
234‴	0,0009728 „	
257‴	0,001030 „	
271‴	0,001092 „	
289,6‴	0,001156 „	
334‴	0,0012254 „	
360‴	0,0009174 „	
377‴	0,0009728 „	
402‴	0,001030 „	
442,7‴	0,001092 „ 0,0008177 Sek.	
474‴	0,001156 „ 0,0008665 „	
502‴	0,0012254 „ 0,0009174 „	
551,5‴	0,0012978 „ 0,001030 „	

Die Mechanici Hoffmann in Leipzig und Oertling in Berlin führen diese Zungenpfeifen, wie sie zu diesen Versuchen passen, mit grosser Genauigkeit aus.

XVII.

Versuche mit Zungenpfeifen.[1])

Von

Wilhelm Weber.

[Poggendorff's Annalen, XVI, p. 415—438, 1829.]

Im elften Hefte dieser Annalen vom vorigen Jahre[2]) habe ich aus einander gesetzt, wie transversal schwingende Platten und longitudinal schwingende Luftsäulen ein Mittel zur Zusammensetzung von Tonwerkzeugen darbieten, deren Töne in ihrer Höhe keine Aenderung erleiden, sie mögen stark oder schwach angeschlagen oder angeblasen werden, und die also, man mag sie nach Belieben anschwellen oder abnehmen lassen, stets rein bleiben, und sich weder herauf noch herunter ziehen.

Es gab bis jetzt noch kein musikalisches Instrument, welches diesen Vorzug vollkommen besessen hätte, und es ist leicht, den Grund zu begreifen, warum dieser Vorzug keinem Tonwerkzeuge, worin jeder einzelne Ton durch einen *isolirt* schwingenden Körper hervorgebracht wird, eigen sein kann; denn immer findet bei allen einzeln und isolirt schwingenden Körpern ein kleiner Unterschied zwischen der *Dauer* kleinerer Schwingungen, wodurch die schwächeren Töne, und zwischen der *Dauer* grösserer Schwingungen Statt, wodurch die stärkeren Töne entstehen.

Um eine vollkommene Reinheit und Unveränderlichkeit der Töne beim Wachsen und Abnehmen derselben zu erreichen, und das Hinauf- oder Herunterziehen derselben gänzlich zu vermeiden, habe ich nicht einzelne für sich schwingende Körper, wie Saiten, Luftsäulen und Stäbe, gebraucht, sondern zur Hervorbringung jedes einzelnen Tones eine Vereinigung von zwei solchen schwingungsfähigen Körpern angewendet, welche von der Ursache, die das Wachsen oder Abnehmen des Tones hervorbringt, einen entgegengesetzten Einfluss erleiden, indem, wenn jene Ursache den Ton des einen von beiden Körpern zu erhöhen strebt,

1) [Hierzu Tafel IX.]

2) [W. Weber's Werke I, p. 257.]

sie den des zweiten erniedrigt. Weil nun beide Körper so unter einander verbunden sind, dass sie nur gemeinschaftlich *einen* Ton hervorbringen können, so kann derselbe beim Anschwellen oder Abnehmen gar keine Höhenänderung erleiden, denn er würde durch die Wirkung auf den einen Körper um eben so viel höher, als durch die auf den anderen Körper tiefer werden müssen.

Diese beiden Körper sind eine schwingende Platte und eine schwingende Luftsäule, zwischen welchen *bestimmte* Relationen ihrer elastischen Kräfte und Dimensionen Statt finden müssen; denn finden zwischen ihnen diese *bestimmten Relationen* nicht Statt, so wird ihr gemeinschaftlicher Ton durch die Wirkung auf den einen Körper um mehr oder weniger höher, als er durch die Wirkung auf den anderen Körper tiefer wird, und der Ton erleidet bei jeder Verstärkung oder Schwächung eine Höhenänderung, sie sei so gering sie wolle.

Dieses hat man bei den Zungenwerken unserer Orgeln zu beobachten Gelegenheit. Denn wiewohl diese, wegen ihrer Zusammensetzung aus Platten und Luftsäulen *kompensirbar* sind, so ist man doch bis jetzt nicht auf die Idee einer solchen Kompensation gekommen, und noch viel weniger hat man durch einen Zufall diejenigen Relationen derselben gefunden, bei welchen eine Kompensation Statt gefunden haben würde, und es leiden daher alle diese Zungenwerke unserer Orgeln an dem Fehler kleiner Höhenänderungen beim starken Anschwellen oder Abnehmen ihres Tones.

Eine Arbeit, welche darauf hinzweckt, Regeln für die Aufstellung einer Orgel mit kompensirten Pfeifen zu geben, zerfällt in eine doppelte Abtheilung.

Zuerst müssen nämlich überhaupt die Gesetze klar entwickelt werden, nach welchen jene aus den zwei erwähnten Körpern bestehenden Zungenpfeifen tönen, sie mögen nun die richtigen Relationen zu einander haben oder nicht, und folglich kompensirt sein oder nicht. Denn bis jetzt waren diese Gesetze unbekannt, und man war nicht einmal im Stande, Regeln für die Mensur dieser Pfeifen zu geben, selbst wenn man keine Kompensation der Zungenpfeifen forderte.

Dann muss man zu diesen Regeln für die Mensur der Zungenpfeifen noch die besonderen Regeln hinzufügen, nach welchen man die nach jener Mensur gefertigten Zungenpfeifen zugleich kompensiren kann.

In der hier folgenden Darstellung habe ich die erstere Aufgabe zu lösen gesucht, und werde auf die zweite später in einer zukünftigen Fortsetzung dieser Abhandlung zurückkommen.

Bei der Bestimmung der Mensuren dieser Klasse von Zungenpfeifen im Allgemeinen, wo wir auf keine Kompensation Rücksicht nehmen, oder, wie man in der Theorie sich ausdrückt, nur kleine Schwingungen

betrachten wollen, haben wir dreierlei zu berücksichtigen, nämlich die Dimensionen der Platte, die Dimensionen der Luftsäule und den Ton der aus beiden zusammengesetzten Zungenpfeife.

Ich will zu bestimmen suchen, wie der Ton der Zungenpfeife von den Dimensionen ihrer Bestandtheile, nämlich der Platte und Luftsäule abhänge, und wie man jenen aus diesen vorausbestimmen könne.

Um nun dazu zu gelangen, dass ich den Ton unserer Zungenpfeife aus den Dimensionen ihrer Bestandtheile voraussagen könne, darf ich

zuerst als bekannt betrachten, wie man aus den Dimensionen der Platte und Luftsäule zunächst diejenigen Schwingungen berechne, welche sie *isolirt* machen, denn wir haben die Theorie *isolirt* schwingender Platten und Luftsäulen und hinreichende Bestätigung derselben durch die Erfahrung.

Es ist nämlich bekannt, dass eine zweimal dickere Platte zweimal mehr Schwingungen in einer Sekunde macht, oder dass die Zahl der Schwingungen einer Platte in einer bestimmten Zeit ihrer Dicke proportional ist. Ferner, dass die Zahl der Schwingungen einer Platte in einer bestimmten Zeit dem Quadrate ihrer Länge umgekehrt proportional ist.

Eben so wissen wir, dass eine enge offene Labialpfeife, die ihren Grundton giebt, in einer Sekunde so viel Schwingungen macht, als ihre Länge in dem Raume, den die Schallwelle in einer Sekunde durchläuft, enthalten ist. Ferner, dass eine enge gedeckte Labialpfeife in einer Sekunde halb so viel Schwingungen macht.

Auf diese Weise lassen sich also die Schwingungen der *isolirten* Platte und Luftsäule einer Zungenpfeife aus deren Dimensionen leicht berechnen. Ich werde aber von diesen Angaben der Theorie nicht einmal nöthig haben, immer Gebrauch zu machen, da ich die Schwingungen der *isolirten* Platte unmittelbar auf dem Wege der Erfahrung bestimmen kann, wenn ich die Platte von der Zungenpfeife absondere, sie in einen Schraubstock einklemme, und, so *isolirt*, mit einem Violinbogen streiche und mit dem Monochorde ihre Schwingungen zähle.

Nachdem ich so die Schwingungen der *isolirten* Bestandtheile durch Erfahrung oder Theorie in jedem Falle ausmitteln kann, will ich

zweitens versuchen, die Schwingungen der Bestandtheile in ihrer Verbindung, wo sie eine Zungenpfeife bilden, beim Tönen der Zungenpfeife auszumitteln.

So wie die Schwingungen der *isolirten* Bestandtheile aus *ihren Dimensionen*, so lassen sich die *wirklichen* Schwingungen der Bestandtheile einer Zungenpfeife aus *deren Tone* herleiten.

Um diese *wirklichen* Schwingungen der Platte und Luftsäule beim Tönen der Pfeife in jedem Falle finden zu können, will ich zuerst nach-

weisen, *dass* die Schwingungen der *Platte*, und *wie* dieselben aus dem Tone der Zungenpfeife, und alsdann, *dass* die Schwingungen der *Luftsäule*, und *wie* dieselben gleichfalls aus dem Tone der Zungenpfeife gefolgert werden können.

Die *Entstehungsart des Tones in Zungenpfeifen* soll uns nämlich zeigen, wie und mit welchem Rechte man die Schwingungen der *Platte* beim Tönen der Pfeife aus dem Tone der *Zungenpfeife* folgern könne.

Die *Abweichungen der Töne der Zungenpfeife vom Tone ihrer isolirt schwingenden Platte* soll uns lehren, wie und mit welchem Rechte man aus dem Tone der *Zungenpfeife* auf die Schwingungen der *Luftsäule* beim Tönen der Pfeife schliessen könne.

1. *Entstehung des Tones in Zungenpfeifen.*

Der *volle* und *starke* Ton, welcher durch Zungenpfeifen hervorgebracht wird, ist weder, wie bei den Stimmgabeln, die unmittelbare Folge der Schwingungen der Platte, noch ist er, wie bei den Labialpfeifen, die unmittelbare Folge der Schwingungen der Luftsäule (worüber viel gestritten worden ist), sondern dieser Ton ist die unmittelbare Wirkung eines Luftstroms, der Fig. 1 und 2, Taf. IX, aus der Windlade *abc*, durch die Röhre *de* der Zungenpfeife geht, und dann ruckweise auf die äussere Luft trifft und sie erschüttert, indem ihm von der schwingenden Platte *g*, wie von einer *Klappe*, der Weg bei jeder Schwingung abwechselnd versperrt und geöffnet wird.

So oft die schwingende Platte *g* die Kommunikation zwischen der in der Windlade eingeschlossenen und der äusseren Luft öffnet, eben so oft strömt die in der Windlade verdichtete Luft durch die Oeffnung und die Röhre *de* aus, und erschüttert die äussere Luft, und jede dieser Erschütterungen pflanzt sich darauf durch die äussere Luft als Schallwelle bis zum Trommelfell unseres Ohres nach den bekannten Bewegungsgesetzen der Luft fort.

Wie oft daher die Platte *g* eine Hin- und Herschwingung vollendet, so oft findet eine Erschütterung oder ein Stoss der in der Windlade verdichteten Luft auf die äussere Statt, eben so oft geht eine Schallwelle von unserem Instrumente aus. Diese Schallwellen, welche sich durch die äussere Luft fortpflanzen, und endlich an unser Trommelfell anschlagen, folgen demnach eine der anderen in denselben Zeiträumen, in welchen die Schwingungen der Platte *g* auf einander folgen.

Nicht also die schwingende *Platte g* selbst giebt den Ton und erregt die Schallwellen, sondern die *Luft;* nicht aber die *schwingende* Luft in der *Röhre* der Zungenpfeife, sondern der periodisch gehemmte, aus der Windlade *stossweise* hervordrängende Luftstrom. Die *Platte*

aber *regulirt* die Stösse der aus der Windlade hervordringenden Luft, bestimmt die Zeiträume, welche von Stoss zu Stoss verfliessen; und die Dauer der durch diese Stösse in der äusseren Luft hervorgebrachten Schallwellen wird so der Dauer der Plattenschwingungen *gleich* gemacht. Demnach ist:

1. der volle und starke Ton der Zungenpfeife die unmittelbare Folge von *Luftstössen*;

2. die *Zahl* der Luftstösse in einem bestimmten Zeitraume, z. B. in einer Sekunde, die unmittelbare Folge der Schwingungen der *Platte g*;

3. die *Zahl* der Schwingungen der Platte *g* in einem bestimmten Zeitraume, z. B. in einer Sekunde, die unmittelbare Folge eben sowohl ihrer *eigenthümlichen Elasticität*, als auch des abwechselnd zu- und abnehmenden, auf sie wirkenden *Druckes* der benachbarten, in der Röhre *de* schwingenden Luft.

In diesen drei Punkten ist die wahre naturgemässe Vorstellung von dem *Ineinandergreifen* und *Aufeinanderwirken* der schwingenden Luftsäule *de* auf die schwingende Platte *g*, und der schwingenden Platte *g* auf den aus der Windlade *abc* hervordringenden Luftstrom enthalten, und aus dieser Vorstellung des Hergangs lassen sich die Tongesetze der Zungenpfeife und die Schwingungsgesetze ihrer Bestandtheile, der Platte *g* und der Luftsäule *de* in ihrer Verbindung, herleiten.

Diese Vorstellung des Hergangs in Zungenpfeifen will ich daher vor Allem noch durch Versuche zu begründen mich bestreben.

Zur experimentellen Begründung dieser Vorstellung vom Hergange in Zungenpfeifen, nämlich von dieser wechselseitigen Einwirkung der schwingenden Luftsäule *de*, der schwingenden Platte *g* und des aus der Windlade *abc* hervordringenden Luftstromes führe ich zweierlei an.

1. Würde der Ton in der Zungenpfeife nicht durch den periodisch gehemmten, aus der Windlade *stossweise* hervordringenden Luftstrom, sondern entweder von den Schwingungen der *Luftsäule* oder von dem *vereinten* Schwingen der Platte und der Luftsäule hervorgebracht, so würde der Ton mit den Schwingungen der *Luftsäule* oder mit dem *vereinten* Schwingen der Platte und der Luftsäule bestehen und vergehen.

Ich habe aber die Luftsäule ganz *weggenommen*, und von der Röhre, welche vorher die Luftsäule einschloss, nur den Rahmen, welcher die Platte zunächst umgiebt, übrig gelassen. Ich habe diesen Rahmen rings an seinen Rändern mit den Lippen umschlossen, und dann geblasen.

Hierdurch wurde unser vorher aus einer schwingenden Platte und aus einer schwingenden Luftsäule zusammengesetztes Instrument in eine sogenannte *Mundharmonika* verwandelt, von der Art, wie sie bei uns in den letzten Jahren im Handel vorgekommen sind, die im wesentlichen

sich nicht von dem grösseren, bisweilen sehr vollkommen ausgeführten Tasteninstrumente, der *Aeoline* oder dem *Aeolodikon*, unterscheiden.

Unter diesen Umständen entstand ein Ton, der seiner Höhe nach *fast* derselbe, seinem Klange *(timbre)* nach aber *völlig* derselbe war, als wenn eine kurze Luftsäule mitgeschwungen hätte.

Da also die Höhe des Tones unseres Instrumentes weder durch die Aufhebung der *vereinten* Schwingung der Platte und der Luftsäule, noch durch die gänzliche Wegnahme der schwingenden Luftsäule verschwand; so folgt, dass der volle und starke Ton der Zungenpfeife entweder von der *Platte*, oder von dem periodisch gehemmten, aus der Windlade *stossweise* hervordringenden *Luftstrom* hervorgebracht wurde.

2. Aber der volle und starke Ton unseres Instrumentes kann auch nicht von der schwingenden Platte hervorgebracht worden sein; denn in diesem Falle würde es nicht nöthig gewesen sein, den Ton der Platte durch einen vorbeistreichenden Luftstrom zu erregen, sondern sie würde einen hinsichtlich der Höhe und des Klanges *(timbre)* ganz gleichen Ton gegeben haben, wenn sie, ohne in ihrer Lage und Verbindung geändert zu werden, auf irgend eine andere Weise in Schwingung gesetzt worden wäre, was aber nicht der Fall war.

Denn ich habe die Platte, während sie mit den übrigen Theilen des Instrumentes verbunden blieb, durch Streichen mit dem Violinbogen in die heftigste Schwingung gesetzt, ohne im Stande zu sein, einen mit jenem vollen und starken, irgend vergleichbaren Ton hervorzubringen; vielmehr war der Ton der nämliche, als wenn ich dieselbe Platte aus der Zungenpfeife herausnahm, in einen Schraubstock einklemmte, und dann durch Streichen mit einem Violinbogen in Schwingung brachte. Der Klang *(timbre)* dieses Tones ist aber schwach, nur ganz nahe hörbar, weit weniger voll und weniger stark, als der Ton unseres Instrumentes, wenn es geblasen wurde.

Selbst wenn die Luftsäule bei dieser Erregungsart solche *Dimensionen* hatte, dass dieselbe, wie aus Savart's Versuchen bekannt ist, durch das gleich schnelle und *isochrone* Schwingen der vor ihr befindlichen Platte gleichfalls in *mittönende* Schwingungen gerathen konnte, so entstand doch kein Ton von der Höhe und dem Klange *(timbre)*, welcher entstand, wenn die in der Windlade *abc* eingeschlossene, verdichtete Luft in gleich schnell auf einander folgenden Zeiträumen *Stösse* ertheilen konnte.

Wenn der Ton der Zungenpfeife, in der Stärke, Höhe und in dem Klange, wie wir ihn wahrnehmen, weder von den Schwingungen der Luftsäule, noch von der vereinigten Schwingung der Luftsäule und der Platte, noch endlich von den Schwingungen der Platte allein hervorgebracht wird; so sind es keine *Schwingungen*, welche die tonerregenden

Stösse der äusseren Luft ertheilen, denn ausser den Schwingungen der Platte und Luftsäule sind keine anderen in der Zungenpfeife vorhanden. Da aber ausser der Platte, der Luftsäule und ausser dem *Luftstrome* kein Theil der Zungenpfeife sich überhaupt auch nicht in *Bewegung* befindet; so ist der *letzte,* nämlich der periodisch gehemmte, aus der Windlade stossweise hervordringende *Luftstrom,* der einzige vorhandene Körper, der der äusseren Luft die tonerregenden Stösse ertheilen kann.

Weil aber dieser Luftstrom aus der Windlade gerade so oft, als die Platte schwingt, hervordringt, so haben wir ein Mittel gefunden, aus dem *Tone der Zungenpfeife* auf die Zahl der Schwingungen zu schliessen, welche die *Platte* in einer Sekunde beim Tönen der Zungenpfeife macht.

Es bleibt noch zu finden übrig, wie man aus dem *Tone der Zungenpfeife* auch auf das Verhalten der *Luftsäule* (ob sie schwingt und wie sie schwingt) während des Tönens der Zungenpfeife schliessen könne.

Um das Verhalten der Luftsäule beim Tönen der Zungenpfeife kennen zu lernen, muss man die *Abweichungen* näher betrachten, welche die Luftsäule in den Schwingungen der Platte beim Tönen der Zungenpfeife verursacht, und diese Abweichungen habe ich daher durch Versuche auszumitteln und zu messen versucht.

Ich spannte nämlich die Platte in einen Schraubstock ein, und strich sie mit dem Violinbogen. Auf diese Weise konnte kein benachbarter Körper mitschwingen, und ich konnte durch das Monochord die Schwingungen der *isolirten Platte* finden.

Mit demselben Monochorde bestimmte ich darauf auch die Töne der *Zungenpfeifen,* die aus derselben Platte mit verschieden langen Luftsäulen zusammengesetzt wurden.

Die verschiedenen Resultate, welche ich für die *isolirte Platte* und für die *Zungenpfeifen* erhielt, gaben die *Abweichungen,* welche die Luftsäule in den Schwingungen der Platte verursachte.

2. *Abweichungen der Töne der Zungenpfeifen von den Tönen ihrer isolirtschwingenden Platten.*

Man könnte zweifeln, ob die Luft in der Röhre einer Zungenpfeife wirklich beim Tönen der Zungenpfeife in eine *Schwingung* gerathe, und ob nicht vielmehr die Luft in der Röhre auf die schwingende Platte blos dadurch einigen Einfluss ausübe, und den Ton der Pfeife etwas ändere, weil sie *nicht* frei nach allen Seiten hin *ausweichen* kann.

Unsere Versuche über die *Abweichungen,* welche verschieden lange Luftsäulen in den Schwingungen der Platte einer Zungenpfeife verursachen, werden nachweisen, dass die Luftsäule auf die Platte nicht

blos als ein *gleichförmig* widerstehendes Mittel wirkt, sondern dass sie auf die Platte einen sehr *variablen* Druck ausübt, dass sie nämlich, gleich wie die •Platte, in eine *stehende* Schwingung geräth, und zwar in eine mit der Platte stets *synchronische* Schwingung.

a sei der vierte Theil der Länge einer an beiden Enden offenen Röhre, deren Luftsäule, wenn sie schwingt, denselben Ton als die Platte der Zungenpfeife giebt. Je tiefer oder höher daher der Ton der Platte ist, desto länger oder kürzer ist *a*.

1. Setzt man an die Zungenpfeife eine kurze Luftsäule, und verlängert sie stufenweise, bis sie die Länge von *a* hat, so wird der Ton dabei kaum merklich tiefer als der Ton war, den die Platte hatte, als sie, noch ohne mit einer Luftsäule in Verbindung zu sein, schwang.

2. Während die Länge der Luftsäule stufenweise von *a* bis $2a$ zunimmt, wird der Ton der Zungenpfeife merklich tiefer als der Ton der *isolirt* schwingenden Platte, indessen wächst die Dauer der Schwingungen *langsamer* als die Länge der Luftsäule.

3. Während die Länge der Luftsäule stufenweise von $2a$ bis $3a$ zunimmt, weicht der Ton schnell vom Tone der allein schwingenden Platte ab, und die Dauer der Schwingungen wächst *fast* eben so schnell als die Länge der Luftsäule.

4. Während die Länge der Luftsäule stufenweise von $3a$ bis $4a$ zunimmt, wird der Ton noch schneller tief, bis er zuletzt genau eine ganze *Oktave* tiefer als der Ton der Platte *allein* ist; die Dauer der Schwingungen wächst dabei vollkommen *gleich* schnell als die Länge der Luftsäule.

Durch allmähliges Wachsen der Luftsäule, während die Platte der Zungenpfeife unverändert blieb, ist mit einem Worte der Ton nach und nach eine ganze *Oktave* vertieft worden, und zwar in der ersten Hälfte der Verlängerung nur sehr wenig, in der zweiten Hälfte der Verlängerung aber sehr beträchtlich; denn es nahm in dieser zweiten Hälfte die Dauer der Schwingungen *fast* gleich schnell als die Länge der Luftsäule zu.

Hiermit schliesst gewöhnlich die Reihe von Tönen, die man durch die stufenweise Verlängerung der an die Zungenpfeife angesetzten Röhre hervorbringen kann. Bei fortgesetzter Verlängerung derselben wird der Ton nicht nur nicht tiefer, sondern er springt plötzlich auf den hohen Ton zurück, welchen die isolirte Platte der Zungenpfeife giebt, und dieser hohe Ton wird nur, wenn die Röhre abermals mehr und mehr verlängert wird, auf eine ähnliche Weise allmählig tiefer, als dies vorher der Fall war. Denn

5. während die Länge der Luftsäule von $4a$ bis $5a$ verlängert wird, verändert sich der Ton kaum merklich.

6. Während die Länge der Luftsäule von $5a$ bis $6a$ verlängert wird, ist der Ton merklich tiefer, als der Ton der isolirt schwingenden Platte; indessen wächst die Dauer der Schwingungen merklich *langsamer* als die Länge der Luftsäule.

7. Während die Länge der Luftsäule von $6a$ bis $7a$ zunimmt, weicht der Ton schnell vom Tone der *isolirt* schwingenden Platte ab, und die Dauer der Schwingungen wächst *fast* eben so schnell als die Länge der Luftsäule.

8. Während die Länge der Luftsäule von $7a$ bis $8a$ wächst, wird der Ton noch schneller tief, bis er zuletzt eine *Quarte* tiefer als der Ton der isolirten Plattc ist. Die Dauer der Schwingungen wächst dabei vollkommen *gleich* schnell als die Länge der Luftsäule.

Durch allmähliges Wachsen der Luftsäule von $4a$ bis $8a$ ist also der Ton nach und nach eine ganze *Quarte* tiefer geworden, als der Ton der *isolirt* schwingenden Platte, und zwar in der ersten Hälfte der Verlängerung nur sehr wenig; in der zweiten Hälfte der Verlängerung aber nahm die Dauer der Schwingungen, welche den Ton hervorbrachten, fast in demselben Verhältnisse als die Länge der Luftsäule zu.

Hiermit schliesst gewöhnlich diese Reihe von Tönen, und bei fortgesetzter Verlängerung der Luftsäule wird der Ton nicht nur nicht tiefer, sondern er springt plötzlich auf den hohen Ton zurück, welchen die isolirte Platte der Zungenpfeife giebt, und dieser hohe Ton wird nun, wenn die Röhre abermals verlängert wird, auf eine ähnliche Weise allmählig tiefer, als es vorher der Fall war. Denn

9. während die Länge der Luftsäule von $8a$ bis $9a$ verlängert wird, verändert sich der Ton kaum merklich.

10. Während die Luftsäule von $9a$ bis $10a$ verlängert wird, ist der Ton merklich tiefer als der Ton der *isolirt* schwingenden Platte; indessen wächst die Dauer der Schwingungen merklich *langsamer* als die Länge der Luftsäule.

11. Während die Länge der Luftsäule von $10a$ bis $11a$ wächst, weicht der Ton schnell von dem Tone der *isolirt* schwingenden Platte ab, und die Dauer der Schwingungen wächst fast eben so schnell, als die Länge der Luftsäule.

12. Während die Länge der Luftsäule von $11a$ bis $12a$ wächst, wird der Ton noch schneller tief, bis er zuletzt eine *kleine Terz* tiefer als der Ton der isolirten Platte ist. Die Dauer der Schwingungen wächst dabei vollkommen *gleich* schnell, als die Länge der Luftsäule.

Durch allmähliges Wachsen der Luftsäule von $8a$ bis $12a$ ist also der Ton nach und nach eine *kleine Terz* tiefer geworden, als der Ton der *isolirt* schwingenden Platte, und zwar in der ersten Hälfte der

Verlängerung nur sehr wenig, in der zweiten Hälfte der Verlängerung aber nahm die Dauer der Schwingungen, welche den Ton hervorbrachten. fast in demselben Verhältnisse als die Länge der Luftsäule zu.

Hiermit schliesst gewöhnlich diese Reihe von Tönen, und bei fortgesetzter Verlängerung der Luftsäule wird der Ton nicht nur nicht tiefer, sondern er springt plötzlich auf den hohen Ton zurück, welchen die isolirte Platte der Zungenpfeife giebt, und dieser hohe Ton wird nun, wenn die Röhre abermals verlängert wird, auf eine ähnliche Weise allmählig tiefer, als es vorher der Fall war.

Das Gesetz, nach welchem die Veränderung der Tonhöhe bei der weiteren Verlängerung der mit der Zungenpfeife verbundenen Luftsäule und bei konstant bleibender Platte geschieht, leuchtet von selbst ein; denn man sieht, dass der Ton jedesmal, nachdem die Luftsäule um $4a$ verlängert worden ist, auf den Ton, den die Platte der Zungenpfeife giebt, zurückspringt, und dass er, da er vor dem ersten Sprunge um eine *Oktave*, vor dem zweiten Sprunge um eine *Quarte*, und vor dem dritten Sprunge um eine *kleine Terz* vertieft wurde, wobei die Schwingungen sich wie

$$1:2$$
$$3:4$$
$$5:6$$

verhielten, er vor den folgenden Sprüngen so vertieft werden würde, dass sich die Schwingungen wie

$$7:8$$
$$9:10$$
$$11:12 \text{ u. s. w.}$$

verhalten würden, was ich auch noch für diese drei Fälle durch Versuche bestätigt habe.

Zum Beweise dieser Gesetze und zu ihrer Erläuterung stelle ich in folgender Tabelle eine Reihe von mir gemachter Versuche zusammen.

Die Platte der zu diesen Versuchen angewandten Zungenpfeife war von Messing, 12,6‴ lang, 0,22‴ dick und 2,5‴ breit, und machte 776 Schwingungen in einer Sekunde. Die mit ihr verbundenen cylindrischen Röhren waren alle 5,5‴ im Lichten weit. Diese Röhre war beim ersten Versuche am längsten, und wurde stückweise abgeschnitten, und nach jeder Verkürzung der Ton der Zungenpfeife mit Hülfe des Monochords untersucht.

Eine an beiden Enden offene Luftsäule, die *allein* denselben Ton als diese Platte gab, war 195,3‴ lang. a war folglich dem vierten Theile hiervon gleich:

$$a = 48{,}8'''.$$

Ich stelle die Töne, welche diese Zungenpfeife bei konstanter Platte und bei allmähliger Verlängerung der Luftsäule gab, der Reihe nach in folgender Tabelle zusammen, drücke diese Töne durch die gewöhnlichen *musikalischen* Zeichen aus, schreibe bei jedem die jedesmalige *Länge* der Luftsäule bei, mache einen *Querstrich*, wenn die Länge der Luftsäule eine Zunahme $= a$ erhalten hat, und bemerke bei diesem Querschnitt das grösste *Multiplum* von a, welches die Luftsäule enthält.

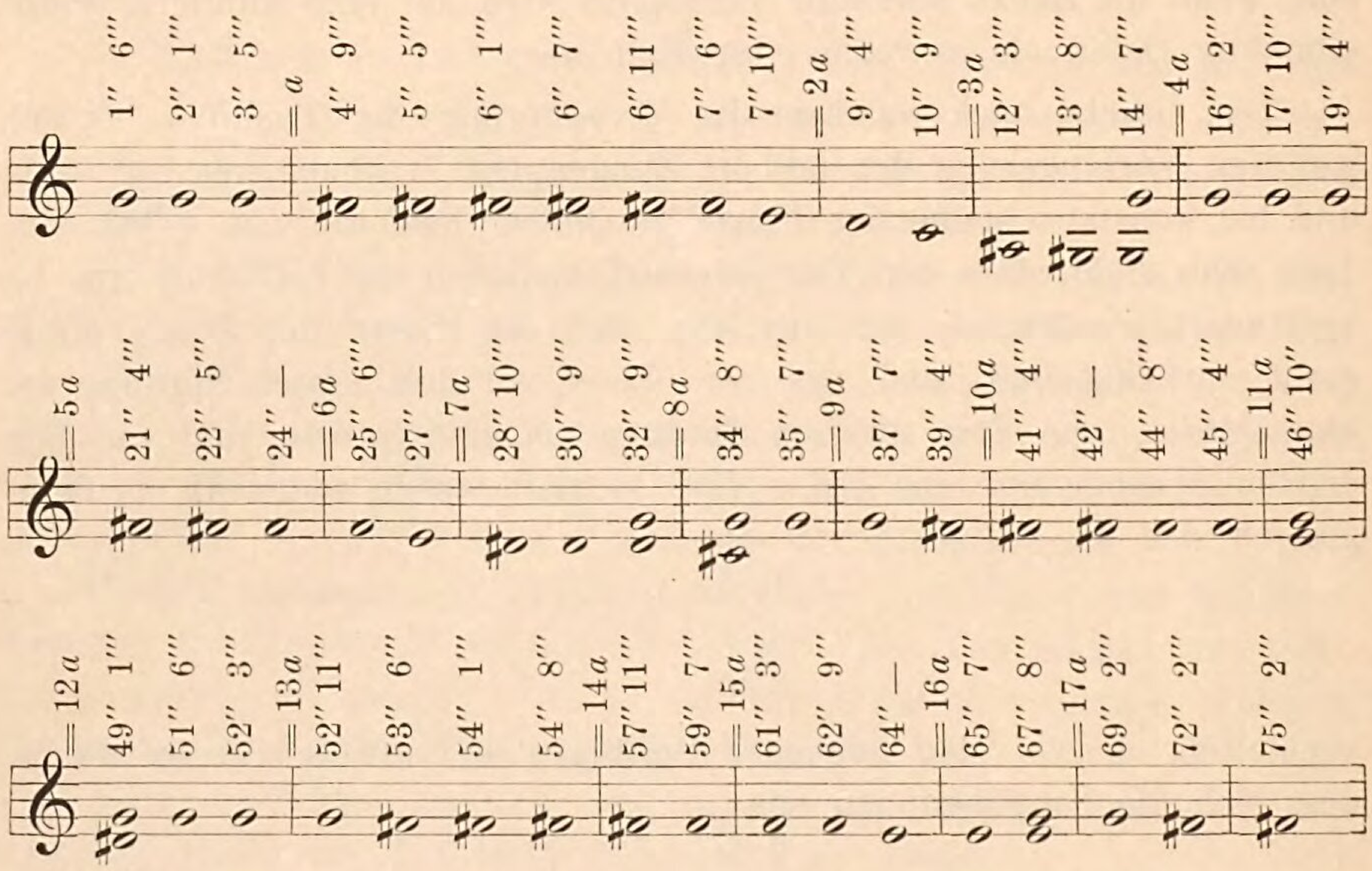


Fig. 3 Taf. VI stellt dieselbe Reihe von Versuchen bildlich dar.

Bei den folgenden Versuchen wurde dieselbe Zungenpfeife als bei den vorhergehenden angewendet. Der Ton der isolirt schwingenden Platte war also gleichfalls $\bar{g}$ und wurde von 776 Schwingungen in einer Sekunde hervorgebracht. Die mit ihr verbundenen cylindrischen Röhren waren 4,7‴ im Lichten weit. Eine Luftsäule in einer an *beiden* Enden *offenen* Röhre, welche, *für sich* schwingend, denselben Ton geben sollte als diese Platte, musste gleichfalls $= 195{,}3'''$ lang sein; a war folglich gleichfalls $= 48{,}8'''$. Ich bestimmte in dieser Reihe von Versuchen mit dem Monochorde für jeden Ton die *Zahl* der Schwingungen in einer Sekunde, durch welche der Ton jedesmal hervorgebracht wurde.

In der folgenden Tabelle stelle ich nun die durch diese Versuche erhaltenen *Zahlen* zusammen, welche eine noch genauere Uebersicht als die blossen in der vorigen Tabelle angeführten Tonstufen der *chromatischen* Skale, welche jedesmal dem Tone der Pfeife gleich waren, oder am nächsten kamen, erlauben, und schreibe die jedesmalige Länge der Luftsäule bei.

von 0 bis 2*a*	776,1			$^1/_2 a$
	760,5			a
	721,9			$2a$
von 2*a* bis 4*a*	681,5			$2a + 5{,}8'''$
	670,5			$2a + 12{,}0'''$
	663,8			$2a + 18{,}5'''$
	624,2			$2a + 25{,}4'''$
	594,7			$2a + 32{,}7'''$
	552,8			$2a + 41{,}2'''$
	518,5			$3a$
	481,1			$3a + 8{,}6'''$
	462,9			$3a + 17{,}9'''$
	442,7			$3a + 27{,}6'''$
	416,4	778,1		$3a + 38{,}0'''$
	386,7	775,7		$4a$
von 4*a* bis 6*a*		756,7		$5a$
		730,4		$6a$
von 6*a* bis 8*a*		700,0		$6a + 17{,}5'''$
		679,4		$6a + 36{,}0'''$
		638,3		$7a + 6{,}6'''$
		618,2		$7a + 27{,}4'''$
		567,1	774,1	$8a$
von 8*a* bis 10*a*			760,6	$9a$
			738,6	$10a$

Fig. 4 Taf. VI stellt dieselbe Reihe von Versuchen bildlich dar.

Bei den folgenden Versuchen wurde eine andere Zungenpfeife als in den vorhergehenden angewendet, und zwar die nämliche, welche im elften Hefte dieser Annalen vom vorigen Jahre[1]) beschrieben ist. In diese Pfeife, wo man mit verschiedenen Platten wechseln konnte, wurde eine 0,337''' dicke, 14,058''' lange und 3''' breite *Eisenplatte* eingesetzt und festgeschraubt, welche nach einer besonderen Prüfung *für sich allein* schwingend in jeder Sekunde 1140,3 Schwingungen machte. Die mit ihr verbundenen cylindrischen Röhren waren $4^1/_3'''$ im Lichten weit. Eine Luftsäule in einer an *beiden* Enden *offenen* Röhre, welche für sich schwingend denselben Ton geben sollte, musste 132,94''' lang sein; a war folglich $= 33{,}235'''$.

Ich bestimmte mit den bekannten Hülfsmitteln für jeden Ton die *Zahl* der Schwingungen in einer Sekunde, durch welche der Ton jedesmal hervorgebracht wurde. In der folgenden Tabelle stelle ich die durch diese Versuche erhaltenen *Zahlen* zusammen und schreibe die jedesmalige Länge der Luftsäule bei. Es zeigte sich, wie zu erwarten war, ein Unterschied des Tones bei *schwachem* und *starkem* Blasen, und

[1]) [W. Weber's Werke I, p. 263.]

ich habe diesen Unterschied in der Tabelle mit angemerkt, indem ich die beim starken Blasen ausgemittelte Schwingungszahl unter die beim schwachen Blasen ausgemittelte zugefügt habe.

von a bis $2a$	1146,7		$a + 4,71'''$
	1127,7		
	1122,2		$a + 16,71'''$
	1097,7		
	1059,2		$a + 28,71'''$
	1048,3		
von $2a$ bis $3a$	945,2		$2a + 7,48'''$
	940,6		
	856,4		$2a + 19,48'''$
	856,4		
	745,0		$2a + 31,48'''$
von $3a$ bis $4a$	676,0		$3a + 10,25'''$
	608,0		$3a + 22,25'''$
	583,2		$3a + 28,25'''$
von $4a$ bis $5a$		1158,1	$4a + 4,0'''$
		1143,9	

Fig. 5 Taf. VI stellt dieselbe Reihe von Versuchen bildlich dar.

3. *Folgerungen aus den gefundenen Erfahrungsgesetzen.*

Ich habe mich bisher bestrebt, die Gesetze solcher Instrumente, welche aus schwingenden Platten und aus schwingenden Luftsäulen zusammengesetzt sind, in ihrem Zusammenhange ganz allein nach Anleitung der Erfahrung aufzufinden und zu entwickeln, so dass sie auch weiter nichts als der wörtliche Ausdruck meiner Versuche sind. Die Musikverständigen und Instrumentenbauer, denen ich bisher diese Tongesetze für diese wichtigste Klasse von Orgelpfeifen mitgetheilt habe, haben sie vollkommen befriedigend gefunden.

Wenn es zu irgend einem praktischen Zwecke nöthig werden sollte, würde es mir leicht sein, alle in dieser Abhandlung mitgetheilten, und überhaupt alle von mir mit diesen Tonwerkzeugen angestellten Versuche durch *empirische Interpolationsformeln* zusammenzufassen, welche sich dann innerhalb der Grenzen, innerhalb welcher die Versuche selbst angestellt worden sind, auf gleiche Weise zu allen Anwendungen gebrauchen lassen würden, als hätte man die *wahren* Gesetze der Natur selbst aufgefunden.

Statt aber diese Interpolationsformeln zu entwickeln, würde es grössere Vortheile habe, aus der wahren und naturgemässen Vorstellung der Tonerregung und des ganzen Hergangs in unserer aus Platte und Luftsäule zusammengesetzten Vorrichtung, wie wir sie oben kennen ge-

lernt haben, die *wahre Theorie* aller dabei entstehenden und fortdauernden Bewegungen und Schwingungen aufzustellen, und alle für Physik und Praxis nützlichen Gesetze aus ihr herzuleiten; man sieht aber, dass zu dieser theoretischen Herleitung der *wahren* Schwingungsgesetze eine besondere, der vorliegenden *Experimentaluntersuchung* fremde Untersuchung nöthig sein würde.

Ich beschliesse daher diese Abhandlung blos mit einigen Folgerungen, die sich *unmittelbar* aus den gefundenen Erfahrungsgesetzen ergeben.

1. Betrachten wir die *periodische Wiederkehr* der Erscheinungen näher, welche wir bei Zungenpfeifen gefunden haben, indem die Zungenpfeife bei jeder Verlängerung der Luftsäule um $4a$, oder um ein Stück, welches frei und isolirt schwingend in gleichen Zeiten gleich viel Schwingungen als die isolirt schwingende Platte macht, wieder denselben Ton, nämlich den Ton der Platte gab.

Eine ähnliche periodische Wiederkehr der Erscheinungen zeigt sich auch bei allmähliger Verlängerung einer blossen *Luftsäule* oder einfachen *Labialpfeife*, und rührt daher, dass mit jeder neuen Periode oder Wiederkehr desselben Tones die Zahl der Schwingungsknoten der Luftsäule um 1 zunimmt.

Durch diese Wiederkehr der Erscheinungen nach denselben Gesetzen, wie sie für alle schwingenden Luftsäulen gelten, die, indem sie verlängert werden, die Zahl ihrer schwingenden Abtheilungen vermehren, wird man nun zu der Ueberzeugung geführt, dass auch in der Luftsäule der Zungenpfeife, nach Verschiedenheit ihrer Länge, *mehrere* schwingende Abtheilungen sich bilden, und dass die *Zahl* dieser schwingenden Abtheilungen, gerade so, wie in allen schwingenden Luftsäulen, des Tones unbeschadet, vermehrt oder vermindert werden kann, wenn nur ihre *Grösse* keine Aenderung erleidet.

2. Was hiernach zunächst für den Fall einleuchtet, wo die Länge der Luftsäule ein Multiplum von $4a$ ist, und der Ton der Zungenpfeife dem Tone der *isolirt* schwingenden Platte vollkommen gleich ist, lässt sich bei unserer Betrachtung der Versuche auf für alle übrigen Fälle, wo der Ton der Zungenpfeife tiefer als der Ton der isolirten Platte ist, nachweisen.

Auch in diesen übrigen Fällen, wo der Ton der Zungenpfeife tiefer als der Ton der *isolirten* Platte ist, lässt sich die *Zahl* der schwingenden Abtheilungen der Luftsäule, des Tones unbeschadet, vermehren, wenn die *Grösse* der schwingenden Abtheilungen keine Aenderung erleidet.

Um diesen Satz für alle Töne der Zungenpfeife zu bestätigen, stelle ich einige von mir gemachte Versuche in der folgenden Tabelle zusammen.

In der ersten Kolumne dieser Tabelle nenne ich die Zahl der Schwingungen, welche die Zungenpfeife während einer Sekunde bei

mehreren verschiedenen Längen machte; — in der zweiten Kolumne gebe ich die *kürzeste* Länge, bei welcher die Zungenpfeife die angegebene Zahl Schwingungen machte; — in der dritten Kolumne gebe ich die *zweite* und *dritte* Länge, bei welchen die Zungenpfeife gleichfalls die angegebene Zahl Schwingungen machte; — in der vierten Kolumne setze ich die *Differenz* beider, welche einer schwingenden Abtheilung oder deren Duplo gleich sein soll; — in die fünfte Kolumne die aus der Theorie der Luftschwingungen *berechnete* Länge einer schwingenden Abtheilung.

Tabelle von Versuchen, welche beweisen, dass die Luftsäulen bei jedem Tone der Zungenpfeife, gleich wie eine Labialpfeife, schwingende Abtheilungen bildet, deren Zahl unbeschadet des Tones, vermehrt oder vermindert werden kann.

Schwingungen der Zungenpfeife in 1 Sekunde.	Kürzeste Länge, wo die Zungenpfeife die angegebene Zahl Schwingungen macht.	Zweite u. dritte Länge, wo die Zungenpfeife die angegebene Zahl Schwingungen macht.	Differenz, welche einer oder zweier schwingenden Abtheilungen gleich sein soll.	Berechnete Länge einer oder zweier schwingenden Abtheilungen.	Differenz.
730	87,3‴	293,0‴	205,7‴	207,6‴	+ 1,9‴
		504,0‴	416,7‴	415,2‴	— 1,5‴
680	104,2‴	328,2‴	224,0‴	222,6‴	— 1,4‴
621	123,8‴	366,7‴	242,9‴	234,6‴	— 8,3‴
560	137,3‴	396,8‴	259,5‴	270,5‴	+ 11,0‴

Da die Grösse dieser schwingenden Abtheilungen, deren Zahl, unbeschadet des Tones, vermehrt oder vermindert werden kann, bei jedem dieser verschiedenen Töne der Zungenpfeife die nämliche ist, welche uns die Theorie der Luftschwingungen für eine mit der Zungenpfeife oder mit ihrer Platte *gleich schnell* schwingende Luftsäule giebt, so folgt daraus, dass die Luftsäule in allen diesen Fällen nicht allein sich wirklich in einer *stehenden* Schwingung, sondern stets auch in einer mit der Platte der Zungenpfeife *synchronischen* Schwingung befindet.

Denn es ist bekannt, dass der Unterschied einer blossen Wellenbewegung und einer *stehenden* Schwingung darin besteht, dass in letzterer sich Maxima der Schwingung und Schwingungsknoten bilden, während in ersterer dieselben nicht entstehen, und dass die *Geschwindigkeit* der Schwingungen von der *Grösse* der schwingenden Abtheilungen abhänge, welche, wie wir aus den angeführten Versuchen gesehen haben, so beschaffen ist, dass die Luftsäule in gleicher Zeit stets gleich viel Schwingungen als die Platte macht, und beide folglich *synchronisch* schwingen.

3. Betrachten wir den Anfang und den Schluss jeder Periode, zwischen welchen die Länge der Luftsäule jedesmal um $4a$ zunimmt,

Fig. 1.

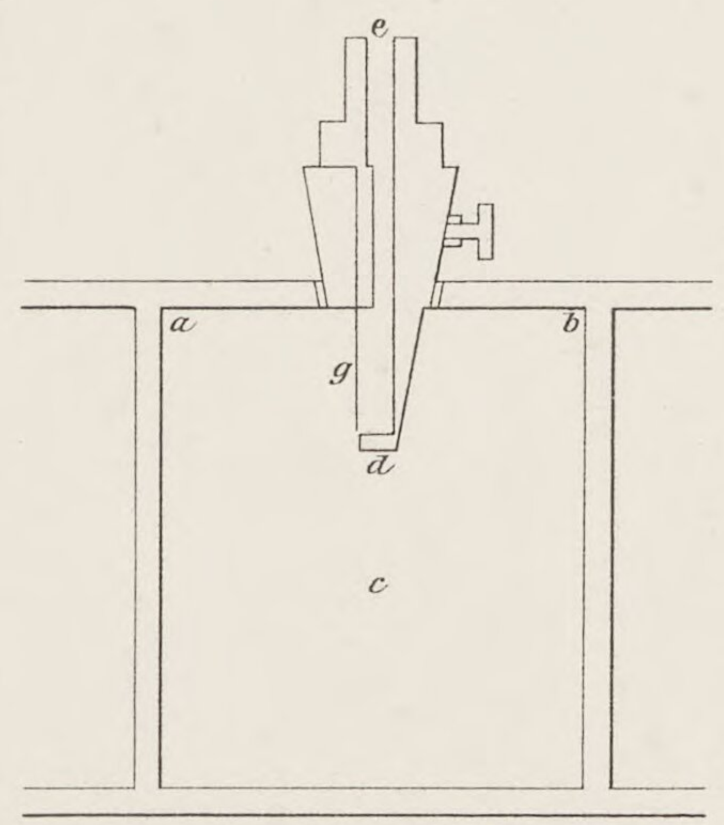


Fig. 2.

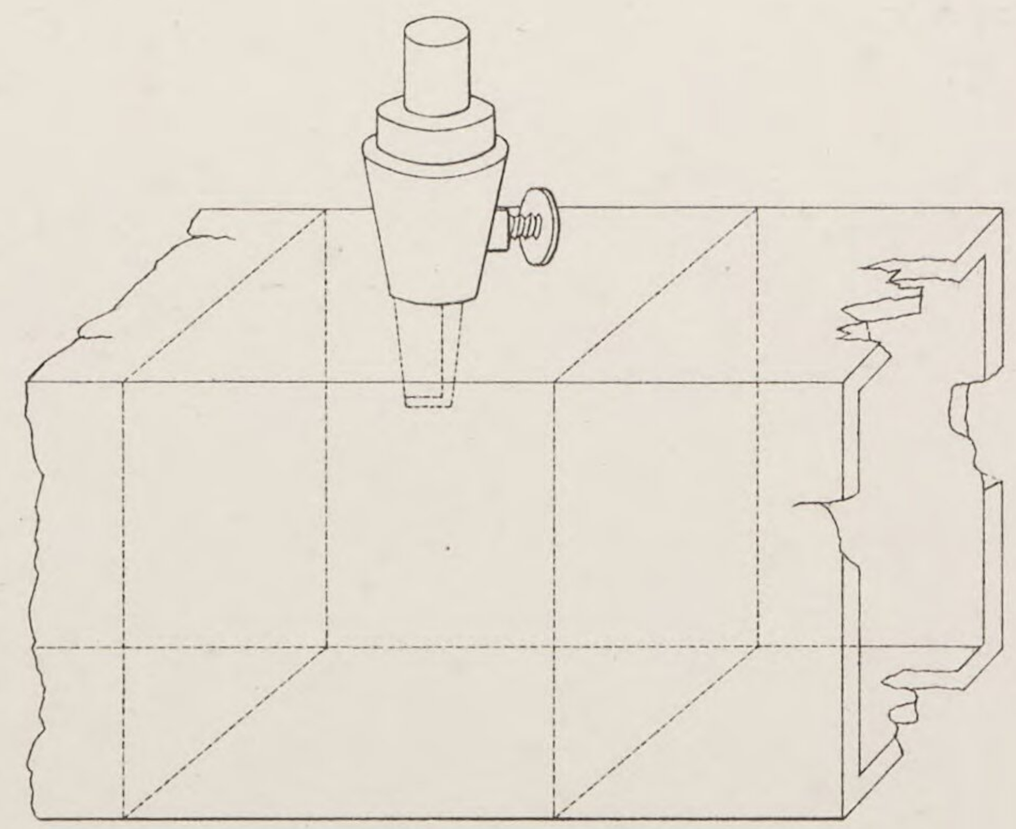


Fig. 4.

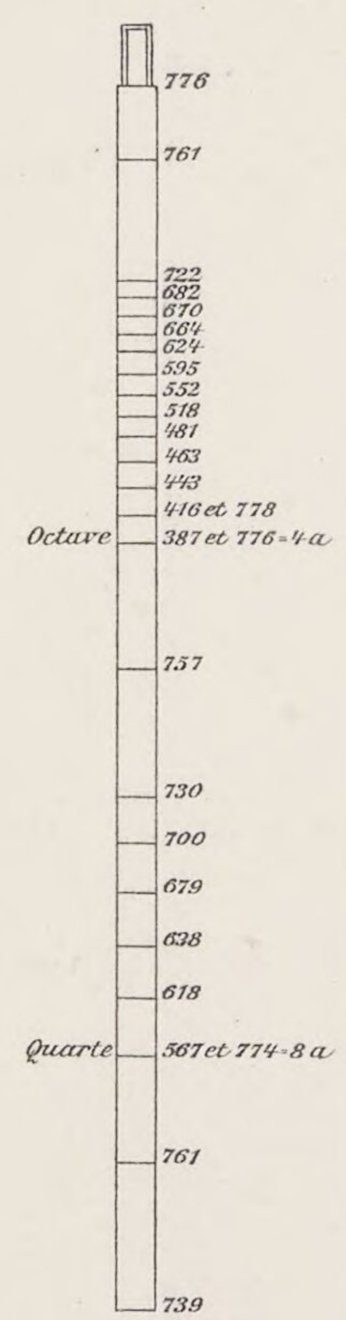


Fig. 5.

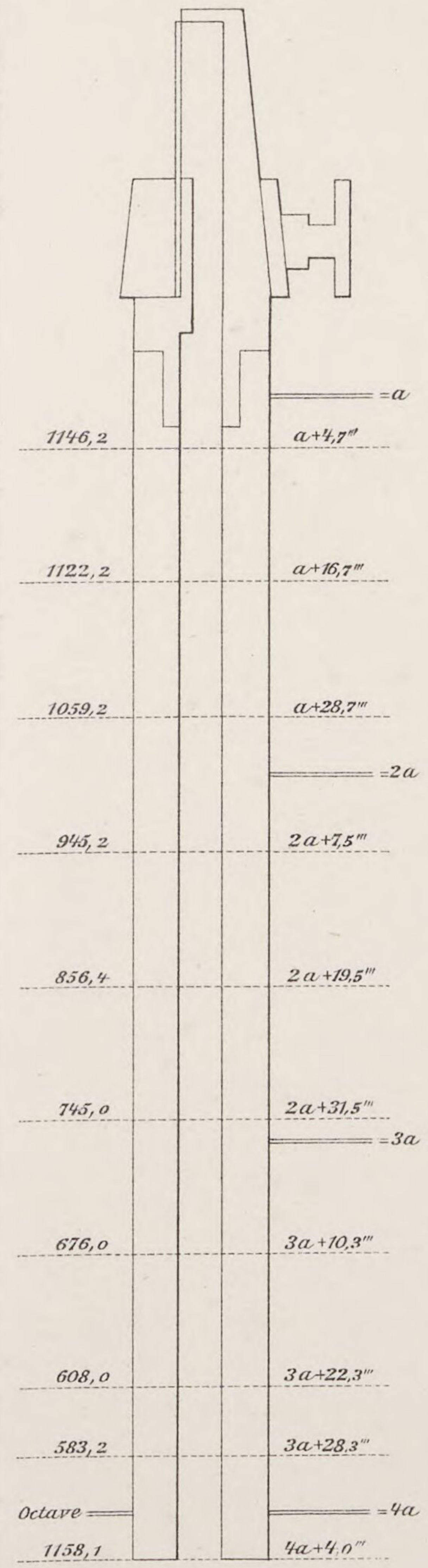
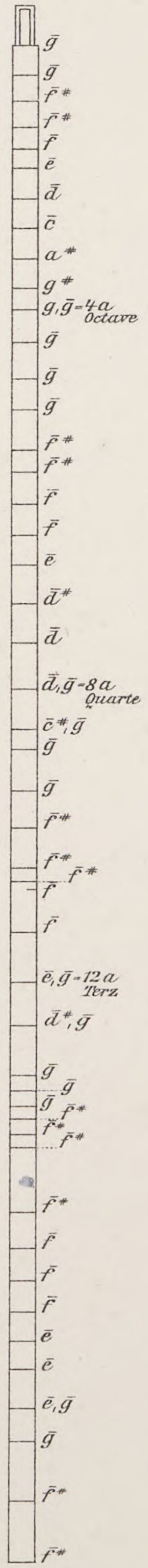


Fig. 3.



so finden wir endlich, dass die stets *synchronisch* mit der Platte schwingende Luftsäule im Anfange jeder Periode wie eine offene Labialpfeife, am Schlusse jeder Periode wie eine gedeckte Labialpfeife schwinge.

Denn vergleichen wir die *Töne* beim Anfange und Schlusse jeder Periode mit der *Länge* der Luftsäule beim Anfange und Schlusse jeder Periode, welche, wie wir wissen, in allen diesen Fällen ein *Multiplum* von $4a$ war, so finden wir, dass diese beiden Töne, nämlich der Schlusston der vorhergehenden und der Anfangston der folgenden Periode, dieselben sind, welche die Luftsäule *allein* als offene und als gedeckte Pfeife in diesen Fällen geben kann.

Ich will diesen Satz durch folgende Beispiele erläutern.

a) Am Ende der ersten und am Anfange der zweiten Periode war die Länge der Zungenpfeife $= 4a$. Die Grundtöne zweier Luftsäulen von $4a$ Länge, von welchen die eine an beiden Enden offen, die andere an einem Ende verschlossen ist, sind dem Tone der allein schwingenden Platte und seiner tiefen *Oktave* gleich[1]). Wirklich schloss die erste Periode mit der tieferen Oktave, und die zweite begann mit dem Tone der *isolirt* schwingenden Platte, wie es die angeführten Versuche angeben.

b) Am Ende der zweiten Periode und am Anfange der dritten Periode war die Länge der Luftsäule der Zungenpfeife $= 8a$. Die ersten Flageolettöne zweier Luftsäulen von $8a$ Länge, von welchen die eine an beiden Enden offen, die andere am einen Ende verschlossen ist, sind dem Tone der *isolirt* schwingenden Platte und seiner tieferen *Quarte* gleich[1]). Wirklich schloss die zweite Periode mit der tieferen Quarte, und die dritte Periode begann mit dem Tone der *isolirt* schwingenden Platte, wie es die angeführten Versuche beweisen.

c) Am Ende der dritten Periode und am Anfange der vierten Periode ist die Länge der Luftsäule unseres Instruments $= 12a$. Die zweiten Flageolettöne zweier Luftsäulen von $12a$ Länge, von welchen die eine an beiden Enden offen, die andere am einen Ende verschlossen ist, sind dem Tone der *isolirt* schwingenden Platte, und seiner tieferen *kleinen Terz* gleich[1]). Wirklich schloss die dritte Periode mit der tieferen *kleineren Terz*, und die vierte Periode begann wieder mit dem Tone der *isolirt* schwingenden Platte, wie es die mitgetheilten Versuche beweisen.

[1]) Im Allgemeinen verhält sich die Dauer der Schwingungen zweier gleich langer Luftsäulen, von welchen die eine an beiden Enden offen, die andere am einen Ende verschlossen ist, wenn beide ihren *n*ten Ton, den Grundton mitgerechnet, geben, wie $2n : 2n-1$.

XVIII.

Theorie der Zungenpfeifen.

Von

Wilhelm Weber.

[Poggendorff's Annalen, XVII, p. 193—246, 1829.]

Es ist aus Huyghens's Untersuchung des Pendels bekannt, dass die kleinen Schwingungen des Pendels als isochron betrachtet werden können, weil die *Beschleunigung* des Pendels in seiner Bahn seiner *Entfernung* vom Mittelpunkte der Bahn proportional ist. Die verschiedene Dauer der Schwingungen verschieden langer Pendel hängt von der ungleichen *Beschleunigung* ab, die sie bei *gleicher Entfernung* vom Mittelpunkte ihrer Bahn erhalten, und Pendel, die *synchronisch* schwingen sollen, müssen in *gleicher Entfernung* vom Mittelpunkte ihrer Bahn *gleiche Beschleunigung* erhalten. Diese bekannten Sätze gelten für die Pendel, so wie für alle pendelartigen Schwingungen.

Wenn daher in allen Punkten *eines* Körpers oder eines *Systems* von Körpern eine pendelartige synchronische Schwingung bestehen soll, so müssen alle Punkte in *gleicher Entfernung* vom Mittelpunkte ihrer Bahn *gleiche Beschleunigung* erhalten.

Ist die Beschleunigung gleich, welche alle Punkte gleich weit vom Mittelpunkte ihrer Bahn erhalten, so müssen, bei gleichen Massen, auch die sie *beschleunigenden Kräfte* gleich sein. Diese Kräfte, durch welche alle Punkte in ihrer Bahn beschleunigt werden, können nach Verschiedenheit der Umstände folgende sein:

- die eigene Schwerkraft und elastische Kraft der Körper;
- die Kräfte, welche auf die Körper von aussen, durch Druck auf ihre Oberfläche, wirken;
- die Kräfte, welche die Körper wechselseitig auf einander ausüben und von einander erleiden.

Haben wir zwei Körper, deren sämmtliche Theile durch innere elastische Kräfte und durch Wechselwirkung beider Körper pendelartig und synchronisch schwingen, so sind entweder beide Körper von einer

solchen Beschaffenheit, dass jeder, schon für sich allein, eine pendelartige Schwingung, wenn gleich in einem anderen Takte, als unter dem Einflusse des anderen Körpers, machen würde; — oder es sind beide Körper von einer solchen Beschaffenheit, dass *nicht* jeder Körper für sich allein eine pendelartige Schwingung machen kann, weil in der Lage seiner Theile nicht alle zur Fortdauer einer pendelartigen Schwingung unerlässlichen Bedingungen erfüllt sind. Wir wollen uns jetzt darauf beschränken, eine synchronische Schwingung der letzteren Art zu untersuchen, wo zwei Körper *zusammen* pendelartig schwingen, die *einzeln* nicht pendelartig schwingen würden, oder von denen wenigstens nicht *jeder* für sich allein pendelartig schwingen würde. Ich kenne zwei Beispiele von dieser letzteren Art der synchronischen Schwingung, und will sie ausführlich auseinander setzen und vergleichen, von denen das *erstere* schon länger bekannt gewesen, und nach Bernoulli und Euler sehr einfachen Gesetzen unterworfen ist; von denen das *letztere* aber in der Zungenpfeife, zwischen deren elastischer Platte und Luftsäule Statt findet. Von diesem letzteren habe ich (diese Annalen 1829, Bd. XVI, 6. und 7. Stück[1]) auseinander gesetzt, wie brauchbar und nützlich eine theoretische Untersuchung derselben sein würde.

Hängen wir zwei Bleikugeln an zwei Fäden von verschiedener Länge, und zwar an zwei festen Punkten auf, und verbinden beide Kugeln durch einen Querfaden, so können beide Kugeln gemeinschaftlich schwingen. Schneidet man den Querfaden durch, so schwingt auch jede Kugel einzeln, die eine etwas schneller, die andere etwas langsamer, als da sie verbunden waren.

Hängen wir nur eine Bleikugel durch ihren Faden an einen festen Punkt auf, und knüpfen an die *bewegliche* Kugel, die dieser Faden trägt, den oberen Endpunkt des anderen Fadens an, so können in gewissen Fällen beide Kugeln auch pendelartig schwingen, und jede Schwingung gleichzeitig beginnen und endigen, wie Daniel Bernoulli und Euler bewiesen haben.[2]) Schneidet man den Faden der unteren Kugel von der oberen ab, so schwingt die obere Kugel für sich allein in einem von der Länge ihres Fadens abhängigen Takte. Bei der unteren, ihrer Aufhängung beraubten Kugel kann aber, so lange sie nicht auf eine andere Art aufgehängt wird, von einer pendelartigen Schwingung nicht die Rede sein.

Die *Platte* und *Luftsäule,* welche in der Zungenpfeife zusammen schwingen, sind nicht mit zwei Pendeln zu vergleichen, die beide, neben einander aufgehangen, durch einen Querfaden verbunden sind, und die,

[1]) [W. Weber's Werke I, p. 257 und 266.]

[2]) Commentar. Petrop. Tom. VI, p. 108. Acta Petrop. pro anno 1779, pars prior p. 89

wenn der Querfaden durchschnitten wird, einzeln zu schwingen fortfahren, sondern mit zwei Pendeln, die unter einander und an einander so aufgehangen sind, dass nur das eine Pendel befestigt ist und an seiner beweglichen Kugel das andere Pendel *trägt*.

Die *Platte* der Zungenpfeife kann, auch wenn ihre Luftsäule abgeschnitten und von ihr getrennt wird, pendelartig fortschwingen, wenn gleich nach einem anderen Takte, als unter dem Einflusse jener Luftsäule; denn die Platte erfüllt alle Bedingungen zur Fortdauer einer pendelartigen Schwingung; sie besitzt eine ihr eigenthümliche elastische Kraft, und das eine Ende derselben ist fixirt, während das andere frei schwingt. Die Schwingungsgesetze solcher elastischer, an einem Ende fixirter, am anderen Ende freier, elastischer Platten findet man von Euler in den *Actis Petropolitanis*, 1779, pars prior, p. 134 bis 139, auseinander gesetzt.

So wie die *obere* Kugel eines aus zwei unter einander aufgehängten Bleikugeln zusammengesetzten Doppelpendels, wenn man den an ihr befestigten Faden der *unteren* Kugel abschneidet, für sich allein nach den bekannten Schwingungsgesetzen einfacher Pendel schwingt, so schwingt die *Platte* der Zungenpfeife, wenn man die mit ihr verbundene *Luftsäule* abschneidet, nach den bekannten Schwingungsgesetzen einer elastischen, am einen Ende fixirten, am anderen Ende freien Platte.

So lange die *Luftsäule* der Zungenpfeife an einem Ende von der Platte begrenzt ist, werden die an die Platte anschlagenden Luftwellen der Luftsäule von der Platte zurückgeworfen, zwar nicht wie von einer festen Wand, aber doch auf eine Weise, die sich mit einer pendelartigen Schwingung der Luftsäule verträgt. Wenn man die Platte vom Ende der Luftsäule wegnimmt, so könnte zwar die Luftsäule noch auf verschiedene andere Weisen begrenzt werden, — man könnte sie in einen ganz freien Luftraum münden lassen, oder mit einer festen Wand verschliessen, wo sie in einem anderen Takte zu schwingen fortfahren würde; gerade wie die untere Kugel unseres Doppelpendels, nachdem ihr Faden von der oberen Kugel abgeschnitten worden ist, in einem anderen Takte zu schwingen fortfahren würde, wenn man sie nach dem Abschneiden auf eine andere Weise aufhängen wollte.

So wie aber von einer Pendelschwingung der *unteren* Kugel unseres Doppelpendels, nachdem ihr Faden von der oberen Kugel getrennt worden ist, ehe ein Punkt des Fadens auf eine andere Art befestigt wird, *nicht* die Rede sein kann, so kann auch von einer pendelartigen Schwingung der *Luftsäule* der Zungenpfeife *nicht* gesprochen werden, so lange das der Platte beraubte Ende keiner anderen, mit der Fortdauer einer pendelartigen Schwingung der Luftsäule vereinbaren Bedingung unterworfen ist.

So wie Daniel Bernoulli und Euler die Bedingungen und Gesetze aufgefunden haben, unter und nach welchen die beiden Kugeln des Doppelpendels synchronisch schwingen, so will ich jetzt einen Versuch machen, etwas Aehnliches für eine andere synchronische Schwingung, für die Schwingung der Platte und Luftsäule einer Zungenpfeife, zu thun, und will dazu vor Allem die Idee angeben, welche mich bei dieser Theorie der Zungenpfeifen geleitet hat.

Ich habe von der Zungenpfeife und von dem Verhalten ihrer Bestandtheile, während sie tönt, folgende Vorstellung.

Die Platte und Luftsäule schwingen isochronisch und synchronisch, und zwar so, dass die Schwingungen der Luftsäule in ihrer Fortdauer und gleichförmigen Wiederkehr weder durch die Platte selbst, noch durch die äussere Luft beim Oeffnen der Zungenpfeife gestört werde.

Es ist mir gelungen, diese Vorstellung nicht allein unmittelbar durch die Erfahrung in jeder Hinsicht zu rechtfertigen, sondern auch eine Reihe von Folgerungen daraus zu ziehen, die ich hier als eine Theorie der Zungenpfeifen zusammenstelle.

Unmittelbar durch die Erfahrung habe ich nachgewiesen, dass die Luftsäule sich wirklich in stehender Schwingung befinde, weil sie schwingende Abtheilungen und Schwingungsknoten bildet (diese Annalen 1829, Bd. XVI, S. 434[1]), und dass sie mit der Platte stets synchronisch schwinge, weil die Länge ihrer schwingenden Abtheilungen der Dicke der Schallwellen gleicht, die von der Platte ausgehen (diese Annalen 1829, Bd. XVI, S. 436[2]).

Nach dieser Bestätigung der meiner Theorie zu Grunde liegenden Annahme will ich, ehe ich zur Auseinandersetzung dieser Theorie selbst übergehe, in dieser Einleitung noch einige durch meine früheren Versuche mit Zungenpfeifen ausgemachte Thatsachen zusammenstellen, die sich besonders zu eignen scheinen, sogleich bei Begründung einer Theorie der Zungenpfeifen als Erkennungsmittel einer richtigen Theorie derselben angewendet zu werden. Die Erfahrung hat nämlich ergeben:

1. Dass, wenn die die äussere Fläche der Platte begrenzende Luft *dichter* ist, als die innere in der Röhre der Zungenpfeife befindliche, der Ton der Zungenpfeife dem Tone der isolirt schwingenden Platte zwar, bei verschiedenen Längen der Luftsäule, beliebig nahe kommen könne, aber nie *höher* sei (nach der in diesen Ann. Bd. XVI, S. 205 mitgetheilten Tabelle von Versuchen[3]).

[1] [W. Weber's Werke I, p. 289.]

[2] [Ebendaselbst, p. 290.]

[3] [Ebendaselbst, p. 274.]

Man sieht, dass die in der zweiten Kolumne der angeführten Tabelle angegebene Dauer einer Schwingung der Zungenpfeife bei allen Längen der in der ersten Kolumne

2. Dass, wenn die die äussere Fläche der Platte begrenzende Luft *dünner* ist, als die innere in der Röhre der Zungenpfeife befindliche, der Ton der Zungenpfeife dem Tone der isolirt schwingenden Platte zwar bei verschiedenen Längen der Luftsäule beliebig nahe kommen könne, aber nie *tiefer* sei (nach der in diesen Ann. Bd. XVI, S. 206 mitgetheilten Tabelle von Versuchen [1]).

3. Dass, wenn die die äussere Fläche der Platte begrenzende Luft *dichter* ist, als die innere in der Röhre der Zungenpfeife befindliche, die Luftsäule aus einer beliebigen Zahl *ganzer* schwingender Abtheilungen bestehe, *plus* einem Reste, der grösser als *Null* und kleiner als eine *halbe* schwingende Abtheilung sei (nach der in diesen Ann. Bd. XVI, S. 205 [2]) mitgetheilten Tabelle von Versuchen [3]).

4. Dass, wenn die die äussere Fläche der Platte begrenzende Luft *dünner* ist, als die innere in der Röhre der Zungenpfeife befindliche, die Luftsäule aus einer beliebigen Zahl *ganzer* schwingender Abtheilungen bestehe, *plus* einem Reste, der grösser als eine *halbe* und

angegebenen Luftsäulen *grösser* war, als die Dauer einer Schwingung der Platte allein, der Ton der Zungenpfeife folglich, dem ausgesprochenen Satze gemäss, nie *höher* als der Ton der isolirt schwingenden Platte.

[1]) [W. Weber's Werke I, p. 275.]

Man sieht, dass die in der zweiten Kolumne der angeführten Tabelle angegebene Dauer einer Schwingung der Zungenpfeife bei allen Längen der in der ersten Kolumne angegebenen Luftsäulen *kleiner* war, als die Dauer einer Schwingung der Platte allein, der Ton der Zungenpfeife folglich, dem ausgesprochenen Satze gemäss, nie *tiefer* als der Ton der isolirt schwingenden Platte.

Zum Verständniss dieser Tabelle und zur Vermeidung von Missverständnissen will ich bemerken, dass ich für jede der vier letzten Luftsäulen für die Dauer einer Schwingung der Zungenpfeife zwei verschiedene Werthe in die zweite Kolumne der Tabelle gesetzt habe, weil die Zungenpfeife bei jeder der vier letzten Luftsäulen, nach Verschiedenheit des Anblasens, zwei verschiedene Töne gab.

[2]) [W. Weber's Werke I, p. 274.]

[3]) Um diesen dritten Satz durch die in der angeführten Tabelle enthaltenen Versuche nachzuweisen, führe ich die Tabelle noch einmal an, indem ich zwischen der ersten und zweiten Kolumne drei neue Kolumnen einschiebe, deren erste die Länge aller *ganzen* schwingenden Abtheilungen, welche die Luftsäule enthält, aus der Geschwindigkeit des Schalles in der Luft und aus der Dauer einer Schwingung der Zungenpfeife berechnet, die zweite die Länge des übrigbleibenden Restes der Luftsäule, die dritte die Länge einer *halben* schwingenden Abtheilung angiebt. Durch Vergleichung der zweiten und dritten der hinzugekommenen Kolumnen, von denen die erstere fast lauter *kleinere* Werthe als die letztere enthält, wird man den aufgestellten Satz bewährt finden.

kleiner als eine *ganze* schwingende Abtheilung sei (nach der in diesen Ann. Bd. XVI, S. 206[1]) mitgetheilten Tabelle von Versuchen[2]).

Tabelle von Versuchen über die Schwingungen der Metallplatte einer Zungenpfeife beim Mitschwingen verschieden langer Luftsäulen.

Die äussere Luft war dichter als die innere.

Länge = 12,6‴, Breite = 2,5‴, Dicke = 0,22‴ der messingenen Platte der Zungenpfeife, Weite der cylindrischen Luftsäule = 4,7‴.

Länge der Luftsäule in Par. Linien.	Länge aller *ganzen* schwingenden Abtheilungen.	Länge des Restes.	Länge einer halben schwingenden Abtheilung.	Dauer einer Schwingung der Zungenpfeife.	Dauer einer Schwingung der Platte allein.
154,5‴		145,5‴	154,1‴	0,0019456 Sek.	0,0012978 Sek.
163,0‴		163,0‴	163,1‴	0,002060 „	
171,0‴		171,0‴	173,0‴	0,002184 „	
184,6‴		184,6‴	183,1‴	0,002312 „	
194,6‴		194,6‴	194,1‴	0,0024508 „	
200,0‴		200,0‴	205,6‴	0,0025956 „	
238,0‴	217,9‴	20,1‴	109,0‴	0,0013756 „	
315,4‴	230,7‴	84,7‴	115,4‴	0,0014566 „	
345,0‴	243,4‴	101,6‴	121,7‴	0,0015432 „	
368,2‴	259,0‴	109,2‴	129,5‴	0,0016354 „	
393,5‴	274,3‴	119,2‴	137,2‴	0,0017330 „	
420,0‴	290,5‴	129,5‴	145,3‴	0,0018348 „	
444,0‴	308,4‴	136,6‴	154,2‴	0,0019456 „	
472,0‴	435,8‴	36,2‴	109,0‴	0,0013756 „	
532,7‴	461,4‴	71,3‴	115,4‴	0,0014566 „	
582,0‴	486,8‴	95,2‴	121,7‴	0,0015432 „	
612,0‴	518,0‴	94,0‴	129,5‴	0,0016354 „	
650,4‴	548,6‴	101,8‴	137,2‴	0,0017330 „	

Vergleicht man ausserdem die Bd. XVI, S. 435*) in der zweiten Kolumne der Tabelle angeführten Werthe mit den Hälften der in der fünften Kolumne angeführten Werthe, so gelangt man zu demselben Resultate.

[1]) [W. Weber's Werke I, p. 275.]

[2]) Um diesen vierten Satz durch die in der angeführten Tabelle enthaltenen Versuche nachzuweisen, führe ich diese Tabelle noch einmal an, indem ich zwischen der ersten und zweiten Kolumne drei neue Kolumnen einschiebe, deren erste die Länge aller *ganzen* schwingenden Abtheilungen, welche die Luftsäule enthält, die zweite die Länge des übrigbleibenden Restes der Luftsäule, die dritte die Länge einer *halben* schwingenden Abtheilung angiebt. Durch Vergleichung der zweiten und dritten der hinzugekommenen Kolumnen, von denen die erstere fast lauter *grössere* Werthe als die letztere enthält, wird man den aufgestellten Satz bewährt finden.

*) [W. Weber's Werke I, p. 290.]

I. *Theorie der Zungenpfeifen.*

Durch die Schwingungen der Platte einer Zungenpfeife wird der Raum der Luftsäule abwechselnd vergrössert und verkleinert, und zwar geschieht diese Vergrösserung und Verkleinerung in unserer Zungenpfeife durch eine Seitenbewegung der Platte, *senkrecht* auf die Länge der Zungenpfeife.

Tabelle von Versuchen über die Schwingungen der Metallplatte einer Zungenpfeife beim Mitschwingen verschieden langer Luftsäulen.

Die äussere Luft war dünner als die innere.

Die Dimensionen der Platte und die Weite der Luftsäulen wie in der vorigen Tabelle.

Länge der Luftsäule in Par. Linien.	Länge aller *ganzen* schwingenden Abtheilungen $= 144 . 1100 t$.	Länge des Restes.	Länge einer halben schwingenden Abtheilung.	Dauer einer Schwingung der Zungenpfeife.	Dauer einer Schwingung der Platte allein.
185,0‴	122,1‴	62,9‴	61,1‴	0,0007716 Sek.	0,0012978 Sek.
196,0‴	129,5‴	66,5‴	64,8‴	0,0008177 „	
209,0‴	137,2‴	71,8‴	68,6‴	0,0008665 „	
219,7‴	145,3‴	74,4‴	72,6‴	0,0009174 „	
234,0‴	156,0‴	78,0‴	78,0‴	0,0009728 „	
257,0‴	163,1‴	93,9‴	81,6‴	0,001030 „	
271,0‴	172,9‴	98,1‴	86,5‴	0,001092 „	
289,6‴	183,1‴	106,5‴	91,6‴	0,001156 „	
334,0‴	193,9‴	140,1‴	97,0‴	0,0012254 „	
360,0‴	290,6‴	69,4‴	72,6‴	0,0009174 „	
377,0‴	312,0‴	65,0‴	78,0‴	0,0009728 „	
402,0‴	326,2‴	75,8‴	81,6‴	0,001030 „	
442,7‴	345,8‴	96,9‴	86,5‴	0,001092 „	
474,0‴	366,2‴	107,8‴	91,6‴	0,001156 „	
502,0‴	387,8‴	114,2‴	97,0‴	0,0012254 „	
551,5‴	411,0‴	140,5‴	102,7‴	0,0012978 „	

Es ergiebt sich darnach dieser vierte Satz, sowie die drei früheren Sätze, aus den Versuchen, welche in den, in den vorigen Heften dieser Annalen enthaltenen Abhandlungen erwähnt und aufgeführt worden sind. Abweichungen zeigen sich nur dann manchmal, wenn der Rest einer halben schwingenden Abtheilung sehr nahe kommt, und ein Beobachtungsfehler hinreicht, den Rest kleiner oder grösser werden zu lassen. Nie findet eine Abweichung von den angeführten Sätzen Statt, wenn der Rest der Länge einer halben schwingenden Abtheilung *nicht* nahe kommt. Im Allgemeinen haben alle Versuche, welche ich mit Zungenpfeifen bisher gemacht habe, diese vier Sätze ausser allen Zweifel gesetzt. Weil sich diese vier Sätze einstimmig aus allen Erfahrungen ergeben, so müssen sie in der Natur der Zungenpfeifen selbst ihren Grund haben, und müssen aus der Theorie der Zungenpfeifen gefolgert werden können.

Denken wir uns eine Zungenpfeife, wo diese Vergrösserung und Verkleinerung der Luftsäule durch eine Bewegung der Platte *parallel* der Axe der Luftsäule geschieht, wo die Platte nicht einen Theil der Röhrenwand, sondern einen Deckel oder Querschnitt der Röhre bildet, und wo alle ihre Theile mit allen Lufttheilchen der Luftsäule parallel schwingen.

Wir wollen zuerst die Theorie einer solchen *idealen* Zungenpfeife aufstellen, ehe wir zu der schwierigeren Theorie unserer *wirklichen* Zungenpfeifen übergehen.

§ 1.

Die Platte und Luftsäule schwingen synchronisch miteinander, und zwar so, dass die Schwingungen der Luftsäule in ihrer Fortdauer und gleichförmigen Wiederkehr weder durch die Platte selbst, noch durch die äussere Luft beim Oeffnen der Zungenpfeife gestört werden.

Siehe (S. 295 und diese Annalen Bd. XVI, S. 415 bis 438[1]) die Versuche, welche zu dieser Vorstellung von den Zungenpfeifen geführt haben.

§ 2.

Die Länge der zwischen je zwei Schwingungsknoten schwingenden Abtheilungen der Luftsäule ist bei Zungenpfeifen, wie bei Labialpfeifen, $= \frac{c}{n}$, *wo c die Geschwindigkeit des Schalles in der Luft, n die Zahl der Schwingungen bedeutet.*

Man denke sich eine Luftsäule in einer unbegrenzt langen Röhre in stehender Schwingung. Es bilden sich in dieser Luftsäule *erstens* Schwingungsknoten, wo die Lufttheilchen gar nicht bewegt werden, aber unter allen Lufttheilchen abwechselnd die stärkste Verdichtung und Verdünnung erleiden. *Zweitens* bilden sich zwischen diesen Schwingungsknoten Maxima der Schwingung, wo die Lufttheilchen am stärksten bewegt werden, aber die Dichtigkeit der Luft sich nicht ändert.

An welcher Stelle man sich nun auch die schwingende Platte in dieser unbestimmt langen schwingenden Luftsäule eingesetzt denke, so wird, da nach § 1 dieses Einsetzen der schwingenden Platte keine Störung in der Luftschwingung verursacht, die Länge der bestehenden schwingenden Abtheilungen der Luftsäule nicht geändert, wie gross oder klein auch die Endabtheilung oder die Entfernung der schwingenden Platte vom nächsten Schwingungsknoten sei.

Die Länge einer schwingenden Abtheilung glich aber vorher der Dicke einer Schallwelle in der Luft, $= \frac{c}{n}$ (siehe *Nov. Comment. Acad.*

[1]) [W. Weber's Werke I, p. 276 bis 291.]

Petrop, Tom. XVI, p. 335 bis 337); folglich ist sie auch in einer Zungenpfeife gleich der Dicke einer Schallwelle $= \frac{c}{n}$, wenn eine synchronische Schwingung der Platte und Luftsäule besteht, was zu beweisen war.

§ 3.

Die Platte macht gleichzeitig gleiche Bewegungen und übt den nämlichen Druck auf die angrenzende Luftschicht aus, als diejenige Luftschicht der Luftsäule, welche um zwei schwingende Abtheilungen von ihr entfernt ist.

$a \quad \alpha \quad \mu\, m\, \mu' \quad b \quad \beta \quad c \quad \gamma \quad m' \quad d$

md sei die Luftsäule der Zungenpfeife, und *m* die Platte der Zungenpfeife. Denkt man sich die Platte *m* weggenommen, und die Luftsäule bis zum nächsten Schwingungsmaximo *a* verlängert, so kann in der Luftsäule, wenn sie am Ende *a* offen ist, eine stehende Schwingung bestehen, so, dass *a, b, c, d* Schwingungsmaxima α, β, γ Schwingungsknoten sind.

Weil ferner die schwingenden Lufttheilchen, welche um die Länge einer schwingenden Abtheilung von einander getrennt sind, sich immer mit der nämlichen Geschwindigkeit, aber in entgegengesetzter Richtung (siehe *Nov. Comment. Acad. Petrop, Tom. XVI,* p. 336) bewegen, so müssen die Luftschichten *m* und *m'*, welche um die Länge zweier schwingenden Abtheilungen von einander entfernt liegen, sowohl sich mit gleicher Geschwindigkeit, als auch in der nämlichen Richtung bewegen.

Eine Platte, welche an der Stelle der Luftschicht *m*, vermöge ihrer inneren elastischen Kraft und vermöge des Druckes, den sie von der benachbarten Luft erleidet, genau dieselben Bewegungen macht, wie die Luftschicht *m*, stört nicht die Schwingung der Luftsäule. Denn was die in der Luftschicht *m* neben einander liegenden Theilchen betrifft, so machen sie immer parallele und gleich grosse Bewegungen, befinden sich also gegenseitig immer im Gleichgewicht und können ohne Störung dieses Gleichgewichts durch feste Linien verbunden gedacht werden, und folglich durch eine feste Wand ersetzt werden. — Was ferner die Luftschichten μ und μ' vor und hinter der Luftschicht *m* betrifft, so bleibt ihre Entfernung von *m* unverändert, man mag sich die Theilchen der letzteren durch feste Linien verbunden denken oder nicht; folglich bleibt auch ihre Dichtigkeit und deren Zunahme und Abnahme, und ihre Beschleunigung oder Verlangsamung unverändert. Alles dieses bleibt ungeändert, so lange die festen Linien die Bewegung der Theilchen, die sie unter einander verbinden, nicht ändern. Man

kann daher ohne Störung der Luftschwingungen die Theilchen der Luftschicht *m* nicht allein durch feste, sondern auch durch beliebig schwere Linien verbunden denken, oder statt der Lufttheilchen eine dünne bewegliche Platte in *m* einschieben, wenn man zugleich annehmen darf, dass auf die Theilchen der Platte ausser dem Luftdrucke noch andere Kräfte (z. B. Elasticität) wirken, welche ungeachtet des hinzugekommenen Gewichtes, die Bewegungen unverändert erhalten. — Unter derselben Bedingung, dass nämlich durch hinzukommende Kräfte die Bewegungen der Platte unverändert erhalten werden, darf auch das Stück *ma* der Luftsäule abgeschnitten und weggeworfen werden, ohne eine Störung der Luftschwingungen in *md* zu veranlassen. Nach dieser Wegnahme der Luftsäule *am* ist die Platte *m* zum Fortbestehen der Luftschwingung in *md* unentbehrlich und darf weder weggenommen, noch durch eine Luftschicht ersetzt werden. Von der Platte haben wir aber nachgewiesen, dass sie noch immer, wie zuvor, schwingt, das heisst, wie die um die Länge zweier schwingender Abtheilungen von ihr entfernt liegende Luftschicht *m'*, und die Schwingung der Luftsäule *md* kann bei dieser Schwingung der Platte fortbestehen, was zu beweisen war.

§ 4.

Die *Aussenseite* und die *Innenseite* der Platte bezeichnen die der Luftsäule ab- und zugewendete Seite der Platte. Die *äussere Schwingung* und die *innere Schwingung* der Platte bezeichnen die Schwingungen der Platte auf der Aussenseite und auf der Innenseite der Platte, vom Mittelpunkte ihrer Schwingung aus gerechnet.

§ 5.

Wenn eine Zungenpfeife gegeben ist, wo die äusseren Schwingungen der Platte mit den verdichtenden Schwingungen der Luftsäule, und die inneren Schwingungen der Platte mit den verdünnenden Schwingungen der Luftsäule zusammenfallen, so werde eine Zungenpfeife gesucht, welche denselben Ton giebt, wo aber die äusseren Schwingungen der Platte mit den verdünnenden Schwingungen der Luftsäule und die inneren Schwingungen der Platte mit den verdichtenden Schwingungen der Luftsäule zusammenfallen.

$a \quad \alpha \quad m \quad b \quad \beta \quad c \quad \gamma \quad d$

Wenn a, b, c, d Schwingungsmaxima und α, β, γ Schwingungsknoten sind, und wenn die Luftschicht *m* zwischen α und b durch eine Wand ersetzt wird, die durch ihre eigene Elasticität und durch den Druck der schwingenden Luftsäule *md* gerade so wie die verdrängte Luftschicht schwingt, und man unterdrückt das Stück *am*, so erhält

man eine Zungenpfeife, wo die äusseren Schwingungen der Platte mit den verdichtenden Schwingungen der Luftsäule und wo die inneren Schwingungen der Platte mit den verdünnenden Schwingungen der Luftsäule zusammenfallen; denn

1. während die Abtheilung *ab verdichtet* ist, weicht die Luftschicht *m*, oder die Platte, welche ihr substituirt wird, nach *a* zu, als dem Mittelpunkte der Verdichtung, das heisst, nach *aussen*, vom Centro ihrer Schwingung ab;

2. während die Abtheilung *ab verdünnt* ist, weicht die Luffschicht *m*, oder die Platte, welche ihr substituirt wird, nach der entgegengesetzten Seite zu, dass heisst, nach *innen*, vom Centro ihrer Schwingung ab.

Wir hatten jetzt, indem wir dem Lufttheilchen *m* eine elastische Wand substituirten, den Theil *am* der Luftsäule weggeworfen, so dass *md* die Luftsäule der Zungenpfeife blieb. Wir könnten aber auch umgekehrt die elastische Kraft der Platte so einrichten, dass die Luftschwingung nicht gestört würde, wenn wir *mc* wegwürfen, so, dass *am* die Luftsäule der Zungenpfeife bliebe.

Aber alsdann würde in denselben Fällen, wo vorhin die Platte ihre äusseren Schwingungen machte, sie jetzt ihre inneren Schwingungen machen, und umgekehrt, wo sie früher ihre inneren Schwingungen machte, würde sie jetzt ihre äusseren Schwingungen machen, weil die Schwingungen der Wand und der Luftsäule in gleicher Richtung geschehen wie früher, die Lage der Luftsäule aber zu dieser Wand der früheren entgegengesetzt ist.

§ 6.

1. *Wenn die Aussenseite der Platte mit einem Behälter von verdichteter Luft kommunicirt, so fällt allemal die Oeffnung der Zungenpfeife mit der verdichtenden Schwingung der Luftsäule und der Schluss der Zungenpfeife mit der verdünnenden Schwingung der Luftsäule zusammen.*

2. *Wenn die Aussenseite der Platte mit einem Behälter von verdünnter Luft kommunicirt, so fällt allemal die Oeffnung der Zungenpfeife mit der verdünnenden Schwingung der Luftsäule und der Schluss der Zungenpfeife mit der verdichtenden Schwingung der Luftsäule zusammen.*

Denn öffnete sich die Luftsäule zu einer Zeit, wo ihre Endabtheilung verdünnt ist, und kommunicirte sie dann mit einem Behälter von verdichteter Luft, so würde die verdünnende Schwingung augenblicklich in eine verdichtende verwandelt werden, und die stehende Schwingung der Luftsäule, gegen § 1, eine Störung erlitten haben.

Oeffnete sich die Luftsäule zu einer Zeit, wo ihre Endabtheilung verdichtet ist, und kommunicirte sie dann mit einem Behälter von verdünnter Luft, so würde die verdichtende Schwingung augenblicklich in eine verdünnende Schwingung verwandelt werden, und die stehende Schwingung der Luftsäule, gegen § 1, eine Störung erlitten haben.

Die synchronische Schwingung der Platte und Luftsäule kann daher *ungestört* nur dann bestehen, wenn die Luftsäule mit einem Behälter von *verdichteter* Luft jedes Mal zu einer Zeit in Verbindung kommt, wo ihre Endabtheilung eine verdichtende Schwingung macht, und, wenn sie mit einem Behälter von *verdünnter* Luft jedes Mal zu einer Zeit in Verbindung kommt, wo ihre Endabtheilung eine verdünnende Schwingung macht, was zu beweisen war.

§ 7.

a — — — α — m — b — — — β — — — c — — — γ — — — d

1. *Wenn a, b, c, d Schwingungsmaxima, α, β, γ Schwingungsknoten bezeichnen, so können in der Zungenpfeife md, wo m die Platte und md die Luftsäule ist, Platte und Luftsäule nur dann synchronisch schwingen, wenn die Aussenseite der Platte mit einem Behälter von verdichteter Luft kommunicirt;*

2. *in der Zungenpfeife ma, wo m die Platte und ma die Luftsäule ist, können Platte und Luftsäule nur dann synchronisch schwingen, wenn die Aussenseite der Platte mit einem Behälter von verdünnter Luft kommunicirt.*

Folgt aus den beiden vorhergehenden Paragraphen.

§ 8.

1. *Wenn die Aussenseite der Platte mit einem Behälter von verdichteter Luft kommunicirt, so ist der Ton der Zungenpfeife stets tiefer, als der Ton der isolirt schwingenden Platte.*

2. *Wenn die Aussenseite der Platte mit einem Behälter von verdünnter Luft kommunicirt, so ist der Ton der Zungenpfeife stets höher, als der Ton der isolirt schwingenden Platte.*

1. Während der inneren Schwingung der Platte ist die Endabtheilung der Luftsäule verdünnt (§ 4), und sie beschleunigt die Platte nach innen, während diese durch ihre eigene elastische Kraft eine Beschleunigung nach aussen erhält. Die Verdünnung der Luft in der Röhre hält folglich einem Theile der elastischen Kraft der Platte das Gleichgewicht. — Während der äusseren Schwingung der Platte ist die Endabtheilung der Luftsäule verdichtet (§ 4), und sie beschleunigt die Platte nach aussen, während diese durch ihre eigene elastische Kraft

eine Beschleunigung nach innen erleidet. Die Verdichtung der Luft in der Röhre hält folglich einem Theile der elastischen Kraft der Platte das Gleichgewicht.

Da also der Einfluss der schwingenden Luftsäule immer einem Theile der elastischen Kraft der Platte das Gleichgewicht hält, so schwingt die Platte langsamer, gerade so, wie sie schwingen würde, wenn sie selbst eine geringere elastische Kraft besässe, und der Ton der Zungenpfeife ist stets *tiefer*, als der Ton der isolirt schwingenden Platte, was zu beweisen war.

2. Während der inneren Schwingung der Platte ist die Endabtheilung der Luftsäule verdichtet (§ 4) und beschleunigt die Platte nach aussen, während dieselbe durch ihre eigene elastische Kraft gleichfalls eine Beschleunigung nach aussen erhält. Die Verdichtung der Luft in der Röhre vermehrt folglich die elastische Kraft der Platte. — Während der äusseren Schwingung der Platte ist die Endabtheilung der Luftsäule verdünnt (§ 4), und beschleunigt die Platte nach innen, während dieselbe durch ihre eigene elastische Kraft gleichfalls eine Beschleunigung nach innen erhält. Die Verdünnung der Luft in der Röhre vermehrt folglich die elastische Kraft der Platte.

Da also der Einfluss der schwingenden Luftsäule die elastische Kraft der Platte immer vermehrt, so schwingt die Platte schneller und der Ton der Zungenpfeife ist stets *höher*, als der Ton der isolirt schwingenden Platte, was zu beweisen war.

Vergleiche hiermit, was die Erfahrung nach Seite 295 und 296 (1) und (2) gelehrt hat.

§ 9.

1. *Wenn die Aussenseite der Platte mit einem Behälter von verdichteter Luft kommunicirt, so ist die Länge der Luftsäule gleich einem Multiplum einer ganzen schwingenden Abtheilung plus einem Reste, der grösser als Null und kleiner als eine halbe schwingende Abtheilung ist.*

2. *Wenn die Aussenseite der Platte mit einem Behälter von verdünnter Luft kommunicirt, so ist die Länge der Luftsäule gleich einem Multiplum einer ganzen schwingenden Abtheilung plus einem Reste, der grösser als eine halbe und kleiner als eine ganze schwingende Abtheilung ist.*

Wir hatten § 5 eine Luftschicht oder eine Wand m betrachtet, welche zwischen dem Schwingungsknoten a und dem Schwingungsmaximo b lag. Die Schlüsse in § 5 gelten auch wirklich nur, so lange m zwischen a und b liegt, weil die Theilchen auf der anderen Seite von a gleiche, aber entgegengesetzte Bewegungen machen. Sobald m zwischen a und a läge, würden sich alle Resultate umkehren.

Angenommen also, wie früher, dass *m* zwischen *a* und *b* liegt, so lassen sich aus den Betrachtungen des § 5 noch folgende Folgerungen ziehen:

b ist ein Schwingungsmaximum. Ferner, wie lang auch die Luftsäule der Zungenpfeife sei, so ist das offene Ende derselben gleichfalls immer ein Maximum der Schwingung. Zwischen *b* und dem offenen Ende der Zungenpfeife liegt also eine ganze Zahl schwingender Abtheilungen, und der Rest der Luftsäule *bm* ist grösser als *Null*, und kleiner als eine *halbe* schwingende Abtheilung. Dieses gilt, wenn die Aussenseite der Platte mit einem Behälter von *verdichteter* Luft kommunicirt.

Umgekehrt, wenn die Aussenseite der Platte mit einem Behälter von *verdünnter* Luft kommunicirt, wenn also die Luftsäule der Zungenpfeife, § 7 gemäss, auf der anderen Seite von *m* nach *a* zu liegt, so besteht dieselbe aus einer beliebigen Zahl ganzer schwingender Abtheilungen und aus einem Reste *am*, der grösser als die *halbe* Abtheilung *aa* und kleiner als die *ganze* Abtheilung *ab* ist, was zu beweisen war.

Vergleiche hiermit, was die Erfahrung nach Seite 296 (3) und (4) gelehrt hat.

§ 10.

Der Ton der Zungenpfeife ändert sich nicht durch die Grösse der Schwingungen der Theilchen, wenn diese Schwingungen überhaupt nur klein sind.

Denn macht z. B. die Platte doppelt so grosse Exkursionen, so macht auch die Luft doppelt so grosse Exkursionen und auch die Verdichtungen und Verdünnungen der Luft werden doppelt so gross. Die Schwingungen der Platte werden durch die vereinte Wirkung ihrer eigenen elastischen Kraft, die sich verdoppelt hat, und der Verdichtung und Verdünnung der angrenzenden Luft, die sich verdoppelt hat, hervorgebracht. Indem die Platte also doppelt so grosse Schwingungen macht, wird sie auch in jedem Augenblicke von der doppelten Kraft beschleunigt oder verlangsamt, und die Zeit, in welcher sie eine Schwingung vollendet, bleibt folglich dieselbe.

§ 11.

Die Schwingungen der Platte einer Zungenpfeife können durch den Einfluss der Luftsäule beliebig verlangsamt werden, wenn die Aussenseite der Platte mit einem Behälter von v e r d i c h t e t e r Luft kommunicirt; und sie können beliebig beschleunigt werden, wenn die Aussenseite der

Platte mit einem Behälter von verdünnter Luft kommunicirt. Im ersteren Falle giebt es keine Grenze in der Tiefe, im letzteren Falle keine in der Höhe der Töne.

n sei die Zahl der Schwingungen der isolirten Platte in einer Sekunde,
n' sei die Zahl der synchronischen Schwingungen der Platte und Luftsäule,
a die elastische Kraft der Platte bei ihrer grössten Abweichung von der Lage des Gleichgewichts,
d der Unterschied der Dichtigkeit der Luft an der Platte beim Maximo der Verdichtung und Verdünnung,
e die Grösse der Exkursion der Platte,
f und g seien Konstanten; so ist, wenn die Platte mit ihrer äusseren Fläche sich in einem Behälter von *verdichteter* Luft befindet,

$$n = \sqrt{f\frac{a}{e}},\quad n' = \sqrt{f\frac{a}{e} - g\frac{d}{e}},$$

wenn sich aber die Platte mit ihrer äusseren Fläche in einem Behälter von *verdünnter* Luft befindet, $n = \sqrt{f\frac{a}{e}}$, $n' = \sqrt{f\frac{a}{e} + g\frac{d}{e}}$

$$a \qquad \alpha \quad m \quad b \qquad \beta \qquad c \qquad \gamma \qquad d$$

a, b, c seien Schwingungsmaxima, α, β, γ Schwingungsknoten. Nun ist in b

$$d = 0$$
$$e = \text{Maximum}.$$

Wenn daher eine synchronische Schwingung zu Stande kommt, indem die Platte m dem Lufttheilchen b substituirt wird, so ist der Ton dieser synchronischen Schwingung jedenfalls dem Tone der isolirt schwingenden Platte gleich; denn $n' = \sqrt{f\frac{a}{e}} = n$.

In a aber ist:

$$d = \text{Maximum}$$
$$e = 0.$$

Indem die Platte m dem Lufttheilchen a substituirt wird, so würde die Zahl der synchronischen Schwingungen in einer Sekunde im ersteren Falle unmöglich, im letzteren Falle unendlich werden; denn im ersteren Falle ist:

$$n' = \sqrt{-\infty},$$

im anderen Falle ist:

$$n' = \sqrt{+\infty},$$

oder der Ton der Zungenpfeife im letzteren Falle unendlich hoch, im ersteren Falle aber die synchronische Schwingung unmöglich; denn damit eine synchronische Schwingung zu Stande käme, war die Bahn der Platte während der verdichtenden und verdünnenden Schwingung vorgeschrieben, je nachdem die äussere Fläche der Platte mit einem Behälter von verdichteter oder verdünnter Luft kommunicirte (§ 6). In dieser Bahn soll aber die Platte im ersteren Falle vermöge der Differenz zweier entgegengesetzt wirkender Kräfte bewegt werden. Sobald daher diese Differenz ihr Vorzeichen ändert, würde die Platte nicht mehr in der vorgeschriebenen Richtung, sondern in der entgegengesetzten Richtung sich bewegen; folglich eine synchronische Schwingung der Platte und Luftsäule unmöglich sein.

Während aber in dem letzteren Falle, wenn die Platte successive von b nach a versetzt wird, die Zahl der synchronischen Schwingungen ununterbrochen steigt; giebt es im ersteren Falle, wenn die Platte successive von b nach a versetzt wird, ehe die synchronische Schwingung ganz unmöglich wird, eine Stelle, wo

$$f\frac{a}{e} = g\frac{d}{e};$$

folglich $n' = 0$, oder der Ton der Zungenpfeife unendlich tief ist.

Die Töne der Zungenpfeifen der ersteren Art, deren Platte mit ihrer äusseren Fläche sich in einem Behälter von verdichteter Luft befindet, hat also, wie zu beweisen war, keine bestimmte Grenze in der Tiefe.

§ 12.

Die Abweichung irgend einer Luftschicht von ihrem Schwingungscentro ist $= e\frac{\cos rx}{\cos ra}$, *wenn e die Abweichung der Platte von ihrem Schwingungscentro im nämlichen Augenblicke, a die Entfernung der Platte vom Maximo der Schwingung, und x die Entfernung der Luftschicht vom Maximo der Schwingung in der Luftsäule ausdrückt, und r konstant ist und, mit der Länge einer schwingenden Abtheilung multiplicirt, π giebt.*

Die Kraft, welche eine isolirt schwingende Platte in die Lage des Gleichgewichts jeden Augenblick zurücktreibt, ist für kleine Schwingungen, wie beim Pendel, ihrer Entfernung von der Lage des Gleichgewichts proportional. (Siehe Euler's Theorie schwingender Stäbe, *Acta Petrop. 1779, pars prior, p. 112.*)

Die Kraft, welche ein Lufttheilchen in einer allein schwingenden Luftsäule in die Lage des Gleichgewichts jeden Augenblick zurücktreibt,

hängt von einer arbiträren Funktion ab (s. *Nov. Comment. Acad. Petrop. Tom. XVI, p. 333 sq.*); folglich hängt auch von dieser arbiträren Funktion in der Zungenpfeife der Luftdruck auf die Platte ab.

Die arbiträre Funktion kann offenbar nun so beschaffen sein, dass der von ihr abhängige Druck der Luft auf die Platte in jedem Augenblicke der elastischen Kraft der Platte selbst proportional ist, und also nicht anders wirkt, als wenn die Platte selbst eine etwas grössere oder kleinere elastische Kraft hätte und allein schwänge.

Bei dieser Beschaffenheit der arbiträren Funktion können die synchronischen Schwingungen der Platte und Luftsäule mit einander bestehen.

Die Platte hat alsdann auch in der Zungenpfeife eine pendelartige Schwingung und es ist daher, wenn wir mit E die grösste Abweichung der Platte von ihrem Schwingungscentro bezeichnen:

$$e = E \cos mt,$$

wo m konstant ist und, mit der Dauer einer Schwingung multiplicirt, π giebt.

Die Abweichung der Platte von ihrem Schwingungscentro ist zu allen Zeiten der Abweichung der benachbarten Lufttheilchen von ihrem Schwingungscentro gleich und es gilt daher für die an der Platte liegenden Lufttheilchen die nämliche Gleichung:

$$e = E \cos mt. \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

Die Platte und die an ihr liegenden Lufttheilchen liegen nun in einer Entfernung $= a$ vom nächsten Schwingungsmaximo der Luftsäule.

Die Abweichung irgend einer anderen Luftschicht von ihrem Schwingungscentro, deren Entfernung vom nächsten Schwingungsmaximo $= x$, heisse y; so soll der Werth von y durch eine Funktion von x und t ausgedrückt werden.

Wir wollen setzen:

$$y = \mathfrak{E} \cos rx \cos mt, \quad \ldots\ldots \quad (2)$$

wo $\mathfrak{E}$ das Maximum der Abweichung der schwingenden Luft im Schwingungsmaximo der Luftsäule sei und wo r, mit der Länge einer schwingenden Abtheilung der Luftsäule multiplicirt π, giebt, so würde:

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{d^2y}{dt^2} c^2,$$

wo $c = \frac{m}{r} = \frac{a}{t}$ der Geschwindigkeit der Fortpflanzung des Schalles in der Luft gleich wäre.

Nach den Gesetzen der Luftschwingungen in Röhren kann jede Schwingung in der Luft bestehen, bei welcher diese Gleichung Statt findet. (Siehe *Nov. Comment. Acad. Petrop. Tom. XVI, p. 287.*)

Aus den so gefundenen Gleichungen (1) und (2) folgt nun aber:

$$E = \mathfrak{E} \cos ra,$$

und wird der Werth von $\mathfrak{E} = \frac{1}{\cos ra} \cdot E$, und von $E = \frac{1}{\cos mt} \cdot e$ aus der Gleichung (1) in der Gleichung (2) substituirt, so erhält man die Abweichung jeder Luftschicht von ihrem Schwingungscentro in jedem Augenblicke:

$$y = e \frac{\cos rx}{\cos ra}.$$

§ 13.

Den Ton der Zungenpfeifen zu bestimmen.

1. Die Zahl der von der Zungenpfeife in einer Sekunde ausgehenden Schallwellen ist:

$$n' = n \sqrt{1 \pm \frac{k\pi n'}{c} \operatorname{tang} \frac{l\pi n'}{c} \cdot \frac{p}{q}},$$

wo das Zeichen $+$ für den Fall gilt, wo die Aussenseite der Platte mit einem Behälter von verdünnter Luft kommunicirt, und wo das Zeichen — für den Fall gilt, wo die Aussenseite der Platte mit einem Behälter von verdichteter Luft kommunicirt;

wo p das Gewicht eines Quecksilberprismas, das die Flächeneinheit zur Basis, die Barometerhöhe beim mittleren Druck der Luft in der Luftsäule zur Höhe hat;

q das Gewicht, welches der elastischen Kraft der Platte, wenn sie um die Längeneinheit von der Lage des Gleichgewichts entfernt wäre, auf einer Strecke von der Grösse der Flächeneinheit das Gleichgewicht hielte, unter der Voraussetzung, dass die elastische Kraft der Platte ihrer Entfernung von der Lage des Gleichgewichts stets proportional bliebe;

k ist das Verhältniss der Druckzunahme zur Dichtigkeitszunahme in einer Schallwelle;

l die Länge der Zungenpfeife.

Die Verdichtung der an der Platte befindlichen Lufttheilchen ist dem partiellen Differentialkoëfficienten nach x der Abweichung dieser Lufttheilchen von ihrem Schwingungscentro ($= e \frac{\cos rx}{\cos ra}$ nach dem vorigen Paragraph) gleich, wenn man nach der Differentiation a für x setzt,

$$= -er \frac{\sin ra}{\cos ra} = -er \operatorname{tang} ra.$$

Das Gewicht einer Quecksilbersäule, deren Basis die Flächeneinheit ist, welchem die durch Schwingung plötzlich verdichtete Luft vermöge dieser Verdichtung das Gleichgewicht halten kann, ist:

$$= - er \operatorname{tang} ra \cdot kp.$$

Die beschleunigende Kraft der Platte in der Zungenpfeife ist folglich:

$$= eq \pm er \operatorname{tang} ra \cdot kp$$

(wo das Zeichen + für den Fall gilt, dass die äussere Fläche der Platte mit einem Behälter von verdünnter Luft, das Zeichen — für den Fall, dass sie mit einem Behälter von verdichteter Luft kommunicirt), während die beschleunigende Kraft der isolirt schwingenden Platte

$$= eq.$$

Die Schwingungen im ersteren und im letzteren Falle verhalten sich daher:

$$n' : n = \sqrt{q \pm r \operatorname{tang} ra \cdot kp} : \sqrt{q}.$$

Setzt man für r seinen Werth $= \frac{\pi n'}{c}$, und für a seinen Werth $= l - \frac{ic}{n'}$, wo i eine ganze Zahl und $\frac{ic}{n'}$ irgend eine Zahl ganzer schwingender Abtheilungen ist, so erhält man:

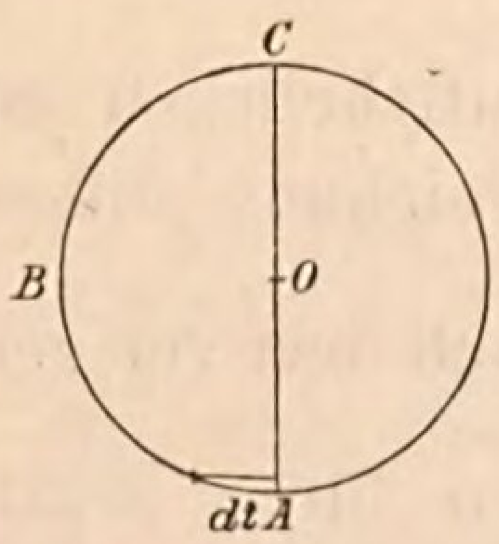
$$n' = n \sqrt{1 \pm \frac{k\pi n'}{c} \operatorname{tang} \frac{l\pi n'}{c} \cdot \frac{p}{q}}.$$

2. Die Zahl der von einer Zungenpfeife ausgehenden Schallwellen in einer Sekunde ist:

$$n' = \sqrt{n^2 \pm \frac{2gkpn'}{\pi \varrho c} \operatorname{tang} \frac{l\pi n'}{c}},$$

wo das Zeichen + für den Fall gilt, dass die Aussenseite der Platte mit einem Behälter von verdünnter Luft, das Zeichen — für den Fall, dass sie mit einem Behälter von verdichteter Luft kommunicirt; und

wo ϱ das Gewicht eines Stückes der Platte von der Grösse der Flächeneinheit ist.



Stellt der Durchmesser AC des Kreises ABC die Bahn eines schwingenden Punktes der Platte um das Schwingungscentrum 0 dar, so ist, wenn die Platte die Schwingungsgesetze des Pendels befolgt, die Kraft, welche den Punkt an jeder Stelle seiner Bahn beschleunigt, dem Kosinus des von A an gerechneten Bogens proportional. Im Augenblicke, wo der Punkt in A sich befindet, ist seine beschleunigende Kraft dem Halbmesser $0A = 1$ proportional. Bei der angegebenen Ab-

nahme der beschleunigenden Kraft des Punktes, proportional dem Kosinus des von A an gerechneten Kreisbogens, durchläuft der Punkt den Raum AC während der durch ABC dargestellten Zeit. Welchen Raum würde der Punkt während derselben Zeit durchlaufen, wenn er immer durch eine gleiche Kraft, und zwar durch dieselbe Kraft, die im Punkte A auf ihn wirkt, beschleunigt würde? Während des Zeittheiles dt bewegt sich der Punkt vermöge der anfänglich auf ihn wirkenden beschleunigenden Kraft durch das Raumelement $1 - \cos dt$. Beschleunigt die Kraft den Punkt gleichförmig, so ist:

$$dt^2 : \pi^2 = 1 - \cos dt : x$$
$$dt^2 : \pi^2 = \tfrac{1}{2} dt^2 : x$$
$$x = \tfrac{1}{2} \pi^2.$$

Durch π wurde aber die Dauer einer Schwingung der Platte $= t$ dargestellt; folglich würde der Punkt in einer Sekunde durch einen Raum $= \frac{1}{2} \frac{\pi^2}{t^2}$ sich bewegen, der $\frac{1}{2g} \cdot \frac{\pi^2}{t^2}$ Mal grösser wäre, als der Raum, den der Punkt durch seine Schwere im leeren Raume während einer Sekunde durchlaufen würde. Die Kraft, der das Gewicht q das Gleichgewicht hält, ist daher auch $\frac{1}{2g} \frac{\pi^2}{t^2}$ Mal grösser als das Gewicht ϱ; folglich

$$q = \frac{1}{2g} \frac{\pi^2}{t^2} \cdot \varrho$$

$$q = \frac{1}{2g} \pi^2 n^2 \varrho$$

$$n' = \sqrt{n^2 \pm \frac{2gkpn'}{\pi \varrho c} \operatorname{tang} \frac{l \pi n'}{c}},$$

wo das obere Zeichen für den Fall gilt, dass die Aussenseite der Platte mit einem Behälter von verdünnter Luft, das untere Zeichen für den Fall, dass sie mit einem Behälter von verdichteter Luft kommunicirt.

In den vorigen Paragraphen habe ich die Theorie einer *idealen* Klasse von Zungenpfeifen aufgestellt, welche sich von unseren *wirklichen* Zungenpfeifen *erstens* dadurch unterschied, dass die schwingende Platte eine auf die Länge der Luftsäule senkrechte Lage hatte, während die Platte unserer Zungenpfeifen der Länge der Luftsäule parallel ist und einen Theil ihrer Wand bildet, und welche sich *zweitens* dadurch unterschied, dass alle ihre Theile gleiche Bewegungen machten, während die Platte unserer Zungenpfeife mit ihrem freien Ende am stärksten, mit ihrem festen Ende gar nicht schwingt.

Es kommt nun darauf an, die Abänderung der Theorie der Zungen-

pfeifen zu finden, die durch diese beiden Abänderungen der idealen Zungenpfeife nöthig werden.

Und da die Theorie der Zungenpfeifen in dem Zustande, wie wir mit ihr Versuche anstellen, keine leichte Aufgabe ist, wollen wir uns den wahren Resultaten, der strengen Theorie derselben, für's Erste nur zu nähern suchen und die Abänderung betrachten, welche die Theorie erleidet, wenn die Lage der Platte mit der Länge der Luftsäule *parallel* ist und einen Theil ihrer Wand bildet.

§ 14.

Wenn die Platte seitwärts schwingt, wie gewöhnlich in Zungenpfeifen, so ist die Zahl der Schwingungen in Zungenpfeifen:

$$n' = \sqrt{n^2 \pm \frac{2g\mu kpn'}{\pi\varrho c} \operatorname{tang} \frac{l\pi n'}{c}},$$

wo μ das Verhältniss des Raumes zwischen der Lage des Gleichgewichts der Platte und deren weitester Abweichung, zu dem prismatischen oder cylindrischen Raume, dessen Basis der Querschnitt der Luftsäule und dessen Höhe der Exkursionsweite der Platte gleich ist. Das obere Zeichen gilt für den Fall, wo die Aussenseite der Platte mit einem Behälter von verdünnter Luft, das untere Zeichen für den Fall, wo sie mit einem Behälter von verdichteter Luft kommunicirt.

Damit die Schwingung der Luftsäule bestehen könne, muss die Luft in der letzten schwingenden Abtheilung, von dem letzten Schwingungsknoten an gerechnet, bei jeder Schwingung ihr natürliches Volumen in gleichem Grade als die übrigen schwingenden Abtheilungen vermehren oder vermindern.

Damit diese Volumenänderung durch eine Erweiterung *seitwärts* ebenso, wie durch die *Verlängerung* möglich werde, muss die seitwärts schwingende Platte $\frac{1}{\mu}$ Mal weitere Exkursionen machen, als die Platte, welche den Querschnitt der Luftsäule begrenzte. Oder umgekehrt, wenn die Platte in beiden Lagen gleich grosse Schwingungen machen sollte, muss die Luft im ersteren Falle μ Mal weniger verdichtet oder verdünnt sein und daher auf die Platte μ Mal schwächer drücken, als im zweiten Falle; und in demselben Verhältnisse, in welchem die Volumenänderungen verkleinert werden, ändert sich auch der eine Theil der elastischen Kraft, von welcher die Platte in der Zungenpfeife bewegt wird, und es verhält sich folglich:

$$n' : n' = \sqrt{q \pm \mu r \operatorname{tang} ra \,.\, kp} : \sqrt{q}\,,$$

und wenn man dieselben Substitutionen wie früher vornimmt, findet man

$$n' = \sqrt{n^2 \pm \frac{2g\mu k p n'}{\pi \varrho c} \operatorname{tang} \frac{l\pi n'}{c}}$$

$$n n = n' n' \mp \frac{2g\mu k p n'}{\pi \varrho c} \operatorname{tang} \frac{l\pi n'}{c}$$

wo das obere Zeichen für den Fall gilt, dass die Aussenseite der Platte mit einem Behälter von verdünnter Luft, das untere Zeichen für den Fall, wo sie mit einem Behälter von verdichteter Luft kommunicirt.

So hätten wir die Theorie von Zungenpfeifen gefunden, deren Platte zwar eine der Länge der Zungenpfeife *parallele* Lage hätte, die aber in allen ihren Punkten *gleich grosse* Exkursionen machte.

Um von dieser Theorie eine Anwendung auf Zungenpfeifen zu machen, deren Platte nicht allein eine ihrer Länge *parallele* Lage hätte, sondern auch an dem einen Ende *fixirt* und blos am anderen Ende *frei* wäre, ist zu bedenken, dass, wie auch die Schwingungen der Platte beschaffen sein mögen, wenn alle ihre Punkte wirklich isochronisch und synchronisch schwingen, die Entfernung jedes Theiles von der Lage des Gleichgewichtes ein Maass seiner ihn beschleunigenden Kraft ist; denn die Kraft, die jeden Punkt beschleunigt, ist, wie beim Pendel, seiner Entfernung vom Schwingungscentro proportional (siehe Seite 307). Folglich ist der Raum zwischen der wirklichen Lage der Platte und zwischen der Lage des Gleichgewichtes ein Maass der Summe aller auf alle Punkte der Platte wirkender, beschleunigender Kräfte.

Dieser Raum zwischen der wirklichen Lage der Platte und zwischen der Lage des Gleichgewichtes, ist der Volumenänderung der Luft im gegenwärtigen Momente ihrer Schwingung gleich, folglich ein Maass des Druckes, den die Luft vermöge ihrer Schwingung auf alle Punkte der Platte ausübt.

Wie daher auch die Abweichungen der verschiedenen Punkte der Platte beschaffen sein mögen: die synchronische Schwingung der Platte und Luftsäule ist nicht anders, als wenn alle Theile der Platte gleiche Schwingungen machen, da in Summa die Kraft, mit welcher die Platte selbst zu schwingen strebt, und die Kraft, mit welcher die schwingende Luft widersteht, proportional, und zwar in demselben Verhältnisse, wie die Summe der Schwingungsbahnen wachsen. Wir können daher die Betrachtung von Platten, die nicht in allen ihren Punkten gleich grosse Schwingungen machen, auf die Betrachtung von Platten zurückführen, deren sämmtliche Punkte gleiche Schwingungsbahnen haben. Im letzteren Falle ist *der Werth von μ dem Verhältnisse der Oberfläche des schwingenden Theiles der Platte zum Querschnitte der schwingenden Luftsäule gleich.*

Wir wollen versuchen, die gefundene Theorie der Zungenpfeifen *unmittelbar* auf die Zungenpfeife anzuwenden, mit der ich bisher Versuche angestellt habe; es leuchtet aber ein, dass man nur erwarten könne, dass diese Theorie der Erfahrung nahe kommende Resultate gebe. Wenn nämlich gleich in *Summa* die Kraft, mit welcher die Platte selbst zu schwingen strebt, ihr Verhältniss zu der Kraft nicht ändert, mit welcher die schwingende Luft ihr widersteht, so bleibt dieses Verhältniss der Kräfte doch nicht in allen Punkten der Platte *einzeln* betrachtet konstant. Welche Aenderungen in der Krümmung und Schwingung der Platte dadurch entstehen, werde ich in Zukunft auszumitteln suchen.

Ich werde jetzt den Versuch machen, eine Vergleichung unserer Theorie mit der Erfahrung anzustellen, mit Versuchen, die ich schon vor längerer Zeit über die synchronische Schwingung in Zungenpfeifen gemacht habe, und prüfen, ob wirklich die Resultate der Theorie denen der Erfahrung nahe kommen.

II. *Vergleichung der Theorie mit der Erfahrung.*

Die Theorie hat uns § 14 zu folgender Gleichung geführt:

$$nn = n'n' \mp \frac{2g\mu kpn'}{\pi\varrho c} \operatorname{tang} \frac{l\pi n'}{c},$$

wo das obere Zeichen für den Fall gilt, dass die Aussenseite der Platte mit einem Behälter von verdünnter Luft, das untere Zeichen für den Fall, dass sie mit einem Behälter von verdichteter Luft kommunicirt. Alle übrigen Zeichen sind in den früheren Paragraphen erklärt worden. Da wir blos mit Zungenpfeifen zu thun haben werden, wo die Aussenseite der Platte mit einem Behälter von verdichteter Luft kommunicirt, so können wir das obere Zeichen — aus unserer Gleichung weglassen. Ferner wollen wir der Kürze wegen a für $\frac{2g\mu p}{\pi\varrho}$ schreiben. Unsere Gleichung lautet dann:

$$nn = n'n' + \frac{akn'}{c} \operatorname{tang} \frac{l\pi n'}{c}. \qquad 1)$$

Um eine Uebersicht über die wichtigsten in dieser Theorie ausgesprochenen Beziehungen zu geben, welche wir bei der Prüfung und Anwendung der Theorie gebrauchen, setze ich folgende Transformationen und Vereinfachungen unserer Gleichung her.

Ist der Bogen $\frac{\pi l n'}{c}$ klein, so kann man der Gleichung folgende Gestalt geben:

$$nn = n'n' + \frac{akn'}{c}\left[\frac{\pi l n'}{c} + \frac{1}{3}\left(\frac{\pi l n'}{c}\right)^3 + \frac{2}{15}\left(\frac{\pi l n'}{c}\right)^5 + \cdots\right] \qquad 2)$$

Ist der Bogen $\frac{\pi l n'}{c}$ wenig von $\frac{\pi}{2}$ verschieden, so kann man der Gleichung folgende Gestalt geben:

$$nn = n'n' + \frac{akn'}{c}\left[\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi l n'}{c}\right)^{-1} - \frac{1}{3}\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi l n'}{c}\right) - \frac{1}{45}\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi l n'}{c}\right)^3 - \cdots\right] \qquad 3)$$

Im letzteren Falle, wenn der Bogen $\frac{\pi l n'}{c}$ wenig von $\frac{\pi}{2}$ verschieden ist, kann man auf folgende Weise einen Näherungswerth finden:

$$c = 2ln' + \frac{2akn'}{\pi(nn - n'n')}. \qquad 4)$$

Ebenso kann man für den Fall, wo der Bogen $\frac{\pi l n'}{c}$ wenig von $\frac{\pi}{2}$ verschieden ist, einen Näherungswerth für die Zunahme von c, durch die Zunahme von n ausgedrückt, wenn alle übrigen Grössen unverändert bleiben, finden:

$$-dc = \frac{\pi n\,dn}{akn'} \cdot (c - 2ln')^2. \qquad 5)$$

Endlich erhält man aus der Gleichung (1) für k folgenden Werth:

$$k = \frac{c(nn - n'n')}{an' \operatorname{tang} \frac{\pi l n'}{c}}. \qquad 6)$$

Nach dieser Uebersicht der Resultate unserer Theorie wollen wir zu den Versuchen übergehen, durch die sie bewährt werden soll.

Die Versuche, welche ich mit unserer Theorie der Zungenpfeifen in Vergleich bringen will, sind die in meiner ersten Abhandlung, diese Annalen 1828, Bd. XIV, 11. Stück [1]), erwähnten, auf welche ich dort meine Berechnung der Kompensation der Zungenpfeifen in der zu Ende der Abhandlung, S. 408 [2]), befindlichen Tabelle gegründet habe.

In dieser Abhandlung hatte ich Versuche mit drei gut gewalzten Messingplatten von verschiedener Dicke benutzt und ich will hier mit der Theorie alle Versuche mit diesen drei Messingplatten vergleichen.

Ausser diesen Versuchen mit Zungenpfeifen, deren Platten von vielmals gewalztem Messing gearbeitet waren, um ihnen einen grossen Grad von Elasticität zu geben, will ich eine Reihe, diese Annalen 1829, Bd. XVI, 7. Stück, S. 432 [3]), zusammengestellter Versuche mit Zungenpfeifen, deren Platte aus einem anderen Metalle, aus gewalztem Eisen,

1) [W. Weber's Werke I, p. 257.] 2) [Ebendaselbst, p. 265.]

3) [Ebendaselbst, p. 288.]

verfertigt war, mit der Theorie vergleichen, damit dieselbe nicht allein für Luftsäulen von verschiedener Länge und für Platten von verschiedener Dicke, sondern auch für verschiedene zur Platte verwendete Materialien geprüft und bestätigt werde. Endlich will ich auch eine Reihe mit einer Argentanplatte angestellter Versuche mit unserer Theorie vergleichen, indem das Argentan eine Legirung ist, die vorzüglich brauchbar und empfehlenswerth für die Platten der Zungenpfeifen ist.

Alle diese Versuche habe ich im Sommer 1828 gemacht und im Herbste desselben Jahres bei derselben Gelegenheit, wo ich die Kompensation der Orgelpfeifen auseinander setzte, öffentlich mitgetheilt. Um den sichersten Weg vor allen Selbsttäuschungen bei diesen akustischen und musikalischen Beobachtungen einzuschlagen, hatte ich mir vorgesetzt, mich nie mit einer eigenen Beobachtung zu begnügen, sondern jedesmal einen Musikverständigen zu Hülfe zu nehmen, der, von dem Zwecke der Beobachtungen nicht unterrichtet, alle Bestimmungen mit grösster Unparteilichkeit machte. Da übrigens nach jeder Beobachtung erst eine Rechnung nöthig war, um das Resultat der Beobachtung näher kennen zu lernen, so war eine Parteilichkeit des Ohres gar nicht möglich. Um mich endlich auf jede Weise, die in meiner Macht stand, der Resultate zu versichern, habe ich mich nie mit *einem* Versuche begnügt, sondern, wie ich in diesen Annalen 1828, Bd. XIV, 11. Stück, S. 400[1]) auseinander gesetzt habe, zu jeder Tonbestimmung mehrere Versuche gemacht und den Einklang zweier tönender Körper jedesmal auf eine doppelte Weise herbeigeführt, das eine Mal durch allmählige Erhöhung, das andere Mal durch allmählige Vertiefung des Tones des einen Körpers. Der Ton der Zungenpfeife blieb nämlich während jeder Beobachtung unveränderlich, und um die Zahl der Schallwellen, die in jeder Sekunde von ihr ausgingen, zu bestimmen, wurde das, diese Annalen 1829, Bd. XV, 1. Stück[2]), beschriebene Monochord mit allen dort angegebenen Vorsichtsmassregeln angewendet. Die feine Eisensaite, welche in diesem Monochord gebraucht werden sollte, war vorher eine Zeit lang der grössten Spannung unterworfen gewesen, die sie, ohne zu reissen, vertrug, und ich hatte diese Saite darauf einer doppelten Prüfung unterworfen. Bei einer Saite nämlich, welche nicht dieser grössten Spannung unterworfen gewesen war, hatte ich gefunden, dass, nachdem sie sich bei zunehmender Spannung verlängert hatte, sie bei abnehmender Spannung sich nicht wieder bis zu demselben Punkte zusammenziehe. Umgekehrt hatte ich gefunden, dass nachdem eine Saite jenem Maximo der Spannung unterworfen gewesen war, ihre Länge eine Funktion blos von der gegenwärtigen Spannung derselben sei.

[1]) [W. Weber's Werke I, p. 259.] [2]) [Ebendaselbst, p. 446.]

Folgende kleinen Tabellen werden diese Sätze über die elastische Kraft feiner Metallsaiten bestätigen.

Eine Eisensaite, von welcher 3 Par. F. mit 440 gr gespannt 0,2278 gr wogen, und die noch *nicht* dem Maximo der Spannung unterworfen gewesen war, dehnte sich bei zunehmender Spannung *ungleichmässig* aus.			Eine Eisensaite, von welcher 3 Par. F. mit 446 gr gespannt 0,2226 gr wogen, und die einer *mittleren* Spannung von 1445 gr unterworfen gewesen war, dehnte sich bis 1445 gr zunehmender Spannung *gleichmässig*, bei fortgesetzter Spannung *ungleichmässig* aus.			Eine Eisensaite, von welcher 3 Par. F. bis 300 gr Spannung 0,9785 gr wogen, und die dem *Maximo* der Spannung unterworfen gewesen war, hatte bei gleicher Spannung, sowohl nach einer Zunahme als auch nach einer Abnahme derselben *gleiche* Länge.		
Länge der Saite.	Spannendes Gewicht.	Gewichtszunahme zur Hervorbringung gleicher Verlängerung.	Spannendes Gewicht.	Länge der Saite.	Unterschied der Länge für gleiche Zunahme der Spannung.	Spannendes Gewicht.	Länge der Saite.	Unterschied der Länge für gleiche Zunahme der Spannung.
432,0'''	215,5 gr		445 gr	418,628'''		3000 gr	423,948'''	
432,5'''	941,5 „	726 gr	1445 „	419,347'''	0,719'''	2000 „	423,755'''	0,193'''
433,0'''	1604,5 „	663 „	2445 „	420,242'''	0,895'''	1000 „	423,547'''	0,208'''
433,5'''	2184,5 „	580 „	1445 „	419,503'''	0,739'''	1000 „	423,547'''	
			2445 „	420,222'''	0,719'''	2000 „	423,755'''	0,208'''
						3000 „	423,958'''	0,203'''

Um mich endlich zu überzeugen, dass man mit diesen Saiten und mit dem, diese Annalen 1829, 1. Stück[1]), beschriebenen Monochorde zu genauen Resultaten gelangen könne, habe ich vorläufig das Monochord, statt auf die Zungenpfeifen, auf eine Stimmgabel angewendet, und die Zahl ihrer Schwingungen in einer Sekunde mit Hülfe verschiedener Saiten bestimmt. Nachdem diese Versuche nach der Taylor'schen Formel berechnet waren, gaben sie die in folgender Tabelle enthaltenen Resultate:

	3 Par. Fuss wogen:	Spannendes Gewicht.	Länge der Saite.	Zahl ihrer Schwingung nach Taylor's Theorie.	Unterschied vom Mittel.
Messingsaite.	0,2487 gr	437 gr	60,0'''	862	— 2
		515 „	72,0'''	866	+ 2
		788 „	90,0'''	864	
		895 „	96,0'''	865	+ 1
durch die Oktave bestimmt		510 „	120,0'''	863	— 1
durch die Oktave bestimmt		891 „	144,0'''	863	— 1
Eisensaite.	0,2228 gr				
		529 gr	78,0'''	862	— 2
		622 „	84,0'''	866	+ 2
		711 „	90,0'''	866	+ 2
		799 „	96,0'''	862	— 2
durch die Oktave bestimmt		458 „	120,0'''	863	— 1
durch die Oktave bestimmt		796 „	144,0'''	864	

So von der Zuverlässigkeit meiner Methode überzeugt, ging ich nun zur Anstellung meiner Versuche mit der Zungenpfeife selbst über, deren Resultate ich hier nun kurz in Tabellen zusammenstellen will.

[1]) [W. Weber's Werke I, p. 446.]

Erste Zungenpfeife. Messingplatte 14,06''' lang, 2,956''' breit; ein Stück von 26,54''' Länge wog 2,670 gr. Cylindrische Luftsäule 4,141''' weit, Temperatur 28° C., Sättigungspunkt 26° C.		*Zweite Zungenpfeife.* Messingplatte 14,06''' lang, 2,956''' breit; ein Stück von 26,54''' Länge wog 2,295 gr. Cylindrische Luftsäule 4,141''' weit, Temperatur 28° C., Sättigungspunkt 26° C.		*Dritte Zungenpfeife.* Messingplatte 14,06''' lang, 2,956''' breit; ein Stück von 26,54''' Länge wog 1,783 gr. Cylindrische Luftsäule 4,141''' weit, Temperatur 28° C., Sättigungspunkt 26° C.		*Vierte Zungenpfeife.* Eisenplatte 14,06''' lang, 2,956''' breit; ein Stück von 26,54''' Länge wog 2,458 gr. Cylindrische Luftsäule 4,141''' weit, Temperatur 28° C., Sättigungspunkt 26° C.			*Fünfte Zungenpfeife.* Argentanplatte 14,06''' lg., 2,956''' breit; ein Stück von 26,54''' Länge wog 2,3045 gr. Cylindrische Luftsäule 4,141''' weit, Temperatur 28° C., Sättigungspunkt 26° C.	
Länge der Luftsäule.	Zahl d. Schallwellen bei mässig starkem Blasen.	Länge der Luftsäule.	Zahl d. Schallwellen bei mässig starkem Blasen.	Länge der Luftsäule.	Zahl d. Schallwellen bei mässig starkem Blasen.	Länge der Luftsäule.	Zahl der Schallwellen bei starkem Blasen.	Zahl der Schallwellen bei schwachem Blasen.	Länge der Luftsäule.	Zahl d. Schallwellen bei mässig starkem Blasen.
38,0'''	769,3	38,0'''	544,2	38,0'''	424,2	38,0'''	1127,7	1146,7	38,0'''	767,4
74,0'''	728,1	86,0'''	523,9	86,0'''	406,0	50,0'''	1097,7	1122,2	74,0'''	721,2
110,0'''	634,8	134,0'''	469,6	134,0'''	377,5	62,0'''	1048,3	1059,2	110,0'''	622,8
				182,0'''	330,6	74,0'''	940,6	945,2	146,0'''	491,3
						86,0'''	856,4	856,4		
						98,0'''	745,9			
						110,0'''	676,0			
						122,0'''	608,0			
						128,0'''	583,2			
						137,0'''	1143,9	1158,1		

Die Theorie der Zungenpfeifen hat uns zu folgender Gleichung geführt, wenn, wie in allen Zungenpfeifen unserer Orgeln, die Aussenseite der Platte mit einem Behälter von verdichteter Luft kommunicirt:

$$nn = n'n' + \frac{2g\mu kpn'}{\pi\varrho c} \operatorname{tang} \frac{\pi ln'}{c}.$$

Um unsere Versuche mit dieser Theorie zu vergleichen, müssen wir alle in dieser Gleichung vorkommenden Grössen, bis auf *eine*, aus unseren Versuchen bestimmen, und die letzte Grösse endlich aus ihnen mittelst der Gleichung berechnen. Wir wollen zu dem Vergleichungspunkte der Theorie und Erfahrung die Grösse n wählen, oder die Zahl der Schwingungen der isolirten Platte in einer Sekunde, welche für alle Versuche *einer* Zungenpfeife, die sämmtlich mit derselben Platte und verschieden langen Luftsäulen gemacht wurden, gleich war.

Bei Bestimmung aller in der Gleichung vorkommenden Grössen, ausser n, sehen wir, dass folgende für alle Versuche einerlei Werth behielten, nämlich:

$$g,\ \mu,\ k,\ p,\ \pi,\ c;$$

und dass folgende

$$\varrho,\ l,\ n'$$

bei jedem Versuche einen eigenthümlichen Werth hatten, den man für l und n' in der Tabelle verzeichnet findet. Wir wollen jene ersteren Werthe zu bestimmen suchen.

Wenn wir alle Längenmaasse in Pariser Linien, alle Gewichte in Grammen ausdrücken, den Barometerstand 28 Zoll hoch nehmen, und das specifische Gewicht des Quecksilbers zu dem des Wassers 13,593 oder das Quecksilber, Biot's und Arago's Versuchen gemäss, bei 28 Zoll Barometerstand und bei der Temperatur des schmelzenden Eises 10494,8 Mal schwerer als atmosphärische Luft setzen, wenn wir endlich das Verhältniss der Spannkraft des Wasserdampfes in der Luft zur Spannkraft des Gemenges aus Luft und Dampf, wie es in der Luftsäule unserer Zungenpfeife Statt fand, Dalton's Versuchen gemäss in unserem Falle 0,0322 annehmen; so erhalten wir, ausser den bekannten Werthen von

$g = 2174$ Linien nach Borda's Versuchen,

$k = 1,375$ nach Gay. Lussac's und Welter's Versuchen,

$\pi = 3,14159\ldots,$

folgende Werthe von

$$\mu = \frac{2,956 \,.\, 14,06}{\frac{1}{4}\pi\,(4,141)^2},$$

$$p = 12 \,.\, 28 \,.\, 13,593 \,.\, 0,2256^3,$$

$$c = \sqrt{\left[2g \,.\, kp \,.\, 12 \,.\, 28 \,.\, 10494,8\,\frac{1 + 0,00375 \,.\, 28}{1 - 0,375 \,.\, 0,0322}\right]}$$

nach Laplace's Theorie. Der Werth für ϱ endlich ist für die fünf Platten der Reihe nach

$$\frac{2{,}670}{2{,}956 \quad 26{,}54}, \qquad \frac{2{,}295}{2{,}956 \quad 26{,}54}, \qquad \frac{1{,}783}{2{,}956 \quad 26{,}54},$$

$$\frac{2{,}458}{2{,}956 \quad 26{,}54}, \qquad \frac{2{,}3045}{2{,}956 \quad 26{,}54}.$$

Ich habe im Laufe dieser Abhandlungen über Zungenpfeifen mehrmals erwähnt, dass, wenn man Zungenpfeifen mit gleichen Platten und Luftsäulen von verschiedener Länge betrachtet, die Erfahrung lehre, dass bei kurzen Luftsäulen der Ton der Zungenpfeife dem Tone der isolirten Platte sehr nahe komme, bei langen Luftsäulen der Ton der Zungenpfeife demjenigen sehr nahe komme, welchen die Luftsäule, wenn sie an dem einen Ende offen, am anderen verschlossen wäre, geben würde, und nur in geringem Grade vom Tone der isolirten Platte abhänge. Nach dieser Erfahrung ist, wenn unsere Theorie der Zungenpfeife damit harmoniren soll, zu erwarten, dass die aus den beobachteten Schwingungen der Zungenpfeife *berechneten* Schwingungen der isolirten Platte der *wahren* Zahl der Schwingungen der isolirten Platte bei *kurzen* Luftsäulen fast eben so nahe komme, als die *beobachteten* Schwingungen der Zungenpfeife der *wahren* Zahl ihrer Schwingungen; dass aber bei *langen* Luftsäulen die *geringsten* Beobachtungsfehler über die Schwingungen der Zungenpfeife *grosse* Abweichungen in den berechneten Schwingungen der isolirten Platte veranlassen müssen. Darum finde ich nicht angemessen, bei solchen langen Luftsäulen aus den Schwingungen der Zungenpfeife die Schwingungen der isolirten Platte zu berechnen; sondern ich finde es angemessener, die Schwingungen der Platte als bekannt voraussetzend, daraus zur Prüfung unserer Theorie die *Geschwindigkeit* des Schalles zu berechnen, und mit der nach Laplace's Theorie gefundenen zu vergleichen. Die Resultate, welche ich durch diese Rechnung erhalten habe, und die Vergleichung derselben unter einander und mit der Erfahrung stelle ich in der folgenden Tabelle zusammen. Die Differenzen, welche sich aus dieser Berechnung ergeben, rühren nicht von *einem* Beobachtungsfehler, sondern von der *Summe* aller Beobachtungsfehler her. Die wichtigsten Beobachtungsfehler können bei Bestimmung von c und n' vorgefallen sein. Wollte man daher die Differenzen auf c und n' vertheilen, so würden die durch die Berechnung gefundenen Differenzen gerade auf den halben Werth herabgesetzt werden. Ich werde daher in den mit „Halbe Differenz für kurze Luftsäulen" und „Halbe Differenz für lange Luftsäulen" bezeichneten Kolumnen diese Hälften hinschreiben. Aus ihnen kann man die wahre Uebereinstimmung der Theorie mit der Erfahrung beurtheilen.

	Länge der Luftsäule.	Beobachtete Schwingung der Zungenpfeifen.	Wahre Schwingung der isolirten Platte.	Berechnete Schwingung der isolirten Platte.	Bei der nach LAPL. Theor. ber. Geschw. des Schalles.	Halbe Differenz für kurze Luftsäulen.	Berechnete Schwingung der isolirten Platte.	Bei Annahme folgender Geschw. des Schalles.	Halbe Differenz für lange Luftsäulen.
Erste Zungenpfeife,	38,0‴	769,3	786,6	789,1	1066,3′	+ 1,25			
wie in Tabelle S. 318.	74,0‴	728,1	786,6	784,2	1066,3′	— 1,20			
	110,0‴	634,8	—	—	—	—	786,6	1083,0′	+ 8,35′
Zweite Zungenpfeife,	38,0‴	544,2	563,1	559,4	1066,3′	— 1,89			
wie in Tabelle S. 318.	86,0‴	523,9	563,1	566,8	1066,3′	+ 1,89			
	134,0‴	469,6	—	—	—	—	563,1	1084,6′	+ 9,15′
Dritte Zungenpfeife,	38,0‴	424,2	441,3	439,1	1066,3′	— 1,10			
wie in Tabelle S. 318.	86,0‴	406,0	441,3	442,5	1066,3′	+ 0,60			
	134,0‴	377,5	441,3	445,7	1066,3′	+ 2,20			
	182,0‴	330,6	441,3	438,0	1066,3′	— 1,65			
Vierte Zungenpfeife,	38,0‴	1146,7	1188,7	1185,4	1066,3′	— 1,65			
wie in Tabelle S. 318.	50,0‴	1122,2	1188,7	1191,2	1066,3′	+ 1,25			
	62,0‴	1059,2	1188,7	1189,6	1066,3′	+ 0,45			
	74,0‴	945,2	—	—	—	—	1188,7	1050,0′	— 8,15′
	86,0‴	856,4	—	—	—	—	1188,7	1073,3′	+ 3,50′
	98,0‴	745,9	—	—	—	—	1188,7	1051,4′	— 7,45′
	110,0‴	676,0	—	—	—	—	1188,7	1063,7′	— 1,30′
	122,0‴	608,0	—	—	—	—	1188,7	1052,4′	— 6,95′
	128,0‴	583,2	—	—	—	—	1188,7	1059,6′	— 3,35′
	137,0‴	1158,1	1188,7	1162,0	1066,3′	— 13,3	1188,7	1040,0′	— 13,2′
Fünfte Zungenpfeife,	38,0‴	767,4	787,2	790,2	1066,3′	+ 1,5			
wie in Tabelle S. 318.	74,0‴	721,2	787,2	784,2	1066,3′	— 1,5			
	110,0‴	622,8	—	—	—	—	787,2	1064,15′	— 1,0′
	146,0‴	491,3	—	—	—	—	787,2	1063,05′	— 1,6′

Um diese Vergleichung der Theorie mit der Erfahrung in jeder Beziehung zu vervollständigen, und durch sie unsere Theorie ausser allen Zweifel zu setzen, hätte es wünschenswerth scheinen können, die berechneten Werthe von n, welche in der Wirklichkeit bei Zungenpfeifen, die sich blos in der Länge unterscheiden, immer dieselben sind, nicht blos untereinander, sondern auch mit den Werthen von n zu vergleichen, welche man durch unmittelbare Beobachtung ausfindig gemacht hätte.

Damals aber, als ich diese Versuche mit Zungenpfeifen anstellte, konnte ich nicht die Werthe von n durch unmittelbare Beobachtung mit aller erforderlichen Genauigkeit ausmitteln, weil die Zungenpfeife, die ich hatte, keine Einrichtung besass, durch welche die *ganze* Luftsäule von der Platte hätte geschieden werden können. Ich musste daher die Platte aus der Zungenpfeife herausnehmen, besonders einklemmen, und mit dem Violinbogen zum Tönen bringen. Man sieht aber leicht, dass jede veränderte Einklemmung der Platte einflussreich auf ihre Schwingungen sein kann. Insbesondere aber kann die Erregung des Tones einflussreich auf die Schwingungen der Platte sein. Es ist noch gar nicht untersucht worden, ob der Ton einer isolirten Platte nicht dadurch etwas erhöht werde, dass sie durch einen gleichförmigen Druck senkrecht auf die eine ihrer Flächen fortwährend in einer schiefen Lage erhalten wird. Es wäre wohl denkbar, dass die Platte unserer Zungenpfeife in der schiefen Stellung, die sie in der tönenden Zungenpfeife erhält, weil ihre Aussenseite mit einem Behälter von verdichteter Luft kommunicirt, einige Schwingungen mehr als bei Erregung des Tones mit dem Violinbogen mache.

Ungeachtet dieser Einwürfe gegen die Genauigkeit und Zuverlässigkeit meiner Versuche zur Bestimmung von n für unsere fünf Zungenpfeifen, will ich doch eine Uebersicht und Vergleichung derselben mit der Theorie in einer kleinen Tabelle folgen lassen, da, wenn auch diese Vergleichung der Theorie mit der Erfahrung bis auf sehr *kleine* Theile zutreffen kann, sie doch immer eine Bestätigung der Theorie abgiebt.

	Werth von n nach der Beobachtung.	Werth von n nach der Theorie.	Differenz in Theilen der letzteren.
Erste Zungenpfeife.	793,5	786,6	+ 0,0088
Zweite Zungenpfeife.	565,2	563,1	+ 0,0036
Dritte Zungenpfeife.	406,1 [1]	441,3	— 0,0800
Vierte Zungenpfeife.	1142,0	1188,7	— 0,0390
Fünfte Zungenpfeife.	779,0	787,2	— 0,0105

[1]) Ich habe Grund, zu vermuthen, dass hier ein Schreibfehler in meinem Journale vorgefallen, und ein + Zeichen mit einem — Zeichen verwechselt worden ist. Alsdann verwandelt sich die Angabe 406,1 in 439,5, welches sehr nahe mit der Theorie übereinstimmt.

III. *Anwendung der Theorie der Zungenpfeifen.*

1. *Messung der Geschwindigkeit des Schalles in der Luft und anderen Gasen.*

Hat man eine Zungenpfeife und eine offene oder gedeckte Pfeife, die beide *einen* Ton geben, so kann man beiden eine schwingende Abtheilung zufügen, ohne dass ihr Ton geändert wird, und diese hinzugefügte Abtheilung ist in beiden gleich gross. Bernoulli hat aber gelehrt, aus dieser hinzugefügten schwingenden Abtheilung die Geschwindigkeit des Schalles in der Luft und anderen Gasen zu bestimmen. Also führt Bernoulli's Methode, die Geschwindigkeit des Schalles in der Luft und anderen Gasen zu messen, bei Zungenpfeifen zu denselben Resultaten, als bei anderen Orgelpfeifen.

Aus meinen Versuchen mit Zungenpfeifen hatte sich, wie ich in diesen Annalen 1829, Bd. XVI, 6. Stück, S. 199—203[1]) erwähnt habe, ergeben, dass der Ton der Zungenpfeife dem Tone einer gleich langen gedeckten Pfeife (wenn beide ohne Knoten schwingen) desto näher komme, je länger die Zungenpfeife ist. Wie daher aus der Länge und dem Tone *einer* gedeckten Pfeife die Geschwindigkeit des Schalles in der Luft und anderen Gasen hergeleitet werden kann, eben so kann auch aus der Länge und dem Tone *einer* Zungenpfeife die Geschwindigkeit des Schalles in der Luft und anderen Gasen hergeleitet werden, mit dem Unterschiede, dass an dem Mundstücke gedeckter Pfeifen eine Verengung der Röhre und ein Mitschwingen des Labiums Statt findet, deren Einfluss auf den Ton *nicht berücksichtigt* werden kann, während sich der Einfluss der mitschwingenden Platte am Mundstücke der Zungenpfeife *genau berechnen* lässt.

Diese letztere Methode, die Geschwindigkeit des Schalles in der Luft und anderen Gasen zu messen, hat vor der ersteren, von Bernoulli angegebenen Methode den Vorzug, dass das Resultat aus einer einzigen Tonmessung und mit Hülfe einer drei Mal kürzeren Pfeife erhalten wird; denn eine gedeckte Pfeife mit einem Knoten ist dreimal länger, als eine gedeckte Pfeife ohne Knoten, wenn beide gleichen Ton geben. Bei gedeckten Pfeifen führte diese Methode zu keinen genauen Resultaten, und konnte darum bisher nicht benutzt werden. Bei Zungenpfeifen führt sie, wenn man den Einfluss der Platte unberücksichtigt lässt, zu gleichen Resultaten, wie bei gedeckten Pfeifen, und die Berücksichtigung des Einflusses der Platte ist daher reiner *Gewinn* an Genauigkeit.

Ich habe in diesen Annalen 1829, Bd. XVI, 6. Stück, S. 202[2]) versprochen, aus der Theorie der Zungenpfeife die Korrektion abzuleiten,

[1]) [W. Weber's Werke I, p. 270—273.]

[2]) [Ebendaselbst, p. 272.]

welche angewendet werden müsste, um aus der Länge und dem Tone einer Zungenpfeife die Geschwindigkeit des Schalles in der Luft und anderen Gasen mit Genauigkeit zu messen.

Die Theorie hat uns nämlich zu der Formel geführt:

$$nn = n'n' + \frac{2g\mu kpn'}{\pi\varrho c}\operatorname{tang}\frac{\pi l n'}{c}.$$

Je mehr sich der Werth des Bogens $\frac{\pi l n'}{c}$ einem Quadranten nähert, desto weniger unterscheidet sich *tang* $\frac{\pi l n'}{c}$ von $\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi l n'}{c}\right)^{-1}$, und setze ich für diese Fälle:

$$\operatorname{tang}\frac{\pi l n'}{c} = \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi l n'}{c}\right)^{-1},$$

und schreibe der Kürze wegen a statt $\frac{2g\mu p}{\pi\varrho}$ so erhalte ich:

$$nn = n'n' + \frac{2akn'}{\pi(c - 2ln')},$$

$$c = 2ln' + \frac{2akn'}{\pi(nn - n'n')}.$$

Nun ist $c = 2ln'$ die Formel zur Berechnung der Geschwindigkeit des Schalles aus der Länge und dem Tone gedeckter Pfeifen, folglich ist:

$$\frac{2akn'}{\pi(nn - n'n')}$$

die bei der, aus Zungenpfeifen berechneten, Geschwindigkeit des Schalles anzubringende Korrektion.

Als Anwendung dieser Methode, die Geschwindigkeit des Schalles durch Zungenpfeifen zu bestimmen, wiederhole ich die in diesen Annalen 1829, Bd. XVI, 6. Stück, S. 203 [1]), mitgetheilte Tabelle von Versuchen, und füge eine neue Kolumne für die Korrektion $\frac{2akn'}{\pi(nn - n'n')}$ bei.

Länge der Luftsäule $= l$.	Zahl der von der Zungenpfeife ausgehenden Schallwellen $= n'$.	Geschwindigkeit des Schalles nach der Theorie gedeckter Pfeifen berechnet $= 2ln'$.	Einfluss der Platte $= \frac{2akn'}{\pi(nn - n'n')}$.	Geschwindigkeit des Schalles n. d. Theorie der Zungenpfeifen $= 2ln' + \frac{2akn'}{\pi(nn - n'n')}$.	Geschwindigkeit des Schalles nach LAPLACE's Theorie.	Differenz.
110,0‴	676,0	1032,7′	33,0′	1065,7′	1066,3′	— 0,6′
122,0‴	608,0	1030,4′	27,0′	1057,4′	1066,3′	— 8,9′
128,0‴	583,0	1036,6′	25,1′	1061,7′	1066,3′	— 4,6′

[1]) [W. WEBER's Werke I, p. 273.]

2. *Messung des Luftdruckes in den Schallwellen und der specifischen Wärme der elastischen Flüssigkeiten.*

Es ist bekannt, dass die genaue Messung der Geschwindigkeit des Schalles in der Luft und anderen Gasen für die Untersuchung der Natur dieser Gase von äusserster Wichtigkeit ist. Ich habe in dieser Beziehung, diese Annalen 1829, Bd. XVI, 6. Stück, S. 199[1]), Dulong's Abhandlung „über die specifische Wärme der elastischen Flüssigkeiten" erwähnt, die seitdem in diesen Annalen 1829, Bd. XVI, 7. Stück, S. 438 bis 479, ausführlich mitgetheilt worden ist. Die Resultate, zu denen sie geführt hat, haben eine grosse Lücke in der Wärmelehre ergänzt, und bilden einen der grössten Fortschritte, welche die Physik in den letzten Jahren gemacht hat. Die Methode, welche Dulong angewendet hat, um zu diesen Resultaten zu gelangen, beruhet einzig und allein auf einer genauen Messung der Geschwindigkeit des Schalles in den verschiedenen Gasarten, und deren Vergleichung mit der Theorie der Fortpflanzung des Schalles.

Die Theorie der Fortpflanzung des Schalles beruht aber auf dem Mariotte'schen Gesetze, dass im Zustande des Gleichgewichts bei gleicher Temperatur in jedem Gase der Druck proportional der Dichtigkeit sei, welches hinreichend durch die Erfahrung bewährt worden ist, — und auf dem Laplace'schen Gesetze, dass das Verhältniss der *Druckzunahme* zur *Dichtigkeitszunahme* in *Schallwellen* konstant und grösser als das Verhältniss des Druckes zur Dichtigkeit beim Gleichgewicht sei. Dieses Laplace'sche Gesetz, von so ausserordentlichen Nutzen es gewesen ist und so wenig man daran zu zweifeln Ursache hat, hat doch nicht in der Art, wie das Mariotte'sche Gesetz, unmittelbar durch die Erfahrung nachgewiesen werden können. Zwar haben Clément und Desormes, Gay-Lussac und Welter Versuche zu seiner Bestätigung gemacht. In den *Schallwellen* wird nämlich die Luft sehr *schnell* komprimirt und dilatirt. Um einen ähnlichen Fall zu haben, wie in den Schallwellen, haben sie daher die Luft in einem Gefässe durch *plötzlichen* Druck komprimirt und dilatirt; aber man hat doch kein Mittel gehabt, die Experimente in den *Schallwellen* selbst anzustellen und in den *Schallwellen* selbst das Verhältniss der Druckzunahme zur Dichtigkeitszunahme zu messen.

Die Zungenpfeife ist ein Druckmesser oder Barometer, welches in den Schallwellen selbst gebraucht werden kann, und welches sich darin von anderen Barometern wesentlich unterscheidet, dass diese die Grösse eines gleichförmig fortdauernden Druckes, die Zungenpfeife aber die

[1]) [W. Weber's Werke I, p. 270.]

Grösse eines, wie in den Schallwellen, periodisch wiederkehrenden Druckes misst. Denn die Platte der Zungenpfeife befindet sich mitten in den Schallwellen, und bildet eine Wand, an welcher sich die Schallwellen brechen und gegen welche die Schallwellen alle ihre Kraft ausüben. Es ist die abwechselnde Zunahme und Abnahme des Druckes der Luft in den Schallwellen, was die Platte in ihren Schwingungen *kontinuirlich* retardirt (siehe § 8), so dass sie unter dem Einflusse der an sie anschlagenden Schallwellen langsamer schwingt, als wenn sie isolirt ist. Die Grösse des Druckes der Schallwellen auf die Platte wird durch die Vertiefung des Tones der Zungenpfeife wirklich *gemessen.*

Es kann daher von den Zungenpfeifen eine Prüfung und Bestätigung des Laplace'schen Gesetzes, dass das Verhältniss der *Druckzunahme* zur *Dichtigkeitszunahme* in *Schallwellen* konstant und grösser als das Verhältniss des Druckes zur Dichtigkeit beim *Gleichgewicht* ist, entnommen werden.

Je mehr von der Laplace'schen Theorie in anderen physikalischen Untersuchungen Gebrauch gemacht und je mehr auf sie gebaut wird, desto wünschenswerther ist es, dass sie in jeder Beziehung gerechtfertigt werde. So lange die Laplace'sche Theorie nur in der Akustik benutzt, und blos auf die Geschwindigkeit des Schalles in der atmosphärischen Luft angewendet wurde, reichten die von Gay-Lussac und Welter zur Bestätigung des Laplace'schen Gesetzes angestellten Versuche aus. Dulong hat mit ihrer Hülfe auch alle anderen Gase untersucht, und, dieser Theorie gemäss, aus seinen Beobachtungen die *specifische Wärme* derselben gefolgert. Schon die Einfachheit der von Dulong entdeckten Gesetze, welche mit der Richtigkeit der Laplace'schen Theorie bestehen und vergehen, ist eine herrliche Bewährung der Theorie der Fortpflanzung des Schalles. Hätte Dulong die Geschwindigkeit des Schalles in den verschiedenen Gasen, statt mit anderen Orgelpfeifen, mit unserer Zungenpfeife gemessen, so wäre man im Stande gewesen, aus diesen Versuchen doppelte Folgerungen zu ziehen, nämlich die *Geschwindigkeit* des Schalles, welche man mit Zungenpfeifen wenigstens gleich genau als mit den besten Orgelpfeifen bestimmt, und das Verhältniss der *Druckzunahme* zur *Dichtigkeitszunahme* in *Schallwellen*, welche man weder durch andere Orgelpfeifen, noch auf irgend einem anderen Wege erhält, und welches allein berechtigt, ohne Hypothese aus akustischen Versuchen Folgerungen über die *specifische Wärme* der elastischen Flüssigkeiten zu ziehen.

Die Theorie der Zungenpfeifen hat uns zu der Gleichung geführt:

$$nn = n'n' + \frac{2g\mu kpn'}{\pi\varrho c} \operatorname{tang} \frac{\pi l n'}{c},$$

woraus man, wenn man a statt $\frac{2g\mu p}{\pi\varrho}$ schreibt, für k folgenden Werth erhält:

$$k = \frac{(nn - n'n')\,c}{an' \operatorname{tang} \frac{\pi l n'}{c}}.$$

Um ein Beispiel dieser doppelten Anwendung der Theorie der Zungenpfeifen zu geben, nämlich die *Geschwindigkeit* der Schallwellen ohne Voraussetzung der Laplace'schen Theorie, und die *specifische Wärme* der elastischen Flüssigkeiten zu messen, und durch beides die Laplace'sche *Theorie* zu bewähren, — wollen wir die Geschwindigkeit des Schalles in der Luft aus früheren Versuchen nehmen, welche ich in diesen Annalen 1829, Bd. XVI, 7. Stück, S. 431[1]) mitgetheilt habe, und wollen sie daraus nach Bernoulli's Methode berechnen. Die Versuche, welche wir auswählen wollen, seien folgende sechs:

Schwingungen der Zungenpfeife.	Länge der Zungenpfeife.
721,9	97,6'''
681,5	103,4'''
670,5	109,6'''
700,0	310,5'''
679,4	329,0'''
638,3	348,4'''

woraus die Grösse einer schwingenden Abtheilung gefunden wird

$$l = 328{,}9''' - 103{,}7''' = 225{,}2''',$$

und die Zahl der Schwingungen einer solchen Abtheilung in einer Sekunde:

$$n = 680{,}0.$$

Die Geschwindigkeit des Schalles nach Bernoulli's Methode:

$$c = ln = 1063{,}5'.$$

Da wir nun die Geschwindigkeit des Schalles als bekannt annehmen dürfen, so brauchen wir zur Berechnung des Faktors k nur einen oder ein Paar Versuche aus den in der Tabelle, S. 318, zusammengestellten auszuwählen, um den Faktor k daraus zu berechnen. Der Faktor k ist aber der Differenz $nn - n'n'$ direkt und der $\operatorname{tang} \frac{\pi l n'}{c}$ umgekehrt proportional. Will man daher den Faktor k aus diesen Versuchen mit einiger Genauigkeit erhalten, so muss man einige solche Versuche aus der Tabelle, S. 318, auswählen, wo die Differenz $nn - n'n'$ von be-

[1]) [W. Weber's Werke I, p. 287.]

deutender Grösse, und der Bogen $\frac{\pi l n'}{c}$ beträchtlich kleiner als ein Quadrant ist. Ich habe dazu den vierten Versuch mit der dritten Zungenpfeife, und den dritten Versuch mit der vierten Zungenpfeife gewählt, wo die Werthe von

$$n = \begin{matrix} 441{,}3 \\ 1188{,}7 \end{matrix} \quad n' = \begin{matrix} 330{,}6 \\ 1059{,}2 \end{matrix}$$

und die Winkel $\frac{\pi l n'}{c}$

$$70^0\ 43'\ 21''$$
$$77^0\ 11'\ 21''$$

sind. Aus diesen beiden Versuchen erhält man den Werth von k

$$k = 1{,}372.$$

Aus Gay-Lussac's und Welter's Versuchen hat Laplace nach *seiner Theorie* den Werth von k berechnet und gefunden:

$$k = 1{,}375$$

3. *Theorie der Blaseinstrumente: der Klarinette, der Hoboe und des Fagotts.*

Die Theorie der Blaseinstrumente, wie der Klarinette, der Hoboe und des Fagotts, zerfällt in zwei Abtheilungen: in die Untersuchung der Schwingungen von cylindrischen und konischen, mit Seitenöffnungen versehenen *Luftsäulen* und in die Untersuchung des Einflusses des *Mundstücks.* Die erstere Untersuchung führt dahin, dass man eine Vergleichung der Luftsäulen dieser Blaseinstrumente mit cylindrischen Luftsäulen *ohne* Seitenöffnung, und eine Vergleichung der Luftsäulen der Klarinette, der Hoboe und des Fagotts mit den Luftsäulen der Zungenpfeifen von der Art, wie sie in diesen Annalen 1828, Bd. XIV, 11. Stück[1]) und 1829, Bd. XVI, 6. Stück[2]) beschrieben sind, anstellen kann. Die letztere Untersuchung aber, nämlich über den Einfluss des Mundstücks, hat sich bis jetzt nicht mit Genauigkeit machen lassen, und man hat daher noch zu keiner bestimmten theoretischen Ansicht über den Mechanismus dieser Instrumente, über den Zweck und Nutzen aller ihrer Theile, gelangen können. Es liegt in der Bauart dieser Instrumente, dass nämlich das Rohrblatt oder die beiden Rohrblätter des Mundstücks blos *angebunden* oder *zusammengebunden* sind, etwas so Unbestimmtes, dass, so lange in dieser Befestigungsweise der Rohrblätter keine Aenderung getroffen wird, keine genaue Untersuchung des

[1]) [W. Weber's Werke I, p. 257.]
[2]) [W. Weber's Werke II, p. 266.]

Einflusses des Mundstücks möglich ist. Sobald man aber die Rohrblätter in der Klarinette, in der Hoboe und in dem Fagott auf ähnliche Weise befestigt, wie die Platten in Zungenpfeifen, so gilt für den Einfluss dieser Rohrblätter dieselbe Theorie, wie für den Einfluss der Platten in den Zungenpfeifen, die ich in dieser Abhandlung aus einander gesetzt habe, und man hätte die Hoffnung, eine der schwierigsten und nützlichsten Aufgaben zu lösen, die man sich bei Anwendung der Theorie auf die Erfahrung vorsetzen kann, nämlich eine grosse Zahl musikalischer Instrumente nach eben so sicheren theoretischen Grundsätzen als die optischen Instrumente zu erbauen.

4. *Kompensation der Zungenpfeifen in Beziehung auf die Wärme.*

Ich habe ausser der in diesen Annalen 1828, Bd. XIV, 11. Stück[1]) mitgetheilten Kompensation der Zungenpfeifen eine *neue* Kompensation der Zungenpfeifen gefunden, die von der ersteren ganz verschieden ist. Diese zweite Kompensation betrifft die *Temperatur*, dass nämlich eine Reihe von Zungenpfeifen, welches auch ihre gemeinschaftliche Temperatur sein mag, ihre Schwingungsverhältnisse unveränderlich erhalten, und nie eine *Verstimmung* der Tonverhältnisse durch die *Temperatur* bei ihnen veranlasst wird. Die Bedingung zur Herstellung dieser Kompensation steht in keinem Widerspruche mit der Bedingung zur Herstellung der in diesen Annalen 1828, Bd. XIV, 11. Stück[2]) angegebenen Kompensation. Man kann daher solche *doppelt* kompensirte Zungenpfeifen für alle Töne unserer Skale konstruiren.

Und diese Kompensation der Zungenpfeifen lässt sich nicht blos auf Instrumente von der Vollkommenheit, wie ich sie habe arbeiten lassen, sondern auf alle vorhandenen, zu dieser Klasse gehörigen Instrumente, z. B. auf das Fagott, die Hoboe und die Klarinette anwenden, sobald in diesen Instrumenten statt des gewöhnlich angebundenen Rohrblattes eine Platte aus Metall, Elfenbein oder auch Rohr, von gleichförmiger oder ungleichförmiger Dicke, aber mit ihrem einen Ende nicht mit einem Faden *angebunden*, sondern in der Art wie bei Zungenpfeifen *fest geschraubt* oder *fest geklemmt*, substituirt wird.

Ich kann nicht blos die Regeln zur Verfertigung einer Reihe von Zungenpfeifen angeben, die bei allen Temperaturen *unveränderliche* Tonverhältnisse bilden, so dass ein aus ihnen zusammengesetztes Register Winter und Sommer gleich rein sein würde (was bei allen bisherigen Zungenwerken nicht der Fall ist), sondern ich kann auch bei jedem

[1]) [W. WEBER's Werke I, p. 257.]

[2]) [Ebendaselbst, p. 257.]

gegebenen Instrumente, zum Beispiel Hoboe, Fagott, Klarinette (mit ordentlich befestigten Platten), für alle Töne die *Aenderungen* ihrer Intervalle bei Aenderung der Temperatur durch meine Theorie voraus bestimmen.

Die Theorie der Zungenpfeifen hat uns zu der Gleichung geführt:

$$nn = n'n' + \frac{akn'}{c} \operatorname{tang} \frac{\pi l n'}{c}.$$

Wenn n' blos vermöge einer Temperaturerhöhung zunimmt und der Ton der Zungenpfeife höher wird, so giebt der Werth von $\frac{dn'}{n'}$ für die Zunahme dt der Temperatur t die Grösse des Intervalls des jetzigen und früheren Tones.

Für eine Zunahme dc von c erhält man, wenn man der Kürze wegen

$$A \text{ für } \frac{ak}{cc}\left(\operatorname{tang} \frac{\pi l n'}{c} + \frac{\pi l n'}{c} \sec^2 \frac{\pi l n'}{c}\right)$$

schreibt, folgenden Werth für $\frac{dn'}{n'}$

$$\frac{dn'}{n'} = \frac{A dc}{Ac + 2n'}.$$

Aus Laplace's Theorie der Fortpflanzung des Schalles durch atmosphärische Luft findet man:

$$dc = \frac{1{,}89 \,.\, dt}{\sqrt{1 + 0{,}00375 \,.\, t}};$$

folglich:

$$\frac{dn'}{n'} = \frac{1{,}89 \,.\, dt}{\sqrt{1 + 0{,}00375 \,.\, t}} \cdot \frac{A}{Ac + 2n'}.$$

Die Töne aller Zungenpfeifen, welche so konstruirt sind, dass für alle

$$\frac{A}{Ac + 2n'} = \text{Const.} \qquad 1)$$

ist, bilden bei allen Temperaturen gleiche Intervalle. Ist aber der Werth von $\frac{A}{Ac + 2n'}$

bei einer höheren Zungenpfeife $= \alpha$,
bei einer tieferen Zungenpfeife $= \beta$,

so nimmt ihr Intervall $= \nu$ bei jeder Temperaturerhöhung $= dt$ zu oder ab, und zwar ist:

$$d\nu = \nu\,(\alpha - \beta)\,\frac{1{,}89 \,.\, dt}{\sqrt{1 + 0{,}00375 \cdot t}}. \qquad 2)$$

Aus der Gleichung (1) lassen sich die Dimensionen einer Reihe von Zungenpfeifen, die in Hinsicht auf die Wärme *compensirt* sein sollen, berechnen. Aus der Gleichung (2) lässt sich die *Verstimmung* berechnen, welche das Intervall zweier beliebiger Zungenpfeifen bei jeder Temperaturänderung erleidet. Man sieht leicht ein, dass sich diese beiden Gleichungen in die Praxis einführen und mit hinreichender Genauigkeit auf die Klarinette, die Hoboe und auf das Fagott anwenden lassen, wenn in denselben die Rohrblätter auf ähnliche Weise, wie die Platten in Zungenpfeifen befestigt sind.

XIX.

Ueber die Erzeugung der Aliquottöne auf Zungenpfeifen und auf der Klarinette.

Von

Prof. Dr. **Wilhelm Weber** in Halle.

[Cäcilia XII, p. 3—26, 1830.]

Ich will kurz wiederholen, was von Herrn Dr. Gottfried Weber an verschiedenen Stellen der *Cäcilia* über den Uebergang des Grundtons der Klarinette in ihren ersten Flageoletton gesagt worden ist, und hier als bekannt vorausgesetzt werden darf.

1. Die Klarinette nähert sich dadurch, dass sie vom Grundtone (I) zum ersten Flageoletton (II) eine Oktave und Quinte springt, den *gedeckten* Orgelpfeifen an, welche gleichfalls um eine Oktave und Quinte vom Grundtone (I) zum ersten Flageoletton (II) springen, während *offene* Labialpfeifen und die neuesten Blaseinstrumente vom Grundtone (I) zum ersten Flageolettone (II) nur um eine Oktave springen.

2. Flageolettöne entstehen, weil nicht immer die ganze in der Pfeife enthaltene Luftsäule eine *einzige* schwingende Abtheilung, sondern bisweilen *zwei* oder *mehrere* isolirt schwingende, durch Schwingungsknoten geschiedene Abtheilungen bildet. Da die Zahl der schwingenden Abtheilungen nicht um ein *Bruchtheil* zunehmen oder abnehmen kann, sondern nur um eine *ganze* schwingende Abtheilung, so leuchtet ein, dass man, bei unveränderter Länge der Pfeife, nur eine Reihe *einzelner* und *bestimmter* Töne, und nicht die zwischen ihnen gelegenen Töne, hervorbringen kann.

3. Der Grundton (I) einer *offenen* Labialpfeife springt, wenn er in den ersten Flageoletton (II) übergeht, darum um eine Oktave, weil die *offene* Labialpfeife an beiden Enden in einen ganz freien mit Luft erfüllten Raum oder wenigstens in einen erweiterten Luftraum mündet. Je freier und vollkommener die Mündung der Pfeife an ihren beiden

Enden ist, desto genauer bildet ihr Grundton (I) mit ihrem ersten Flageoletton (II) ein der Oktave gleiches Intervall.

4. Der Grundton (I) einer *gedeckten* Orgelpfeife springt darum um eine Oktave plus einer Quinte, wenn er in den ersten Flageoletton (II) übergeht, weil *gedeckte* Pfeifen nur mit ihrem einen Ende in einen erweiterten Luftraum münden, an ihrem anderen Ende dagegen ganz verschlossen sind. Je freier und vollkommener die Mündung des einen Endes und der Verschluss des anderen Endes ist, desto genauer bildet ihr Grundton (I) mit ihrem ersten Flageoletton (II) ein Intervall gleich einer Oktave *plus* einer Quinte.

Da nun eine Klarinette mit ihrem einen Ende, mit ihrem Mundstücke, in einem erweiterten Luftraume, dem Munde, und mit ihrem anderen Ende in einen ganz freien mit Luft erfüllten Raum mündet, so sollte man glauben und erwarten, sagt Herr Dr. Gottfried Weber, die Klarinette werde sich wie eine offene Labialpfeife verhalten, und werde, indem sie von ihrem Grundtone (I) in ihren ersten Flageoletton (II) übergeht, nur eine Oktave überspringen, indes uns doch im Gegentheil alle Erfahrungen eines anderen überzeugen, und uns lehren, dass der Grundton (I) der Klarinette, um in den ersten Flageoletton überzugehen, um eine Oktave *plus* einer Quinte springt, dass sich folglich die Klarinette wie eine *gedeckte* Orgelpfeife verhält.

Die Klarinette scheint, dieser Betrachtung gemäss, mit den allgemein anerkannten und bewährten Naturgesetzen, die unter (3.) und (4.) aufgeführt worden sind, in Widerspruch zu stehen; denn die Klarinette scheint keine *gedeckte*, sondern eine *offene* Pfeife zu sein, und befolgt doch die Gesetze nicht der *offenen*, sondern der *gedeckten* Pfeifen. Woher rührt dieser scheinbare Widerspruch zwischen der beschriebenen Tonerscheinung bei Klarinetten und einem allgemein anerkannten und bewährten Naturgesetze?

Dass der Widerspruch zwischen den Erscheinungen bei der Klarinette und den in (3.) und (4.) ausgesprochenen Naturgesetzen nur scheinbar ist, versteht sich von selbst; denn keine Erscheinung in der ganzen Welt steht mit irgend einem allgemeinen und nothwendigen Gesetze der Natur in Widerspruch.

In der Voraussetzung also, dass jener Widerspruch nicht in der Natur, sondern in irgend einem Mangel unserer noch unvollkommenen Kenntniss derselben begründet sei, und mit der auf Sachkenntniss gegründeten Ueberzeugung, dieser Widerspruch müsse durch eine gründliche Untersuchung über die Natur und Gesetze der Zungenpfeifen sich lösen, hat Herr Dr. Weber mich gütigst aufgefordert, ihm und den Lesern der *Cäcilia* mitzutheilen, was ich bei meinen, freilich mehr phy-

sikalischen als akustischen, Beschäftigungen zur Aufklärung dieser Sache finden würde.

Herr Dr. Weber hat in der That selbst schon in seinen Abhandlungen zu erkennen gegeben: *Jener scheinbare Widerspruch werde sich dadurch lösen, dass die Klarinette scheinbar zu den offenen Labialpfeifen, in der That aber weder zu den offenen, noch zu den gedeckten Pfeifen, sondern zu einer dritten Klasse von Pfeifen, nämlich zu den Zungenpfeifen, zu rechnen, und dass es sehr wohl denkbar sei, dass diese dritte Gattung (die Zungenpfeifen), ungeachtet sie wesentlich von den gedeckten Orgelpfeifen verschieden sind, doch in manchen Stücken mit den letzteren harmonirten, und dass eine solche Uebereinstimmung beider gerade in dem Verhältniss des Grundtones (I) zum ersten Flageoletton (II) Statt finden müsse.*

Auf diese Weise hat schon Herr Dr. Weber den Widerspruch, der zwischen den Naturgesetzen und den Naturerscheinungen Statt zu finden schien, gehoben, und es kommt darauf an, diese Lösung des Widerspruchs durch Thatsachen zu begründen, und den wahren Zusammenhang der Erscheinungen und der Gesetze nachzuweisen.

Um diese Lösung des Widerspruchs zu begründen, und nachzuweisen, dass man bei einer Klarinette nicht, wie es beim ersten Anblicke scheint, zwischen den Tönen (I) und (II) eine Oktave, sondern eine Oktave plus einer Quinte erwarten müsse, scheint es vor allem erforderlich zu sein, den wahren, aus der Natur der Orgelpfeifen hervorgehenden Unterschied aller vorhandenen Gattungen und Species (der offenen und gedeckten Labialpfeifen und der Zungenpfeifen) aufzusuchen und festzustellen.

Der Unterschied zwischen den beiden ersten Gattungen, den *offenen* und *gedeckten* Pfeifen, ist hinreichend bekannt und ausgemacht. Das eine Ende, was bei jener ganz offen ist, ist bei dieser ganz verschlossen. Sollte nun nicht, haben Viele gemeint, eine dritte Gattung von Orgelpfeifen gebauet werden können, die weder ganz offen noch ganz verschlossen, sondern halb oder theilweise offen und halb oder theilweise verschlossen wären, und sollten diese nicht einen Uebergang von der ersten Gattung zur zweiten Gattung sowohl in ihren Tönen, als in ihren Tongesetzen bilden? Wirklich hat man eine Menge Erscheinungen gefunden und beobachtet, die eine solche Ansicht zu bestätigen scheinen: *in der That aber ist diese Ansicht nicht in der Natur begründet.* Ich glaube gewiss, dass sich viele Andere von dieser Wahrheit schon längst überzeugt haben, und überhebe mich, die mir eigenthümlichen Gründe dafür hier mitzutheilen. Das Resultat der Sache ist in kurzem folgendes: in welchem Grade die Enden der Pfeife geöffnet oder geschlossen sein mögen, so bilden sie doch keine neue Klasse von Orgelpfeifen, sondern sie verhalten sich entweder wie unvollkommene *offene*, oder wie unvoll-

kommene *gedeckte* Orgelpfeifen, und ewig bleibt ein Sprung zwischen ihnen, von den *offenen* Pfeifen zu den *gedeckten* Pfeifen.

Und es lässt sich auch leicht begreifen, warum es bei schwingenden Luftsäulen gar nicht auf den Grad der Oeffnung und Bedeckung der Enden ankommt; denn eine Verengerung der Oeffnung ist offenbar weiter nichts als eine theilweise Verengerung der Röhre. Wie man nun von einer Saite, die *nicht* überall *gleich* dick ist, nicht sagen wird, dass ihre Schwingungen eine von den Schwingungen einer *gleich* dicken Saite wesentlich verschiedene Gattung von Schwingungen bilden, sondern nur einen weniger einfachen und regulären Fall derselben Schwingungsart, so muss man auch von einer Orgelpfeife, die nicht in allen ihren Theilen (gleichgültig ob am Ende oder in der Mitte) gleich weit ist, sagen, dass sie als keine eigenthümliche Gattung von Schwingungen, sondern als ein mehr oder weniger abweichender Fall, und als eine entweder unbedeutende, oder wenigstens unwesentliche Modifikation der regulären Schwingung zu betrachten sei.

Ich halte die *Zungenpfeifen* für die dritte Gattung von Orgelpfeifen, welche eine wirkliche und eigentliche Verbindung zwischen *offenen* und *gedeckten* Pfeifen herstellen und mit ihnen allein die drei Species einer höheren Gattung ausmachen.

Die Grundidee nämlich, auf welcher die Konstruktion unserer Orgelpfeifen beruht, scheint folgende zu sein: *eine solche Einrichtung zu treffen, dass, wie verschieden auch die Bewegungen und Schwingungen der Luft an verschiedenen Stellen der Pfeife (in verschiedenen Querschnitten derselben) seien, in jedem Querschnitte einzeln doch alle Lufttheilchen gleichzeitig sich gleich verhalten und gleiche Bewegungen machen.* Sobald man von dieser Grundidee abweicht, so hat die Mannigfaltigkeit der möglichen Orgelpfeifen gar keine Schranken. — Sowohl in *offenen* als *gedeckten* Pfeifen ist diese Grundidee festgehalten, und jede Verschiedenheit, die unter ihnen Statt findet, erstreckt sich gleichförmig über den ganzen Querschnitt der Luftsäule, hindert also nicht, dass alle in einem und demselben Querschnitt liegenden Lufttheilchen nach wie vor unter einander gleiche Bewegungen machen.

Durch Herrn Dr. Weber sind uns, wie schon gesagt, vorzüglich folgende zwei Sätze an die Hand gegeben:

1. Es ist wahrscheinlich, dass die Klarinette, welche eine offene Labialpfeife zu sein *scheint*, aber beim Uebergange vom Tone (I) zu (II) einer gedeckten Pfeife *gleicht*, weder zur einen noch zur anderen Art, sondern zu einer dritten Art von Orgelpfeifen, zu den Zungenpfeifen, gehöre.

2. Die Zungenpfeifen, welche eine von den offenen und gedeckten Pfeifen wesentlich verschiedene Art von Orgelpfeifen bilden, sind eigenthümlichen Schwingungsgesetzen unterworfen, die aber in manchen Fällen mit denen der gedeckten Pfeifen sehr nahe verwandt sind.

Nach diesen Prämissen bleibt, meiner Meinung nach, zweierlei zu thun übrig, um dem von Herrn Dr. Weber geäusserten Wunsche zu entsprechen:

1. Durch Anführung mehrerer *Fakta* evident nachzuweisen, *dass* alle Zungenpfeifen unter ähnlichen Verhältnissen, wie die Klarinette, beim Uebergange vom Tone (I) zu (II) denen der gedeckten Pfeifen sehr nahe verwandte Schwingungsgetze befolgen;

2. Die *Ursachen* anzugeben, *warum* die Zungenpfeife und die Klarinette beim Uebergange vom Tone (I) zu (II) denen der gedeckten Pfeifen sehr nahe verwandte Schwingungsgesetze befolgen, und *warum* sie in diesem Punkte so weit von den an beiden Enden offenen Labialpfeifen, mit denen sie sonst mehr Aehnlichkeit haben, abweichen.

Zur Lösung von No. 2 suche ich alle wesentlich verschiedene Species der Orgelpfeifen unter einem allgemeineren Gesichtspunkte zu betrachten, und von da aus nicht blos die allgemeinen Gesetze der ganzen Gattung, sondern auch den Zusammenhang und das Verhalten der den verschiedenen Species eigenthümlichen Gesetze zu übersehen.

Wenn man die Grundidee der Orgelpfeifen festhält, so darf man den Unterschied offener und gedeckter Pfeifen nicht folgendermassen aussprechen: offene Pfeifen seien an beiden Enden *ganz* offen, gedeckte Pfeifen seien am einen Ende *ganz* verschlossen — zum Gegensatz von theilweis offenen und theilweis verschlossenen Pfeifen; sondern folgendermassen: offene Pfeifen sind an beiden Enden von ganz *beweglichen* Schichten (von dünnen Luftschichten), gedeckte Pfeifen sind am einen Ende von einer ganz *unbeweglichen* Schicht (von einer festen Wand) begrenzt — zum Gegensatz von mehr oder weniger beweglichen Grenzschichten, von denen andere Pfeifen begrenzt sein können. In den einfachsten und regelmässigsten Fällen wird sich diese Beweglichkeit oder Unbeweglichkeit der Grenzschicht allemal gleichförmig über den ganzen Querschnitt erstrecken; und erstreckt sie sich nicht gleichförmig über den ganzen Querschnitt, so sind die dadurch entstehenden Abweichungen als unwesentliche Modifikationen, unserer Ansicht der Orgelpfeifen gemäss, zu betrachten.

Erster Abschnitt.

Auf experimentalem Wege nachzuweisen, dass alle Zungenpfeifen unter ähnlichen Verhältnissen, wie die Klarinette, beim Uebergange vom Tone (I) zu (II) den gedeckten Pfeifen sehr nahe sind.

Um auf experimentalem Wege zu finden, in welcher Beziehung die Klarinetten zu den Zungenpfeifen gerechnet werden müssen und welches ihr gemeinschaftliches Verhältniss zu gedeckten Pfeifen sei, habe ich eine Reihe Versuche gemacht, die ich in derselben Ordnung und mit denselben Worten, wie ich sie mir vor längerer Zeit aufgemerkt habe, überschreiben will.

„Die Klarinette ist aus zwei schwingungsfähigen Körpern zusammengesetzt, aus einem Rohrblatte und einer Luftsäule. Die Proportionen der Dicke und Länge und die Befestigung des einen Endes dieses Rohrblattes sind nicht, wie bei der Metallplatte einer Zungenpfeife, von der Art, dass es, wenn es isolirt schwänge, nur eine *bestimmte* Art von Schwingungen machen könnte, und die Dauer dieser Schwingungen sich vollkommen *genau* angeben liesse. Von dieser Beschaffenheit des Rohrblattes der Klarinette und der Unbestimmtheit und des Schwankens der ihm eigenthümlich zukommenden Schwingungen rührt es her, dass die gemeinschaftliche Schwingung des Rohrblattes und der Pfeife zu den Fällen gehört, wo die beiden Schwingungen beider Körper sich häufig auf *verschiedene* Weise in Gleichgewicht setzen können, und daher der Ton innerhalb enger Grenzen *variabel* ist und nur durch die Kunst des Bläsers seine nähere Bestimmung erhält.

„Die Tongesetze der Zungenpfeifen mit metallenen, gut befestigten Platten lassen sich aber dennoch mit einigen Modifikationen auf die Klarinette anwenden:

1. Setzt man an ein Klarinettenmundstück enge Röhren von verschiedener Länge an, so lassen sich im Vergleich zum Tone des *Rohrblattes* tiefere Töne hervorbringen, bei angemessener Länge der angesetzten Röhren, als mit einer Zungenpfeife, im Vergleich zum Tone ihrer *Metallplatte*. — Bei einer Zungenpfeife mit metallener und gut befestigter Platte kann höchstens ein um eine Oktave tieferer Ton als der Ton der isolirt schwingenden Platte hervorgebracht werden, während man mit dem Klarinetten-Mundstücke mit Hülfe angesetzter Röhren vier Oktaven tiefere Töne, als mit dem isolirt schwingenden Rohrblatte, hervorbringt.

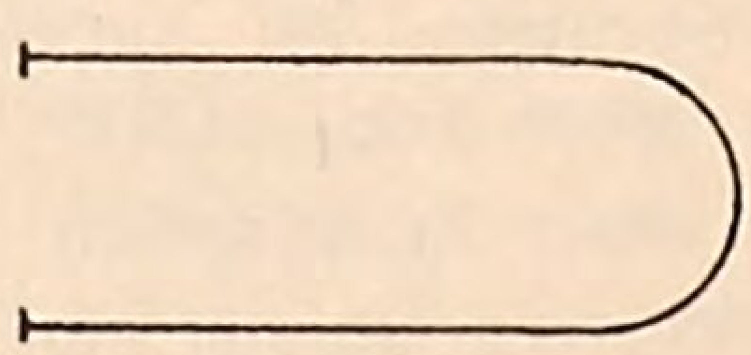
2. Alle Töne einer Klarinette, welche eine Terz und mehr tiefer als der Ton des isolirt schwingenden Rohrblattes sind, folgen denselben Tongesetzen, als Zungenpfeifen, deren Töne gleichfalls eine Terz und mehr tiefer als der Ton ihrer isolirt schwingenden Metallplatte sind.

3. Die wenigen übrigen höheren Töne der Klarinette folgen keinem angebbaren Gesetze, weil bei ihrer Hervorbringung zu viel auf der Kunst des Bläsers beruht.

„Der Ton des von mir angewandten Klarinetten-Mundstückes war zwischen $\overline{\overline{fis}}$ und $\overline{\overline{\overline{c}}}$ variabel. Im Mittel gab also das isolirt schwingende Rohrblatt $\overline{\overline{a}}$. — Die Luftsäule in einer offenen, *engen* Röhre, bei dem gewöhnlichen Zustand der Atmosphäre, muss $7^1/_4$ Pariser Zoll lang sein, um $\overline{\overline{a}}$ als Grundton hervorzubringen. — An dieses Klarinetten-Mundstück setzte ich eine $77^1/_2$ Zoll lange, $7^7/_{10}$ Linien mit Einschluss der Wände, $6^2/_{10}$ Linien im Lichten weite Glasröhre, die ich nach und nach verkürzte, indem ich nach jeder Verkürzung der Röhre die Töne bestimmte, welche beide (das Klarinetten-Mundstück mit der in der Röhre enthaltenen Luftsäule) gaben. — Die Länge der Luftsäule wurde vom offenen Ende der Glasröhre bis zu dem Punkte, von wo an das Klarinetten-Mundstück keilförmig zugespitzt ist, gemessen. Die Länge des schwingenden Rohrblattes war $10^9/_{10}$ Linien, die Breite $4^1/_2$ Linien, die Dicke

1. am Befestigungspunkte:
 in der Mitte 0,590‴,
 an der Seite 0,422‴;
2. 3 Linien oberhalb:
 in der Mitte 0,281‴,
 an der Seite 0,111‴;
3. 3 Linien vom freien Ende:
 in der Mitte 0,266‴,
 an der Seite 0,075‴;
4. am freien Ende:
 in der Mitte 0,090‴,

die Gestalt des Rohrblattes war genau die in der Figur abgebildete.



„Aus den in der beifolgenden Tabelle enthaltenen Versuchen ergiebt sich, dass die Töne eines Klarinetten-Mundstückes, welches isolirt den Ton $\overline{\overline{a}}$ giebt, in Verbindung mit Röhren von verschiedener Länge, wenn sie um eine Terz und mehr tiefer als $\overline{\overline{a}}$ sind, gerade so wie Zungenpfeifen unter ähnlichen Verhältnissen, die Tongesetze *gedeckter* Orgelpfeifen befolgen und, indem sie ihren Grundton geben, fast genau *halb so lang* als eine offene Labialpfeife von gleicher Höhe sind.

„Man kann das mit dem Rohrblatte versehene Kopfstück der Klarinette von dem übrigen Rohre trennen und kann aus diesem Theile der Klarinette mehrere Töne, und wenigstens einen Ton fast ebenso vollkommen hervorbringen, als auf der ganzen Klarinette, nur muss man die Geschicklichkeit besitzen, den Ton moderiren und festhalten zu können, damit er sich nicht in die Höhe oder herunterzieht, wobei sehr leicht unangenehme, kreischende Töne entstehen. — Ferner schnitt ich aber auch noch das ganze Klarinettenkopfstück, bis auf den das Rohrblatt unmittelbar umgebenden Rahmen weg, so dass nun die ganze Luftsäule verschwunden war; und dennoch brachte ich einen Ton fast ebenso vollkommen hervor, als derselbe Ton auf der ganzen Klarinette ansprach.“

Wir haben auch durch diese Versuche nachgewiesen, dass die Klarinetten als eine Species der Zungenpfeifen und zwar als eine nicht ganz so einfache Species als die mit metallenen und gehörig befestigten Platten versehenen Zungenpfeifen zu betrachten sind, wie aus der Vergleichung dieser Versuche mit *Klarinetten* und der früher von mir mitgetheilten Versuche mit *Zungenpfeifen*[1]) erhellt. Hier will ich, der Uebersicht und Vergleichung wegen, einige spätere Versuche mit Zungenpfeifen zusammenstellen, welche nachweisen, dass in ähnlichen Fällen, wo die Klarinette die Gesetze *gedeckter* Pfeifen befolgt, auch die Zungenpfeifen das Gesetz gedeckter Pfeifen befolgen, nämlich, dass sie, wenn sie ihren Grundton geben, fast genau *halb so lang* sind, als eine offene Labialpfeife von gleicher Höhe.

Folgende Töne gab eine Zungenpfeife mit angesetzten Röhren (durch die Zahl ihrer Schwingungen in einer Sekunde genauer bestimmt),	deren Länge nach Pariser Linien,	oder in Theilen offener und enger Labialpfeifen von gleicher Höhe.	Längen offener und enger Labialpfeifen von gleicher Höhe in Pariser Linien.
583,2	128 =	$^1/_2$ — $^1/_{130}$	260
608,0	122 =	$^1/_2$ — $^1/_{100}$	249
676,0	110 =	$^1/_2$ — $^1/_{112}$	224
745,0	98 =	$^1/_2$ — $^1/_{60}$	203
856,4	86 =	$^1/_2$ — $^1/_{71}$	177

Bei den vorhergehenden Versuchen wurde diejenige Zungenpfeife angewendet, welche in der Cäcilia, XI. Bd., Heft 43, S. 200[2]) beschrieben worden ist. In diese Pfeife, wo man mit verschiedenen Platten wechseln konnte, wurde eine 0,337‴ dicke, 14‴ lange und 3‴ breite Eisenplatte

[1]) Siehe des Herrn Verf. Abhandlung: Leges oscillationis oriundae, si duo corpora diversa celeritate oscillantia ita conjunguntur, ut oscillare non possunt nisi simul et synchronice. *Cäcilia*, VIII. Bd., p. 91. [W. Weber's Werke I, p. 207.]

[2]) [W. Weber's Werke I, p. 265.]

eingesetzt und festgeschraubt, welche nach einem Versuche, wo sie isolirt schwang, 1140,3 Schwingungen in 1 Sekunde machte. Die mit ihr verbundenen cylindrischen Röhren waren $4^1/_3'''$ im Lichten weit. Eine Luftsäule in einer an beiden Enden offenen Röhre, welche isolirt schwingend denselben Ton geben sollte, musste 133''' lang sein. — Ich bestimmte durch akustische Hülfsmittel für jeden Ton die Zahl der Schwingungen in einer Sekunde, durch welche der Ton jedesmal hervorgebracht wurde.

Nach diesen Versuchen mit der Klarinette und mit Zungenpfeifen, kehren wir zu unserer Aufgabe zurück, um zu sehen, wie wir die mitgetheilten Versuche zur Lösung derselben benutzen können.

Das unmittelbare Ergebniss der Versuche, sowohl mit der Klarinette als mit der Zungenpfeife, ist, dass beide in den mitgetheilten Fällen, wenn sie ihre Grundtöne geben, *fast halb so lang*, als offene Labialpfeifen von gleicher Höhe sind und dass sie in dieser Eigenschaft mit einer bekannten Eigenschaft der *gedeckten* Pfeifen übereinkommen.

Es ist aber bekannt, dass von der *Länge* einer Pfeife, wenn sie ihren *Grundton* giebt, die Grösse des *Sprunges* beim Uebergange vom Tone (I) zu (II) zunächst und unmittelbar abhänge. Soll die Pfeife nämlich den Ton (II) geben, so muss sie eine ganze schwingende Abtheilung (welche so lang ist wie eine offene Labialpfeife von gleicher Höhe) mehr bilden. Bei einer offenen Labialpfeife werden daher alle Abtheilungen noch einmal so klein, weil eine *ganze* schwingende Abtheilung zu einer ganzen schwingenden Abtheilung hinzukommt — und die Schwingungen werden 2mal schneller. Bei gedeckten Pfeifen, bei Klarinetten und Zungenpfeifen werden die Abtheilungen 3mal so klein, weil eine *ganze* schwingende Abtheilung zu einer *halben* hinzukommt. Denn wenn derselbe Raum, der vorher von $^1/_2$ Abtheilung eingenommen wurde, unter $1^1/_2$ Abtheilung vertheilt wird, so werden die Abtheilungen 3mal kleiner und die Schwingungen 3mal schneller. Wenn daher überhaupt die äusseren Umstände verstatten, den Ton (II) hervorzubringen, so wird dieser Ton bei der offenen Labialpfeife eine Oktave, bei der gedeckten Pfeife, bei der Klarinette und Zungenpfeife eine Oktave plus einer Quinte höher sein, wie es die Erfahrung auch anderweitig gelehrt hat.

Wir hätten also auf experimentalem Wege nachgewiesen, *dass* die Klarinetten und alle Zungenpfeifen, unter ähnlichen Verhältnissen als die Klarinette, beim Uebergange vom Tone (I) zu (II) den *gedeckten* Pfeifen sehr nahe verwandt sind.

Zweiter Abschnitt.

Warum die Klarinetten beim Uebergange vom Tone (I) zu (II) den Schwingungsgesetzen gedeckter Pfeifen sehr nahe verwandt sind, und warum sie in diesem Punkte so weit von den an beiden Enden offenen Labialpfeifen, mit denen sie sonst mehr Aehnlichkeit haben, abweichen.

Ich habe gesagt: wenn man die Hauptidee, welche der Konstruktion unserer Orgelpfeifen zu Grunde liegt, festhält, so darf man den Unterschied offener und gedeckter Pfeifen nicht folgendermassen aussprechen: offene Pfeifen seien an beiden Enden *ganz* offen, gedeckte Pfeifen seien an einem Ende *ganz* verschlossen, zum Gegensatz von theilweis offenen und theilweis verschlossenen Pfeifen, sondern folgendermassen: offene Pfeifen sind an beiden Enden von zwei ganz *beweglichen* Schichten, gedeckte Pfeifen sind an einem Ende von einer ganz *unbeweglichen* Schicht begrenzt, zum Gegensatz von mehr oder weniger beweglichen Grenzschichten, von denen andere Pfeifen, insbesondere Zungenpfeifen, begrenzt sein können.

Ist ein Ende von einer ganz *beweglichen* Schicht begrenzt, wie die Enden einer offenen Labialpfeife, so macht dieselbe so grosse Schwingungen, als nur irgend eine andere Schicht in derselben Luftsäule, sie macht ebenso grosse Schwingungen als die gerade in der Mitte zwischen zwei Schwingungsknoten gelegene Luftschicht.

Ist ein Ende von einer ganz unbeweglichen Schicht begrenzt, so macht dieselbe gar keine Schwingungen, gerade wie die in den Schwingungsknoten gelegenen Lufttheilchen keine Schwingungen machen.

Durch diese Betrachtung, scheint es mir, werde man zu einem allgemeinen Gesichtspunkte geführt, unter welchem man alle *wesentlich* verschiedenen Species der Orgelpfeifen zusammenfassen und von welchem aus man nicht allein das gegenseitige Verhalten ihrer Schwingungsgesetze zu übersehen, sondern auch die Ursachen davon einzusehen im Stande ist.

Ich fasse nämlich alle *wesentlich* verschiedenen Species von Orgelpfeifen unter dem Gesichtspunkte ihrer Grenzschichten und deren Verhalten zu irgend einer anderen Schicht in derselben Orgelpfeife zusammen, und definire die nächst höhere Gattung, zu welcher die *offenen Pfeifen*, die *Zungenpfeifen* und die *gedeckten Pfeifen* gehören, folgendermassen: *als Pfeifen, deren Grenzschichten gleich grosse Schwingungen machen, als irgend eine in derselben Pfeife zwischen einem Schwingungsknoten und einem Schwingungsmaximum gelegene Schicht (die Schichten im Schwingungsknoten und im Schwingungsmaximum mitgerechnet).*

Wie kann man sich nun Pfeifen denken, und finden sich in der Wirklichkeit Pfeifen, deren Grenzschichten nicht ganz wie die Schicht im Schwingungsmaximum sich bewegt (die also keine offenen Labial-

pfeifen bilden) und deren Grenzschichten auch nicht ganz unbeweglich, wie die Schicht im Schwingungsknoten, sind (die also auch keine gedeckten Pfeifen bilden), sondern Pfeifen, deren Grenzschichte wie irgend eine zwischen einem Schwingungsknoten und einem Schwingungsmaximum gelegene Schicht sich bewegt, und die daher einen Uebergang von offenen zu gedeckten Pfeifen bilden, wie er aus der Grundidee der Orgelpfeifen entspringt?

Man kann leicht ein Mittel finden, wie man sich alle unter diesen allgemeinen Begriff der Orgelpfeifen gehörenden Species von Orgelpfeifen in der That denken und vorstellen könne, indem man auf die Grenzschicht der Pfeife *äussere* Kräfte einwirken lässt, und um leichter diese *äusseren* Kräfte auf alle Punkte dieser Grenzschicht *gleichförmig* wirken zu lassen, eine zwar bewegliche und verschiebbare, aber aus harter und *fester* Materie verfertigte Wand der Grenzschicht substituirt. — Richtet man nun die äusseren, auf diese neue Grenzschicht (auf die bewegliche, feste Wand) wirkenden Kräfte so ein, dass die Wand stets dieselben Bewegungen, als die in einem Schwingungsmaximum gelegene Schicht, macht; so ist zwischen einer solchen Pfeife und einer offenen Labialpfeife gar kein wesentlicher Unterschied. — Richtet man die äusseren, auf diese Wand wirkenden Kräfte so ein, dass die Wand, wie die in einem Schwingungsknoten befindliche Schicht, unbeweglich ist; so findet zwischen einer solchen Pfeife und einer gedeckten Pfeife gar kein wesentlicher Unterschied Statt. — Richtet man die äusseren, auf die Wand wirkenden Kräfte so ein, dass die Wand stets wie irgend eine andere, zwischen dem Schwingungsknoten und dem Schwingungsmaximum gelegene Schicht schwingt, so gehört eine solche Pfeife zu einer Species, welche einen Uebergang von den offenen zu den gedeckten Pfeifen bildet.

Aber nicht allein die Möglichkeit und Zulässigkeit aller dieser Species von Orgelpfeifen muss man zugeben, sondern man kann auch Orgelpfeifen von allen diesen verschiedenen Species in der That herstellen.

Wie man nämlich ohne wesentliche Verschiedenheit eine Luftsäule durch eine bewegliche Schicht einer Seitenöffnung begrenzen lassen kann, wie bei der Flöte, wenn die Seitenöffnung nur weit genug ist, so kann man sie auch durch eine bewegliche, in die Seitenwand, nahe am einen Ende der Luftsäule eingesetzte Platte begrenzen, wo denn nicht alle Punkte der Platte gleich grosse Bewegungen zu machen brauchen, sondern wo man nur das eine Ende frei schwingen, das andere Ende fixiren kann, und wo man die elastische Kraft der Platte selbst als diejenige äussere Kraft benutzen kann, welche durch ihren Einfluss die Platte nöthigt, gerade solche Bewegungen zu machen, als irgend eine zwischen einem Schwingungsknoten und einem Schwingungsmaximum gelegene Schicht derselben Pfeife.

Unter diesem Gesichtspunkte nun habe ich die *Zungenpfeifen* betrachtet, und habe *erstens* durch vollständige und genaue Versuche auf experimentalem Wege die Schwingungsgesetze der Zungenpfeifen auszumitteln gesucht, und bin zu den Resultaten gelangt, welche ich in der oben erwähnten lateinischen Abhandlung, und später deutsch, in POGGENDORFF's Annalen der Physik 1829, 7. Heft, S. 415 [1]), mitgetheilt habe — und habe *zweitens* durch die nähere Betrachtung der Natur der Platte und ihrer elastischen Kraft, und der Natur der Luft und ihrer Expansivkraft auszumitteln gestrebt, *wie weit* die Schicht, welche die nämlichen Schwingungen als die Platte mache, vom Schwingungsknoten und vom Schwingungsmaximum in jedem einzelnen Falle entfernt sei.

Je *grösser* der *Druck* ist, findet sich aus diesen Betrachtungen, welchen die Luft der Zungenpfeife und ihre Platte vermöge ihrer Schwingungen wechselseitig auf einander ausüben, desto *näher* liegt die mit der Platte gleich schwingende Schicht einem *Schwingungsknoten.* — Je *grösser* der *Druck* ist, findet sich aus denselben Betrachtungen, welchen die Luft der Zungenpfeife und ihre Platte vermöge ihrer Schwingungen wechselseitig auf einander ausüben, desto *tiefer* ist ihr gemeinschaftlicher Ton, im Vergleich mit dem Tone der isolirt schwingenden Platte.

Diese beiden Sätze entlehne ich aus meiner Untersuchung der Zungenpfeifen, um den Grund anzugeben, von dem Verhalten der Klarinette beim Uebergange aus dem Grundtone (I) in ihren ersten Flageoletton (II), und fasse meine Erklärung von dieser Erscheinung in folgenden Worten zusammen:

Die Klarinette nähert sich beim Uebergange vom Tone (I) zu (II) darum den Schwingungsgesetzen gedeckter Pfeifen und entfernt sich in diesem Punkte so weit von den offenen Labialpfeifen, mit denen sie sonst die meiste Aehnlichkeit zu haben scheint, weil das Rohrblatt in allen Fällen, wo der Grundton der Klarinette in einen Flageoletton übergehen kann, einem Schwingungsknoten der Luftsäule sehr nahe liegt —; denn es findet in allen diesen Fällen ein sehr starker Druck zwischen der schwingenden Luft und dem schwingenden Rohrblatte Statt —; denn die Grundtöne der Klarinette, welche man in Flageolettöne übergehen lassen kann, sind weit tiefer als der Ton des isolirt schwingenden Rohrblattes.

Je geringer der wechselseitige Druck der Luft in der Zungenpfeife und ihrer Platte ist, desto geringer ist die Vertiefung ihres gemeinschaftlichen Tones unter den Tone der isolirt schwingenden Platte, desto näher liegt die Platte einem Schwingungsmaximum der Luftsäule, desto mehr stimmen die Gesetze der Zungenpfeife, wenn mehrere schwingende Abtheilungen vorhanden sind, mit denen einer *offenen Labial-*

[1]) [W. WEBER's Werke I, p. 276.]

pfeife, und wenn nicht mehrere schwingende Abtheilungen vorhanden sind, mit den Gesetzen der *isolirt* schwingenden *Platte* überein.

Als literarische Notiz für diejenigen, welche sich specieller für diesen Gegenstand interessiren, und vielleicht einigen Nutzen daraus für die Praxis der Musik und für den Instrumentenbau ableiten können, bemerke ich, dass sie mehrere ausführliche Aufsätze über die Zungenpfeifen und die zu ihrer Untersuchung angewandten Hülfsmittel in POGGENDORFF's Annalen 1828, 11. Heft, 1829, 1., 6., 7. und 10. Heft[1]) finden; und ich hoffe auch Gelegenheit zu finden, die Leser der *Cäcilia* in einigen der folgenden Hefte mit einigen Anwendungen und Vervollkommnungen dieser Klasse von Instrumenten zu unterhalten.

Tabelle
zu Prof. W. WEBER's Abhandlung über die Aliquotklänge des Klarinetts.

Folgende Töne gab ein *Klarinetten-Mundstück* mit angesetzten Röhren,	deren Längen nach Pariser Zollen,		oder in Theilen offener und enger Labialpfeifen von gleicher Höhe.	Längen *offener* und enger Pfeifen von gleicher Höhe in Pariser Zollen.
Kontra *A*♯	$49^1/_3$	=	$^1/_2 - {}^1/_{20}$	$109^1/_2$
„ *H*	$47^1/_3$	=	$^1/_2 - {}^1/_{24}$	$103^1/_3$
C	$45^1/_3$	—	$^1/_2 - {}^1/_{29}$	$97^1/_2$
C♯	44	=	$^1/_2 - {}^1/_{41}$	$92^1/_2$
D	42	=	$^1/_2 - {}^1/_{62}$	$86^5/_6$
D♯	$39^1/_3$	=	$^1/_2 - {}^1/_{50}$	82
E	$36^1/_6$	=	$^1/_2 - {}^1/_{31}$	$77^5/_{12}$
F	$34^3/_4$	=	$^1/_2 - {}^1/_{42}$	$73^1/_{12}$
G	$32^1/_3$	=	$^1/_2$	$65^1/_{12}$
G♯	$30^1/_3$	=	$^1/_2$	$61^5/_{12}$
A	$29^1/_3$	=	$^1/_2$	58
A♯	$27^1/_3$	=	$^1/_2$	$54^3/_4$
c	$24^2/_3$	=	$^1/_2$	$48^3/_4$
c♯	$23^1/_3$	=	$^1/_2$	$46^1/_4$
d♯	$20^3/_4$	=	$^1/_2$	41
e	$19^{11}/_{12}$	=	$^1/_2 + {}^1/_{66}$	$38^2/_3$
f♯	$17^1/_{13}$	=	$^1/_2$	$34^1/_2$
g♯	$15^3/_4$	=	$^1/_2 + {}^1/_{75}$	$30^3/_4$
h	$13^1/_3$	=	$^1/_2 + {}^1/_{65}$	$25^5/_6$
$\overline{d}$	$11^1/_3$	=	$^1/_2 + {}^1/_{55}$	$21^2/_3$
$\overline{f}$	$9^1/_3$	=	$^1/_2 + {}^1/_{23}$	$17^1/_4$
$\overline{a}$	$7^3/_4$	=	$^1/_2 + {}^1/_{29}$	$14^1/_2$
$\overline{a}$	22	=	$1^1/_2 + {}^1/_{58}$	$14^1/_2$
$\overline{h}$	$6^{11}/_{12}$	=	$^1/_2 + {}^1/_{55}$	$12^{11}/_{12}$

[1]) [W. WEBER's Werke I, p. 257, 266, 276, 292, 346.]

Folgende Töne gab ein *Klarinetten-Mundstück* mit angesetzten Röhren,	deren Längen nach Pariser Zollen,		oder in Theilen offener und enger Labialpfeifen von gleicher Höhe.			Längen *offener* und enger Pfeifen von gleicher Höhe in Pariser Zollen.
$\bar{h}$	$19^2/_3$	=	$1^1/_2$	+	$^1/_{39}$	$12^{11}/_{12}$
$\bar{\bar{c}}\sharp$	$5^2/_3$	=	$^1/_2$	—	$^1/_{69}$	$11^3/_5$
$\bar{\bar{c}}\sharp$	$17^1/_3$	=	$1^1/_2$			$11^3/_5$
$\bar{\bar{c}}\sharp$	$29^1/_3$	=	$2^1/_2$	+	$^1/_{35}$	$11^3/_5$
$\bar{\bar{c}}\sharp$	$41^2/_3$	=	$3^1/_2$	+	$^1/_{12}$	$11^3/_5$
$\bar{\bar{d}}$	$5^1/_3$	=	$^1/_2$			$10^5/_6$
$\bar{\bar{d}}$	16	=	$1^1/_2$	—	$^1/_{40}$	$10^5/_6$
$\bar{\bar{d}}$	$27^1/_3$	=	$2^1/_2$	+	$^1/_{35}$	$10^5/_6$
$\bar{\bar{d}}$	$39^1/_3$	=	$3^1/_2$	+	$1^1/_3$ Zoll	$10^5/_6$
$\bar{\bar{d}}$	$49^1/_3$	=	$4^1/_2$	+	$^3/_7$ „	$10^5/_6$
$\bar{\bar{d}}\sharp$	5	=	$^1/_2$			$10^1/_4$
$\bar{\bar{d}}\sharp$	$15^1/_2$	=	$1^1/_2$			$10^1/_4$
$\bar{\bar{d}}\sharp$	$25^2/_3$	=	$2^1/_2$			$10^1/_4$
$\bar{\bar{d}}\sharp$	$35^4/_5$	=	$3^1/_2$			$10^1/_4$
$\bar{\bar{d}}\sharp$	$46^1/_2$	=	$4^1/_2$	+	$^1/_{30}$	$10^1/_4$
$\bar{\bar{e}}$	$4^3/_4$	=	$^1/_2$			$9^2/_3$
$\bar{\bar{e}}$	$14^1/_3$	=	$1^1/_2$	—	$^1/_6$ Zoll	$9^2/_3$
$\bar{\bar{e}}$	$23^3/_4$	=	$2^1/_2$	—	$^1/_3$ „	$9^2/_3$
$\bar{\bar{e}}$	$34^1/_4$	=	$3^1/_2$	+	$^1/_3$ „	$9^2/_3$
$\bar{\bar{e}}$	$43^1/_3$	=	$4^1/_2$	—	$^1/_6$ „	$9^2/_3$
$\bar{\bar{f}}$	$3^2/_3$	=			$3^2/_3$ „	[$9^1/_7$]
$\bar{\bar{f}}$	$13^1/_3$	=	1	+	$4^1/_6$ „	[$9^1/_7$]
$\bar{\bar{f}}$	$21^1/_{12}$	=	2	+	$2^5/_6$ „	[$9^1/_7$]
$\bar{\bar{f}}$	$31^3/_4$	=	3	+	$4^1/_3$ „	[$9^1/_7$]
$\bar{\bar{f}}$	$49^1/_3$	=	5	+	$3^2/_3$ „	[$9^1/_7$]
$\bar{\bar{f}}\sharp$	3	=			3 „	[$8^2/_3$]
$\bar{\bar{f}}\sharp$	$29^1/_2$	=	3	+	$3^2/_3$ „	[$8^2/_3$]
$\bar{\bar{f}}\sharp$	$55^1/_3$	=	6	+	$3^1/_2$ „	[$8^2/_3$]
$\bar{\bar{g}}$	$2^5/_{12}$	=			$2^5/_{12}$ „	[$8^1/_6$]
$\bar{\bar{g}}$	$11^1/_3$	=	1	+	$3^1/_6$ „	[$8^1/_6$]
$\bar{\bar{g}}$	$19^1/_3$	=	2	+	3 „	[$8^1/_6$]
$\bar{\bar{g}}$	$51^1/_3$	=	6	+	$2^1/_3$ „	[$8^1/_6$]
$\bar{\bar{g}}$	$59^5/_6$	=	7	+	$2^2/_3$ „	[$8^1/_6$]
$\bar{\bar{g}}$	$67^5/_6$	=	8	+	$2^1/_2$ „	[$8^1/_6$]
$\bar{\bar{g}}\sharp$	$9^1/_3$	=	1	+	$1^2/_3$ „	[$7^2/_3$]
$\bar{\bar{g}}\sharp$	$17^1/_3$	=	2	+	2 „	[$7^2/_3$]
$\bar{\bar{g}}\sharp$	$63^1/_3$	=	8	+	$1^5/_6$ „	[$7^2/_3$]
$\bar{\bar{g}}\sharp$	$71^1/_3$	=	9	+	$2^1/_6$ „	[$7^2/_3$]
$\bar{\bar{g}}\sharp$	$77^5/_{12}$	=	10	+	$^2/_3$ „	[$7^2/_3$]

XX.

Ueber die zweckmässige Einrichtung eines Monochords oder Tonmessers und den Gebrauch desselben, zum Nutzen der Physik und Musik.[1])

Von

Wilhelm Weber.

[Poggendorff's Annalen, XV, p. 1—19, 1829.]

Ich werde hier den Bau, den Gebrauch und die Mittel zur Vervollkommnung eines Instrumentes mittheilen, das aus *einer* oder *mehreren* senkrecht aufgespannten Metallsaiten besteht, aus denen man nach einer einfachen Regel, indem man entweder die Länge der Saiten oder das Gewicht ändert, womit sie in senkrechter Richtung gespannt sind, nach und nach eine gesuchte Reihe von Tönen, oder jeden beliebigen Ton einer solchen Reihe einzeln, rein hervorbringen kann. Man pflegt ein solches Instrument, weil es gewöhnlich nur eine einzige aufgespannte Saite besitzt, *Monochord* zu nennen, und ich werde auch diesen Namen beibehalten, ungeachtet ich es zuweilen vorziehe, dasselbe mit mehreren Saiten zu versehen.

In der Hand des *experimentirenden Physikers* ist dieses Instrument ein Maass zur Vergleichung der Töne, und, weil sich aus der Höhe eines Tones selbst wieder auf die Geschwindigkeit der in gleichen Zeiträumen sich wiederholenden Schwingungen oder Stösse des tönenden Körpers schliessen lässt, ein Hülfsmittel, die Dauer der Schwingungen, oder die äusserst kleinen Zeitabschnitte zu messen, welche von jedem Stosse bis zum nächstfolgenden Stosse vergehen, ein Hülfsmittel, durch welches man weit kleinere Zeitabschnitte messen kann, als durch die Tertienuhren und alle anderen hierzu uns zu Gebote stehenden Werkzeuge.

In der Hand des *Instrumentenbauers*, des *Komponisten* und *praktischen Musikers* ist es das Normalmaass, nach welchem die Instrumente

[1]) [Hierzu Tafel X.]

gestimmt werden, mittelst dessen der Komponist für alle künftige Zeiten festsetzen kann, für welche Stimmung er seine Komposition berechnet hat, durch welches endlich eine allgemeine Uebereinstimmung aller Nationen in der Annahme einer unabänderlichen Stimmung möglich wird. Denn den Stimmgabeln, die man, um die Instrumente zu stimmen, anwendet, kann man erst dadurch einen Ton auf's genaueste geben und für sie bürgen, dass man ihren Ton dem Tone einer senkrecht aufgespannten Metallsaite gleich macht.

Die Wahl der zu diesem Instrumente angewendeten Körper ist, wie ich glaube, durch folgende Gründe bestimmt worden. *Erstens* hat man *Metalle* von allen tonfähigen Materien zum tönenden Körper für dieses Instrument ausgewählt, weil diese mehreren von jenen unberechenbaren Einflüssen, die den Ton verändern, weniger als viele andere Stoffe ausgesetzt sind, z. B. der Verlängerung durch Einsaugung von Feuchtigkeit und umgekehrt der Verkürzung durch Trocknen, der z. B. Darmsaiten sehr unterworfen sind, oder auch der Veränderung der Kohäsion der Theile einer Saite durch starke Ausdehnung derselben.

Zweitens hat man *Saiten*, d. h. fadenförmige, *durch Spannung elastische*[1]) Körper, von allen tongebenden Körpern für dieses Instrument ausgewählt, weil durch Spannung elastische Körper die einzigen Körper sind, bei welchen man diejenige Kraft, vermöge deren die Schwingung im tönenden Körper fortdauert und sich in gleichen Zeiträumen wiederholt, beliebig bestimmen und abändern kann, und dadurch in Stand gesetzt wird, durch blosse Vermehrung oder Verminderung dieser Kraft alle möglichen Töne aus einem und demselben Körper hervorzubringen.

Bei allen anderen tongebenden Körpern kann man die Höhe der Töne nur dadurch beliebig bestimmen und abändern, dass man ihre gerade oder gekrümmte Gestalt (abgesehen von der Grösse), ferner ihre Länge, oder ihre Breite, oder ihre Dicke, oder endlich ihre Schwingungsart (nach welcher sie entweder nur eine oder mehrere schwingende Abtheilungen bilden) ändert. Denn krümmt man z. B. einen an beiden Enden frei schwingenden Stab, so wird sein Ton tiefer, oder verkürzt man eine Orgelpfeife, so wird ihr Ton höher.

Die Saiten aber können nicht nur, eben so wie andere Körper, durch eine Veränderung ihrer Länge, oder ihrer Dicke, oder ihrer Schwingungsart (nach welcher sie entweder nur eine oder mehrere schwingende Abtheilungen bilden) eine gesetzmässige Veränderung in der Höhe ihres Tones erleiden, sondern auch durch die Vermehrung

[1]) CHLADNI nennt schwingende Saiten durch Spannung elastische Körper im Gegensatz zur Luft, welche er einen durch Druck elastischen Körper, und im Gegensatz zu festen, unbeugsamen Körpern, welche er durch innere Steifigkeit elastische Körper nennt.

des Gewichts, durch welches sie gespannt werden; und diese letztere Methode, ihren Ton zu verändern, macht sie eben geeignet, einen sehr zuverlässigen Tonmesser zu bilden.

Man hat zwar auch an einer aufgespannten Saite eine gesuchte Reihe von Tönen dadurch, dass man den freischwingenden Theil der Saite nach einer einfachen Regel verkürzte, hervorgebracht, indem man z. B. durch einen beweglichen Steg, der an bestimmten Stellen unter die Saite untergestemmt wurde, einen Theil der Saite zu schwingen hinderte. Indessen ist es gerade dieser Gebrauch gespannter Saiten, der, wenn er nicht mit grosser Vorsicht in Anwendung kommt, den Gebrauch derselben sehr unsicher macht, und daher die öffentliche Meinung von der Anwendung des Monochords zu praktisch-musikalischen Zwecken sehr vermindert hat.

Denn *erstens* haben Instrumente, welche so konstruirt sind, dass man die Metallsaite mittelst eingeschraubter Wirbel, um die sich die Saite windet, auf einen festen, unnachgiebigen Körper aufspannt, den Fehler, dass man die die Saite spannende Kraft nicht genau bestimmen kann.

Verkürzt man nun vollends *zweitens* eine solche aufgespannte Saite dadurch, dass man an bestimmten Stellen einen beweglichen Steg (der aus einer meistens dünnen Platte, die zwischen die Saite und die Unterlage eingeschoben wird, besteht) unterstemmt, so ist man auf eine dreifache Weise in Gefahr, Fehler zu begehen: 1. weil die Spannung der Saite grösser wird, wenn der Steg, nahe am Ende der Saite unter letztere gestemmt, dieselbe hier ebenso viel hebt und aus ihrer natürlichen Lage entfernt, als wenn er unter die Mitte der Saite untergestemmt wird, während man doch die Spannung der Saite gleich zu lassen und nur ihre Länge zu verändern beabsichtigt; 2. weil dann die Länge des schwingenden Theiles der Saite nicht scharf begrenzt wird, denn derjenige Theil der Saite, welcher jenseits der auf den Steg aufdrückenden Stelle der Saite liegt, fährt noch fort, an der Schwingung der Saite einigen Theil zu nehmen; 3. weil die Platte, aus welcher der Steg besteht, sehr geeignet ist, durch die Schwingungen der Saite selbst in Schwingung versetzt zu werden, die Schwingungen ferner auf die Unterlage fortzupflanzen und dadurch in ihr Resonanz zu erregen.

Da nun aber die Hauptbedingung der Zuverlässigkeit eines solchen Instrumentes darauf beruht, dass die Enden des schwingenden Stückes der Saite unbeweglich sind, die Unterlage und der Steg aber nicht mit schwingen könnten, wenn nicht auch jene Enden kleine Bewegungen machten, man auch noch gar nicht im Voraus bestimmen kann, ob sich nicht die Schwingungen der Saite, des Steges und der resonirenden Unterlage, wenigstens in gewissen Fällen, gegenseitig abändern, und

sich, wenn sie etwas verschieden sind, in ein gewisses Gleichgewicht zu setzen suchen: so thut man auf jeden Fall wohl, bei diesem zu Tonmessungen bestimmten Instrumente, die Saite, die das Tonmaass bildet, so viel als möglich zu isoliren, und, obgleich noch nicht ausgemittelt ist, ob die Fehler, welche die Resonanz hervorbringen könne, so bedeutend seien, dass sie in Betracht kämen, doch jede Art von Resonanz möglichst zu vermeiden.

Ein gut eingerichtetes Instrument dieser Art besteht aus drei Theilen:

1. Aus einer oder mehreren den Ton gebenden Metallsaiten.

2. Aus einem Apparate, durch welchen man den Theil der Metallsaite, welcher ungehindert schwingen soll, in scharf bestimmte Grenzen einschliessen kann. Der eine Theil dieses Apparates, in welchem das eine Ende des schwingenden Stückes der Metallsaite befestigt werden soll, muss zwar am Gestelle des Instrumentes herauf und herunter bewegt, zugleich aber doch so befestigt werden können, dass er und das in ihm befestigte Ende der Saite keinen Antheil an der Schwingung der übrigen Saite nehmen könne; und zugleich muss, wie auch die Länge des schwingenden Stückes der Saite abgeändert werde, die Spannung der Saite dadurch weder sich vermehren noch vermindern.

3. Aus einem Apparate, durch welchen man die Saite mit beliebigen Gewichten spannen kann, wobei die Länge des schwingenden Stückes der Saite keine Aenderung erleiden darf.

Bei dem zu meinem Gebrauch eingerichteten Instrumente sind jene drei Theile auf folgende Weise zusammengesetzt:

I. Der den Ton hervorbringende Körper ist, wie bei allen diesen Instrumenten, eine Metallsaite *ab*, Fig. 1, Taf. X, die in ihrer ganzen Länge möglichst gleichförmig, d. h. überall von gleicher Dicke und von gleicher Materie sein muss. Ich erwähne die gleichförmige Dicke der Saite ausdrücklich, weil, ungeachtet die Saiten bei ihrer Verfertigung durch das enge Loch eines Drahtzuges gezogen werden, doch die Dicke derselben nicht an allen Stellen dem Durchmesser des Loches, durch welches die Saite gezogen worden ist, genau entspricht. Ich habe z. B. bei meinen Versuchen nicht selten Saiten gefunden, bei welchen zwei gleich lange, von derselben Saite abgeschnittene Stücken verschiedene Gewichte hatten. Ich halte daher die Vorsicht für nöthig, für das Monochord sehr gleichförmige und geprüfte Saiten auszuwählen.

II. Der Apparat, welcher das Stück der Saite, das ungehindert schwingen soll, in scharf bestimmte Grenzen einschliesst, die Endpunkte desselben unbeweglich befestigt, und dennoch gestattet, dass das schwin-

gende Stück der Saite nach Belieben länger und kürzer gemacht werde, besteht bei meinem Instrumente aus folgenden Theilen.

Erstens aus zwei massiven und sorgfältig abgearbeiteten stählernen Klemmen *cd* und *ef*, Fig. 1, Taf. X, zwischen welchen das Stück der Saite, das den Ton geben soll, unbeweglich eingeklemmt wird. Jede dieser Klemmen besteht aus zwei stählernen, $^1/_2$ Zoll grossen Würfeln *c* und *d*, oder *e* und *f*, Fig. 1, Taf. X, deren vollkommen parallele und ebene Oberflächen einander mittelst einer Schraube so genähert werden können, dass sie dabei vollkommen parallel bleiben, und dass die Ränder beider Würfel genau auf einander passen, und keiner von beiden einen Vorsprung vor dem Rande des anderen Würfels bildet. Die Einrichtung und Verfertigung dieser Klemmen erfordert deswegen besondere Sorgfalt, weil diese Klemmen einzig und allein dazu dienen sollen, das schwingende Stück der Saite zu begrenzen, und dessen Endpunkte unbeweglich zu befestigen; dabei aber nicht den geringsten Einfluss auf die Spannung der Saite ausüben sollen. Vor einem solchen sehr schädlichen Einflusse der Klemme auf die Spannung der Saite ist man nur bei einem solchen Mechanismus der Klemme gesichert, bei welchem keine gegenseitige Verschiebung der beiden Schenkel der Klemme, als in horizontaler Richtung aus und aneinander, möglich ist.

In einem neuen Instrumente treffe ich jetzt folgende Einrichtung, durch welche nicht allein der beschriebene Fehler vollkommen vermieden wird, sondern auch verhindert wird, dass die Saite bei Befestigung ihrer Endpunkte durch die Kraft der Klemmen platt gedrückt werde. Es wurden zwei kleine Halbcylinder von gehärtetem Stahl auf einander befestigt, und zwischen ihnen ein Stückchen Stahlsaite von derselben Dicke, als die anzuwendenden Saiten, eingeklemmt. Mit diesem Stückchen Stahlsaite kann in die beiden vereinigten kleinen Halbcylinder eine Furche eingeschliffen werden, deren kreisförmiger Querschnitt denselben Durchmesser hat, als die Saite selbst.

Statt nun die Saite selbst einzuklemmen, ziehe ich sie durch die Oeffnung *o*, Fig. 2, Taf. X, des beschriebenen, aus zwei Stücken zusammengesetzten kleinen Stahlcylinders *abc*, in welchem, um ihn etwas komprimiren zu können, eine kleine Spalte *ao* offen gelassen worden ist. Dieser kleine Cylinder wird dann in eine cylindrische Oeffnung der Messingklemme *defg*, Fig. 3, Taf. X, eingepasst und durch eine Schraube darin festgeklemmt. Die Angabe dieser Befestigungsart verdanke ich dem Herrn Oberbergrath Schaffrinsky in Berlin, welcher durch seine vielen Erfahrungen und durch seine grosse Kunst in feinen mechanischen Arbeiten mich mit Rath und That in meiner gegenwärtigen Arbeit zu unterstützen die Güte hat.

Um nun aber auch die Mittheilung der Schwingungen von der Saite

an die Klemme und an das hölzerne Gestell meines Instrumentes möglichst zu verhüten, habe ich die Klemme in einen, den Schall sehr unvollkommen leitenden Körper, in einen cylindrischen Sandstein *ghi* oder *klm*, Fig. 1, Taf. X, dadurch unbeweglich befestigen lassen, dass sie in eine Oeffnung desselben tief eingefügt, und der kleine Zwischenraum zwischen ihr und dem Steine durch Blei (welches den Schall gleichfalls sehr unvollkommen leitet) ausgegossen wurde.

Damit ferner die eine Klemme der anderen bald schnell, bald langsam genähert oder von derselben entfernt werden könnte, ist der die obere Klemme tragende cylindrische Stein unbeweglich in der Mitte eines grösseren hölzernen Würfels *nopq*, Fig. 1, Taf. X, durch Schrauben befestigt. Dieser hölzerne Würfel füllt den Zwischenraum zwischen den zwei hölzernen Pfeilern Fig. 1, Taf. X, des Gestells aus, und hat zwei breite Falze, mittelst deren er sich wie ein Schlitten, *schnell* an den Pfeilern des Gestells herauf und herunter bewegen, und alsdann an den Pfeilern des Gestells ganz fest anschrauben lässt. Durch diese Bewegung wird die *schnelle* Annäherung oder Entfernung der oberen Klemme von der unteren Klemme bewerkstelligt.

Ein zweiter kleinerer Schlitten *vw*, Fig. 1, Taf. X, der auf dieselbe Weise befestigt und bewegt werden kann, als jener grosse würfelförmige Schlitten, ist durch eine Schraube *xy*, Fig 1, Taf. X, durch deren Drehung der grosse Schlitten *nopq*, Fig. 1, Taf. X, *langsam* verschoben werden kann, mit dem letzteren fest verbunden.

III. Der dritte Theil des Instrumentes besteht in dem Apparate, durch welchen man die Saite genau spannen kann. Die Metallsaite geht, wenn die untere Klemme geöffnet ist, frei zwischen den beiden ebenen Flächen der stählernen Würfel und durch ein Loch *z*, Fig. 1, Taf. X, des unter der Klemme befindlichen hölzernen Gestelles hindurch, und trägt eine zwischen den drei Füssen des Gestelles hängende Schale $\alpha\beta\gamma$, Fig. 1, Taf. X, deren Gewicht genau bestimmt worden ist, und auf welche man die übrigen zur Anspannung der Saite bestimmten Gewichte legen kann.

Durch das Zudrehen der unteren Klemme, während die Saite auf die beschriebene Weise gespannt und dadurch in der Richtung ihrer Länge etwas ausgedehnt worden ist, wird diese Spannung der Saite nicht geändert, weil sie in demselben Zustande der Ausdehnung erhalten wird. Das von den beiden unbeweglichen Klemmen auf diese Weise begrenzte, für tongebende Schwingungen empfängliche Stück der Saite ist also auch jetzt, nach der Zudrehung der unteren Klemme, noch durch dasselbe Gewicht gespannt, als dasjenige ist, welches zuvor an der Saite zog.

Die Art und Weise, wie ich nun dieses Monochord gebrauche, ist folgende:

Die obere, von zwei stählernen Würfeln gebildete, verschiebbare Klemme *cd*, Fig. 1, Taf. X (welche, wie gesagt, eine Einrichtung hat, durch welche ich sie sowohl schnell herauf und herunter schieben, als auch durch Schraubenbewegung langsam heben und senken kann), entferne ich z. B. 3 Par. Fuss von der unteren Klemme. Hänge dann über der oberen Klemme an einem Haken *a* des hölzernen Gestells die gewählte Metallsaite *ab* auf, die dann frei zwischen den beiden stählernen Würfeln der oberen Klemme *cd*, und zwischen den beiden stählernen Würfeln der unteren Klemme *ef* herabhängt. Am unteren Ende der Saite *b* befestige ich nun eine Schale $\alpha\beta\gamma$ und belaste sie etwa mit der Hälfte[1]) des Gewichts, das die Saite, ohne zu reissen, tragen kann; schraube hierauf die obere Klemme *cd* zu, verdoppele dann beinahe das die Saite spannende Gewicht, und schliesse endlich auch die untere Klemme *ef*, und bewirke dadurch, dass das zwischen den zwei Klemmen befindliche Stück der Saite in dem nämlichen Zustande der Ausdehnung und Anspannung erhalten wird, in die es die Schale sammt dem aufgelegten Gewichte versetzt hatte. Wenn nun zuvor an die Saite 1 oder 2 Linien über der unteren Klemme ein kleines Stückchen Messing befestigt worden war, so konnte der Zwischenraum zwischen diesem Stückchen Messing und der unteren Klemme durch Einschiebung eines Keiles gemessen, darauf die untere Klemme geöffnet, das die Saite spannende Gewicht auf die Hälfte vermindert, die Klemme wieder zugeschraubt, und die Messung mit dem Keile wiederholt werden; ein Verfahren, welches den Vortheil gewährt, die Zunahme der Länge der Saite nach einer gewissen Zunahme des die Saite spannenden Gewichtes auszumitteln, und auf diesem Wege das Gewicht des schwingenden Stückes der Saite für *jede* Spannung zu berechnen, nachdem es für irgend *eine* Spannung desselben bestimmt worden ist.

Wurde hierauf der Saite irgend eine beliebige Spannung gegeben, so konnte man zwei Stellen der Saite in den zwei, 3 Fuss von einander abstehenden Klemmen des Instrumentes einklemmen, dieselbe mit einem scharfen Messer an der oberen und unteren Klemme abschneiden, und das abgeschnittene Stück derselben wiegen. Dieses Verfahren verschafft den Vortheil, dass man das die Saite spannende Gewicht kennt, bei welchem dieselbe 3 Fuss lang war.

Erst nachdem ein Stück einer Saite auf die angegebene Weise,

[1]) Diese vorläufige Anspannung der Saite, ehe die obere Klemme gesperrt wird, hat den Vortheil, dass die Saite nachher, bei Vermehrung der Spannung, nicht so leicht an der eingeklemmten Stelle reisst.

sowohl seiner Ausdehnbarkeit als seinem Gewichte nach, genau geprüft worden ist, wende ich dasselbe als klingenden Körper am Monochord an, indem ich das eine Ende desselben am Monochorde befestige, das andere mit einer längeren Saite, die die durch Gewichte zu beschwerende Schale trägt, in Verbindung bringe, und nun einen Theil des Stückes der Saite durch die einander etwas genäherten Klemmen des Instrumentes bei einer bestimmten Spannung einklemme.

Was bei einer Waage der horizontale *Waagbalken* ist, der an seinen beiden Enden von zwei gleichen Gewichten senkrecht herabgezogen wird, das ist die senkrechte, an ihren beiden Enden von gleichen Kräften nach entgegengesetzten Richtungen gezogene *Saite* bei dem beschriebenen Instrumente. Was in der Mitte des horizontalen Waagbalkens das *Hypomochlium* ist, welches alle Bewegung des Waagbalkens in seinem Mittelpunkte hindert, ohne zu hindern, dass die beiden Arme des Waagbalkens und die an ihren Enden ziehenden Gewichte sich in Gleichgewicht setzen, das ist in der Mitte der senkrecht aufgespannten Saite der *Steg* oder die *Klemme*, welche alle Bewegung der Saite an dieser Stelle hindert, ohne zu hindern, dass die beiden Abtheilungen der Saite (die obere *schwingende* Abtheilung der Saite, und die untere, die *Gewichtsschale tragende* Abtheilung derselben) auf den beiden Seiten des unterstützten Punktes, in Hinsicht der Spannung, sich in vollkommenes Gleichgewicht setzen. Wenn nun die beiden Arme der Waage in Gleichgewicht sind, so ist die Summe der in der einen Waagschale liegenden Gewichte ein Maass der Schwere des in der anderen Waagschale liegenden Körpers. Eben so ist, wenn in dem beschriebenen Instrumente die zwei Stücken der Saite, von denen das eine über, und das andere unter dem Unterstützungspunkte befindlich ist, sich im Gleichgewichte befinden, die Summe der am unteren Ende der Saite ziehenden Gewichte, ein Maass des Tones, welchen das transversalschwingende obere Stück der Saite erzeugt.

Für das beschriebene Instrument kann gewiss kein unpassenderer Name als der Name *Monochord* gefunden werden, weil dasselbe bald *eine*, bald *mehrere* senkrecht aufgespannte Metallsaiten haben kann. Ja sogar bei mehreren Versuchen, welche ich mit diesem Instrumente gemacht habe, waren *mehrere* gleichzeitig senkrecht aufgespannte Metallsaiten schlechterdings *nothwendig*. Eine neue Bezeichnung dieses Instrumentes mit einem neuen Namen, wie *Tonwaage* oder *Tonmesser*, dürfte daher wohl, um Missverständnisse zu vermeiden, in Zukunft allgemein eingeführt zu werden verdienen; indessen will ich, um verständlicher zu sein, und weil auf den Namen nichts ankommt, wenn man sich nur die Sache dabei richtig denkt, für jetzt noch den Namen Monochord beibehalten.

Das beschriebene Instrument, das *Monochord*, oder, mit einem anderen Worte, der *Tonmesser*, kann aber ausserdem, dass es dem Akustiker sehr wesentliche Dienste leistet, auch, bei einer etwas anderen Handhabung desselben, von dem Instrumentenbauer und praktischen Musiker auf eine in mancher Rücksicht bequeme und sehr zuverlässige Weise zum Zwecke der Musik, und von einem Physiker zu verschiedenen, sich nicht auf die Akustik beziehenden Experimenten benutzt werden.

1. Soll ein Monochord oder Tonmesser für den Instrumentenbauer und praktischen Musiker bequem sein, so muss er mit demselben Instrumente eben sowohl Töne von der grössten *Höhe*, als von der grössten *Tiefe* mit gleicher Genauigkeit bestimmen können. Wenn nun das Instrument 4 oder 5 Fuss hoch ist, so lässt sich damit dieser Zweck auf das Vollkommenste erreichen. Denn man kann alsdann *erstens* die *tiefsten* Töne, die auf dem Klaviere oder Pianoforte vorkommen, und noch tiefere Töne auf demselben rein hervorbringen. Aber um *zweitens* die *höchsten* Töne damit zu bestimmen, muss man das Instrument auf eine andere Weise handhaben, weil man nach der bis jetzt beschriebenen Methode diese Töne nicht genau würde messen können, da, wenn man eine Saite sehr verkürzt, der Ton derselben unrein wird, indem die verhältnissmässig zu ihrer Kürze sehr dicke Saite dann nicht ganz als ein fadenförmiger, sondern zugleich auch als ein stabförmiger, durch innere Steifigkeit elastischer Körper schwingt. Zur Messung und Bestimmung sehr hoher Töne benutze man daher die ganze Saite, oder ein sehr langes Stück derselben; streiche sie aber mit einem Violinbogen in einer solchen Richtung, dass sie nicht *transversal*, sondern *longitudinal* schwingt. Die *longitudinalen* Töne der Saite bilden, wenn man die Saite allmählig verkürzt, für die *höheren* Stufen die *Fortsetzung* der Tonreihe, welche, für die *tieferen* Stufen, dieselbe *transversal* schwingende Saite gegeben hatte. Auf diese Weise kann man diese Tonreihe bis zu den höchsten, dem menschlichen Gehöre wahrnehmbaren Tonstufen verfolgen und diese höchsten Töne sind, wenn sie Longitudinaltöne sind, viel voller und wohlklingender, als wenn sie durch transversale Schwingung hervorgebracht werden.

Die *Hervorbringung* der *longitudinalen* Töne feiner Metallsaiten hat bei der Berücksichtigung folgender Verfahrungsweise keine Schwierigkeit. Ich gebrauche eine und dieselbe, etwa $^1/_{10}$ Linie dicke, Saite von Eisen oder Messing zur Hervorbringung sowohl der *Longitudinaltöne*, als auch der *Transversaltöne*, und von dieser Saite wiegt ein Stück, das 3 Par. Fuss lang ist, noch nicht $^1/_4$ Gramm. Diese Saite spanne ich durch ein beliebiges Gewicht; denn die Verschiedenheit des Gewichts, durch welches die Saite gespannt wird, ändert den Longitudinalton nicht merklich ab. Dann nehme ich einen Violinbogen, neige ihn

so, dass er mit der Saite etwa einen Winkel von 20° bis 30° bildet. Statt man sich aber bei Hervorbringung von *Transversaltönen* bemühet, eine und dieselbe Stelle der Saite successiv mit den *verschiedenen* Stellen des *Violinbogens* in Berührung zu bringen, so bemühe ich mich bei Hervorbringung der *Longitudinaltöne*, indem ich die Saite möglichst in der Richtung ihrer Länge streiche, eine und dieselbe Stelle des Violinbogens successiv mit den *verschiedenen* Stellen der *Saite* in Berührung zu bringen.

2. Für den Physiker ist das beschriebene Instrument, das *Monochord* oder der *Tonmesser*, ein Hülfsmittel, um Körper, die auf diesem Instrument aufgespannt worden sind, longitudinal tönen zu lassen, die Höhe des longitudinalen Tones derselben zu bestimmen, und aus dieser Höhe auf verschiedene Eigenschaften der Körper zu schliessen. Wie nämlich aus der Länge enger, longitudinalschwingender Orgelpfeifen die Geschwindigkeit der Fortpflanzung des Stosses durch die Luft leicht bestimmt und gemessen werden kann, so kann auch, nach CHLADNI's Entdeckung, die Geschwindigkeit der Fortpflanzung des Stosses durch alle *feste* Materien aus der Höhe longitudinalschwingender, aus diesen Materien verfertigter Saiten oder Stäbe bestimmt werden. Die Geschwindigkeit aber, mit welcher die verschiedenen Materien den Stoss fortpflanzen, ist eine der charakteristischsten, zur Unterscheidung der verschiedenen Materien brauchbarsten Merkmale oder Kennzeichen, sobald man nur im Stande ist, die Prüfung auf diese Eigenschaft bei jeder Materie mit Leichtigkeit und Genauigkeit vorzunehmen. Das beschriebene Instrument kann daher bei einer grossen Klasse von Stoffen, welche Fadenform annehmen, selbst dem Chemiker und Mineralogen zur *Unterscheidung der Stoffe* nützlich werden.

Aus der Geschwindigkeit der Fortpflanzung des Stosses kann der Physiker auf die Kompressibilität und Dilatabilität der Materie durch äussere Druck- oder Zugkräfte schliessen, und es ist für ihn interessant, diese Angaben mit unmittelbaren Messungen der Kompressibilität oder Dilatabilität der verschiedenen Materien zu vergleichen.

Zu diesem Zwecke gewährt nun die oben beschriebene Einrichtung des *Monochords* oder *Tonmessers* dem experimentirenden Physiker den Vortheil, bei der oben (S. 352) beschriebenen Verfahrungsart die Zunahme der Länge der Saite nach einer Vermehrung des die Saite spannenden Gewichtes (woraus er gleichfalls auf die Kompressibilität oder Dilatabilität der Materie, aus welcher die Saite verfertigt ist, schliessen kann) mit Leichtigkeit und Genauigkeit zu messen, indem er an die aufgespannte Saite, 1 oder 2 Linien über der unteren Klemme, ein kleines kugelförmiges Stückchen Messing befestigt, und bei verschiedenen, die Saite spannenden Gewichten den Zwischenraum zwischen diesem Stückchen

Messing und der darunter befindlichen Klemme durch Einschiebung eines feinen Keiles misst.

Es bietet aber dieses Instrument dem experimentirenden Physiker ausserdem noch manche andere Gelegenheit zu interessanten Versuchen dar.

So habe ich z. B. bemerkt, dass, wenn eine senkrecht aufgespannte feine Eisensaite durch immer grössere Gewichte angespannt wird, bis sie endlich reisst, das am eingeklemmten Ende hängenbleibende Stück der Saite eine bleibende Ausbeugung von der Fig. 4, Taf. X, *a, b, c, d* abgebildeten Gestalt erhält, welche, so oft der Versuch wiederholt wird, immer wieder auf dieselbe Weise entsteht. Offenbar ist unter den beschriebenen, nach allen Richtungen in der Horizontalebene vollkommen symmetrischen Umständen und Verhältnissen, unter welchen die Saite reisst, kein anderer Grund zu einer solchen einseitigen Ausbeugung der Saite vorhanden, als dass die Saite an der Stelle, wo sie reisst, nicht im ganzen Querschnitt zugleich reisst, sondern dass die Theile der Saite auf irgend einer Seite derselben sich von einander zu trennen anfangen, und dass dieses Losreissen der einzelnen Längenfasern sich allmählig bis auf die gegenüberliegende Seite des Umrings der Saite fortsetzt. Der beschriebene Versuch misslingt aber sehr leicht, wenn man eine an ihrem einen Ende eingeklemmte Saite dadurch zerreisst, dass man an ihr anderes Ende mehr und mehr Gewichte anhängt; denn die Saite reisst dann leicht an der eingeklemmten Stelle, wegen des kleinen Eindruckes, den die Klemme in die Saite macht. Klemmt man aber *beide* Enden der Saite zwischen den *beiden* Klemmen des Instrumentes ein, und spannt die Saite nach und nach dadurch an, dass man durch die oben (S. 351) beschriebene Schraubenbewegung die obere Klemme von der unteren Klemme nach und nach weiter entfernt, so glückt der Versuch jedesmal. Die Saite reisst unter den angeführten Umständen gewöhnlich an dem Ende, welches in der bewegten Klemme befestigt ist, und die Fig. 4, Taf. X, abgebildete Ausbeugung findet sich dann an dem Ende der Saite, welches in der *nicht* bewegten Klemme eingeklemmt ist. Risse aber auch die Saite an dem Ende, welches in der *nicht* bewegten Klemme eingeklemmt ist, so würde doch der Versuch glücken, und die Ausbeugung sich an der gegenüberliegenden Klemme bilden.

Es würde zu weit führen, wenn ich hier alle anderen mit diesem Instrumente angestellten Versuche beschreiben wollte. Ich hoffte, die Konstruktion und die Brauchbarkeit dieses Instrumentes, von der ich hier eine anschauliche Vorstellung zu geben mich bemüht habe, würde, weil mit demselben viele Versuche, welche ich zum Theil (Poggendorff's Annalen, Bd. XIV, Heft 1 und 3[1]) mitgetheilt habe und welche nach

[1] [W. Weber's Werke I, p. 413 und 257.]

dieser Beschreibung des wichtigsten Apparates leichter übersehen werden können, gemacht worden sind, vielleicht denen, welche einige Versuche wiederholen oder weiter fortsetzen wollten, willkommen sein.

Die Benutzung und allgemeinere Verbreitung des beschriebenen Instrumentes, des Monochords oder Tonmessers, unter Musikern und Instrumentenbauern hat aber mehrere Schwierigkeiten, von denen sich indess einige sehr vermindern lassen. Ein Hinderniss liegt z. B. darin, dass man bei dem von mir angegebenen Gebrauch des Instrumentes feine Wägungen der Saiten vornehmen muss, zu welchen viele Menschen weder Geduld und Geschicklichkeit, noch ausreichend feine Waagen besitzen.

Diese Wägungen gehen schon sehr ins Feine, wenn man sehr *feine* Saiten zwischen den zwei Klemmen dieses Instrumentes aufspannt, was zu empfehlen ist, weil solche feine Saiten am beugsamsten sind, und ihre innere Steifigkeit oder sogenannte Federkraft gegen das die Saite spannende Gewicht am wenigsten in Betracht kommt, wodurch die Tonmessung leichter und genauer wird. Denn von einer solchen feinen Saite wiegen z. B. 3 Fuss oft nicht mehr als $^1/_4$ Gramm; und ein Fehler von einem Milligramme würde dann schon bei der Tonbestimmung von Einfluss sein.

Dieser Schwierigkeit könnte man aber vorbeugen, wenn man durch die genauesten von der Akustik dargebotenen Hülfsmittel geprüfte und verbürgte Stimmgabeln, wie es in jeder Rücksicht für Instrumentenbau, Orchestermusik und für die treue Erhaltung der jetzigen Kompositionen für die Nachwelt zu wünschen ist, mit solchen Instrumenten zugleich verbreitete. Denn durch den gleichzeitigen Gebrauch einer solchen Stimmgabel und des Monochords könnte sich der Instrumentenbauer und der praktische Musiker jedes solchen mühsamen Wägens der Saite überheben, indem er dafür einen für ihn viel leichter und genauer auszuführenden Versuch machte. Indem er nämlich eine Saite von bekannter Länge blos so lange anspannte, bis sie ganz genau den Ton der verbürgten Stimmgabel gäbe, könnte er mittelst einer Tabelle, die man dem Instrumente beifügte, das Gewicht der Saite eben so genau, wie mittelst der feinsten Waage, ein- für allemal bestimmen.

Bei dem Verkauf eines *Monochords* oder *Tonmessers* müsste also zugleich eine solche *verbürgte* Stimmgabel beigelegt werden, und zugleich auch eine kleine *Tabelle* beigefügt werden, in welcher ein Instrumentenbauer oder praktischer Musiker, ohne dass er zu rechnen nöthig hätte, aus dem beobachteten Tone gleich das Gewicht der Saite auffinden könnte.

Eine solche Tabelle, welche auf die beschriebene Weise den Instrumentenbauer oder Musiker in den Stand setzte, aus einer gemachten

Tonbestimmung das Gewicht der Saite zu finden, ist z. B. folgende, welche für den Fall gilt, dass das zwischen beiden Klemmen des *Monochords* oder *Tonmessers* eingeschlossene, freischwingende Stück der Saite 1 Par. Fuss Länge hat, und dass die Stimmgabel den Ton $\bar{a}$ giebt, oder dass verbürgt ist, dass sie 864 Schwingungen in 1 Sekunde vollende.

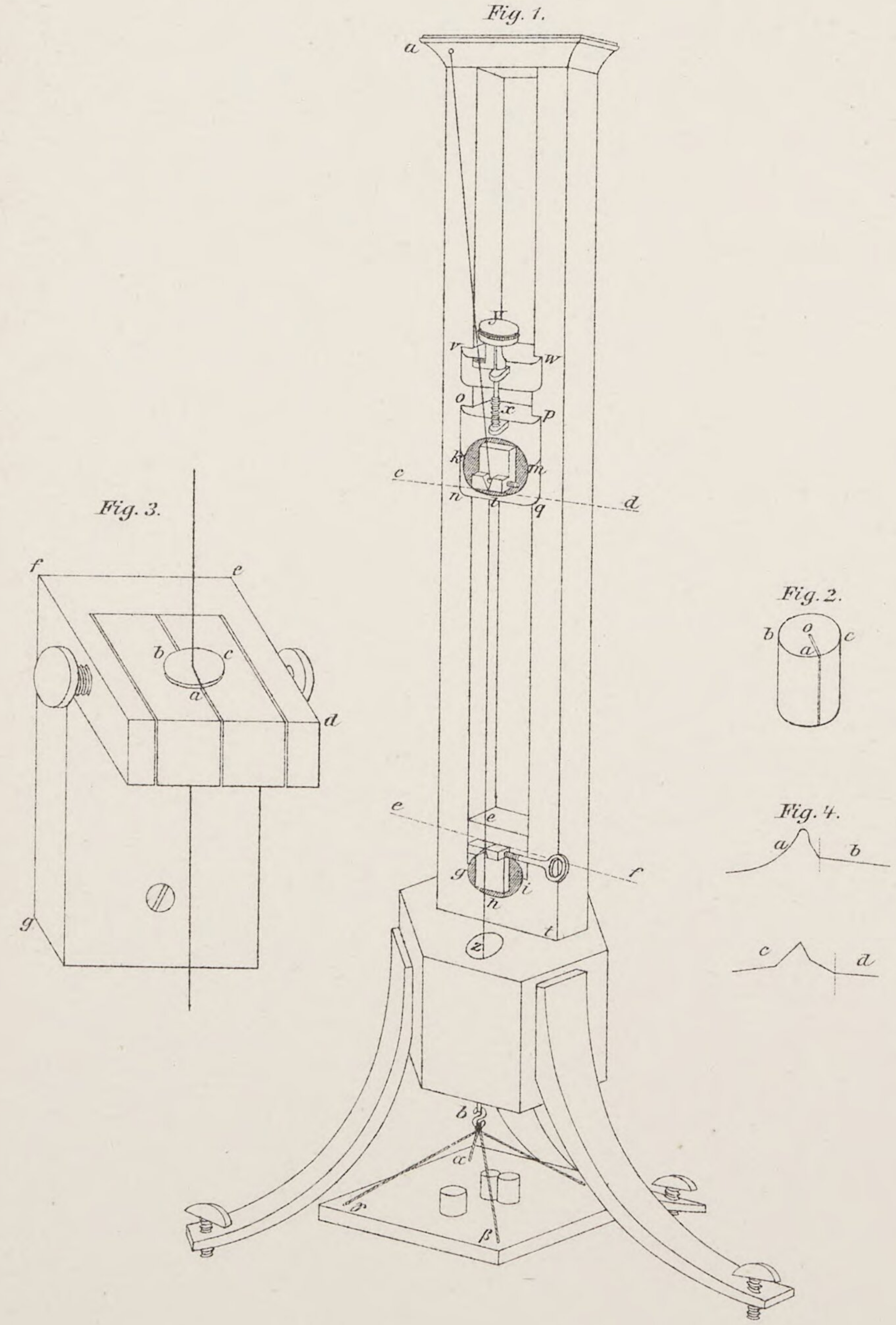
Wenn bei hergestelltem Einklang der Stimmgabel und der Saite letztere von folgenden Gewichten gespannt wird,	so wiegt ein Fuss langes Stück dieser Saite.
1000 gr	40,45 mgr
1300 „	52,58 „
1600 „	64,72 „
1900 „	76,85 „
2200 „	88,99 „
2500 „	101,13 „
2800 „	113,26 „
3100 „	125,40 „
3400 „	137,53 „
3700 „	149,67 „
4000 „	161,80 „

Mit gleichem Rechte könnte eine *zweite* kleine Tabelle beigelegt werden, durch welche der Künstler auch alles übrigen Rechnens bei Vergleichung aller mit diesem Instrumente angestellten Tonmessungen überhoben würde.

Der durch Anschaffung dieses Instrumentes veranlasste Kostenaufwand kann sehr verschieden sein. Das erste Instrument dieser Art, welches ich mir selbst aus den einfachsten Bestandtheilen zusammensetzte, kostete mir nicht mehr als 3 Thaler.

Wenn das Instrument aber in einer guten mechanischen Werkstatt in allen seinen Theilen genau ausgeführt wird, so dass es zu allen musikalisch-praktischen und physikalischen Zwecken vollkommen hinreicht, so fragt es sich, ob ein hölzernes oder stählernes Prisma zur Verschiebung der Klemmen erfordert werde. Im ersteren Falle würde es in der Werkstatt des Herrn Oertling in Berlin etwa 60 Thaler, im letzteren Falle etwa 120 bis 200 Thaler kosten.

Aus dem Gesagten erhellt allerdings, dass zu erwarten sei, dass ein solches Instrument nur von wenigen Musikern wird gekauft und geschickt angewendet werden. Indessen würde es für die Musik schon ein grosser Gewinn sein, wenn es wenigstens in grossen musikalischen Anstalten angewendet, und von solchen, welche Stimmgabeln verfertigen und prüfen, benutzt würde. Diese musikalischen Anstalten verschiedener Länder und Welttheile könnten sich nach und nach über eine allgemein


Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.

anzunehmende Stimmung in Uebereinstimmung setzen. Kleinere Anstalten aber und einzelne Musiker und Instrumentenbauer würden schon aus den durch solche Anstalten berichtigten Stimmgabeln des Vortheils theilhaftig werden, den eine allgemeine Uebereinkunft über einen so wichtigen Gegenstand mit sich führte. Ich beziehe mich in dieser Hinsich auf dasjenige, was über die Wichtigkeit solcher Instrumente schon von Ernst Gottfried Fischer in den Abhandlungen der Königl. Preussischen Akademie der Wissenschaften, von den Jahren 1822 und 1823, gesagt worden ist.

XXI.

Ueber die Tartini'schen Töne.

Von

Wilhelm Weber.

[Poggendorff's Annalen, XV, p. 216—222, 1829.]

Es ist eine bekannte Erscheinung, dass, wenn zwei Töne auf einem Instrumente mit aushaltenden Tönen, z. B. auf einer Orgel oder Violine, zu gleicher Zeit erregt werden, im Gehörorgane die Empfindung eines dritten Tones, welcher tiefer als beide ist, entstehen kann. Zwei Töne, z. B. $\bar{c}$ und $\bar{e}$, welche eine grosse Terz bilden, erregen, wenn sie auf einer rein gestimmten Orgel zu gleicher Zeit angeschlagen werden, nicht nur die Empfindung von $\bar{c}$ und $\bar{e}$, sondern auch die eines um zwei Oktaven tieferen Tones, als der tiefere der beiden angeschlagenen Töne ist, nämlich die Empfindung von C.

Da nun dieser tiefere Ton auch dann gehört wird, wenn diejenige Pfeife der Orgel, welche allein tönend den tieferen Ton C hervorbringt, aus dem Instrumente herausgenommen worden ist, so kann er nicht von einem Mitklingen dieser Pfeife herrühren.

Uebrigens kennt man diese Erscheinung schon lange und hat sie auch genügend erklärt, und die Richtigkeit der Erklärung durch verschiedene Versuche bewiesen. Sorge, der 1740 lebte, erwähnt sie bereits, und Rameau und Tartini beobachteten sie genauer, daher der dritte tiefere, unter den erwähnten Umständen entstehende Ton, der Tartini'sche Ton genannt worden ist[1]).

Der physikalische Grund *eines jeden* durch die Luft gehörten Tones ist nämlich *ein* Zug regelmässig auf einander folgender Wellen, die sich durch die Luft zum Gehörorgane fortpflanzen und an das Trommelfell in gleichen auf einander folgenden Zeiträumen anschlagen und dasselbe erschüttern.

[1]) Siehe Chladni's neue Beiträge zur Akustik. Leipzig, 1817. S. 73.

Werden *zwei* Töne zu gleicher Zeit hervorgebracht, so werden *zwei* Wellenzüge die Luft erfüllen.

Wenn diese Wellen so am Trommelfelle anlangen, dass bald die Wellen *beider* Wellenzüge zu gleicher Zeit das Trommelfell nach innen stossen und wieder nach aussen ziehen, bald aber die Welle des *einen* Wellenzuges das Trommelfell nach *aussen* zieht, während die des *anderen* dasselbe nach *innen* stösst, so verstärken und vermindern die zwei Wellenzüge ihren Eindruck auf das Trommelfell abwechselnd, und bewirken dadurch, dass das Ohr ein abwechselndes Anschwellen und Abnehmen der beiden Töne empfindet.

Wenn aber diese Abwechselungen des Anschwellens und Abnehmens der beiden Töne so schnell vor sich gehen, dass sie nicht mehr einzeln unterschieden werden können, wenn sie z. B. 30 Mal, 40 Mal und noch öfter in einer Sekunde erfolgen, so empfindet das Ohr den Eindruck eines Tones, der mit dem Tone eines eben so vielmal schwingenden Körpers im Einklang ist.

Wenn z. B. vier Wellen des einen Wellenzuges in dem nämlichen Zeitraume, als fünf Wellen des anderen Wellenzuges zum Ohre gelangen, so wird in jedem solchen Zeitraume ein Anschwellen und ein Abnehmen beider Töne vom Ohre empfunden werden, oder, wenn diese zu schnell einander folgen, um einzeln bemerkt zu werden, so wird ein tiefer Ton empfunden werden, welcher demjenigen an Tiefe gleich ist, welcher erregt werden würde, wenn das Trommelfell von 4 Mal langsamer auf einander folgenden Wellen erschüttert würde, als die Wellen des ersten Wellenzuges. Ein solcher Ton ist zwei Oktaven tiefer, als der von jenem ersten Wellenzuge hervorgebrachte Ton.

Da der physische Grund des Tartini'schen Tones bekannt ist, so lässt sich auch leicht für jeden Fall die Höhe des Tartini'schen Tones im Voraus bestimmen, das Verhältniss der beiden angeschlagenen Töne sei, welches es wolle, und es lässt sich auch bestimmen, wenn mehrere solcher tiefen Töne gleichzeitig möglich wären, welcher von ihnen am deutlichsten werde gehört werden.

Zur Entstehung des Tartini'schen Tones wird blos erfordert, dass z. B. vier Wellen des einen Wellenzuges fast in derselben Zeit als fünf Wellen des anderen Wellenzuges zum Ohre gelangen, und dass die darauf folgenden vier und fünf Wellen der beiden Wellenzüge wieder, und die darauf folgenden vier und fünf Wellen wieder *fast* in derselben Zeit zum Ohre gelangen, kurz, dass nach einer so vielmaligen Wiederholung, als zur Empfindung eines so tiefen Tones nothwendig ist, noch keine störende Abweichung des wahren Verhältnisses und des ihm nahe kommenden Verhältnisses sich zeige.

Wenn also das Verhältniss, in welchem die Breiten der Wellen

zweier Wellenzüge zu einander stehen, *fast* das von 4 : 5 ist, so ist zwar der Tartini'sche Ton zwei Oktaven tiefer, als der tiefere der beiden angeschlagenen Töne, wird aber schwächer gehört, als wenn das Verhältniss *genau* 4 : 5 ist.

Wenn das Verhältniss, in welchem die Breiten der Wellen zweier Wellenzüge zu einander stehen, *fast* das von 5 : 6 ist, so ist zwar der Tartini'sche Ton noch um eine Terz mehr als um zwei Oktaven tiefer, als der tiefere der beiden angeschlagenen Töne, wird aber schwächer gehört, als wenn das Verhältniss *genau* 5 : 6 ist.

Wenn das Verhältniss, in welchem die Breiten der Wellen zweier Wellenzüge zu einander stehen, dem von 5 : 6 eben so nahe, als dem von 4 : 5 läge, so wäre es möglich, dass man bald einen Tartini'schen Ton, der noch um eine Terz mehr als um zwei Oktaven, bald einen, der um zwei Oktaven tiefer, als der tiefere der beiden angeschlagenen Töne wäre, sehr schwach bemerkte, worüber indessen bis jetzt Versuche fehlten[1]).

[1]) Die dem wahren Verhältnisse, in welchem die Breiten der Wellen zweier Wellenzüge stehen, nahe kommenden Brüche lassen sich alle durch Kettenbrüche der Reihe nach in kleinen Zahlen angeben.

Wenn a Wellen des einen Wellenzuges in derselben Zeit zum Trommelfell gelangen, als b Wellen des anderen Wellenzuges, so bilde man aus dem Verhältnisse $a : b$ einen Kettenbruch: $\frac{a}{b} = \cfrac{1}{\alpha + \cfrac{1}{\beta + \cfrac{1}{\gamma}}}$ etc., so wird das Verhältniss $a : b$ wenig von $\frac{\beta}{\alpha\beta + 1}$, $\frac{\beta\gamma + 1}{\alpha\beta\gamma + \alpha + \gamma}$ etc. verschieden sein.

Der Tartini'sche Ton kann sich in diesem Falle zum tieferen der beiden angeschlagenen Töne, entweder wie $1 : \beta$, oder wie $1 : \beta\gamma + 1$ etc. verhalten. Welcher von diesen möglichen Tartini'schen Tönen vom Ohre werde empfunden werden, hängt davon ab, wie viel Stösse auf das Trommelfell nothwendiger Weise einander folgen müssen, damit das Ohr die Empfindung eines so tiefen Tones habe.

Das kleinste der angeführten Verhältnisse

$$\frac{\beta}{\alpha\beta + 1}, \quad \frac{\beta\gamma + 1}{\alpha\beta\gamma + \alpha + \gamma} \text{ etc.,}$$

welches so wenig vom wahren Verhältnisse $a : b$ verschieden ist, dass in der zu so viel Stössen erforderlichen Zeit keine störende Abweichung sich zeige, wird den Tartini'schen Ton so bestimmen, als wenn er selbst das wahre Verhältniss wäre, nur mit dem Unterschiede, dass der Tartini'sche Ton nur schwach hörbar ist.

Weil das wahre Verhältniss $a : b$ immer zwischen zwei auf einander folgenden der angeführten Verhältnisse liegt, so kann der Fall eintreten, dass zwei solche auf einander folgende Verhältnisse der angeführten Bedingung fast in gleichem Grade genügen, und es wäre dann möglich, dass das Ohr bald den einen, bald den anderen Tartini'schen Ton bemerke.

Es ist nicht zu leugnen, dass vollständigere Beobachtungen der Tartini'schen Töne, vorzüglich für die Fälle, wo sie sehr an Stärke und Deutlichkeit verlieren, interessant sind, auch wenn sie nur einen Beweis geben, wie weit sich die Beobachtung derselben verfolgen lasse. Herr Baron Blein hat in einer Schrift[1]), deren Mittheilung ich der Güte des Herrn A. von Humboldt verdanke, eine Reihe solcher Beobachtungen bekannt gemacht, welche in den folgenden Tabellen zusammengestellt sind.

Herr Baron Blein stellte diese Versuche mit zwei Saiten an, von denen die eine immer den Ton *c* gab, indem sie 256 Schwingungen in einer Sekunde machte. Die andere Saite wurde successiv so gespannt, dass sie nach und nach die in der folgenden Tabelle angeführte Reihe von Tönen gab.

Ton der ersten Saite.	Schwingungen der ersten Saite während 1 Sek.	Ton der zweiten Saite.	Schwingungen der zweiten Saite während 1 Sek.	Tartini'scher Ton beim Zusammenklingen beider Saiten.	Schwingungen, welche eine Saite in 1 Sekunde machen müsste, um denselben Ton hervorzubringen.
c	256	c	256	c	256
c	256	$c\sharp$	$266\,^{2}/_{3}$	c^{b}	$245\,^{1}/_{3}$
c	256	d^{b}	$271\,^{1}/_{15}$	H	$238\,^{14}/_{15}$
c	256	d	$284\,^{9}/_{15}$	B	$227\,^{5}/_{9}$
c	256	d	288	$A\sharp$	224
c	256	$d\sharp$	300	A	212
c	256	e^{b}	$307\,^{1}/_{5}$	A^{b}	$204\,^{4}/_{5}$
c	256	e	320	G	192
c	256	f	$341\,^{1}/_{3}$	F	$170\,^{2}/_{3}$
c	256	$f\sharp$	$355\,^{5}/_{9}$	E^{b}	$156\,^{4}/_{9}$
c	256		362	$D\sharp$	150
c	256	g^{b}	$368\,^{16}/_{25}$	D	$143\,^{9}/_{25}$
c	256	g	384	C	128
c	256	$g\sharp$	400	D	144
c	256	a^{b}	$409\,^{3}/_{5}$	E^{b}	$153\,^{3}/_{5}$
c	256	a	$426\,^{2}/_{3}$	F	$170\,^{2}/_{3}$
c	256	$a\sharp$	$455\,^{1}/_{9}$	$G\sharp$	$199\,^{1}/_{9}$
c	256	b	$460\,^{4}/_{5}$	A^{b}	$204\,^{4}/_{5}$
c	256	h	480	$A\sharp$	224
c	256	$\bar{c}^{b}$	$491\,^{13}/_{25}$	B	$235\,^{13}/_{25}$
c	256	$\bar{c}$	512	c	256

In folgender Tabelle sind die Fälle zusammengestellt, in welchen Herr Baron Blein zwei Tartini'sche Töne unterscheiden konnte.

[1]) Exposé de quelques principes nouveaux sur l'acoustique et la théorie des vibrations, et sur l'application à plusieurs phénomènes de la physique. Par le Baron Blein, ancien Offiziergénéral du génie. Paris 1827.

Ton der ersten Saite.	Schwingungen der ersten Saite während 1 Sekunde.	Ton der zweiten Saite.	Schwingungen der zweiten Saite während 1 Sekunde.	Erster Tartini'scher Ton beim Zusammenklingen beider Saiten.	Schwingungen, welche eine Saite in 1 Sekunde machen müsste, um denselben Ton hervorzubringen.	Zweiter Tartini'scher Ton beim Zusammenklingen beider Saiten.	Schwingungen, welche eine Saite in 1 Sekunde machen müsste, um denselben Ton hervorzubringen.
c	256	*f*♯	362	*D*♯	150	Kontra *A*	106
c	256	*f*♯	$355^5/_9$	*E*♭	$156^4/_9$	Kontra *G*♯	$99^5/_9$
c	256	*g*♭	$368^{16}/_{25}$	*D*	$143^9/_{25}$	Kontra *A*♯	$112^{16}/_{25}$
c	256	*d*♯	300	*A*	212	32 Fuss *F*♯	44

Es ist zu bedauern, dass Herr Baron Blein die Entstehungsart dieser Tartini'schen Töne nicht gekannt, und daher das Gesetz, dem sie folgen, zu errathen gesucht hat. Da diese schwierigen Beobachtungen nur einen geringen Grad von Genauigkeit verstatten, so übersieht man wohl, dass Herr Baron Blein auf diesem Wege schwerlich zu dem wahren Gesetz gelangen konnte, und es scheint uns daher nicht wider Erwarten, dass in den Beobachtungen des Herrn Baron Blein einige beträchtliche Abweichungen vorkommen.

XXII.

Vergleichung der Theorie der Saiten, Stäbe und Blaseinstrumente.

Von

Wilhelm Weber.

[Poggendorff's Annalen, XXVIII, p. 1—17, 1833.]

Das grösste Interesse und der bedeutendste Einfluss, den die Akustik in neuerer Zeit auf theoretisch-physikalische Forschungen gehabt hat, ist mehr indirekt als direkt gewesen; die akustischen Untersuchungen haben zwar zu einer vortrefflichen Norm bei Untersuchungen in anderen Gebieten der Physik gedient, aber sie selbst haben in dieser Zeit nur Ergänzungen im Einzelnen erhalten, es ist keine neue Bahn für sie gebrochen worden, kein neues Element hinzugekommen, wodurch die Aufmerksamkeit in dieser Wissenschaft auf die vielen wirklich vorhandenen, aber noch wenig beachteten Modifikationen der Schallerscheinungen gerichtet worden wäre. — Die Fundamente der Akustik erscheinen seit längerer Zeit wie abgeschlossen, und man betrachtet es mehr als eine blosse Aufgabe der Rechnung, sie allseitig zu benutzen, um sie überall in Anwendung zu bringen.

Die neue Wellentheorie des Lichtes wurde anfangs hauptsächlich auf eine Analogie mit den Schallerscheinungen begründet, ist aber so schnell fortgeschritten, dass sie dieser Analogie bald entbehren kann. Man hat in der Wellentheorie des Lichtes zu den Analogien, die mit den Schallerscheinungen Statt finden, auch wesentliche Unterschiede aufgefunden, wodurch einige der Akustik ganz fremde Elemente in die Wellenlehre des Lichtes eingedrungen sind. Und diese der Akustik fremdartigen Elemente haben sich gerade am fruchtbarsten erwiesen, so dass der tiefste Zusammenhang der optischen Erscheinungen hauptsächlich auf ihnen beruht, wodurch die Analogie mit den Schallerscheinungen sehr beschränkt worden ist. Einen solchen eigenthümlichen Hebel hat Fresnel durch Nachweisung der auf die Richtung der Lichtstrahlen normalen Schwingungen der Lichttheilchen entdeckt, und

dadurch ist die Analogie der Fortpflanzung des Lichtes im Lichtäther mit der des Schalles in der Luft aufgehoben worden. In der Lichtlehre ergiebt sich aus diesem specifischen Unterschiede der Schlüssel zur Erklärung einer unglaublichen Menge von Erscheinungen, z. B. der Interferenzen und der Kreispolarisation. Die Lehre vom Lichte ist dadurch auf einen Punkt gekommen, wo sie nur noch wenig aus der Akustik entlehnen kann.

Wären die Fundamente der Akustik wirklich in einer solchen Art vorhanden, dass nur wenig noch von physikalischer Seite hinzugethan werden könnte, so könnten wir für die Gegenwart damit uns wohl begnügen, in der festen Ueberzeugung, die darauf zu gründen wäre, dass mit der Zeit die zum Theil schwierigen Rechnungen Stück für Stück ausgeführt werden würden, und das Wachsthum dieser Wissenschaft dadurch für die Zukunft fest begründet wäre. Ein solches sicheres Fortschreiten der Akustik erkennt man nun sehr leicht in der Theorie der Saiten und elastischen Stäbe. Alle Modifikationen der Schallerscheinungen, die in der bisherigen Theorie der Saiten und Stäbe noch nicht erörtert worden sind, werden gewiss in der Folge durch weiter geführte Rechnungen vollständig entwickelt werden. Die Theorie der Saiten und der Stäbe, so wie der Fortpflanzung des Schalles, sind daher bis jetzt allein als das klassische Gebiet der Akustik anzusehen, und wirklich sind sie auch in vielen anderen Theilen der Akustik zum Muster genommen worden, und man ist in diesen anderen Theilen nur so weit gedrungen, als analoge Principien führen konnten, und ist stehen geblieben, sobald zur weiteren Ausbildung neue physische Principien erfordert wurden.

Ich will von physikalischer Seite nur einige Gegenstände zum Beweis anführen.

1. *Schwingungsknoten der Stäbe.*

Wie richtig und der Natur angemessen die Theorie der Schwingungen elastischer Stäbe, wie sie schon von Jacob Bernoulli und Euler gegeben und neuerlich von Poisson wieder neu begründet worden ist, sei, erkennt man desto mehr, je mehr man die Resultate dieser Theorie in Anwendung bringt. Die meisten dieser Resultate sind von Chladni und Savart gründlich genug mit der Erfahrung verglichen worden, und wir brauchen nicht bei ihnen zu verweilen. Ein Resultat ist jedoch meines Wissens der Aufmerksamkeit der Physiker entgangen, das gerade meiner Meinung nach vorzugsweise beachtet zu werden verdient, schon wegen des Nutzens, den dasselbe bei Konstruktion musikalischer Instrumente gewähren kann. Dieses Resultat betrifft die Lage der Schwingungsknoten bei frei schwingenden elastischen Stäben, für welche

Chladni empirische Regeln zur Aufsuchung gegeben hat, die aber ganz unbestimmt und unsicher sind. Diese Lage der Schwingungsknoten braucht man gar nicht nach empirischen Regeln zu *suchen*, sondern man kann deren Lage nach Gesetzen a priori *berechnen* mit einer Schärfe, die man durch Suchen nie erreichen wird. In Euler's Abhandlung ist eine Gleichung enthalten, die diese Lage der Schwingungsknoten für alle Fälle bestimmt. Wenn diese Gleichung etwas komplicirt erscheint, so braucht man nur zu bedenken, dass nur wenige Fälle zu berechnen sind, und dass die gewonnenen Zahlen dann für immer gebraucht werden können. Diese Lage der Schwingungsknoten findet man dieser Gleichung nach für

den Grundton 0,22440 von jedem Ende

den ersten Falsetton 0,13205 von jedem Ende und in der Mitte

den zweiten Falsetton $\left.\begin{matrix}0{,}09435\\0{,}35535\end{matrix}\right\}$ von jedem Ende.

Ich könnte Versuche zur Bestätigung anführen, es ist aber nicht nöthig, uns mit der Beschreibung dieser Versuche aufzuhalten, da zur Bestätigung folgende Bemerkung vollkommen genügt.

Wenn man nach Chladni's empirischen Regeln die Schwingungsknoten aufgefunden hat, muss man nach seiner eigenen Vorschrift dieselben auf weichen Unterlagen befestigen, wenn der Ton des Stabes rein und voll forthallen soll. Er empfiehlt zu diesen Unterlagen abgerundete Stücken Kork oder Gummi elasticum, und zur Befestigung derselben das blosse Anbinden mit Zwirnfäden.

Wenn man aber a priori die Lage der Schwingungsknoten berechnet, und darnach auf beiden Seitenflächen eines prismatischen oder cylindrischen Stabes die Endpunkte der beiden Drehungsaxen bezeichnet hat, so kann man getrost an diesen Punkten feine konische Vertiefungen einbohren lassen, und nun zwischen festen Spitzen diese beiden Drehungsaxen einklemmen, und wenn man einem solchen Stab den geringsten Schlag ertheilt oder mit dem Violinbogen streicht, tönt er eben so vollkommen und eben so lange fort, wie eine angeschlagene Stimmgabel, was ich auf Chladni's Methode nie erreicht habe.

Der Vortheil, der daraus zu ziehen ist, wird sehr leicht einleuchten. 1. Zur Anwendung der Chladni'schen Methode gehört stets eine geübte und geschickte Hand, die Anwendung der Theorie dagegen kann fabrikmässig betrieben werden. 2. Durch Anwendung der Chladni'schen Methode erreicht man nie bei einer Reihe von Stäben völlige Gleichförmigkeit, sondern bei dem einen wird die Befestigung besser, bei dem anderen schlechter gelungen sein, und dieser Unterschied hat Einfluss auf den Ton. 3. Die weichen Unterlagen und das blosse Aufbinden veranlassen eine Lockerheit, die in gut konstruirten Instrumenten nicht zu dulden ist.

2. *Kompensation der Saiten.*

Aus der Theorie schwingender Saiten werden sich, sobald sie nöthig würden, eine Menge Regeln für den praktischen Gebrauch ergeben. Des Beispiels wegen führe ich nur Folgendes an.

Wenn eine gespannte Saite, wie gewöhnlich, zwischen zwei unveränderlichen Punkten fixirt ist, und sie wird angeschlagen, so nimmt dieselbe zwischen den beiden fixen Punkten eine krumme Lage an, und folglich eine grössere Länge, mit der nothwendig eine grössere Spannung verbunden ist.

Der Einfluss dieser grösseren Spannung muss desto merklicher werden, je grösser die Exkursionsweite der schwingenden Saite ist, und folglich muss der Ton der Saite, wenn er stark ist, höher sein, als wenn er schwach ist.

Wirklich ist dieser Unterschied sehr merklich, vorzüglich wenn die Saite einen niederen Grad der Spannung hat.

Bei vielen Tastinstrumenten scheint es, braucht diesem Uebelstand nicht vorgebeugt zu werden, weil unser Ohr bei solchen momentan angeschlagenen, und verhallenden Tönen für feine Unterschiede unempfindlich ist.

Dagegen, wenn man sollte in Zukunft mehrfach Instrumente nach Art des Kaufmann'schen Harmonichords bauen, wo jede Saite forttönen und jeder Ton für sich anschwellen und abnehmen soll, würde es zu Dissonanzen führen, wenn man keine Kompensation für die mit grösseren Schwingungen verbundene grössere Spannung eintreten lassen wollte.

Man kann aber leicht eine Modifikation in den Schwingungen der Saiten bewirken, wodurch dieser Uebelstand vermieden wird, und kann diese Modifikation der Rechnung unterwerfen und a priori aus der Theorie praktische Regeln für den Bau solcher Instrumente ableiten.

Man pflegt nämlich bei allen Saiteninstrumenten das schwingende Stück der Saite durch zwei Stege zu begrenzen, welche nach oben eine scharfe Kante kehren, über welche die Saite gespannt wird.

Es liegt aber nichts in der Natur der Sache, warum diese Stege mit scharfen Kanten versehen sein müssten, sondern die Saiten tönen eben so gut auch, wenn die Stege abgerundet sind, und der Krümmungshalbmesser kann, selbst unbeschadet der Schwingung, beträchtlich gross gemacht werden.

Ferner ist es für die Sache einerlei, ob die beiden Stege auf einer und derselben Seite der Schwingungssaite, oder auf entgegengesetzten Seiten sich befinden, in welchem letzteren Falle die gespannte Saite *über* den einen Steg und *unter* den anderen Steg weggehen würde.

Endlich liegt nichts in der Natur der Sache, warum die Saite von ihrer Mitte aus zum Vibriren gebracht werden müsste, sondern sie kann mit gleichem Rechte nahe am einen oder anderen Ende, und nach Belieben in der Richtung von oben nach unten, oder von unten nach oben gestrichen werden. Wir wissen sogar, dass man schon jetzt bei den meisten Saiteninstrumenten wirklich dies zu thun pflegt.

Dies vorausgesetzt, giebt die Theorie Mittel an die Hand, die Schwingungen so zu modificiren, dass bei starken Schwingungen eine Kompensation bewerkstelligt werde, und die grossen Schwingungen der Saite, der vermehrten Spannung ungeachtet, von gleicher Dauer seien, wie die kleinen Schwingungen der Saite.

Die Theorie giebt nämlich das Gesetz an die Hand, dass wenn der Gipfel der Ausbeugung, wenn die Saite aufwärts schwingt, dem Stege a zunächst liegt, der Gipfel der Ausbeugung, wenn die Saite nach unten schwingt, dem Stege b zunächst zu liegen komme.

Wenn aber die Saite *über* den Steg a weggeht, und derselbe abgerundet ist, so wird bei der ersten Ausbeugung der Saite ein Stück der Saite sich von dem Stege abwickeln, und die schwingende Saite dadurch verlängert werden, und diese Verlängerung wird grösser oder kleiner sein, je nachdem der Krümmungshalbmesser des Steges grösser oder kleiner ist.

Eben so wird, wenn die Saite *unter* dem Stege b weggeht, und letzterer abgerundet ist, bei der letzteren Ausbeugung ein Stück der Saite auf dieselbe Weise vom Stege b sich abwickeln, und die schwingende Saite der Grösse des Krümmungshalbmessers proportional verlängert werden.

Beide Wirkungen werden sich demnach summiren, und werden bewirken, dass bei grossen Schwingungen der Saite die *mittlere* Länge des schwingenden Stückes grösser ist als bei kleinen Schwingungen, wo keine merkbare Abwickelung Statt findet.

Durch diese Verlängerung der Saite wird aber die Schwingungsdauer der Saite vergrössert, welche durch die grössere Spannung verkleinert worden war, und es kommt nur darauf an, die Verhältnisse zu berechnen, unter welchen beide Einflüsse gleich und entgegengesetzt sind, und sich folglich kompensiren, — um praktische Regeln für den Bau solcher Instrumente zu gewinnen.

Da die Ausführung dieser kleinen Rechnung mit keinen Schwierigkeiten verbunden ist, und Jeder, der davon Gebrauch machen will, sie selbst leicht machen kann, wollen wir durch Anführung derselben den Raum hier nicht verengen.

3. *Doppeltöne der Saiten.*

Man hört von praktischen Musikern und Instrumentenbauern häufig die Redensart, „der Ton einer Saite sei unrein“, in einem anderen Sinn gebrauchen, als „der Ton einer Saite sei verstimmt“, welches letztere soviel bedeutet, als das Tonintervall derselben zu einer anderen sei unrein. Wir wollen nicht untersuchen, ob alle Diejenigen, welche sich jenes Ausdruckes bedienen, etwas Klares dabei denken, sondern wir wollen hier uns beschränken, nachzuweisen, dass man wirklich bei diesem Ausdruck sich etwas denken und damit sehr zweckmässig eine eigenthümliche Modifikation der Schallerscheinungen bei Saiten bezeichnen könne.

Durch eine sorgfältige Beobachtung der Schallerscheinungen bei Saiten, wie sie früher nicht angestellt worden zu sein scheint, habe ich nämlich gefunden, dass eine und dieselbe Saite (abgesehen von allen Falsettönen) nicht bloss *einen* Grundton gebe, sondern *zwei,* — und vielleicht noch mehrere, die aber nicht beobachtet werden können, — die freilich meist sehr nahe liegen und schwer zu unterscheiden sind; und dass diese beiden Töne nicht blos nach einander, sondern auch zugleich hervorgebracht werden können, wo sie dann auf das Gehör eine übele Wirkung hervorbringen, die man recht wohl mit dem Namen einer Unreinheit bezeichnen kann.

Ich habe Messungen über diese eigenthümliche Modifikation der Schallschwingungen anzustellen gesucht, und glaube, dass eine Gesetzmässigkeit derselben nicht zu verkennen ist. Die Resultate meiner Versuche werde ich unten mittheilen.

Wovon diese eigenthümliche Modifikation der Schallerscheinungen bei Saiten herrühre, und warum dieselbe von der Theorie nicht im Voraus bestimmt worden sei, lässt sich leicht errathen.

In der Theorie werden die Saiten als vollkommen beugsame Fäden betrachtet, als Körper, wie sie in der Natur nirgends gefunden werden.

Es ist keinem Zweifel unterworfen, dass Saiten, so fein und so lang sie sein mögen, streng genommen als elastische gespannte Stäbe zu betrachten sind.

Elastische gespannte Stäbe sind aber im Allgemeinen anderen Schwingungsgesetzen unterworfen, als unelastische gespannte Fäden, wenn gleich die Gesetze für beide nahe dieselben Resultate geben müssen, im Fall die Spannung des Stabes sehr viel grösser ist als seine Elasticität.

Es kommt also nur darauf an, um jene eigenthümliche Modifikation der Schallerscheinung an Saiten, welche wir beschrieben haben, zu erklären, im Voraus zu berechnen, die Schwingungsgesetze elastischer gespannter Stäbe vollständig zu entwickeln.

Nun hat EULER schon eine Differentialgleichung für die Schwingungen solcher Stäbe gegeben, und POISSON hat neuerlich diese Rechnung noch weiter geführt.

Man sieht demnach ein, wie die Theorie die Mittel in sich schliesst, auch auf diese feinen Modifikationen der Schallschwingungen angewandt zu werden.

Aus einer solchen ausgeführten Anwendung kann aber der Musik bedeutender Gewinn für andere Untersuchungen erwachsen.

Es haben nämlich seit langer Zeit schon die Erscheinungen der sogenannten Tartini'schen Töne oder der Schallkoincidenzen die Aufmerksamkeit in der Akustik beschäftigt, zumal seitdem SAUVEUR davon eine so schöne Anwendung zur Zählung der Schwingungen der Orgelpfeifen gemacht hat. Die genaueren physikalischen Untersuchungen über diese Töne oder Koincidenzen haben aber neuerlich zu beträchtlichen Schwierigkeiten in der Erklärung geführt, und man reicht mit der Ansicht, die man früher von ihnen hatte, gegenwärtig nicht mehr aus.

Ich habe in diesen Annalen die Versuche des Baron BLEIN mitgetheilt[1]), zu deren Kenntniss ich durch die Güte des Herrn Freiherrn ALEXANDER VON HUMBOLDT gelangt war.

Es geht daraus hervor, dass zwei Saiten mehrere Tartini'sche Töne geben können, auch wenn ihr eigener Ton unverändert geblieben ist. Ich habe daselbst eine Bemerkung beigefügt, wie dies denkbar wäre, auch ohne die Grundansicht von den Tartini'schen Tönen, die mir unumstösslich scheint, zu verändern. Meine Erklärung wich aber von den Angaben des Baron BLEIN sehr ab. Diese Abweichungen erschienen aber nicht entscheidend, weil Baron BLEIN nicht die unmittelbaren Ergebnisse seiner Versuche, sondern blos die nach eigenthümlichen Hypothesen berechneten Resultate angeführt hatte, mit der blossen Versicherung, dass die Versuche damit harmonirten.

Seitdem hat Herr HÄLLSTRÖM in Abo Versuche bekannt gemacht[2]), die er, unabhängig vom Baron BLEIN, an Orgelpfeifen angestellt hatte, und die ihn zu gleichen Resultaten geführt hatten, und die wegen ihrer Vollständigkeit eine weit grössere Uebersicht über diese Klasse von Erscheinungen gewähren.

Die Versuche des Herrn HÄLLSTRÖM sind mit solcher Genauigkeit angestellt, dass durch sie die beste physikalische Grundlage für eine neue theoretische Untersuchung der Tartini'schen Töne gegeben ist. Es wird aber schwer sein, den wahren Gesichtspunkt für diese Theorie auszumitteln.

1) Bd. XV, p. 216. [W. WEBER's Werke I, p. 363.]

2) Bd. XXIV, p. 438.

Herr Hällström hat sich darauf beschränkt, sehr genaue Formeln zu geben, welche allen seinen Versuchen genügen, und die auch, unter einander verglichen, eine grosse Einfachheit und Eleganz zeigen, so dass man an ihrer Wahrheit nicht gern zweifeln möchte.

Das Interesse der ganzen Wissenschaft erfordert aber, in der Akustik keine Gesetze aufzunehmen, die nicht auf dynamischen Principien beruhen, und in dieser Beziehung wäre es zu wünschen, dass die Untersuchung des Herrn Hällström die Aufmerksamkeit der Mathematiker ersten Ranges erweckte, damit die Ergebnisse derselben auch aus rein theoretischem Gesichtspunkte von ihnen gerechtfertigt würden, oder wenigstens entschieden würde, ob man überhaupt mit physikalischen Principien bei Erklärung dieser Erscheinungen ausreichte, oder ob physiologische Principien zu Hülfe zu nehmen nöthig wären.

Dabei könnte aber für manche Fälle die Bemerkung von Wichtigkeit sein, dass die von mir bei Saiten entdeckten Schallmodifikationen ausserordentlich leicht mit solchen Tartini'schen Tönen verwechselt werden können, so wie dadurch in sehr vielen Fällen wirklich auch zählbare Koincidenzen der Schwingungen hervorgebracht werden. Es scheint aber gar nicht unwahrscheinlich, dass ähnliche Modifikationen auch bei den Orgelpfeifen sich werden nachweisen lassen, die dann vor einer theoretischen Behandlung auf experimentalem Wege erst genauer ausgemittelt werden müssten.

Ich will schliesslich die Resultate meiner oben erwähnten Versuche tabellarisch beifügen, aus denen mir hervorzugehen scheint, dass eine Saite mit Abnahme oder Zunahme ihrer Länge (wobei man jedoch der Bequemlichkeit der Beobachtung wegen die Spannung immer so einrichten kann, dass die beobachteten Töne einerlei Höhe erhalten, z. B. immer dem Tone einer Stimmgabel gleich sind) mehrere Reihen von Tönen hervorbringen kann, die zwar sehr nahe liegen, jedoch nicht durch Zwischentöne in einander fliessen, sondern bei jeder Länge der Saite durch ein konstantes Tonintervall geschieden sind. Die Töne aller dieser Reihen können nicht immer hervorgebracht werden, sondern je nach Verschiedenheit der Länge der Saite, spricht bald der der einen, bald der der anderen Reihe angehörende Ton leichter an, und nur bei einigen Uebergangspunkten werden zwei gehört. Bei starken und kurzen Saiten ist die Abweichung der verschiedenen Tonreihen grösser, als bei feinen und langen Saiten. Ich habe daher immer eine feine Saite, bei welcher diese Abweichungen fast unmerklich sind, mit einer starken in Vergleich gebracht. Die Versuche sind mit dem in einem früheren Bande dieser Annalen beschriebenen Monochorde angestellt worden[1]).

[1]) Bd. XV, p. 1. [W. Weber's Werke I, p. 346.]

Länge der Saite.	Eine feine Messingsaite, von der 432 Par. Lin. 0,2487 g wogen, machte in 1 Sekunde,		Eine starke Messingsaite, von der 432 Par. Lin. 1,0830 g wogen. macht in 1 Sekunde,				Eine starke Eisensaite, von der 432 Par. Lin. 0,9835 g wogen, machte in 1 Sekunde,		
	nach der Beobachtung.	nach der Berechnung, wenn die Saite vollkommen beugsam gewesen wäre.	nach der Beobachtung.	nach der Berechnung, wenn die Saite vollkommen beugsam gewesen wäre			nach der Beobachtung.	nach der Berechnung, wenn die Saite vollkommen beugsam gewesen wäre	
				1. Reihe.	2. Reihe.	3. Reihe *).		1. Reihe.	2. Reihe *).
42,0‴	866 Schwing.	866	866	839	775		866	802	564 [1])
48,0‴	866 „	866	866	864	835		866	863	804
54,0‴							866	863	810
60,0‴	866 „	862	866		842		866		826
72,0‴	866 „	866	866		850		866		839
78,0‴	866 „	866	866		855				
84,0‴	866 „	866	866		856		866		847
90,0‴	866 „	864	866		861				
96,0‴	866 „	865	866			847	866		851

*) Die Töne dieser verschiedenen Reihen wurden nicht unmittelbar bestimmt, sondern wurden durch Abänderung der Spannung alle auf den Ton einer Stimmgabel reducirt. Ihre Differenzen sind daher nicht *beobachtet* worden, sondern mussten aus dem Unterschied der Spannung, welcher nöthig war, um sie auf gleiche Höhe zu bringen, *berechnet* werden.

[1]) [Wohl aus 804 oder 764 verdruckt.]

Die Anführung dieser Beispiele möge genügen, um zu zeigen, dass noch mancherlei Untersuchungen über schwingende Saiten und Stäbe anzustellen sind, die sowohl von theoretischer als praktischer Seite Interesse gewähren, die aber nicht allein mit den vorhandenen Theorien sich werden vereinigen lassen, sondern die ohne den Leitfaden, den diese Theorien an die Hand geben, schwerlich ausgeführt werden könnten.

Anders, wie mit der so fest begründeten Theorie schwingender Saiten und Stäbe, die nur weiter verfolgt zu werden braucht, um alle Erscheinungen zu erklären, verhält es sich mit anderen Theilen der Akustik, z. B. mit der Theorie der Blaseinstrumente. In der Entwickelung der Theorie der Blaseinstrumente ist ein Stillstand eingetreten, nicht etwa, weil man, der Fundamente gewiss, auf die Ausführung der Rechnungen weniger Eifer verwendet hätte, sondern weil der angestrengteste Eifer in der Ausführung dieser Rechnungen eigentlich zu keinen erklecklichen Resultaten geführt hat. Die Rechnungen Lagrange's und Poisson's haben z. B. nicht den mindesten Einfluss auf den Bau der Orgelpfeifen gehabt, und das Eingreifen der Theorie der Blaseinstrumente in die Erscheinungen ist seit Daniel Bernoulli nicht wesentlich weiter gelangt.

Welch Wunder, wenn man nach diesen Anstrengungen, die man auf die Akustik erfolglos zu verwenden schien, nun vorzieht, diese Bemühungen auf die Erforschung neuer Grundkräfte der Natur, auf die elektrischen, magnetischen, galvanischen Kräfte zu wenden, wo zugleich neue Klassen von Erscheinungen mit den Resultaten der Theorie verglichen werden können.

Aber die Erforschung der Grundkräfte der Natur ist nicht das einzige Ziel der Naturforschung, und wenn sie alle genügend definirt sind, sind unsere Untersuchungen noch nicht abgeschlossen. Wir müssen dann weiter vordringen, und auszumitteln suchen, was für uns noch interessanter ist, nach welchen Gesetzen die von den Grundkräften hervorgebrachten Bewegungen auf uns selbst, auf unsere Sinnesorgane wirken.

Da wir nur auf die Grundkräfte der Natur zurückgehen, um sodann von ihnen wieder zu unseren Sinnesorganen vorzudringen; so liegt es im Gange, dass, sobald wir zu einiger Vollständigkeit in ersteren gelangt sind (welches Ziel vielleicht nicht mehr fern ist), alle Anstrengung sich gegen dieses zweite Ziel wenden wird.

In der Akustik ist nun die Kenntniss der eigentlichen Grundkräfte, durch welche die Schallerscheinungen entstehen, so weit gediehen, dass schärfere Rechnungen und Messungen nur Ergänzungen im Einzelnen bewirken werden. Die Betrachtung dieser Grundkräfte ist aber aus der Mechanik entlehnt und bildet nicht das eigenthümliche Gebiet der

Akustik. Ein neues Element würde dagegen die Akustik erhalten durch eine Definition derjenigen Bewegungen, von welchen die Qualität der Töne und die Artikulation der Laute abhängt.

Einer solchen neuen Gestaltung der Akustik, von der wir uns gegenwärtig schwerlich eine Vorstellung machen können, muss aber nothwendig eine vorbereitende Periode vorausgehen, in welcher die Hülfsmittel sorgfältig gesammelt werden, die auf einer solchen neuen Bahn direkt oder indirekt förderlich werden können.

Man muss insbesondere von den physikalischen Kabinetten, die die Instrumente nach und nach ganz nach ihren Theorien gemodelt haben, zurückgehen zu den Werkstätten und wirklich angewendeten Instrumenten, die, recht benutzt, uns eine Menge neuer oder nicht beachteter Modifikationen der Schallerscheinungen darbieten.

Die rechte Benutzung dieser Hülfsquelle aber setzt eine Scheidung der neuen Modifikationen der Schallerscheinungen von denjenigen voraus, welche sich mit einer durchgeführten Theorie aus den schon vorhandenen Principien erklären lassen würden.

Die Physik bietet eigenthümliche Hülfsmittel dar, in vielen Fällen, wo die Theorie sie in Stich lässt, sich selbst zu helfen und die erforderlichen Hülfsmittel zu verschaffen. Es ist notorisch und kann nicht bezweifelt werden, dass die Theorie uns in der Berechnung der Grösse und meist selbst der Dauer der Bewegungen der meisten musikalischen Instrumente, so wie sie wirklich gebraucht werden, im Stich lässt, und uns nichts darbietet, um in dem reichen Schatze von Beobachtungen, den wir durch jene Instrumente sammeln können, die Fundamentalerscheinungen von den feineren Modifikationen der Erscheinungen zu sondern.

Die eigenthümlichen Hülfsmittel der Physik, die uns in diesem Falle nützlich werden können, bestehen nicht in Sammlung empirischer Gesetze, weil in Formeln, welche unmittelbar aus den Erscheinungen abgeleitet werden, die feineren Modifikationen der Erscheinungen selbst verwickelt sind, und die Vergleichung dieser Formeln mit den Erscheinungen selbst zu keiner Sonderung derselben führen kann.

Auf dem weiten Felde, welches zwischen den Grundkräften der Natur und den Erscheinungen häufig ausgebreitet ist, und das nur von der höchsten Analyse vollständig durchdrungen werden kann, bieten sich häufig einzelne Gesichtspunkte dar, zu denen die Experimentalphysik unmittelbar sich Bahn brechen kann und von denen aus man häufig genug übersieht, um eine Zeit lang der allgemeinen Theorie entbehren zu können.

Ich werde in einigen Aufsätzen der Prüfung der Sachverständigen diejenigen Gesichtspunkte vorzulegen wagen, zu denen ich durch

genauere physikalische Untersuchungen mehrerer Instrumente geführt worden bin.

Vielleicht glückt es, wenn nur für einige Instrumente der passende Gesichtspunkt zu einer provisorischen Theorie gefunden worden ist, schnell auch ähnliche für alle anderen Species auszufinden.

In einer nächsten Abhandlung[1]) werde ich einen solchen Versuch über die so viel besprochenen und berechneten Labialpfeifen mittheilen, wo ich ein neues Element zum ersten Male in Betracht zu ziehen suchen werde: das Princip der Erhaltung der Töne, welches den Hauptcharakter aller Blaseinstrumente bildet, und allein geeignet ist, ein Fundament für Intensitätsmessungen abzugeben.

[1]) [Diese Abhandlung ist nicht erschienen.]

XXIII.

Akustik.

Von

Professor **Weber** in Göttingen.

[Universallexikon der Tonkunst, I, p. 99—119, Stuttgart 1835.]

Akustik (von dem griechischen ἀκούειν — hören) ist die Wissenschaft, die sich mit der Natur des Klanges beschäftigt, die Lehre vom Klang oder die Theorie des Schalles.

I. Theoretische Akustik.

Ausser der Beobachtung des *Schalles*, der Töne und Laute *mit dem Gehör*, womit es die Musik und Sprache zu thun haben, giebt es noch einen anderen Weg, über die Natur des Schalles etwas zu erfahren, nämlich die Beobachtung aller *Körper*, die zur Hervorbringung des Schalles wirken, *mit anderen Sinnen* ausser dem Gehör. Beide Wege führen zusammen zu den *Grundlehren der Akustik*. Bei der Entstehung der Schallerscheinungen wirken die Theile, aus welchen unser Hörorgan besteht, und die uns umgebenden Körper zusammen. In der Akustik ist es daher nöthig, die unser Hörorgan *bildenden* und die *dasselbe umgebenden* Körper, beide während der Schallerscheinungen, so weit es mit den anderen Sinnen möglich ist, zu beobachten. Für die unsere Sinnesorgane *umgebenden* Körper hat man in denjenigen Theilen der Physik, die der Akustik vorausgeschickt zu werden pflegen, die Gesetze ihres Gleichgewichts und ihrer Bewegungen als eine Folge ihrer gesetzlichen *Wechselwirkung* darzulegen gesucht. Man konnte aber bei der Betrachtung der uns umgebenden Körper allein nicht stehen bleiben: vielmehr liegt es in der Natur der Sache, dass man in den Kreis der Wechselwirkung aller Körper die Organe des menschlichen Körpers auch hineinziehen müsse, weil dieselbe aus eben solchen Materien, wie die uns umgebenden Körper, zusammengesetzt und daher auch denselben Gesetzen der Wechselwirkung unterworfen sind. Haben wir daher *zuerst* die Bewegungen der uns *umgebenden* Körper während einer Schallerscheinung betrachtet, so müssen wir *zweitens* bei Wiederholung derselben Schallerscheinung die bei ihr erfolgenden Bewegungen des Hör-

organs zu beobachten suchen. Könnte die Physik die Bewegungen des Hörorgans unter allen Verhältnissen aus den Gesetzen der Wechselwirkung der Körper vollständig bestimmen, so wäre dadurch das sicherste Fundament für alle Schalluntersuchungen gewonnen, weil diese Bewegungen des Hörorgans selbst den letzten physischen Grund aller Schallerscheinungen enthalten müssen. Auch bei der jetzigen Unvollständigkeit dieser unserer Kenntniss der Bewegungen des Hörorgans in Folge der Bewegungen der uns umgebenden Körper, gewährt doch das Wenige, was wir davon wissen, allein einen sicheren Anhalt und Leitfaden bei allen Schalluntersuchungen. Schon folgende allgemeine Sätze sind für die Theorie der Bewegungen des Hörorgans von Wichtigkeit, nämlich: 1. die Körper wirken zwar sowohl aus der Entfernung durch anziehende und abstossende Kräfte auf unseren Körper, als auch in der Berührung, zum Beispiel durch Druck; aber nur die letzteren Einflüsse scheinen durch die Sinnorgane zu unserem Bewusstsein zu gelangen. 2. Die schwächsten auf unsere Sinnorgane noch wirkenden Bewegungen können nicht mehr einzeln empfunden werden, sondern nur, wenn sie sich schnell genug wiederholen. Dieses ist hinsichtlich des Schalles im Ohre und hinsichtlich des Lichtes im Auge der Fall. Viele schnell auf einander folgende Stösse erregen hier gemeinschaftlich einen Eindruck, durch den eine Empfindung entsteht, welche dadurch sehr verschieden ist, dass die Zeiträume, in welchen die Stösse auf einander folgen, gleich oder ungleich, grösser oder kleiner sind. 3. Das feinste Sinnorgan scheint das des Gesichtes zu sein, denn die Augen werden durch die allerschwächsten Druckkräfte, durch die des Lichtes, noch gerührt; dem Auge steht an Feinheit das Ohr am nächsten. 4. Der innerste und wesentlichste Theil des Hörorgans, d. h. der Theil, in welchem der Schall auf unsere Hörnerven stösst, zerfällt in zwei Theile: erstens in die sogenannte Schnecke, wo der Kanal, an welchem der Hörnerv ausgebreitet ist, unmittelbar mit der Knochenmasse des Kopfes umgeben und zusammengewachsen ist; zweitens in die drei halbkreisförmigen Kanäle nebst dem Behälter (dem Vorhofe), in welchem sich ihre Enden vereinigen, wo die häutigen Kanäle, an welchen der Hörnerv ausgebreitet ist, zunächst von Wasser umgeben sind, das selbst wieder in einem knöchernen Gehäuse eingeschlossen ist. Bei beiden Theilen des Hörorgans sind die erwähnten Kanäle mit Wasser erfüllt, und in keinem von beiden Theilen Luft enthalten. Die äusseren Theile des Hörorgans sind, so wie überhaupt unser Körper, mit der Luft in Berührung und in der Luft befinden sich auch, wie bekannt, gewöhnlich die Bewegungen, die von den schallenden Körpern ausgehen und auf das Hörorgan einwirken sollen. 5. Der schallende Körper schwingt, die Luft wird in Wellenbewegung gesetzt, die Luftwellen schlagen an das Hörorgan an,

und drücken es zwar wenig aber oft. 6. Wir suchen die Schwingungen der schallenden Körper zu berechnen — wir suchen die Luftwellen, die dadurch hervorgebracht werden, zu berechnen — wir suchen die Bewegungen zu bestimmen, die der Druck der Wellen im Ohre hervorbringt. Dies ist in wenigen Worten die Bezeichnung des Weges, den die *Physik* der Akustik eröffnet.

Wir haben es aber in der Akustik nicht blos mit *Bewegungen* (sei es unseres Hörorgans selbst, oder der dasselbe umgebenden Körper), sondern auch mit *Empfindungen* zu thun, — und gerade die Relationen zwischen beiden wollen wir kennen lernen. Wir müssen zu diesem Zwecke auch die Empfindungen für sich beobachten, welches uns auf den Weg führt, den die *Musik* und *Sprache* der Akustik eröffnet. Beobachten wir mit dem Hörorgane selbst, so können wir unabhängig von allen anderen Beobachtungen unter anderem zu den Vorstellungen gelangen:

1. Schall,	9. Oktave,	17. Durakkord,
2. Hall oder Laut,	10. Quinte,	18. Mollakkord,
3. Artikulation,	11. Quarte,	19. Dursextakkord,
4. Ton,	12. grosse Terz,	20. Mollsextakkord,
5. Höhe,	13. kleine Terz,	21. Durquartsextakkord,
6. Klang (Klangstärke, Timbre),	14. grosse Sexte,	22. Mollquartsextakkord,
	15. kleine Sexte,	23. Durtonart,
7. Konsonanz,	16. Accord,	24. Molltonart,
8. Reinheit,		

von welchen Vorstellungen die von 9 bis 24 genannten nur dann entstehen können, wenn mehrere Tonempfindungen gleichzeitig stattfinden. Vergleicht man nun einerseits die Resultate der Beobachtung und Rechnung über die Bewegungen des Ohres und der dasselbe umgebenden Körper, andererseits unsere dabei stattfindenden Empfindungen, nach Massgabe jener Unterschiede, so findet man durch Erfahrung aber: 1. dass Wellen aller Art, die Empfindungen des Schalles hervorbringen, wenn nicht weniger als 15 und nicht mehr als 30000 in einer Sekunde an das Ohr anschlagen; 2. dass an das Hörorgan anschlagende Wellen, die nicht in gleicher Zeit auf einander folgen, die Empfindung eines blossen *Halles* oder *Lautes* (der seiner Höhe nach entweder blos in Grenzen eingeschlossen oder gar nicht bestimmt werden kann) hervorbringen; 3. dass durch verschiedene, zwar noch nicht gehörig bekannte, vermuthlich aber gesetzliche Variationen in der Dauer der nach einander an das Ohr anschlagenden Wellen die verschiedenen artikulirten *Laute*; 4. dass durch aufeinanderfolgende Wellen, deren Anschlagen an das Hörorgan bei allen gleich lange dauert, der *Ton* hervorgebracht; 5. dass durch die absolute Grösse dieser Dauer des Anschlagens der Wellen die

Höhe; 6. dass vermuthlich durch eine verschiedene gesetzliche Zunahme und Abnahme der Bewegung in den einander folgenden Wellen der *Klang* (die Klangfarbe, timbre) bestimmt werde; 7. dass durch zwei gleichzeitig an das Ohr anschlagende Wellenzüge, wenn das Anschlagen der einander folgenden Wellen jedes Zuges genau oder fast gleich lange dauert, mehr oder weniger *konsonirende Zusammenklänge* (Konsonanzen) hervorgebracht werden, — und zwar wenn man das Verhältniss der Wellendauer in beiden Zügen genähert in den kleinsten ganzen Zahlen ausdrückt, *mehr konsonirende* Zusammenklänge je kleiner diese Zahlen sind, *weniger konsonirende* Zusammenklänge je grösser diese Zahlen sind; 8. dass, je genauer das Verhältniss der Wellendauer in beiden Zügen durch ganze Zahlen dargestellt werden kann, *desto reiner* die Konsonanzen sind; 9. dass durch zwei Wellenzüge, in denen die Dauer des Anschlagens oder die *Wellendauer* sich nahe oder genau wie 1 : 2 verhält, die *Oktave* hervorgebracht wird; 10. dass durch zwei Wellenzüge, in denen die Wellendauer sich nahe oder genau wie 2 : 3 verhält, die *Quinte;* 11. dass durch zwei Wellenzüge, in denen die Wellendauer sich nahe oder genau wie 3 : 4 verhält, die *Quarte;* 12. dass durch zwei Wellenzüge, in denen die Wellendauer sich nahe oder genau wie 4 : 5 verhält, die *grosse Terz;* 13. dass durch zwei Wellenzüge, in denen die Wellendauer sich nahe oder genau wie 5 : 6 verhält, die *kleine Terz;* 14. dass durch zwei Wellenzüge, in denen die Wellendauer sich nahe oder genau wie 3 : 5 verhält, die *grosse Sexte;* 15. dass durch zwei Wellenzüge, in denen die Wellendauer sich nahe oder genau wie 5 : 8 verhält, die *kleine Sexte* hervorgebracht wird; 16. dass drei gleichzeitig an das Ohr schlagende Wellenzüge, wenn die einander folgenden Wellen jedes Zuges von gleicher Dauer sind, mehr oder weniger *konsonirende Dreiklänge* (Akkorde) hervorbringen, — und zwar, wenn man das Verhältniss der Wellendauer in den drei Zügen genähert in den kleinsten ganzen Zahlen ausdrückt, *mehr konsonirende* Dreiklänge je kleiner diese Zahlen sind, *weniger konsonirende* Dreiklänge je grösser diese Zahlen sind; und dass, je genauer das Verhältniss der Wellendauer in allen drei Zügen durch ganze Zahlen dargestellt werden kann, desto *reiner* die Akkorde sind; 17. dass durch drei Wellenzüge, in denen die Wellendauer sich nahe oder genau wie 3 : 4 : 5 verhält, der *Durquartsextakkord;* 18. das durch drei Wellenzüge, in denen die Wellendauer sich nahe oder genau wie 4 : 5 : 6 verhält, der *Durakkord;* 19. dass durch drei Wellenzüge, in denen die Wellendauer sich nahe oder genau wie 5 : 6 : 8 verhält, der *Dursextakkord;* 20. dass durch drei Wellenzüge, in denen die Wellendauer sich nahe oder genau wie 10 : 12 : 15 verhält, der *Mollakkord;* 21. dass durch drei Wellenzüge, in denen die Wellendauer sich nahe oder genau wie 12 : 15 : 20 verhält,

der *Mollsextakkord;* 22. dass durch drei Wellenzüge, in denen die Wellendauer sich nahe oder genau wie 15 : 20 : 24 verhält, der *Mollquartsextakkord* hervorgebracht wird; 23. dass, wenn in allen Wellenzügen, die nach einander mehrere Akkorde hervorbringen, die Wellendauer allgemein durch Zahlen einer nach den Verhältnissen abwechselnd von 4 : 5 und von 5 : 6 3mal fortschreitenden Reihe und deren Verdoppelungen und Hälften genähert dargestellt werden kann, der Charakter einer *Tonart* erhalten werde; — und zwar, dass der Charakter der *Durtonart* erhalten werde, wenn in allen Wellenzügen, die nach einander mehrere Akkorde hervorbringen, die Wellendauer allgemein durch die Zahlen einer Reihe, die dreimal wechselnd *zuerst* nach dem Verhältniss 4 : 5, *sodann* nach dem Verhältniss 5 : 6 fortschreitet, und deren Verdoppelungen und Hälften dargestellt werden kann, d. i. durch die Zahlen der Reihe 16 : 20 : 24 : 30 : 36 : 45 : 54, aus der, nach Verdoppelung oder Halbirung ihrer Glieder, die im Umfange einer Oktave 7 Töne enthaltende Reihe 24 : 27 : 30 : 32 : 36 : 40 : 45 hervorgeht; 24. dass der Charakter der *Molltonart* erhalten werde, wenn in allen Wellenzügen, die nach einander mehrere Akkorde hervorbringen, die Wellendauer allgemein durch Zahlen einer Reihe, die dreimal wechselnd *zuerst* nach dem Verhältniss 5 : 6, *sodann* nach dem Verhältniss 4 : 5 fortschreitet, und deren Verdoppelungen und Hälften dargestellt werden kann, d. i. durch die Zahlen der Reihe 40 : 48 : 60 : 72 : 90 : 108 : 135, aus der, nach Verdoppelung einiger Glieder die im Umfange einer Oktave 7 Töne enthaltende Reihe 120 : 135 : 144 : 160 : 180 : 192 : 216 hervorgeht. Diese Ergebnisse einer erfahrungsmässigen Vergleichung der Bewegungen der uns umgebenden Körper mit den gleichzeitig zu unserem Bewusstsein gelangenden Schallempfindungen können, mit Ausnahme von 3. und 6., als so gewiss angesehen werden, als etwas sein kann, was auf der Erfahrung beruht. Den unter 3. und 6. angedeuteten Ergebnissen kann nach dem gegenwärtigen Stande der Akustik nur erst einige Wahrscheinlichkeit zugeschrieben werden, und dieselben werden erst noch in der Folge ihre schärfere Bestimmung erhalten. Welches sind nun die Erfahrungen, auf denen alle diese Ergebnisse beruhen? Wir wollen diese Frage beantworten, indem wir nun von der allgemeinen Uebersicht der erfahrungsmässig gewonnenen Resultate zu den Versuchen übergehen, aus denen sie gewonnen worden sind. Wir dürfen dabei die Bemerkung vorausschicken, dass der erfahrungsmässige Beweis fast aller dieser Fundamentallehren der Akustik auf der erfahrungsmässigen Bestimmung und Vergleichung der Wellenzahl beruht, die in einem bestimmten Zeitraume (in 1 Minute oder 1 Sekunde) an das Ohr anschlägt. Die ganze Akustik, so weit dieselbe bis jetzt ausgebildet ist, beruht auf der Sicherheit dieser Bestimmungen, und es ist daher von

grösster Wichtigkeit gewesen, alle Hülfsmittel und Wege aufzuspüren, durch die man diesen Bestimmungen grössere Zuverlässigkeit und Präcision verschaffen kann. Eine Uebersicht von den verschiedenen, diesem Zwecke angemessenen Verfahrungsarten ist folgende: 1. Man berechnet die Zahl der Wellen, welche in einer Minute oder einer Sekunde an das Ohr anschlagen, aus der Theorie — nach den allgemeinen Gesetzen des Gleichgewichts und der Bewegung aller Körper, angewandt auf die das Hörorgan umgebenden Körper. 2. Man zählt die Wellen oder Schwingungen unter solchen Verhältnissen, wo sie sich unmittelbar zählen lassen, stellt die gemachten Beobachtungen tabellarisch zusammen, und sucht auf dem Wege der reinen Erfahrung eine Gesetzmässigkeit in ihnen zu erkennen, die man auch auf alle andere Fälle, wo die unmittelbare Zählung nicht geschehen kann, anwendet. 3. Man zählt die Wellen oder Schwingungen unter solchen Verhältnissen, wo sie sich nicht unmittelbar zählen lassen, durch künstliche Vorrichtungen, nach Art der Uhren. 4. Man beobachtet den *Unterschied* der Wellenzahl zweier Wellenzüge für 1 Minute oder 1 Sekunde und das *Verhältniss* ihrer Dauer, und berechnet aus dem beobachteten Unterschiede und Verhältnisse die Wellenzahl in beiden Zügen für 1 Minute oder 1 Sekunde. 5. Während die Wellen selbst schnell vorübergehen, können doch optische Erscheinungen von ihnen hervorgebracht werden, die einige Zeit lang dauern und in Ruhe beobachtet und gemessen werden können: auch manche dieser optischen Erscheinungen lassen sich zur Bestimmung der Wellenzahl benutzen. Wir wollen diese verschiedenen Methoden, die Wellen zu zählen, welche in einer bestimmten Zeit an das Ohr anschlagen, im Einzelnen betrachten. 1. *Man berechnet die Zahl der Wellen, welche in einer Minute oder einer Sekunde an das Ohr anschlagen, aus der Theorie — nach den allgemeinen Gesetzen des Gleichgewichts und der Bewegung aller Körper, angewandt auf die das Hörorgan umgebenden Körper. a) Das Monochord.* Ist das Hörorgan mit Luft umgeben, und befindet sich in der Luft, in einiger Entfernung vom Ohre, ein gleichförmiger, an seinen Enden befestigter Draht von bekannter Länge, von bekanntem Gewicht und von bekannter Spannung (diese durch ihr Verhältniss zum Gewicht des Drahtes gemessen), so kann nach der Theorie aus der Geschwindigkeit, mit welcher dieser Draht seiner eigenen *Schwere* überlassen fallen würde, die Geschwindigkeit, mit welcher er durch seine *Spannung* schwingen muss, berechnet werden. (Siehe Art. *Monochord.*) Z. B. da man weiss, dass ein solcher Draht, durch seine eigene Schwere getrieben, ohne äusseres Hinderniss am Ende der ersten Sekunde 375 rheinländische oder preussische Zoll Geschwindigkeit erreichen würde, so berechnet man daraus für einen Draht, der von einem befestigten Punkt zum anderen gerechnet m mal

kürzer als 375 Zoll ist, und dabei durch eine Kraft, die nmal grösser, als sein eigenes Gewicht, gespannt ist, die Zahl seiner Hin- und Rückschwingungen zusammen genommen für 1 Sekunde zu $\sqrt{m \,.\, n}$. Ist der Draht $3^3/_4$ preussische Zoll lang, und mit seinem 10000fachen Gewichte gespannt, so ist m gleich 100, n gleich 10000, $\sqrt{m \,.\, n}$ gleich 1000, oder der Draht soll der Theorie nach in einer Sekunde 1000 einfache Schwingungen, d. i. jede Hinschwingung und Rückschwingung einzeln gerechnet, machen. Macht nun der Draht wirklich 1000 einfache Schwingungen in 1 Sekunde, so gehen von ihm auch in dieser Zeit 1000 Wellen aus, und zwar abwechselnd Wellen, welche die Luft, wo sie hinkommen, verdichten (bei jeder Hinschwingung), und abwechselnd Wellen, welche die Luft, wo sie hinkommen, verdünnen (bei jeder Rückschwingung). Auf diesem Wege fand Ernst Gottfried Fischer, dass wenn ein Draht nach dieser Rechnung 437, oder 431, oder 428, oder 424 einfache Schwingungen mache, er den Ton a in Uebereinstimmung mit den Stimmgabeln respektive vom Berliner Theater, von der Grand Opéra in Paris, vom Théâtre Feydeau, vom Théâtre italien gebe. Der Ton seines Drahtes bildete die tiefere Oktave a zum Tone $\bar{a}$ dieser Stimmgabeln. Die Richtigkeit der Rechnungsweise vorausgesetzt, überzeugte er sich, dass diese Bestimmungen nicht um eine Schwingung auf die Sekunde von der Wahrheit abweichen können. Dass aber diese Rechnungsweise richtig ist, lässt sich einmal durch Versuche mit verschiedenartigen Drähten oder Saiten, die alle bei verschiedener Länge, bei verschiedenem Gewicht und bei verschiedener Spannung doch gleichen Ton geben, erweisen, wenn die Rechnung ebenfalls dieselbe Zahl von Schwingungen in 1 Sekunde für sie alle finden lässt. Darüber angestellte Versuche haben bewiesen, dass diese Rechnungsweise der Wahrheit wenigstens sehr nahe komme, wenn nicht ganz entspreche. Ausserdem lässt sich noch die Richtigkeit der Rechnungsweise durch Anwendung auf sehr lange, schwere und schwach gespannte Drähte erweisen, wo die Schwingungen sichtbar und zählbar werden; z. B. wenn der Draht 375 Zoll lang, und mit seinem 100fachen Gewichte gespannt ist, so ist m gleich 1, n gleich 100; folglich $\sqrt{m \,.\, n}$ gleich 10, oder der Draht soll der Theorie nach in 1 Sekunde 10 einfache Schwingungen machen, die man sehen und zählen kann. Bewährt sich die Rechnung in diesem besonderen Falle, so ist die grösste Wahrscheinlichkeit dafür vorhanden, dass sie auch in den Fällen, wo man die Schwingungen nicht zu zählen vermag, richtig sein werde. Das Monochord bietet aber nicht das einzige Mittel dar, durch Rechnung die Zahl der Wellen, die in einer bestimmten Zeit an das Ohr anschlagen, zu bestimmen. Die Theorie bietet vielmehr fast so viele verschiedene Mittel dar, als es verschiedene Wege giebt, Schwingungen hervorzubringen. Man unterscheidet durch *Spannung*

elastische, durch *Druck* elastische und durch *innere Steifigkeit* elastische Körper, die alle schwingen können, und die Theorie giebt an, wie man aus den gemessenen Grundkräften, wenn die Dimensionen und Befestigungsart dieser Körper bekannt sind, die Zahl ihrer Schwingungen in einer Sekunde berechnen könne. — Alle diese Körper kann man dann so gestalten, dass sie gleiche Töne geben, und kann dann durch die Rechnung prüfen, ob sich bei ihnen allen auch eine gleiche Schwingungszahl ergiebt. — Auch kann man diese Körper so gestalten, dass sie so langsam schwingen, dass man ihre einzelnen Schwingungen sehen und zählen kann, und kann die Richtigkeit der Rechnungsweise an diesem besonderen Falle unmittelbar erweisen. Auf diese Art kann man ausser der eben betrachteten, transversalschwingenden, zum Monochord angewandten Saite b) longitudinalschwingende Saite, c) transversalschwingende Stäbe oder Federn, d) longitudinalschwingende in Pfeifen eingeschlossene Luft, und noch viele andere Körper benutzen, um die Zahl der Schwingungen für eine Sekunde nach den von der Theorie für jeden Fall aufgestellten Gesetzen zu berechnen. Wir verweisen darüber auf die physikalischen Abhandlungen, welche davon handeln, die, zusammen betrachtet, an der Richtigkeit der nach theoretischen Gesetzen berechneten Resultate keinen Zweifel übrig lassen, obgleich viele der Hülfsmittel, welche die Theorie darbietet, noch nicht in dem Maasse, als es möglich ist, benutzt sind. Alle diese von der Theorie dargebotenen Hülfsmittel sind aber nicht einmal die einzigen, die wir haben, um die Wellen zu zählen, welche in gegebener Zeit an unser Ohr anschlagen. 2. *Man zählt die Wellen oder Schwingungen unter solchen Verhältnissen, wo sie sich unmittelbar zählen lassen, stellt die gemachten Beobachtungen tabellarisch zusammen, und sucht auf dem Wege der reinen Erfahrung eine Gesetzmässigkeit in ihnen zu erkennen, die man auch auf alle anderen Fälle, wo die unmittelbare Zählung nicht geschehen kann, anwendet.* Diese Methode kann die Hülfsmittel, welche die Theorie darbietet, einigermassen denjenigen Personen ersetzen, welche die letzten Gründe der Theorie nicht studiren, auch deren Ergebnisse auf Treu und Glauben nicht annehmen wollen, wenn gleich diese Methode bei weitem nicht die Sicherheit darbietet, wie die vorhergehende, da Erfahrungsregeln, ausser dem Kreise angewendet, wo sie bestätigt worden sind, leicht trügen können, wenn ihre Richtigkeit nicht anderwärts schon durch die Theorie erwiesen ist. a) Chladni hat ein Tonometer angegeben, mit dem H. Scheibler neuerlich einige Versuche gemacht und das Ergebniss mit dem auf einem anderen Wege sehr genau erhaltenen verglichen hat. Er nahm eine schöne Tafeluhrfeder und theilte die Länge eines rheinländischen oder preussischen Fusses in $^1/_2$, $^1/_4$, $^1/_8$, $^1/_{16}$, so dass jeder Theil die Hälfte des vorhergehenden war. Die ganze Fusslänge, so

frei wie möglich aufrecht stehend, in einen Schraubstock eingespannt, machte 102 doppelte, oder 204 einfache Schwingungen in der Minute, welches $3^4/_{10}$ für die Sekunde giebt. Macht man eine Reihe von Beobachtungen, indem man die Länge des aus dem Schraubstock hervorstehenden Stückes nur wenig verlängert oder verkürzt, so kann man, wenn man diese Beobachtungen tabellarisch ordnet, leicht aus der blossen Erfahrung das Gesetz erkennen, dass die Zahl der Schwingungen in gegebener Zeit sich umgekehrt wie die Quadrate der Längen verhalte. Wendet man dieses Gesetz an, um die Schwingungszahl in einer Sekunde für den Fall, wo die Länge jenes Stückes nur den 16. Theil beträgt, zu erfahren, so muss man das Quadrat von 16 oder 256 mit $3^4/_{10}$ multipliciren, wonach sich die Zahl 870,4 ergiebt. Herr Scheibler hatte aber für eine Stimmgabel, die mit dieser schwingenden Feder im Einklang war, nach einer anderen noch genaueren Methode das nämliche Resultat gefunden. So genau werden aber die Resultate auf die beschriebene Weise nicht immer gefunden werden. Herr Scheibler selbst bemerkt, dass er auf diesem Wege Fehler von 20 Schwingungen auf 1 Sekunde in der Beobachtung für möglich halte. b) Eine Zählung der Schwingungen auf ähnliche Weise lässt sich, statt mit einer Feder, auch durch eine lange seidene Schnur bewerkstelligen, die erst schwach gespannt wird, wo sie so langsam schwingt, dass ihre Schwingungen gezählt werden können, und wo man zuerst einzeln die Spannung und die Länge derselben etwas ändert und aus der Zusammenstellung der gemachten Beobachtungen leicht erkennen kann, dass die Zahl der Schwingungen in gegebener Zeit der Länge umgekehrt und der Quadratwurzel aus der Spannung direkt proportional ist: worauf man die Länge und Spannung zugleich, erstere sehr verkleinert, letztere sehr vergrössert, und unter diesen Verhältnissen die beiden gefundenen Gesetze zugleich in Anwendung bringt. 3. *Man zählt die Wellen oder Schwingungen unter solchen Verhältnissen, wo sie sich nicht unmittelbar zählen lassen, durch künstliche Vorrichtungen, nach Art der Uhren, mittelbar.* a) *Die Sirene.* Der geringste Zweifel, den wir über den Einfluss hegen, den die Wellendauer in den an unser Ohr anschlagenden Wellenzügen auf die Schallerscheinungen habe, und über die Sicherheit ihrer Zählung auf den vorher beschriebenen Wegen, wird durch Anwendung des sinnreichen Instrumentes, dessen Erfindung wir Caignard de la Tour verdanken, gehoben, indem damit alle Grundlehren der Akustik über den Einfluss der Wellendauer auf die Schallerscheinungen direkt bewiesen werden können, ohne Zuziehung irgend eines Theorems aus anderen Theilen der Physik und ohne eine Kombination mehrerer Versuchsreihen. Nach den Grundlehren der Akustik, wie wir sie aufgestellt haben, liegt der nächste äussere Grund der *Schallerscheinungen* in den Wellen, die an unser Ohr an-

schlagen, und der nächste physische Grund aller *Tonerscheinungen* in der gleichen Dauer des Anschlages aller einander folgenden Wellen. Für die Schall- und Tonerscheinungen selbst ist aber gleichgültig, *wie* diese Wellen hervorgebracht worden sind, da die Beschaffenheit der Schall- und Tonerscheinungen blos von der Beschaffenheit der Wellen in dem Augenblicke, wo sie ans Ohr anschlagen, abhängt. Es können nun solche an das Ohr anschlagende Wellenzüge in der Luft *am bequemsten* hervorgebracht werden mit Hülfe eines Körpers, der von selbst in Folge der ihm inwohnenden elastischen Kraft diese Hin- und Rückbewegung macht und in gleicher Zeit von selbst wiederholt, — einen solchen Körper nennt man einen *selbst-schwingenden Körper*. *Weniger bequem* ist es, wenn man einen Körper durch eine mechanische Vorrichtung durch eine Art Mühlwerk in diese Bewegung setzt — einen solchen Körper nennt man einen *stossenden* Körper. Für die *Schall-* und *Tonerscheinungen* ist aber das letztere Verfahren eben so wirksam, wie das erstere, wenn man auf beide Weise nur gleiche Bewegungen und folglich in der Luft gleiche Wellenzüge hervorbringt. Caignard de la Tour fasste daher die Idee, statt eines schwingenden Körpers einen stossenden anzuwenden und die mechanische Vorrichtung oder die Art von Mühlwerk, die er zur Regulirung dieser Stösse gebrauchte, zugleich auch zur Zählung derselben zu benutzen, wie dies in den Uhren geschieht. Caignard de la Tour verdichtet die Luft in einer Windlade durch einen Blasebalg, bohrt in die Decke der Windlade ein Loch, durch welches die verdichtete Luft ausströmen kann, verschliesst aber dieses Loch dadurch, dass er den Rand einer Kreisscheibe darauf legt. Da diese Scheibe mit einer Axe versehen ist, so kommen, wenn er die Scheibe um diese Axe drehet, alle Theile des Scheibenrandes nach einander auf dem Loche zu liegen. Er versieht den Scheibenrand selbst mit einer Reihe gleichweit von einander abstehender Löcher, so dass, wenn die Scheibe gedreht wird, bei jeder Umdrehung alle ihre Löcher nach einander über dem Loche der Windlade zu liegen kommen. Befindet sich ein solches Loch der Scheibe gerade über dem Loche der Windlade, so bilden beide Löcher in diesem Augenblicke einen Kanal, durch welchen die in der Windlade verdichtete Luft ausströmen und auf die äussere atmosphärische Luft stossen kann, in der sie eine *verdichtende* Welle hervorbringt. Es werden daher, wenn die Scheibe einmal herumgedreht wird, so viele *verdichtende* Wellen hervorgebracht, als die Scheibe Löcher hat. Hat also die Scheibe 100 Löcher und wird mit gleichmässiger Geschwindigkeit 4mal in 1 Sekunde herumgedreht, so wird in dieser Zeit ein Wellenzug von 400 *verdichtenden* Wellen hervorgebracht. Man findet also die Zahl der Wellen, wenn man die Zahl der Löcher in der Scheibe und die Zahl der Umdrehungen der Scheibe

bestimmt. Die Zahl der Umdrehungen wird aber, wie bei einer Uhr, von dem Zeiger eines in die Scheibe eingreifenden, 10 mal langsamer sich drehenden Rades und von dem Zeiger eines zweiten, wieder in das vorige eingreifenden und noch 10 mal langsamer sich drehenden Rades auf dem Zifferblatte angegeben. Damit dieses Instrument für den Zweck, für welchen es bestimmt ist, brauchbar werde, müssen alle diese Räder mit gleichmässiger Geschwindigkeit gedreht werden können. In Beziehung auf die Art, wie dies durch den Stoss der ausströmenden Luft selbst geschieht, und in Beziehung auf die einzelnen Theile des Instrumentes sehe man das Nähere unter dem Artikel *Sirene.* Folgendes sind die Ergebnisse der von Caignard de la Tour mit diesem Instrumente angestellten Versuche.

Benennung der Töne.	Zahl der Stösse in einer Sekunde.	Benennung der Töne.	Zahl der Stösse. in einer Sekunde.
1 gestrichenes *a*	427	2 gestrichenes *g*	765
1 gestrichenes *h*	477	2 gestrichenes *a*	855
2 gestrichenes *c*	511	2 gestrichenes *h*	955
2 gestrichenes *d*	567	3 gestrichenes *c*	1023
2 gestrichenes *e*	630	3 gestrichenes *d*	1125
2 gestrichenes *f*	675		

Wir lernen durch den ersten dieser Versuche die Wellendauer in demjenigen Wellenzuge, welcher durch sein Anschlagen an das Ohr den mit eingestrichenen *a* bezeichneten Ton hervorbringt, kennen, d. i. die Zeit, welche zwischen dem Anschlagen zweier *verdichtenden* Wellen verfliesst, nämlich $^1/_{427}$ Sekunde, und sehen, dass diese Bestimmung mit der von Ernst Gottfried Fischer auf ganz anderem Wege gefundenen zusammentrifft. Letzterer hatte nämlich die Zeit, welche zwischen dem Anschlagen einer verdichtenden und einer verdünnenden Welle verfloss (die Dauer einer einfachen Schwingung der Saite), wenn der Ton einer Saite um eine Oktave tiefer als der Ton eines eingestrichenen *a* von vier Stimmgabeln war, zu $^1/_{437}$, $^1/_{432}$, $^1/_{428}$, $^1/_{424}$ Sekunde gefunden. Eben so gross war nun auch die Zeit, welche zwischen dem Anschlagen der verdünnenden und der nächst folgenden verdichtenden Welle verfloss: folglich die Zeit, die zwischen dem Anschlagen von zwei verdichtenden Wellen verfloss, $^1/_{218{,}5}$, $^1/_{215{,}5}$, $^1/_{214}$, $^1/_{212}$ Sekunde. Da der von Fischer beobachtete Ton aber eine Oktave tiefer als der von Caignard de la Tour beobachtete Ton eines eingestrichenen *a* war, so sollte der von letzterem ermittelte Zeitraum verdoppelt dem von Fischer gemessenen gleich sein, welches, wie man sieht, auch wirklich der Fall ist. Zwischen der Tonerregung, die Fischer und die Caignard de la Tour anwandten, findet aber der Unterschied statt, dass bei der ersten zwischen je 2 verdichtenden Wellen eine verdünnende Welle eingeschaltet wurde, während bei der letzteren blos verdichtende Wellen hervor-

gebracht wurden. Man sieht aus der Vergleichung, dass durch Einschaltung einer verdünnenden Welle zwischen je zwei verdichtende Wellen die Tonhöhe nicht verändert wird — wie das auch der Natur der Sache nach vorauszusehen war. Man begreift nämlich, dass Verdichtung und Verdünnung Begriffe sind, die nur Bedeutung haben, wenn man sich auf eine normale Dichtigkeit der Luft bezieht, z. B. auf die Dichtigkeit der atmosphärischen Luft. Die Wirkung der an das Ohr anschlagenden Wellen beruht aber gar nicht darauf, dass die Luft am Ohre das eine Mal dichter, das andere Mal dünner als die *atmosphärische* Luft sei, sondern blos darauf, dass überhaupt ein *Wechsel grösserer und geringerer Dichtigkeit* in der das Ohr begrenzenden Luftschicht hervorgebracht werde. Die Dichtigkeit der das Ohr begrenzenden Luftschicht kann daher *immer* grösser, oder auch *immer* kleiner sein, als die der atmosphärischen Luft; die Tonhöhe hängt blos davon ab, wie oft in einer Sekunde die das Ohr begrenzende Luftschicht am dichtesten und am wenigsten dicht ist, und diese Zahl ist dieselbe, es mag zwischen je zwei verdichtenden Wellen eine verdünnende Welle eingeschaltet werden oder nicht. Man sagt demgemäss „ein Stoss gelte zwei einfachen Schwingungen (einer Hin- und Rückschwingung zusammen genommen) gleich", ein Satz, der von SAUVEUR zuerst ausgesprochen worden ist. b) Herr FELIX SAVART hat andere ähnliche Vorrichtungen erdacht, wie CAIGNARD DE LA TOUR. Er hat z. B. ein Rädchen an seiner Peripherie mit Stiften versehen, die, wenn das Rädchen gedreht wird, eine kleine Feder auslösen, die sogleich wieder zurückschnellt und an eine feste Vorlage anstösst. Man begreift leicht, dass man auf diesem Wege zu demselben Ziele geführt werde, wenn auch die so hervorgebrachten Stösse weniger schön sind, als die der Sirene. c) CAIGNARD DE LA TOUR und FELIX SAVART haben die Wellen erregenden *Stösse* gezählt, die sie durch eine mühlenartige Vorrichtung hervorbrachten. Man kann aber auch auf ähnliche Weise die Wellen zählen, welche von unseren gewöhnlichen musikalischen Instrumenten ausgehen: nur darf man den Aufwand nicht scheuen, um der dazu nöthigen Vorrichtung die dem Zwecke entsprechende Genauigkeit zu geben. Bauet man eine Zungenpfeife, deren schwingende Platte beträchtlich dicker und länger sein mag, als bei den in unseren Orgeln gebräuchlichen, so kann diese schwingende Platte eine Unruhe nach Art der Taschenuhren hin und herbewegen, welche sodann durch einen englischen Haken in ein gezahntes Rad eingreifen und dieses drehen kann. Ein Zeiger an diesem Rad und an anderen damit verbundenen Rädern, die sich langsamer drehen, geben auf dem Zifferblatte die Zahl der Schwingungen, welche die Platte gemacht hat, an. Auf solche Weise würden die Schallwellen bei mehreren der gebräuchlichen musikalischen Instrumente gezählt werden können.

4. *Man beobachtet den Unterschied der Wellenzahl zweier Wellenzüge für eine Minute oder eine Sekunde und das Verhältniss ihrer Dauer und berechnet aus dem beobachteten Unterschiede und Verhältnisse die Wellenzahl in beiden Zügen für eine Minute oder eine Sekunde.* Nach Versuchen, die neuerlich Herr H. Scheibler angestellt hat, hat sich diese Methode, die Schallwellen zu zählen, von allen als die schärfste und praktischste ergeben. Sie beruht auf der Beobachtung der sogenannten *Schwebungen.* Wenn die nicht ganz übereinstimmenden Pendel zweier Uhren neben einander schwingen, so beobachtet man bald Zeiträume, wo die Pendelschläge beider Uhren zwischen einander fallen, bald Zeiträume, wo die Pendelschläge beider Uhren zusammenfallen und deswegen einen stärkeren Eindruck auf das Ohr machen. Eben so müssen von Zeit zu Zeit die von zwei neben einander nicht ganz unisono tönenden Körpern ausgehenden Schallwellen, wenn sie zum Ohr gelangen, bald zwischen einanderfallen, bald zusammenfallen. Nur findet der Unterschied statt, dass die Pendelschläge der Uhren alle von gleicher Beschaffenheit sind, und daher immer einen stärkeren Eindruck auf das Ohr machen, wenn sie zusammenfallen. Die Schallwellen der beiden Wellenzüge sind dagegen gemeiniglich abwechselnd von entgegengesetzter Art, verdichtende und verdünnende, und es findet daher nur *abwechselnd* ein *stärkerer* Eindruck auf das Ohr statt, wenn nämlich gleichartige Wellen zusammenfallen (verdichtende mit verdichtenden, verdünnende mit verdünnenden); beim Zusammenfallen ungleichartiger Wellen (verdichtender mit verdünnenden) findet nicht allein kein stärkerer Eindruck auf das Ohr statt, sondern selbst der Eindruck, den sie einzeln gemacht haben würden, *hebt sich* in ihrer Verbindung *auf* und das Ohr nimmt gar nichts wahr, und es tritt für das Ohr dadurch eine kurze *Pause* ein, die allemal zwischen je zwei verstärkten Eindrücken in die Mitte fällt. Daher muss das Ohr halb so viele Schwebungen hören, als es wahrnehmen würde, wenn kein Wechsel von verdichtenden und verdünnenden Wellen Statt fände, sondern bei gleicher Zahl der Wellen alle Wellen verdichtende wären. Diese sogenannten Schwebungen leisten nun für das Ohr dasselbe, was der Vernier bei Längen- und Winkelmessungen für das Auge leistet. Durch den Vernier wird eine und dieselbe *Linie* zweimal in gleiche Theile zerfällt, so dass sie bei der zweiten Theilung eine Unterabtheilung mehr als bei der ersten Theilung erhält. Durch die Schwingungen zweier Körper, welche Schwebungen hervorbringen, wird ein und derselbe *Zeitraum* zweifach in gleiche Theile getheilt, so dass die eine Theilung eine Unterabtheilung mehr als die andere erhält. Wie man nun beim Vernier das Zusammenfallen zweier Striche beobachtet, so beobachtet man die *Schwebungen* als das Zusammenfallen zweier Schallwellen von *gleicher* Art, und zwischen den Schwebungen die *Pausen* als

das Zusammenfallen zweier Schallwellen von *entgegengesetzter* Art. Die Zahl der *Schwebungen* und *Pausen* zusammen genommen, in bestimmter Zeit, z. B. in 1 Minute, giebt daher an, wie viel Schallwellen von dem einen Wellenzuge mehr als von dem anderen in dieser Zeit an das Ohr anschlugen. Zählt man blos die *Schwebungen*, so muss man die gefundene Zahl verdoppeln, um den Unterschied in der Wellenzahl zu erfahren. Die Zählung dieser Schwebungen, welche z. B. in der Zeit von 1 Minute Statt finden, lässt sich nun zur Zählung der Schallwellen, welche in dieser Zeit an das Ohr anschlagen, benutzen; denn erfährt man aus der Zahl der Schwebungen den *Unterschied* in der Wellenzahl, die von beiden Zügen in gleicher Zeit zum Ohre gelangen, so braucht man nur noch das *Verhältniss* der Wellendauer in beiden Wellenzügen zu ermitteln, um die absolute Zahl der Schallwellen, welche in bestimmter Zeit von jedem Wellenzuge zum Ohre gelangt, zu berechnen. Finden in 1 Minute m Schwebungen und m Pausen statt, so sagen wir, dass von einem Wellenzuge in dieser Zeit $2m$ Schallwellen mehr als vom anderen zum Ohre gelangt sind, oder dass der *Unterschied* der Wellenzahl in beiden Zügen für 1 Minute $= 2m$. Ist nun das Verhältniss der Wellendauer in beiden Wellenzügen $= n:1$, so ist das *Verhältniss* der Wellenzahl, die von beiden Zügen in 1 Minute zum Ohre gelang, $= 1:n$, denn die Wellenzahl für eine gegebene Zeit verhält sich umgekehrt wie ihre Dauer. Bezeichnen wir nun die gesuchten Zahlen der Schallwellen, die in 1 Minute von den beiden Wellenzügen zum Ohre gelangen, mit z, y, so haben wir

$$z - y = 2m$$
$$z : y = 1:n$$

wonach

$$z = \frac{2m}{1-n}$$

$$y = \frac{2mn}{1-n}$$

Das Verhältniss der Wellendauer lässt sich aber auf verschiedene Weise ermitteln, und darin besteht die Verschiedenheit des von SAUVEUR, SARTY und SCHEIBLER angewandten Verfahrens. — a) SAUVEUR's *Zählung der Schallwellen.* SAUVEUR's Verfahren beruht auf der Behauptung, dass die Wellendauer der von Labialpfeifen ausgehenden Schallwellen sich wie die Länge der Pfeifen verhalte. Dieser Satz wird aus der Bewegungslehre der Luft in Röhren entlehnt, wird aber dort blos als eine Approximation, nicht als ein exaktes Naturgesetz, aufgestellt. Mit Zulassung dieses Gesetzes lässt sich daher die Wellenzahl nur näherungsweise bestimmen. SAUVEUR fand damit die Zahl der Schallwellen, welche von einer den Ton a gebenden Labialpfeife in 1 Sekunde ausging,

= 410. — b) Sarty's *Zählung der Schallwellen.* Sarty's Verfahren ist von dem von Sauveur angewandten nur darin verschieden, dass er Saiten den Pfeifen substituirte und auf das Gesetz bauete, dass die Wellendauer in den von sonst gleichen und gleich gespannten Saiten ausgehenden Wellenzügen sich wie die Länge der Saiten verhalte, welches ein exaktes Naturgesetz ist. Die Zahl der Schallwellen, welche von einer den Ton *a* gebenden Saite in 1 Sekunde ausging, fand er = 436. — c) Scheibler's *Zählung der Schallwellen.* Wenn gleich vorzüglich die letztere Bestimmung sehr genau ist, so hat doch in den von Sauveur und Sarty angestellten Versuchen die Methode etwas von ihrem Werthe dadurch verloren, dass ein Hülfssatz aus der Bewegungslehre schwingender Körper zugezogen wurde, welches nicht nothwendig ist. Erlaubt man sich, einen solchen Satz zu Hülfe zu nehmen, so kann man auch deren mehrere hinzuziehen, und, wenn man das will, bedarf man, wie wir unter 1. gesehen haben, der Beobachtung der Schwebungen gar nicht, um die Schallwellen zu zählen. Die Methode, die Schallwellen mit Hülfe der Schwebungen zu zählen, kann daher nur konsequent durchgeführt werden, wenn man sich nicht auf die Beobachtung der Schwebungen blos zweier Töne beschränkt, sondern die Schwebungen je zweier Töne einer grösseren Tonreihe scharf bestimmt, bis man zu Tönen gelangt, deren Konsonanz uns nach den Grundlehren der Akustik unmittelbar das Verhältniss der Wellendauer kennen lehrt, z. B. zu zwei Tönen, die eine Oktave bilden, folglich die Wellendauer in den beiden Wellenzügen, die sie hervorbringen, = 1 : 2 ist. Dieses ist das von Herrn Scheibler zur Zählung der Schallwellen angewandte Verfahren. Herr Scheibler wählte 52 Stimmgabeln, die 52 verschiedene Töne gaben, die erste den Ton $\overline{a}$, die letzte den Ton *a*, zwischen welchen Grenzen die übrigen Töne so eingeschaltet waren, dass der 7., 12., 17., 22., 27., 29., 35., 39., 43., 46., 49. mit den 11 zwischen diesen Grenzen liegenden Tönen unserer chromatischen Skala im Einklange waren. Folgendes ist eine kurze Uebersicht seiner Versuche:

Nummer der Stimmgabeln.	Zahl der Schwebungen in 1 Sekunde.	Nummer der Stimmgabeln.	Zahl der Schwebungen in 1 Sekunde.
1. und 2.	4,00	11. und 12.	5,667
2. „ 3.	4,00	12. „ 13.	4,00
3. „ 4.	4,00	13. „ 14.	5,00
4. „ 5.	4,00	14. „ 15.	4,00
5. „ 6.	4,00	15. „ 16.	4,00
6. „ 7.	4,66	16. „ 17.	4,967
7. „ 8.	4,00	17. „ 18.	4,00
8. „ 9.	5,607	18. „ 19.	4,333
9. „ 10.	4,00	19. „ 20.	4,00
10. „ 11.	4,00	20. „ 21.	4,00

Nummer der Stimmgabeln.	Zahl der Schwebungen in 1 Sekunde.	Nummer der Stimmgabeln.	Zahl der Schwebungen in 1 Sekunde.
21. und 22.	4,40	37. und 38.	4,00
22. „ 23.	4,00	38. „ 39.	4,20
23. „ 24.	3,80	39. „ 40.	4,00
24. „ 25.	4,00	40. „ 41.	3,733
25. „ 26.	4,00	41. „ 42.	4,00
26. „ 27.	3,773	42. „ 43.	3,80
27. „ 28.	4,00	43. „ 44.	4,00
28. „ 29.	5,207	44. „ 45.	5,333
29. „ 30.	4,00	45. „ 46.	3,533
30. „ 31.	5,267	46. „ 47.	4,00
31. „ 32.	4,00	47. „ 48.	5,84
32. „ 33.	4,693	48. „ 49.	4,00
33. „ 34.	4,00	49. „ 50.	4,667
34. „ 35.	4,733	50. „ 51.	4,393
35. „ 36.	4,00	51. „ 52.	4,00
36. „ 37.	4,26		

Man sieht leicht, dass diese Versuchsreihe ebenso folgenreich ist, wie die von Caignard de la Tour mit der Sirene angestellte. Durch Summirung der Schwebungen ergiebt sich, dass in 1 Sekunde 220 Doppelschwingungen (Hin- und Rückschwingung zusammen für eine gerechnet) mehr erforderlich sind, um $\bar{a}$ hervorzubringen, als um *a*. Da aber bei einer reinen Oktave die Zahlen der Schwingungen für gleiche Zeit sich wie 2 : 1 verhalten, und 440 : 220 die einzigen Zahlen sind, die sich wie 2 : 1 verhalten, und deren Unterschied zugleich = 220 ist, so folgt, dass die Stimmgabel, welche *a* gab, dem Ohre in 1 Sekunde 220 Doppelwellen oder 440 einfache Wellen zusendete. — d) Die von Scheibler begonnene Versuchsreihe liesse sich noch weiter zu immer tieferen Tönen fortsetzen — bis endlich die Schwingungen so langsam würden, dass sie unmittelbar zu zählen wären. Alsdann wäre diese Methode, die Schwingungen zu zählen, selbst von dem Satze unabhängig, dass in zwei Wellenzügen, die eine Oktave hervorbringen, die Wellendauer in dem einen doppelt so gross als im anderen sei. — 5. *Während die Wellen selbst schnell vorübergehen, können doch optische Erscheinungen hervorgebracht werden, die einige Zeit dauern und in Ruhe beobachtet werden können: auch einige dieser optischen Erscheinungen lassen sich zur Bestimmung der Wellenzahl benutzen.* Polirt man die kleine Endfläche eines schwingenden Stabes oder einer Stimmgabel, und bewegt sie vorwärts, während sie bald vorwärts, bald rückwärts schwingen, so wird sich die schwingende Bewegung mit der progressiven bald summiren, bald werden sie einander aufheben. Wo sie sich summiren, wird der Eindruck auf das Auge zu schnell vorübergehen, um bleibend zu sein; wo sie sich dagegen aufheben, wird die Zinke einige Zeit fast still stehen und dem Auge scharf begrenzt erscheinen, und dieser Eindruck

wird nach der Eigenthümlichkeit unseres Auges einige Zeit nachher dauern, nachdem die Stimmgabel diese Stelle schon verlassen und an einem anderen Orte zur Ruhe gekommen ist. So wird das Auge, indem sich dieser Vorgang auf einer grösseren Strecke mehrmals wiederholt, gleichzeitig mehrere Zinken zu erblicken glauben. Misst man den Abstand zweier Orte, wo man die Zinke gleichzeitig zu erblicken glaubt, und dividirt denselben durch den Raum, den der Stab oder die Stimmgabel mit gleichmässiger Geschwindigkeit in 1 Sekunde durchlaufen hat, so giebt der erhaltene Bruch die Dauer einer Doppelschwingung in Theilen der Sekunde an. Bewegt man eine schwingende Feder, oder die Schneide eines Messers, dicht über eine Platte hinweg, so dass sie dieselbe bei jeder Hinschwingung berührt, so wird sie, wenn die Oberfläche der Platte weich ist, nach jeder Berührung einen Eindruck in der Platte zurücklassen. Misst man den Abstand dieser Eindrücke von einander und dividirt ihn mit dem Raume, den die schwingende Feder mit gleichmässiger Geschwindigkeit in einer Sekunde zurücklegt, so giebt der erhaltene Bruch die Dauer einer Doppelschwingung in Theilen einer Sekunde an.

Aus dem allen sieht man, dass es nicht an Mitteln fehlt, die Grundgesetze der Akustik zu beweisen. Sie müssen aber recht vollständig bewiesen werden, weil auf ihnen alle übrigen akustischen Untersuchungen beruhen. Sind aber diese Grundlehren einmal ausser Zweifel gesetzt, so ist es leicht, eine Menge akustischer Untersuchungen mit ihrer Hülfe auszuführen. Die Anwendungen, welche man von den Grundlehren der Akustik machen kann, beziehen sich 1. auf die Musik, 2. auf die Erforschung der Schwingungsgesetze derjenigen Körper, welche Töne hervorbringen. 1. *Anwendung der Grundlehren der Akustik auf die Musik.* Die Musik, so wie dieselbe gegenwärtig ausgebildet ist, kann sich nicht aller möglichen Töne bedienen, sondern nur einer beschränkten Zahl von Tönen, die sie aus der unendlichen Reihe möglicher Töne auswählt. Eine solche *Auswahl* von Tönen bietet eine diatonische Tonreihe dar. Um sie darzustellen, wird eine Reihe Körper erfordert, die, wenn sie schwingen, in gleicher Zeit entweder 24, 27, 30, 32, 36, 40, 45, 48 . . . oder 120, 135, 144, 160, 180, 192, 216, 240 . . . Schwingungen machen. Diese Tonreihe ist aber für musikalische Zwecke zu beschränkt, und es wird für diese Zwecke nicht blos eine, sondern eine Verbindung mehrerer diatonischen Tonleitern erfordert, und von dieser Verbindung diatonischer Tonleitern wird gewünscht, dass je zwei viele Töne gemeinschaftlich haben, um schon mit einer geringen Zahl von Tönen sie alle darzustellen. Durch die Grundlehren der Akustik wird, die gewünschte Kombination diatonischer Tonleitern zu finden, zu einer Aufgabe der reinen Mathematik. Diese mathematische Betrachtung ergiebt nun, dass

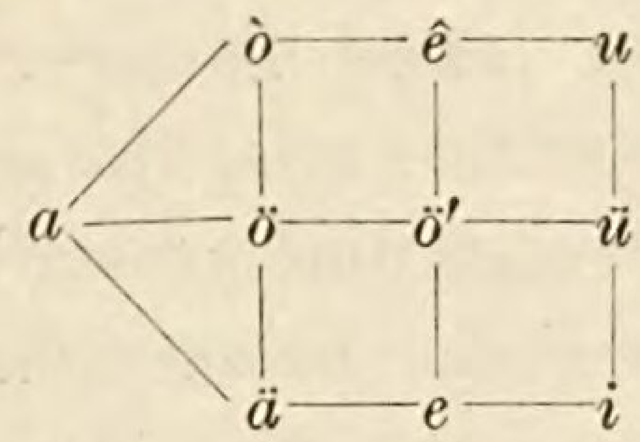
es nicht möglich ist, mit einer geringen Zahl von Tönen viele diatonische Tonleitern darzustellen, wenn jene Tonleiter der von ihnen in den Grundlehren der Akustik aufgestellten Definition *präcis* entsprechen sollen. Neben den Tonleitern aber, welche der von ihnen in den Grundlehren der Akustik aufgestellten Definition präcis entsprechen, lassen sich andere stellen, die zwar der Definition nicht präcis entsprechen, in der That aber so wenig davon verschieden sind, dass unser Ohr *den Unterschied gar nicht wahrnimmt.* Diese sind dann der Definition nach zwar keine diatonische Tonleitern, gelten uns aber den diatonischen Tonleitern gleich, weil wir sie davon nicht zu unterscheiden vermögen. Gestattet man die Substitution solcher genäherten diatonischen Tonleitern, so kann man zwar mit einer beschränkten Zahl von Tönen viele diatonische Tonleitern darstellen; die Zahl der Töne aber, welche dann erfordert wird, ist viel zu gross. Z. B. bei 1484 Tönen in einer Oktave, die lauter gleiche Tonstufen bildeten, würde der 1., 253., 478., 617., 869., 1094., 1346. eine Reihe bilden, die von der wahren Dur-Tonleiter nicht zu unterscheiden wäre: eben so würde der 1., 253., 392., 617., 869., 1008., 1260. eine Reihe bilden, die von der wahren Moll-Tonleiter nicht zu unterscheiden wäre. Eine so grosse Zahl von Tönen kann aber in unserer Musik nicht angewendet werden. So bleibt nichts übrig, als noch grössere Abweichungen von der in der Grundlehre enthaltenen Definition der diatonischen Tonleitern zu gestatten, wo dann gefunden wird, dass 12 Töne in einer Oktave hinreichen, einander wechselseitig dienen können, um für alle vollständige Dur- und Molltonleitern zu bilden, wenn diese 12 Töne von einer Oktave zur anderen 12 gleiche Tonstufen bilden. Der 1., 2., 4., 5., 7., 9., 11. Ton bilden eine Reihe, die von der wahren Dur-Tonleiter — der 1., 2., 3., 5., 7., 8., 10. bilden eine Reihe, die von der wahren Moll-Tonleiter wenig abweicht. — 2. *Anwendung der Grundlehren der Akustik zur Erforschung der Schwingungsgesetze derjenigen Körper, welche Töne hervorbringen.* Um die Grundlehren der Akustik auf die Erforschung der Schwingungsgesetze derjenigen Körper, welche Töne hervorbringen, anzuwenden, müssen diese Körper in mehrere Klassen getheilt, und jede Klasse einer besonderen Untersuchung unterworfen werden. I. Am vollständigsten hat Chladni in seiner Akustik diese Klassifikation gegeben und alle früheren und seine eigenen Untersuchungen über jede Klasse zusammengestellt. Die von ihm aufgestellte Klassifikation aller selbstschwingenden Körper ist folgende: 1. durch *Spannung* elastische, a) als *Linie* anzusehen (Saiten), b) als *Fläche* anzusehen (gespannte Membranen); 2. durch *Druck* elastische (Luft in Blaseinstrumenten); 3. durch *innere Steifigkeit* elastische, a) als *Linie* anzusehen, *α*) gerade (Stäbe), *β*) krumme (Gabeln, Ringe und andere gekrümmte Stäbe), b) als *Fläche* anzusehen,

α) gerade (Scheiben), *β*) krumme (Glocken, Gefässe etc.). Zur Erforschung der Schwingungsgesetze aller dieser Körper bieten die Grundlehren der Akustik die besten Hülfsmittel in der Bestimmung der Schwingungsdauer aller dieser Körper in allen einzelnen Fällen durch die blosse Vergleichung ihrer Tonhöhe dar. Diese Untersuchungen über alle einzelnen Klassen der tonfähigen Körper sind zu umfangreich, als dass es zweckmässig wäre, hier alle Ergebnisse dieser Untersuchungen zusammen zu stellen. Die Ergebnisse der über die einzelnen Klassen angestellten Untersuchungen sehe man daher in den einzelnen Artikeln nach, die von den genannten Klassen tonfähiger Körper handeln. II. Aber nicht blos die Schwingungsgesetze dieser sogenannten selbstschwingenden oder selbsttönenden Körper lassen sich mit den von den Grundlehren der Akustik dargebotenen Hülfsmitteln erforschen, sondern auch die Schwingungsgesetze aller übrigen Körper, *von denen Schallwellen sich verbreiten.* Schallwellen verbreiten sich aber von den selbstschwingenden oder selbsttönenden Körpern nicht blos *unmittelbar*, sondern auch *mittelbar*, indem sie andere Körper zum *Mitschwingen* und *Resoniren* nöthigen. Von allen mitschwingenden oder resonirenden Körpern verbreiten sich ebenfalls Schallwellen, die Töne hervorbringen, und man kann durch diese Töne auch die Schwingungsgesetze resonirender Körper erforschen. (S. den Artikel *Resonanz.*) III. Endlich nicht blos die Schwingungsgesetze derjenigen Körper, von denen die Schallwellen ausgehen, sondern auch diejenigen Körper, von denen die Schallwellen fortgepflanzt werden, lassen sich mit Hülfe der Grundlehren der Akustik erforschen. Siehe die Artikel: *Fortpflanzung*, *Zurückwerfung* und *Brechung der Schallwellen.*

Alle diese Grundlehren und deren Anwendungen zusammen genommen erschöpfen aber noch keineswegs das ganze Gebiet der Akustik, sondern bilden nur denjenigen Theil derselben, der am ersten und vollständigsten bearbeitet worden ist. Alles, was man bisher in der Akustik gethan hat, bezieht sich vorzugsweise *auf die Höhe der Töne*, und beschränkt sich darauf, den physischen Grund von der Höhe der Töne in der Periodicität der Schallwellen, welche an das Ohr anschlagen, nachzuweisen und diese erwiesene Wahrheit recht vielseitig zu benutzen. So wie es gelungen ist, den physischen Grund von der Höhe der Töne so vollständig in der Periodicität der an das Ohr anschlagenden Schallwellen nachzuweisen, so lässt es sich auch denken, dass es in der Folge noch gelingen werde, den physischen Grund der *Artikulation der Laute* und den physischen Grund von der Verschiedenheit des *Klanges* (Klangfarbe, *timbre*) bei gleicher Tonhöhe theils in einer gesetzlichen Abweichung der an das Ohr anschlagenden Schallwellen von der vollkommenen Periodicität, theils in den sonstigen Eigenthümlichkeiten,

wodurch sich verschieden erregte Wellenzüge unterscheiden können, eben so vollständig und sicher nachzuweisen. Bis jetzt sind hierüber nur schwache Versuche gemacht worden, die blos als noch wenig begründete Muthmassungen angesehen werden dürfen. Robert Willis hat neuerlich eine solche Muthmassung über den physischen Grund der Vokale aufgestellt und durch einige Versuche, Vokallaute mit Orgelpfeifen hervorzubringen, zu unterstützen gesucht. Er sucht den physischen Grund der Vokallaute in kleinen Abstufungen, die an jeder Schallwelle in grösserer oder geringerer Zahl vorhanden seien. Die Schallwelle nehme nämlich nicht von ihrem Beginne bis zu ihrer Mitte stetig zu, und von da bis zu ihrem Ende stetig ab, sondern in der ersten Hälfte nehme sie bald schneller bald langsamer zu, in der zweiten Hälfte bald schneller bald langsamer ab, und diese kleinen Fluktionen, die wahrscheinlich von einer höheren Schwingungsgattung herrührten, seien die Ursache der verschiedenen Vokallaute. Eine Bestätigung dieser Vermuthung hat er darin gesucht, dass er weitere Röhrenstücke an Orgelpfeifen, insbesondere Zungenpfeifen angesetzt hat. Die Luft in dieser angesetzten Röhre schwinge mit; diese Schwingungen, glaubt Willis, seien aber ihrer Zahl nach von denen der Pfeife selbst unabhängig und könnten aus den Dimensionen des angesetzten Röhrenstückes unmittelbar bestimmt werden, die Schallwellen, welche von dieser sekundären Schwingung hervorgebracht würden, verbänden sich nun mit den von der Pfeife selbst ausgehenden Schallwellen und bildeten die zur Hervorbringung der Vokallaute erforderlichen Abstufungen in den Schallwellen. Indem Willis sonach die Entstehung der Vokallaute aus einer Mitwirkung einer höheren Schwingungsart, d. i. aus einem schwachen Mithören eines höheren Tones herleitet, hat er durch seine Versuche die Höhe dieser Töne für die verschiedenen Vokallaute auszumitteln gesucht und glaubt seinen Erfahrungen gemäss die Entstehung des Vokallautes aus einem Mithören des hohen Tones, z. B. *I* mit dem 5 gestrichenen *g*, *E* mit 5 gestrichenem *c* oder 4 gestrichenem *d*, *A* mit 3 gestrichenem *f* oder 2 gestrichenem *des*, *Å* mit 2 gestrichenem *g* oder 2 gestrichenem *es*, *O* mit 2 gestrichenem *c*, ableiten zu dürfen. Die doppelten Bestimmungen für manche Vokale beziehen sich auf deren verschiedene Pronunciation. Auf einem weniger direkten Wege als Robert Willis haben frühere Akustiker der Erklärung der Sprachlaute auf den Grund zu kommen gesucht — durch Beobachtung unserer Sprachwerkzeuge bei Hervorbringung dieser Laute. Man hat die *Struktur* der Sprachwerkzeuge so wie auch ihre *Bewegungen* beim Sprechen genau zu erforschen gesucht. Siehe die Artikel *Stimmorgan* und *Sprachorgan*. Die so gemachten Beobachtungen hat Kempelen sodann zunächst zur künstlichen Hervorbringung der Sprachlaute in seiner *Sprachmaschine* benutzt

(Siehe den Art. *Sprachmaschine*), und CHLADNI hat darnach eine naturgemässe Unterscheidung und Eintheilung aller Vokallaute aufzustellen versucht. „Es sind“, sagt CHLADNI, „10 Vokale möglich, deren Hervorbringung auf verhältnissmässigen Verengerungen der äusseren oder der inneren Theile des Mundes beruht. Sie lassen sich am besten in folgendem Schema darstellen:



Bei dem Vokale *a* bleiben die äusseren sowohl, als die inneren Theile des Mundes ganz offen. Von diesem *a* an giebt es drei Reihen von Vokalen: 1. Wo das Innere des Mundes offen bleibt, und das Aeussere sich verengert: *a ò*, ein Mittellaut zwischen *a* und *o*, findet sich in mehreren englischen Worten; ingleichen auch im Dänischen, wo er durch *aa*, und im Schwedischen, wo er durch å ausgedrückt wird; *ê u*. 2. Wo das Aeussere des Mundes offen bleibt, und das Innere (der Zungenkanal) sich verengert: *aäei*. 3. Wo sowohl das Aeussere als das Innere sich verengert: *aö*, ein Mittellaut zwischen *ò* und *ä* wie im französischen *bonheur*, *cœur etc.*; *ö′ ü*. Sind diese Beobachtungen auch richtig, so erschöpfen sie doch bei weitem noch nicht den Gegenstand, sonst müsste es möglich sein, durch künstliche Vorrichtung nach Regeln, die auf diese Beobachtungen gegründet sind, die Vokallaute genau hervorzubringen, welches nicht der Fall ist. Die künstliche Hervorbringung der Vokallaute ist bisher noch wenig geglückt, und noch weniger die künstliche Hervorbringung aller übrigen Sprachlaute. Diese Versuche, den physischen Grund der Sprachlaute aufzufinden, machen den Anfang eines neuen Lehrgebäudes, das zur Vervollständigung der Akustik noch aufgeführt werden muss. Ein sicheres Fundament für diese neuen Untersuchungen lässt sich in der Erfahrung nur gewinnen, wenn man in der Kenntniss der Schwingungsgesetze der Körper so weit gelangt, dass man die Schallwellen jeder Art nach Belieben hervorbringen kann; denn die Schallwellen enthalten gewiss den physischen Grund aller Schallerscheinungen in sich. Ferner sind aber dazu die Konstruktion und Schwingungsgesetze unserer Hörwerkzeuge zu erforschen. Denn die Schallwellen bringen die Schallerscheinungen nicht unmittelbar hervor, sondern mittelbar durch die Bewegungen, in welche sie die Hörwerkzeuge versetzen. Diese Bewegungen der Hörwerkzeuge selbst, von denen die Schallerscheinungen am unmittelbarsten abhängen, werden durch zweierlei bestimmt: 1. durch die Beschaffenheit der anschlagenden Schallwellen; 2. durch die eigene Struktur und Elasticität der Hörwerkzeuge.

Aus dieser doppelten Abhängigkeit der Schallerscheinungen, 1. von der Beschaffenheit der Schallwellen, 2. von der eigenen Struktur und Elasticität der Hörwerkzeuge lässt sich zwar folgern, dass, wenn die Hörwerkzeuge unverändert bleiben, keine Verschiedenheit in der Schallerscheinung ohne Abänderung der Schallwellen eintreten könne, und also, dass von jeder Schallverschiedenheit ein Grund schon in der Beschaffenheit der Schallwellen müsse nachgewiesen werden können. Es lässt sich aber zugleich begreifen, wie die geringste, uns unwahrnehmbare Abänderung der Schallwellen eine grosse Verschiedenheit der Schallerscheinungen mittelbar zur Folge haben könne, indem eine kleine Verschiedenheit der Schallwellen sehr verschiedene Bewegungen der Hörwerkzeuge veranlassen kann. Man hat mit grösster Sorgfalt die Struktur der Hörwerkzeuge zu erforschen gesucht, worüber man den Artikel *Hörorgan* nachsehe. Der Erforschung der elastischen Kraft, so wie der Schwingungsgesetze der Hörwerkzeuge hat aber ihre Kleinheit und die Unmöglichkeit, am lebenden Menschen sie zu beobachten, bisher unübersteigliche Hindernisse in den Weg gelegt.

Kennt man die Relationen, welche zwischen der Beschaffenheit der Schallwellen und der Beschaffenheit der von ihnen hervorgebrachten Schallerscheinungen Statt finden, — kennt man ferner die Gesetze, nach denen die Schallwellen selbst durch Schwingungen entstehen und fortgepflanzt werden, — kennt man endlich die Schwingungsgesetze aller Körper: so muss es möglich sein, auch Gesetze zu geben für die Struktur aller zur Hervorbringung von Tönen bestimmter Instrumente, nach welchen diese Instrumente bei grösster Einfachheit die vollste Wirkung haben. Diese Gesetze zu entwickeln ist die Aufgabe der

II. praktischen Akustik

und der Lehre von dem Instrumentenbau. Sie zerfällt nach der Verschiedenheit der elastischen Körper, die zur Hervorbringung der Töne gebraucht werden, in die Lehre vom Bau der *Saiteninstrumente* (in denen die tönenden Körper durch Spannung elastisch sind), der *Blaseinstrumente* und *Orgeln* (in denen die tönenden Körper durch Druck elastisch sind), und der *Klavicylinder* und der damit verwandten Instrumente (in denen die tönenden Körper durch innere Steifigkeit elastisch sind). Die Lehre vom Bau der *Saiteninstrumente* ist am wenigsten ausgebildet, weil ihre Wirkung vorzugsweise auf Resonanz beruht, für die sich bis jetzt wenige präcise Gesetze haben ermitteln lassen, wegen der Komplikation der Bewegungen, die dabei Statt finden. Die Lehre vom Bau der Blaseinstrumente, insbesondere der Orgeln (siehe die Artikel *Blaseinstrumente* und *Orgelbau*) ist am meisten bearbeitet worden, und die Gesetze der Theorie haben sich bei diesem praktischen Gebrauche bewährt. Dieser Gebrauch ist aber bis jetzt doch immer noch

sehr beschränkt, weil die meisten Schwingungsgesetze der Luft in Blaseinstrumenten und Orgelpfeifen nur durch Approximation und nicht genau uns bekannt sind. Wo daher die Theorie bis jetzt nicht ausreichte, musste das Genauere immer unmittelbar durch die Erfahrung ermittelt werden. Die Lehre vom Bau der *Klavicylinder* und der damit verwandten Instrumente (siehe den Artikel *Klavicylinder*) ist von Chladni, dem Erfinder dieser Instrumente, der ihnen auch diesen Namen gegeben hat, begründet worden, und dieser Theil des Instrumentenbaues steht gegenwärtig als der wissenschaftlich ausgebildetste da, ungeachtet zu Chladni's im Jahre 1821 darüber publicirten Arbeiten seitdem nichts Wesentliches hinzugefügt worden ist. Auch vor Chladni sind zwar einige Versuche gemacht worden, Instrumente mit Hülfe der durch innere Steifigkeit elastischen Körper darzustellen, z. B. mit Stimmgabeln, oder mit Stäben (bei der Eisenvioline), oder mit Glasglocken (bei der Harmonika); Chladni ist aber der erste gewesen, der durch Vereinigung mehrerer genialen Ideen und durch konsequente Durchführung mehrerer grossen Versuchsreihen diese Instrumente zur Vollendung zu bringen, d. i. ihnen alle Vorzüge, deren sie ihrer Natur nach fähig sind, zu ertheilen gesucht hat. Viele Instrumente, die in neuerer Zeit Beifall gefunden haben, insbesondere das Terpodion, gehören zu den Klavicylindern. Ausser den Klavicylindern sind noch viele andere Gattungen von Instrumenten, in denen durch innere Steifigkeit elastische Körper tönen, darzustellen möglich; doch kommt es bei der wissenschaftlichen Entwickelung der Lehre vom Instrumentenbau auf die einfachsten und vollkommensten an, als welche allein die Klavicylinder zu rechnen sind, hinter welchen selbst die Harmonika in sehr wesentlichen Punkten weit zurücksteht. Was die allgemeine Lehre des Instrumentenbaues betrifft, verweisen wir auf den Artikel *Instrumentenbau;* und was die besonderen Lehren betrifft, so verweisen wir auf die einzelnen von diesen Instrumenten handelnden Artikel, und geben zur Verbindung dieser Artikel und um auf sie hinzuweisen, schliesslich diejenige *Uebersicht der musikalischen Instrumente,* welche Chladni seinen Beiträgen zur praktischen Akustik und zur Lehre vom Instrumentenbau vorausgeschickt hat. Alle musikalische Instrumente sind entweder 1. *Singinstrumente,* wo die Töne durch irgend eine Art von Streichen oder Reiben hervorgebracht werden, und, so lange man will, fortdauern, meistens eben so, wie bei der menschlichen Stimme, mit willkührlich zunehmender oder abnehmender Stärke, oder 2. *Klinginstrumente,* wo die Töne durch Schlagen, oder Reissen, oder überhaupt durch irgend eine Art von Stoss hervorgebracht werden, und hernach verhallen, so dass keine beliebige Fortdauer und kein Anschwellen oder Gleichbleiben der Stärke Statt findet. Die ersteren zeichnen sich dadurch aus, dass man gebundene und melodische Sätze darauf besser, als auf anderen Instrumenten vortragen kann; die

letzteren aber meistens durch eine sehr schnelle Ansprache, und durch Genauigkeit des Rhythmus, indem ein angeschlagener Ton allemal in dem ersten Momente am stärksten ist, aber bei einem durch Reibung hervorgebrachten Tone doch allemal ein kleiner Zeitraum vergehen muss, ehe die stärkste Wirkung erfolgt, welcher Zeitraum indessen bei einer guten Einrichtung und Behandlung des Instrumentes so klein ist, dass er als ganz unmerklich und als kaum vorhanden angesehen werden kann. Beide vorher erwähnten Hauptklassen von Instrumenten, die man auch durch die Benennungen: *melodische* und *rhythmische* Instrumente unterscheiden könnte, lassen sich am besten nach der Beschaffenheit der dazu anzuwendenden klingenden Körper ordnen. I. *Singinstrumente oder melodische Instrumente.* A. Mit *Saiten.* a) Instrumente, worauf *eine Stimme* vorgetragen wird (oder nur als Ausnahme mehr als eine), welche also zum Zusammenspielen mehrerer Personen bestimmt sind. Hierher gehören *Geigeninstrumente* aller Art. b) Instrumente, worauf sich *mehrere Stimmen zugleich* vortragen lassen, welche also mehr, als die vorher erwähnten, zum Alleinspiele geeignet sind. ba) Das Instrument wird *mit Tasten* gespielt. baa) Das *Streichen* geschieht in die *Quere*, vermittelst eines oder mehrerer Räder, die auf der äusseren Oberfläche mit einer streichenden Substanz überzogen sind, oder vermittelst eines um zwei Räder gehenden Bandes u. s. w., wie bei *Bogen-Klavieren* oder *Bogenflügeln* von verschiedener Art (wovon die Leier, *vielle,* eine der unvollkommensten ist), oder durch Violinbögen oder Stränge von Pferdehaaren, die in einem beweglichen Rahmen befestigt zwischen den Saiten durchgehen, wie bei der Xänorphica von Röllig und Matthias Müller, oder dem Orchestrino von Thomas Kungen, und einem ähnlichen Instrumente von Herrn von Meyer, welches alles nicht wesentlich verschieden ist. bab) Das Streichen geschieht in der *Ebene der Axe,* so dass ein an der Saite in die Quere angebrachter beweglicher Ansatz durch eine Streichwalze gestrichen wird: *Harmonichord.* bac) Die Saiten werden *durch einen Luftstrom* in zitternde Bewegung gesetzt (und zwar willkührlich, so wie es bei der Aeolsharfe blos ein Spiel des Windes ist), *Anemochord,* nicht zur Nachahmung zu empfehlen. bb) Ein an den Saiten in die Quere angebrachter, etwas beweglicher Ansatz wird *mit den Fingern* der Länge nach gestrichen: *Triphon.* Ist ohngefähr dasselbe ohne Tastatur, was das Harmonichord mit einer Tastatur ist, und verhält sich zu diesem eben so, wie das Euphon zu dem Klavicylinder. B. *Mit Luft, die in einer Röhre eingeschlossen ist.* a) Zum Vortrage *einer Stimme* und also zum Zusammenspielen mehrerer Personen bestimmt: *Blaseinstrumente* aller Art. b) *Vielstimmig,* und also mehr zum Alleinspielen geeignet: *Orgel,* und alles, was dieser ähnlich ist. Bei aller sonstigen Vollkommenheit fehlt dieser das Anschwellen

und Abnehmen der Töne, welches nur bei einem und andern Register durch Auf- und Zuthun einer Klappe, oder sonst auf eine künstliche Art sich bewirken lässt. C. Mit *Stäben* oder *schmalen Streifen*, die gerade oder auf irgend eine Art gekrümmt sein können. a) Das Instrument wird *mit Tasten* gespielt. aa) Das *Streichen* geschieht *hin-* oder *herwärts* (in der Ebene der Axe), vermittelst einer sich umdrehenden Streichwalze: *Klavicylinder*, wovon viele Bauarten möglich sind. ab) Das Streichen geschieht *in die Quere* (seitwärts), auf eine dem Bogenklaviere etwas ähnliche Art, wie wir denn ein dergleichen Instrument gesehen haben, bei welchem Gabeln, und eines, bei welchem gerade Stäbe auf diese Art gestrichen wurden; ist nicht zur Nachahmung zu empfehlen. ac) Dünne Stahlstreifen werden *durch einen Luftstrom* in zitternde Bewegung gesetzt, fast wie im Einzelnen bei der Maultrommel oder sogenannten Mundharmonika: *Aeoline* oder *Aeolodikon*; ist gut ausgedacht und ausgeführt[1]). b) Ein an dem Stabe befestigter Ansatz (oder Streichstab) wird *mit den Fingern* gestrichen: *Euphon*; ist ungefähr dasselbe ohne Tastatur, was manche Art des Klavicylinders mit derselben ist. c) Die Stäbe werden mit *einem* oder mehreren Violinbogen gestrichen: die sogenannte *Eisenvioline*, hat bei einem angenehmen Klange doch auch beträchtliche Unvollkommenheiten; scheint übrigens noch mancher Abänderung fähig zu sein. d) Stählerne Streifen oder Federn werden durch den Hauch in Bewegung gesetzt: bei dem mit einem gemeinen Namen *Brummeisen* oder *Maultrommel*, und mit einem mehr veredelten *Mundharmonika* genannten Instrumente, welches von Koch zuerst besser als gewöhnlich gespielt, und von Herrn H. Scheibler in *Krefeld* sehr verbessert und *Aura* genannt worden ist. D. Mit *Glocken*. a) Die an einer gemeinschaftlichen Spindel befestigten Glocken drehen sich um die Axe, und werden in die Runde gestrichen: *Harmonika*; besser mit den Fingern, als mit Tasten zu spielen. Ehe Franklin der

[1]) Zu dieser Klasse von Instrumenten gehört die *Physharmonika*, welche neuerlich sehr verbreitet und beliebt geworden ist. — Die Luft spielt aber bei diesen Instrumenten eine wichtigere Rolle, wie eine genauere Prüfung ergeben hat, als Chladni hier andeutet. Chladni glaubte damals noch, die Luft diene bei diesen Instrumenten blos als Streichmittel, um die dünnen Stahlstreifen in zitternde Bewegung zu setzen; dagegen hat eine nähere Prüfung ergeben, dass diese schwingenden dünnen Stahlstreifen, welche in Rahmen, die die Oeffnungen der Windlade verschliessen, gefasst sind, blos als eine der Sirene ähnliche Vorrichtung dienen, die in der Windlade verdichtete Luft bald herauszulassen, bald einzuschliessen, d. i. die Luft in eine stossende Bewegung zu versetzen. Diese stossende Bewegung der Luft ist aber dann die, welche diejenigen Schallwellen hervorbringt, welche, indem sie an das Ohr anschlagen, die Schallempfindung hervorbringen. Da folglich die Luft der tönende Körper ist, gehören diese Instrumente zu der unter B. aufgeführten Klasse von Instrumenten, und stehen den Zungenpfeifen der Orgeln am nächsten.

Harmonika die gegenwärtige Einrichtung gab, hatte Pockeridge die Glocken neben einander gestellt. b) Glocken oder Gefässe werden neben einander befestigt und mit zwei Violinbogen gestrichen; vom Abbate Mazzocchi in Italien, und hernach vom Professor Bürja in Berlin ausgeführt. Mehr ein Spielwerk als etwas Brauchbares. Es würden auch auf mehrere Arten gerade Flächen oder Scheiben durch irgend eine Art des Streichens können zum Klingen gebracht, und ebenfalls zu einem musikalischen Instrumente benutzt werden; es würde aber nicht zu empfehlen sein, weil man das dadurch zu Erreichende durch andere Mittel besser und bequemer haben kann. II. *Klinginstrumente, oder rhythmische Instrumente.* A. Mit *Saiten.* a) *Vermittelst einer Tastatur* gespielt. aa) Durch Hämmer angeschlagen. *Pianoforte,* von Christian Gottlieb Schröter, Organist in Nordhausen, 1717, als er noch Kreuzschüler in Dresden war, erfunden, und hernach durch Andere sehr vervollkommnet. Die *Guitarre* mit Tasten gehört auch hierher. ab) Durch Federn gerissen: *Flügel* oder *Spinet.* Mit Recht nicht mehr gewöhnlich, weil man keine Stärke und Schwäche in der Gewalt hat. ac) Durch Tangenten, die an den Tasten angebracht sind, an dem einen Ende angeschlagen und gehalten: *Klavier* oder *Klavichord.* Ist wegen seines schwächeren Klanges wohl nicht ganz mit Recht durch das Pianoforte gar zu sehr verdrängt worden. b) *Mit den Fingern* gespielt: *Harfe,* sowohl die gewöhnliche, in neuerer Zeit sehr vervollkommnete, mit Darmsaiten, als die liegende, einem tafelförmigen Pianoforte etwas ähnliche, mit Metallsaiten: *Guitarre, Mandoline, Laute* etc. B. *Mit Stäben oder schmalen Streifen* von Glas, Metall, Holz u. s. w., die gerade oder gekrümmt sein können. a) *Durch Klöppel* angeschlagen: die *Strohfiedel,* und was dieser ähnlich ist; das *Sistrum* der Aegypter, die *Triangel* bei der türkischen Musik etc. b) *Vermittelst einer Tastatur durch Hämmer angeschlagen: Clavecin à cordes de verre* (im Englischen *Glaschord*) von Beyer in Paris. c) *Vermittelst einer Tastatur durch eine Art von Feder gezupft:* ein vom Uhrmacher Schuster in Wien ausgeführtes Instrument dieser Art. d) *Mit den Fingern gezupft:* ein aus dünnen Stahlstreifen, die an ihren beiden Schwingungsknoten schwach befestigt sind, bestehendes kleines Instrument, in Brasilien gebräuchlich. Möchte wohl einiger Vervollkommnung fähig sein. C. *Mit gespannten Membranen: Pauken, Trommeln,* und was diesen ähnlich ist. D. *Mit geraden oder krummen für sich elastischen Flächen.* a) *Glockenspiele* mit Klöppeln oder Hämmern angeschlagen, ohne oder mit einer Tastatur. In Holland am meisten gewöhnlich. Das Gongonz oder Tamtam der Chinesen, die Becken bei der türkischen Musik etc. b) Mit *Scheiben,* die durch Klöppel angeschlagen werden: das *King* der Chinesen. *Weber.*

Anhang.

Anzeige einer viele neue Entdeckungen enthaltenden Abhandlung des Herrn Dr. Wilhelm Weber in Halle, über die Gesetze der Zungenpfeifen.

Von

Dr. E. F. F. Chladni.[1])

[Cäcilia, VIII, p. 91—108, 1828.]

Bei weitem die Mehrzahl der auf Universitäten erscheinenden Dissertationen gewährt keine Ausbeute für die Vermehrung unserer Kenntnisse, und dient nur, zu zeigen, dass der Verfasser sich die für seinen Zweck nöthigen Kenntnisse oder Fähigkeiten erworben habe. Eine ehrenwerthe Ausnahme von dieser Mehrzahl macht aber die Schrift des Herrn Dr. Wilhelm Weber, welche er am 10. Februar d. J., um sich zu Vorlesungen zu habilitiren, in Halle öffentlich vertheidigt hat:

> *Leges oscillationis* oriundae, si duo corpora diversa celeritate oscillantia ita conjunguntur, ut oscillare non possint, nisi simul et synchronice, exemplo illustratae *tuborum linguatorum*. (40 S. in 4., nebst 1 Kupfert.)

Wiewohl der Inhalt dieser Schrift sehr erweitert, nebst noch vielen anderen akustischen Untersuchungen, auch in einer Fortsetzung der Wellenlehre wird vorgetragen werden, so wird es doch wohl nützlich sein, hier Einiges davon kurz mitzutheilen, und dadurch zu einem baldigen Bekanntwerden so vieler neuentdeckter Naturgesetze Einiges beizutragen.

Ueber die Schwingung der Luft in *Labial*pfeifen (oder *Flötenwerken*) hatte man schon längst gute Untersuchungen von L. Euler, Lambert, Daniel Bernoulli und Anderen, und in neuerer Zeit haben

[1]) [Zwei andere Anzeigen der Habilitationsschrift W. Weber's durch Chladni finden sich in der Allgemeinen musikalischen Zeitung, XXIX, p. 281, 1827, und in Kastner's Archiv für die gesammte Naturlehre, X, p. 443, 1827.]

besonders die beiden Brüder E. H. und W. Weber in ihrer vortrefflichen Wellenlehre, und Savart in den Annales de Chimie, Vieles zu noch besserer Kenntniss dieses Gegenstandes beigetragen; aber von den Gesetzen der *Zungen*pfeifen (oder *Rohr*werke) wusste man (wie auch Gfr. Weber schon in seiner Theorie der Tonsetzkunst 2. Aufl. 1. Bd. Seite 4 erwähnt) fast gar nichts, ehe die beiden Brüder Weber uns in ihrer Wellenlehre Auskunft darüber gegeben haben. Die hier anzuzeigende Schrift enthält nun viele merkwürdige Ergebnisse von neuen Forschungen, bei welchen nichts willkürlich angenommen, sondern Alles auf sehr genau angestellte und sehr vervielfältigte Experimente gegründet ist.

Zu Anfang der Schrift wird richtig bemerkt, dass der gewöhnliche Begriff von einem Schalle etwas zu erweitern ist. Die nächste Ursache der Schallempfindung sind zwar alle Mal fortschreitende, zum Ohre gelangende Schwingungen oder Wellen, aber die entferntere Ursache besteht nicht immer in stehenden Schwingungen eines elastischen Körpers, wie man sich gewöhnlich vorgestellt hat, sondern sie kann eben so wohl auch in einer schnellen Folge von Schlägen *anderer* Art bestehen, wie z. B. bei dem Schwirren oder Sumsen fliegender Insekten durch Muskelbewegung, bei den unangenehmen aber doch bestimmbaren Tönen, die man bei dem Zerreisen eines seidenen Zeuges hört, durch die schnell auf einander folgenden Zerreissungen der Fäden, bei der *Sirene* des Baron Caignard de la Tour, durch Unterbrechung der Strömungen einer elastischen oder tropfbaren Flüssigkeit u. s. w. — So hängt auch bei Zungenpfeifen der Ton von den abwechselnden Oeffnungen und Verschliessungen der Zungenöffnung und den dadurch verursachten Unterbrechungen der Luftströmung ab.

Nachdem in der Einleitung hierüber Einiges gesagt ist, werden alle Blaseinstrumente in drei Klassen getheilt: 1. wo die Luftstrecke stehende Schwingungen macht (Labialpfeifen und Flöten), 2. wo der Luftstrom durch stehende Schwingungen einer Lamelle periodisch unterbrochen wird (Zungenmundstücke, Pfeifen mit dem Munde, vielleicht auch die menschliche Stimme), 3. wo der Klang auf beide Arten zugleich hervorgebracht wird, nämlich theils durch stehende Schwingungen einer Lamelle, theils durch Unterbrechungen des Luftstromes (Zungenpfeifen, Oboe, Fagott, Klarinette etc.).

Hierauf werden die Zungenmundstücke und die Labialpfeifen beschrieben und deren Gesetze kurz angegeben.

Im ersten Theile werden die Gesetze und Bedingungen angegeben, nach welchen die in einer Röhre befindliche Luft und eine metallene Lamelle, die für sich mit verschiedener Geschwindigkeit schwingen, auf einander so wirken, dass ihre Schwingungen gleichzeitig werden. Hier

ist nur von der einfachsten Verbindung eines Mundstückes und einer Röhre die Rede, da die Untersuchungen solcher Instrumente, wo das Mundstück unvollkommener ist oder die Lippen dessen Stelle vertreten, wie auch der mit Seitenlöchern versehenen Instrumente, weit schwieriger sind.

Alle Arten, wie durch Verbindung eines Zungenmundstückes mit einer Röhre der Klang kann hervorgebracht werden, lassen sich in *3 Klassen* theilen, nämlich

1. wo der Luftstrom die Zungenöffnung zu verschliessen strebt, welches auf dreierlei Art geschehen kann, nämlich durch Druck auf die Zunge von aussen nach innen, oder durch Zug von innen nach aussen, oder auch so, dass die Zunge auswendig mit schwingender Luft umgeben ist;

2. wo der Luftstrom die Zunge von der Oeffnung zu entfernen strebt, entweder durch Druck von innen nach aussen, oder Durchzug von aussen;

3. wo der Luftstrom die Zungenöffnung zu verschliessen strebt, und zugleich das andere Ende verschlossen ist, und die Luft nicht durch die Röhre geht.

Der nothwendigen Kürze wegen ist in dieser Schrift, nur die erste Klasse der Klanghervorbringung abgehandelt, und von den beiden anderen nur wenig gesagt, da das Ganze, nebst noch anderen Untersuchungen in der Fortsetzung der Wellenlehre vorgetragen werden soll.

Die, nach der Angabe von Strohmann in der Leipziger Allg. Musikalischen Zeitung XIII, Jahrg. No. 9 eingerichteten Mundstücke werden beschrieben, und gezeigt, wie die, vermittelst eines solchen Mundstückes in einer Zungenpfeife hervorgebrachten Klänge bald mit denen einer offenen Pfeife, bald mit denen einer gedeckten Pfeife überein kommen können.

Die Schwingungen der Zunge und die der Luft sind allemal gleichzeitig; es wird nämlich entweder die Zunge von der Luft, oder die Luft von der Zunge gezwungen, deren Schwingungen anzunehmen, oder sie ändern einander gegenseitig ab.

Die Höhe des Tones hängt im Allgemeinen von der Beschaffenheit des Mundstückes ab, in Hinsicht auf die Oktave, in welcher er sich befindet, so wie auch die Zahl der Schwingungsknoten, welche sich in der Röhre bilden. In den Fällen, wo eine Zungenpfeife zwei Töne geben kann, giebt sie den einen als offene, den anderen als gedeckte Pfeife.

Für die gegenseitigen Abänderungen der Schwingungen der Zunge und der Schwingungen der in der Zungenpfeife enthaltenen Luftstrecke werden folgende Gesetze angegeben:

1. Wenn beide einerlei Töne geben, findet keine Veränderung Statt.

2. Wenn die Röhre eine solche Länge hat, dass sie als offene Pfeife den Ton des Mundstückes als Grundton oder als einen der Flageolettöne geben kann, so giebt die Zungenpfeife, wenn sie gezwungen wird, als gedeckte Pfeife zu tönen, den Ton, welcher von dem der Zunge am weitesten entfernt ist, also den Grundton einer Oktave $^2/_1$ tiefer, den mit einem Schwingungsknoten um eine Quarte oder $^4/_3$, den mit zwei Schwingungsknoten um $^6/_5$ oder eine kleine Terz tiefer u. s. w. (welches weiter erklärt wird). Die Zunge giebt hier fast ganz nach und die Luft nur wenig.

3. Wenn die Zungenpfeife eine solche Länge hat, dass, wenn man sie als offene Pfeife betrachtet, ihre Schwingungszahl von der Schwingungszahl der Zunge möglichst verschieden ist, so ändert die Zunge ihre Schwingungszahl fast gar nicht, und zwingt die Luft, ihre Schwingungen anzunehmen. Ohne Schwingungsknoten wird alsdann der Ton ungefähr um eine Quinte $^3/_2$ höher sein, als die Luftstrecke ihn an sich, vermöge ihrer Länge, würde geben können, und bei einem Schwingungsknoten um eine grosse Terz $^5/_4$, bei zwei Schwingungsknoten um $^7/_6$ höher, u. s. w.

4. Wenn die Zahl der Schwingungen, welche einer gedeckten Pfeife zukommt, zwar von der Schwingungszahl der Zunge verschieden ist aber weniger, als in dem unter No. 1 erwähnten Falle, ändert sowohl die Luft, als die Zunge, die ihr eigene Schwingungszahl, und zwar so, dass die Schwingungszahl der Luft nur um ein Weniges vermehrt, aber die der Zunge beträchtlich vermindert wird; es werden also, nachdem die Verschiedenheit grösser oder geringer ist, ohne Schwingungsknoten alle Töne Statt finden können, die zwischen den Ton der Zunge und dessen tiefere Oktave $^2/_1$ fallen, bei einem Schwingungsknoten die zwischen dem Tone der Zunge und dessen tiefere Quart $^4/_3$, bei drei Schwingungsknoten die zwischen dem Tone der Zunge und dessen tiefere kleine Terz $^6/_5$ u. s. w.

5. Wenn die Schwingungszahl der Zunge von der, welche in einer offenen Pfeife Statt findet, verschieden ist, aber nicht so sehr, wie in No. 3, so ändert sowohl die Zunge als die Luft ihre Schwingungszahl, und zwar so, dass die der Zunge ein wenig vermindert, aber die der Luft sehr vermehrt wird, so dass, nachdem die Verschiedenheit grösser oder geringer ist, die Luft von der Zunge gezwungen werden kann, ohne Schwingungsknoten die Töne zu geben, welche zwischen den der Luft eigenen Tone und dessen höherer kleinerer Quinte fallen, bei einem Schwingungsknoten die zwischen dem Tone der Luft an sich und dessen höherer kleinen Terz, bei zwei Schwingungsknoten die zwischen dem Tone der Luft und den um $^8/_7$ höheren u. s. w.

Im *zweiten Theile* dieser Abhandlung werden die *Gesetze* der Zungenpfeifen *aus vier Reihen von* (sehr vielen sorgfältig angestellten und geordneten) *Experimenten hergeleitet,* und durch 7 Tabellen, wo die erhaltenen Töne auch in Noten ausgedrückt sind, erläutert. Die hier angegebenen Gesetze sind folgende:

1. Röhren von verschiedener Länge mit demselben Mundstücke verbunden, können denselben Ton geben.

2. Der Ton des Mundstückes kann durch angesetzte Röhren nie höher, wohl aber tiefer werden (es versteht sich, wenn das Anblasen am Mundstücke, nicht aber wenn es am entgegengesetzten Ende der Röhre geschieht, in welchem letzteren Falle das Gegentheil Statt findet).

3. Eine Zungenpfeife kann verschiedene Längen haben, bei welchen der Ton dem der Zunge gleichkommt. In solchen Fällen kann durch eine Verschiedenheit des Anblasens anstatt des Tones der Zunge entweder die tiefere Oktave, oder Quarte, oder kleinere Terz u. s. w. ($^2/_1$, $^4/_3$, $^6/_5$, $^8/_7$ etc.) hervorgebracht werden.

4. In einer auf die beschriebene Art eingerichteten Zungenpfeife können die durch Verschiedenheit des Anblasens hervorzubringenden Töne entweder dem Tone der Zunge und dem eine Oktave tieferen gleich sein, oder dem Tone der Zunge und dem eine Quarte tieferen, oder auch dem Ton der Zunge und dem um eine kleine Terz tieferen u. s. w. ($^2/_1$, $^4/_3$, $^6/_5$ u. s. w.). In anders beschaffenen Zungenpfeifen lassen sich noch ein wenig tiefere Töne hervorbringen.

5. Röhren von verschiedener Länge, mit demselben Mundstücke verbunden, geben nur dann denselben Ton, wenn der Theil, um welchen die eine länger ist, als die andere, die Grösse hat, dass er als offene Pfeife denselben Ton, wie die ganze Pfeife, würde geben können.

6. Wenn das Mundstück einen viel höheren Ton giebt, als der, welcher der Länge der Röhre zukommt, theilt sich die Luftstrecke in der Röhre in Theile, welche durch Schwingungsknoten von einander abgesondert sind, und zwar so, dass jeder Theil die Länge hat, welche in einer offenen Pfeife den Ton des Mundstückes geben würde. Ausser diesen gleichen Theilen befindet sich aber an dem Ende, welches dem Mundstücke entgegengesetzt ist, ein halb so grosser Theil, und der zunächst an dem Mundstücke befindliche Theil hat bisweilen die Länge eines ganzen, bisweilen die eines halben Theiles, und ist bisweilen noch kürzer.

7. Wenn der Ton des Mundstückes durch die angesetzte Röhre um mehr, als um das Intervall einer Sekunde, erniedrigt wird, so ist die Zungenpfeife $^1/_2$, $1^1/_2$, $2^1/_2$ mal u. s. w. länger, als eine offene Pfeife, welche denselben Ton giebt.

Da offene und gedeckte Pfeifen eine Reihe von Tönen geben, die man *aliquote* oder *harmonische* Töne nennt, so sind diese beiden Benennungen (welche an Labialpfeifen, wo man sie auch Flageolettöne nennt, gleichbedeutend sind) an Zungenpfeifen zu unterscheiden. *Aliquote Töne* können hier alle solche genannt werden, wo die Luftstrecke in mehrere, durch Schwingungsknoten von einander abgesonderte schwingende Theile getheilt ist; *harmonische* nur solche, die in harmonischen Verhältnissen stehen. Nach diesen Voraussetzungen werden folgende Gesetze mitgetheilt:

8. Eine Zungenpfeife kann zwar aliquote, nicht aber harmonische Töne (d. i. zwei oder mehr aliquote) geben, weil die Luftstrecke von der Zunge gezwungen wird, den Ton zu geben, welcher dem Tone der Zunge am nächsten ist, und verhindert wird, die Töne zu geben, welche sie bei einer Eintheilung in mehr oder weniger Theile würde geben können.

9. Wenn eine Zungenpfeife eine solche Länge hat, dass sie zwei Töne, die mit einander eine Oktave, oder Quarte, oder kleine Terz machen, geben kann, so sind dieses nicht harmonische Töne, sondern der tiefere erscheint, wenn die Pfeife sich nach den Gesetzen gedeckter Pfeifen, und der höhere, wenn sie sich nach den Gesetzen offener Pfeifen richtet.

Bei den folgenden Gesetzen ist die absolute Zahl der Schwingungen mit Hülfe eines Monochords möglichst genau bestimmt worden.

10. Wenn die Zungenpfeife in gleiche Theile getheilt wird, von der Länge wie eine offene, denselben Ton gebende Pfeife, und ein Theil übrig bleibt, der kleiner ist, als die Hälfte, so wird der Ton der Zungenpfeife von dem Tone der Zunge nicht sehr verschieden sein, und diese Verschiedenheit wird um desto geringer sein, je kleiner der übrig bleibende Theil ist.

11. Wenn aber ein grösserer Theil, als diese halbe Länge, übrig bleibt, so wird der Ton der Zungenpfeife von dem Tone einer gedeckten Pfeife nicht sehr verschieden sein, und zwar von den zunächst tieferen einer solchen Pfeife, und die Verschiedenheit wird um desto geringer sein, je grösser der übrig bleibende Theil ist.

Hierauf werden die Gesetze der Zungenpfeifen (bei der hier abgehandelten *ersten Art der Klanghervorbringung*, wo die Luftströmung die Zunge in die Oeffnung niederdrückt, und diese zu verschliessen strebt) erst durch analytische Zeichen, und sodann in Worten ausgedrückt. Die *kurz zusammengefasste Darstellung* ist folgende:

Bei einer gegebenen Zungenpfeife suche man erst den Ton, welchen die Zunge für sich giebt, sodann untersuche man, wie viel Mal die Länge der Zungenpfeife die Länge einer denselben Ton als Grundton gebenden offenen Pfeife enthalte, und, wie viel übrig bleibt, wenn man sie durch diese dividirt. Hieraus ergiebt sich 1. die Zahl der durch Schwingungsknoten

von einander abgesonderten Theile, wo der Rest auch für einen Theil zu nehmen ist, 2. ob der übrig bleibende Theil grösser oder kleiner ist, als die Hälfte einer denselben Ton gebenden offenen Pfeife. Ist er kleiner, so wird der Ton beinahe dem der Zunge gleich sein; ist er grösser, so wird der Ton sein, wie in einer eben so langen gedeckten Pfeife, wenn sie in eben so viele Theile durch eben so viele Schwingungsknoten getheilt ist.

Sodann wird auch noch eine kurze Uebersicht der Gesetze für die (vorhererwähnte) zweite und dritte Klasse der Klanghervorbringungen gegeben.

Für die *zweite Klasse* der Klanghervorbringungen (wo die Luftströmung die Zunge von der Oeffnung abwärts drückt, und die Zungenpfeife an dem Ende, welches dem Mundstücke entgegengesetzt ist, angeblasen wird) ist das allgemeine Gesetz folgendes:

An einer Zungenpfeife suche man erst den Ton der Zunge, hernach untersuche man, wie viel Mal die Länge der Pfeife die Länge einer denselben Ton als Grundton gebenden offenen Pfeife enthält, und was übrig bleibt, wenn man sie durch diese dividirt. Hieraus ergiebt sich 1. wieviele Schwingungsknoten in der Röhre vorhanden sind, 2. ob der übrig bleibende Theil grösser oder kleiner ist, als die Hälfte einer denselben Ton gebenden offenen Pfeife. Ist er grösser, so ist der Ton dem der Zunge beinahe gleich; ist er kleiner, so ist der Ton dem einer eben so langen gedeckten Pfeife gleich, bei welcher die Zahl der Schwingungsknoten dieselbe ist.

Für die *dritte Klasse* der Klanghervorbringungen an einer Zungenpfeife (wo die Luft nicht durch die Röhre geht, und sie so schwingt, wie sie in einer an beiden Enden verschlossenen Röhre würde schwingen können) findet folgende allgemeine Bestimmung Statt:

Man suche erst den Ton der Zunge, sodann untersuche man, wie viel Mal die Länge der Zungenpfeife die Länge einer denselben Ton gebenden offenen Pfeife enthält. Hieraus ergiebt sich 1. die Zahl der Schwingungsknoten in der Pfeife, denn so oft die letztere Länge in der ersteren enthalten ist, so viele schwingende Theile sind vorhanden, und wenn mehr als die Hälfte eines solchen Theiles übrig bleibt, ist die Zahl der Theile um einen zu vermehren, 2. ob der übrig bleibende Theil grösser, oder kleiner ist, als die Hälfte. Ist er grösser, so ist der Ton beinahe dem der Zunge gleich; ist er kleiner, so ist der Ton der Zungenpfeife derselbe, wie in einer eben so langen, an beiden Enden verschlossenen Röhre.

Jedes dieser drei allgemeinen Gesetze für die verschiedenen Klassen der Klanghervorbringung wird hernach durch eine analytische Formel, und sodann, alle drei zusammengenommen, durch eine gemeinschaftliche

Formel ausgedrückt, deren Mittheilung und Erklärung hier theils zu weitläufig, theils nicht passend sein würde.

Am Ende der Abhandlung werden noch folgende Bemerkungen hinzugefügt: Vermittelst desselben Mundstückes lassen sich, wenn Röhren von verschiedener Länge angesetzt werden, durch die drei Klassen der Einrichtungen einer Zungenpfeife drei ganz verschiedene Reihen von Tönen hervorbringen, die alle eine gewisse Beziehung auf den Ton des Mundstückes haben. In der ersten Klasse ist dieser die obere Grenze der möglichen Töne, in der zweiten die untere Grenze, und in der dritten wieder die obere Grenze. Jede dieser drei Reihen besteht aus zwei Theilen; die eine Hälfte der Töne entfernt sich schnell von dem Tone des Mundstückes, der andere nicht, wenn die Röhre nach und nach etwas verkürzt wird. Der Ton der Zunge ist vorherrschend, da ungefähr die Hälfte der hervorzubringenden Töne diesem sehr nahe kommt. Auch ist der Ton dem des Mundstückes gleich, wenn die Röhre sehr kurz ist, wie auch, wenn sie so lang ist, dass die Länge einer denselben Ton als Grundton gebenden offenen Pfeife dagegen sehr unbeträchtlich ist.

Eine Anzeige des bald zu erwartenden zweiten Theiles der Wellenlehre, welcher gewiss wieder sehr beträchtliche Erweiterungen unserer Kenntnisse enthalten wird, soll zu seiner Zeit auch erfolgen.

Chladni.

MECHANIK,
OPTIK, WÄRMELEHRE.

I.

Bemerkung über ein von Herrn Poisson für die Extension elastischer Drähte aufgestelltes Theorem.

Von

Dr. Wilhelm Weber.

[Poggendorff's Annalen, XIV, 174—176, 1828.]

Poisson, welcher nach dem Vorgange von Euler, Lagrange und Laplace, den Kalkul auf physikalische Gegenstände am erfolgreichsten anzuwenden gewusst hat, hat in den *Annales de chimie et de physique*, Tom. 36, pag. 86 (Poggendorff's Annalen Bd. 13, S. 394) Auszüge aus einem neuen Memoire gegeben, das einen der glücklichsten Fortschritte der Physik in neuerer Zeit zu enthalten scheint. Poisson scheint durch seine Untersuchung eine Abhängigkeit und einen Zusammenhang zwischen zwei Grundkräften der Natur, der Federkraft und der Expansivkraft, oder der Elasticität, die ein Körper nach erlittener Formänderung äussert, und der Elasticität, die ein Körper nach erlittener Volumenänderung äussert, *nachgewiesen* zu haben, die vor ihm nur *vermuthet* worden waren. Versuche, die ich zur Prüfung der von Poisson angegebenen Abhängigkeit der Federkraft und Expansivkraft anstellen konnte, weil ich mehrere akustische Versuche gemacht, und mich in den Besitz mehrerer genauerer dazu nothwendiger Instrumente gesetzt hatte, gaben sehr geringe Abweichungen von den nach Poisson berechneten Resultaten, und sie verdienen vielleicht, bei dem grossen Interesse, welches diese Untersuchungen Poisson's erregen, mitgetheilt zu werden.

Materie.	Länge.	Breite.	Dicke.
Eisen	441,3'''	16,60'''	4,827'''
Messing	451,8'''	4,96'''	0,93'''
Messing	155,2'''	2,434'''	2,434'''

Ich besass ein Monochord, in welchem alle Rückwirkung der Resonanz vermieden war, und die Endpunkte der Saite vollkommen fixirt waren,

so dass diese Endpunkte, wie in TAYLOR's Theorie vorausgesetzt wird, keinen Theil an der Schwingung der übrigen Saite hatten.

Die ebenen Oberflächen der zwei stählernen Klemmen des Monochords wurden 59,91‴ von einander entfernt. Zwischen ihnen wurde eine Eisensaite, von der ein (bei 3141 g Spannung) 3 Par. Fuss langes Stück 0,2442 g wog, aufgespannt, und ihr Transversalton mit dem *Longitudinaltone* des 441,3‴ langen Eisenstabes verglichen. Die Tonbestimmungen habe ich nicht allein selbst, sondern auch ein Freund gemacht, der nicht vom Zwecke dieser Versuche unterrichtet war.

Spannendes Gewicht.	Transversalton der Saite im Vergleich mit dem Longitudinalton des Eisenstabes.
2521,5 g	tiefere Oktave —
2601,5 g	tiefere Oktave +

Schwingungen der Saite in 1 Sekunde

$$= 65{,}94 \sqrt{\frac{431{,}6 \,.\, 2561{,}5}{(59{,}91)^2 \,.\, 0{,}2442}} = 2342$$

Longitudinal-Schwingungen des Eisenstabes in 1 Sekunde

$$= 4684.$$

„Hat man einen an beiden Enden freien Stab", sagt POISSON, „und bezeichnet mit l seine Länge, mit n die Zahl der Longitudinalschwingungen, mit n' die Zahl der Transversalschwingungen, mit e die Dicke des Stabes, wenn er parallelepipedisch ist, so ist

$$n' = (2{,}05610)\,\frac{ne}{l}\,. \text{“}$$

In dem mitgetheilten Versuche war

$$l = 441{,}3'''; \quad e = 4{,}827'''; \quad n = 4684.$$

Es müsste nach POISSON's Theorie

$$n' = (2{,}05610)\,\frac{4684 \,.\, 4{,}827}{441{,}3} = 105{,}3$$

sein.

Die ebenen Oberflächen der zwei stählernen Klemmen des Monochords wurden 288 Par. Linien von einander entfernt, und der Transversalton derselben Eisensaite mit dem *Transversaltone* des 441,3‴ langen Eisenstabes verglichen.

Spannendes Gewicht.	Transversalton der Saite im Vergleich mit dem *Transversaltone* des Eisenstabes.
1747,5 g	zwei Oktaven höher —
1841,5 g	zwei Oktaven höher +

Schwingungen der Saite in 1 Sekunde

$$= 65{,}94 \sqrt{\frac{431{,}07 \,.\, 1791{,}5}{(288)^2 \,.\, 0{,}2442}} = 407{,}15$$

Transversalschwingungen des Eisenstabes in 1 Sekunde

$$= 101{,}8.$$

Auf dieselbe Weise fand ich, dass der 451,8‴ lange Messingstab in 1 Sekunde 3600 Longitudinalschwingungen machte, folglich der 155,2‴ lange Messingstab 10480 Longitudinalschwingungen.

Es müsste nach Poisson's Theorie

$$n' = (2{,}05610)\,\frac{10480\,.\,2{,}434}{155{,}2} = 337{,}9$$

sein. Nach meinen Versuchen machte dieser Messingstab in 1 Sekunde 334,7 Schwingungen.

II.

Ueber die noch vorhandene Unzuverlässigkeit im specifischen Gewichte des Wassers.

Aus einem Schreiben des Herrn Professor Weber an den Herausgeber.

[Poggendorff's Annalen, XVIII, p. 608—610, 1830.]

Durch Vergleichung des in den preussischen Staatsarchiven niedergelegten Platinkilogramms mit einer Kopie des parlamentarischen Troypfundes, welche mir bei meiner Anwesenheit in Altona von Herrn Prof. Schumacher zum Geschenk gemacht wurde, und welche ich selbst mit Hülfe einer Robinson'schen Waage nach dessen, von Herrn Kater verbürgten Etalon des Troypfundes berichtigte, erhalte ich, nach unseren gemeinschaftlichen Wägungen:

1 Pfund Troygewicht = 373,2484 g.

Nun wiegt nach englischen Gesetzen:

1 Kubikzoll destillirten Wassers in der Luft, mit Messinggewichten gewogen, bei 62° F. und 30 Zoll Bar. = 252,458 g,

ferner wiegt nach französischen Gesetzen:

1 Kubikdecimeter destillirten Wassers im leeren Raume bei 4,1° C. und 0,76^m Bar. = 1000 g.

Endlich ist nach Sir George Shuckburgh:

1 Mètre = 39,37079 Zoll engl.

Nach diesen drei Angaben wäre:

1 Troypfund = 373,0956 g,

wie man unter anderem in dem vom Bureau des Longitudes herausgegebenen *Annuaire*, von Herrn Mathieu berechnet, angegeben findet.

Der Unterschied der Resultate, den unsere Beobachtung und Matthieu's Rechnung geben, ist kein Beobachtungsfehler, denn er beträgt 153 mg, und eben so wenig ist er ein Rechnungsfehler. So verwundert ich auch war, als diese Differenz mir aufstiess, so habe ich doch später gesehen, dass sie auch schon von Anderen bemerkt und gerügt worden ist, namentlich von Schumacher und von Chelius. (Siehe Schumacher's Vorrede zu Chelius Maass- und Gewichtsbuch, Ausgabe von 1830.)

Die beiden Gewichte, welche jetzt am meisten gebraucht werden und welche man daher am häufigsten unter einander vergleichen und auf einander reduciren muss, sind zwar einzeln sehr genau in Bezug auf das specifische Gewicht des Wassers untersucht, aber nicht unmittelbar mit einander verglichen worden. Das specifische Gewicht des Wassers hat daher bis jetzt den Vergleichungspunkt beider Gewichte ausgemacht, während man gar nicht nöthig gehabt, einen Vergleichungspunkt zwischen ihnen zu Hülfe zu nehmen, wenn man sich hätte die Mühe geben wollen, beide Gewichte successiv in eine Waagschale zu bringen. Der Unterschied von 153 mg auf 373 095,6 mg scheint von einer Ungleichheit in der Bestimmung des specifischen Gewichts des Wassers herzurühren. Die Engländer haben das specifische Gewicht des Wassers um $\frac{153}{373\,096} = \frac{1}{2440}$ grösser gefunden als die Franzosen.

Das specifische Gewicht des Wassers scheint demnach noch bis auf den 2440. Theil und vielleicht noch weiter unzuverlässig zu sein, was man nicht gutheissen kann. Zwar kommen wohl sehr selten Fälle vor, wo man das specifische Gewicht des Wassers weiter als auf den 2440. Theil anzugeben nöthig hat, und häufig braucht man nur die Verhältnisse der specifischen Gewichte zwischen Wasser und anderen Körpern, so dass kein Irrthum und kein Widerspruch durch die noch vorhandene Unzuverlässigkeit herbeigeführt wird.

Wenn man aber eine Metallplatte hat, die durch den Druck der benachbarten Luftschicht in Bewegung gesetzt wird, und man will die zu *bewegende Masse*, welche die Metallplatte umfasst, bestimmen, so muss man die Metallplatte wägen, ihr Gewicht z. B. in Grammen angeben, und aus der Zahl dieser Gramme die *Dicke* einer sonst gleich grossen Wasserplatte berechnen, welche gleich viel Masse als die Metallplatte enthalten würde. Haben die französischen Physiker das specifische Gewicht des Wassers um $\frac{1}{2440}$ zu klein angegeben, so wird man auch die Dicke der Wasserplatte *falsch*, nämlich um $\frac{1}{2440}$ zu gross, erhalten.

Nun will man aber auch die *bewegende Kraft*, nämlich den Druck der Luft auf die Platte, bestimmen. Den Druck der Luft auf die Platte bestimmt man *richtig* durch den Druck einer Quecksilbersäule, und eben so richtig erfährt man ihn auch durch den Druck einer Wassersäule, weil das *Verhältniss* des specifischen Gewichts des Quecksilbers und des Wassers genau und richtig gefunden ist.

Indem man also die *zu bewegende Masse* durch eine um $\frac{1}{2440}$ zu

grosse Wassersäule misst, die *bewegende Kraft* aber durch eine Wassersäule von ganz richtiger Höhe ausdrückt, verfälscht man das *Verhältniss* der bewegenden Kraft zu der zu bewegenden Masse. Es ist aber bekannt, dass alle Bewegungen und der Verlauf aller Erscheinungen eben von dem genannten *Verhältnisse* abhängen. In diesem Falle ist es also unangenehm und schädlich, dass das specifische Gewicht des Wassers noch immer um den $\frac{1}{2440}$ Theil unzuverlässig ist.

III.

Ueber die Beugung der Glasoberfläche beim Zerspringen.

Von

E. H. Weber und **W. Weber.**

[Poggendorff's Annalen, XX, p. 1—17, 1830.]

Eine zufällig gemachte Erfahrung bei Versuchen, welche wir gemeinschaftlich über die Veränderungen anstellten, die ein schwach gespannter fadenförmiger Körper (ein Haar, eine Schnur, ein Draht) erfährt, wenn er stärker gespannt wird, machte uns auf eine, so viel wir wissen, noch nicht beschriebene mechanische Potenz aufmerksam, auf eine Vorrichtung, vermöge deren ein Gewicht von geringer Grösse benutzt werden kann, um einen über alle Erwartung grossen Druck auszuüben.

Wenn man nämlich einen solchen fadenförmigen, festen Körper, zum Beispiel an seinem oberen Ende befestigt, während man an seinem unteren Ende ein Gewicht frei herabhängen lässt, so erleidet er gleichzeitig eine dreifache Veränderung: nämlich, während die *Länge* des Fadens zunimmt, nimmt seine *Dicke* und sein *specifisches Gewicht* ab.

In einer Reihe von Versuchen, welche in anatomischer und physiologischer Rücksicht wichtig zu sein schienen, wurden die *Dickenänderungen* beobachtet und mit dem Mikroskope gemessen, welche Haare von Menschen und Thieren erleiden, während sie gespannt und in die Länge gezogen werden. — Um diese Dickenänderungen zu messen, eigneten sich vorzüglich die Haare des Löwen, weil sie rund und cylindrisch sind, während die Haare des Menschen und anderer Thiere platt gedrückt sind und eine Durchschnittsfläche zeigen, die der Durchschnittsfläche einer Bohne ähnlich ist. Menschliche Haare verhalten sich fast wie Fäden von Gummi elasticum, sie lassen sich fast in gleichem Maasse in die Länge ziehen, und dehnen sich z. B., ohne zu zerreissen, um $^1/_3$ ihrer Länge aus und werden dabei dünner. Als die ausdehnende Kraft zu wirken nachliess, zog sich das Haar zusammen, erhielt jedoch nicht völlig seine ursprüngliche Länge wieder. — Als es um $^1/_4$ seiner Länge ausgedehnt worden, blieb es um $^1/_{10}$, als es um $^1/_3$ ausgedehnt worden, blieb es

nahe um $^1/_6$ seiner ursprünglichen Länge verlängert. Auch bei Anspannung des Löwenhaares war die Ausdehnung und die damit verbundene Dickenänderung gross genug, dass die Verminderung des Durchmessers mit dem Mikroskope und Mikrometer gemessen werden konnte.

In einer anderen Reihe von Versuchen, welche in physikalischer Rücksicht interessant zu sein schien, wollten wir die Aenderung des *specifischen Gewichts* bestimmen, welche ein Eisendraht erleidet, während er durch Gewichte gespannt wird. Wir liessen eine Glasröhre an ihren beiden Enden in eiserne Ringe fassen und das eine Ende des Drahts an einem dieser Ringe befestigen, während der Draht in seiner ganzen Länge durch ein am anderen Ende angehängtes Gewicht vertikal gespannt wurde. In diesem Zustande der Spannung wurde nun der Draht auf die Glasröhre so aufgewickelt, wie die Klavierdrähte auf hölzerne Rollen aufgewickelt zu werden pflegen. Das Mittel, eine sehr regelmässige Aufwickelung zu bewirken, bestand darin, dass die Glasröhre über einen horizontalen mit Zwirn umwundenen Holzcylinder geschoben und befestigt wurde. Wenn nun dieser Cylinder durch eine Kurbel gedreht wurde, so musste der gespannte Draht sich auf die Glasröhre aufwickeln. Nach vollendeter Aufwickelung, noch während das Gewicht den Draht spannte, sollte dann das zweite Ende des Drahts, an welchem das Gewicht hing, mittelst einer Schraube an einem der beiden Metallringe, in welche die Glasröhre gefasst war, festgeklemmt werden. — Wir wollten darauf eine doppelte specifische Wägung des Drahts (sammt der Glasröhre, auf welche er gewickelt war) vornehmen; die eine, wenn der Draht in stark gespanntem Zustande, die andere, wenn er in schwach gespanntem Zustande auf die Glasröhre aufgewickelt worden war. Denn, weil der Draht in seinem gespannten Zustande einen grösseren Raum einnimmt (weil sein specifisches Gewicht durch die Anspannung vermindert wird) und also, in Quecksilber getaucht, eine grössere Quantität Quecksilber verdrängt, als der ungespannte Draht, so würde man, wenn man zugleich auf die Zusammendrückung der Glasröhre Rücksicht genommen hätte, aus der doppelten specifischen Wägung die Aenderung des specifischen Gewichts des Eisendrahts in Folge seiner Anspannung zu berechnen im Stande gewesen sein.

Allein, nachdem wir den Draht zwei Mal und bei einer anderen Glasröhre drei Mal über einander aufgewickelt hatten, und nun die erstere Röhre mit der dritten, die zweite mit der vierten Reihe von Drahtwindungen umgaben, so erschlaffte plötzlich der aufgewundene Draht, und eine genauere Untersuchung zeigte, dass *die schraubenförmigen Drahtwindungen durch den ungeheueren Druck, den sie auf die Glasröhren ausgeübt hatten, ein Stück der Glasröhre in dünne Scheiben*

oder Ringe, welche gleichfalls Fragmente von Schraubenwindungen und gerade so breit waren, als der Draht dick war, gespalten hatten. Mehrere hatten sich so gross erhalten, dass die Stücke eine ganze Schraubenwindung bildeten. Einige Stücke stellten auch dickere Ringe dar, bei denen es zuweilen gelang, die Spaltung in kleinere schraubenförmige Stücke durch eine kleine Nachhülfe zu vollenden. Mehrere andere aber waren durch den zu gleicher Zeit sich verschiebenden Draht in viele Stücken zerbrochen.

Es übte bei diesen Versuchen schon jeder einzelne Ring des aufgewundenen Drahts einen sehr beträchtlichen Druck auf die Oberfläche der Glasröhre aus. So viel Ringe neben einander auf die Glasröhre aufgewickelt wurden, so vielfach war der Druck auf die Oberfläche. Als die ganze Oberfläche der Glasröhre mit Ringen bedeckt war, so bedeckten wir den von diesen Ringen gebildeten Cylinder mit einer neuen Lage von Ringen. Auf diese Weise wuchs der Druck, wie wir sogleich zeigen werden, so weit, das jede von einer Schraubenwindung bedeckte Stelle der Glasröhre einen Druck, der 526 Atmosphären gleich kam, die ganze $1^1/_2$ Zoll lange Glasröhre, deren Peripherie 24,2 Pariser Linien und deren Glasdicke 0,513 Pariser Linien betrug, einen Druck von 13 036 000 g oder 253 Ctr. erhielt.

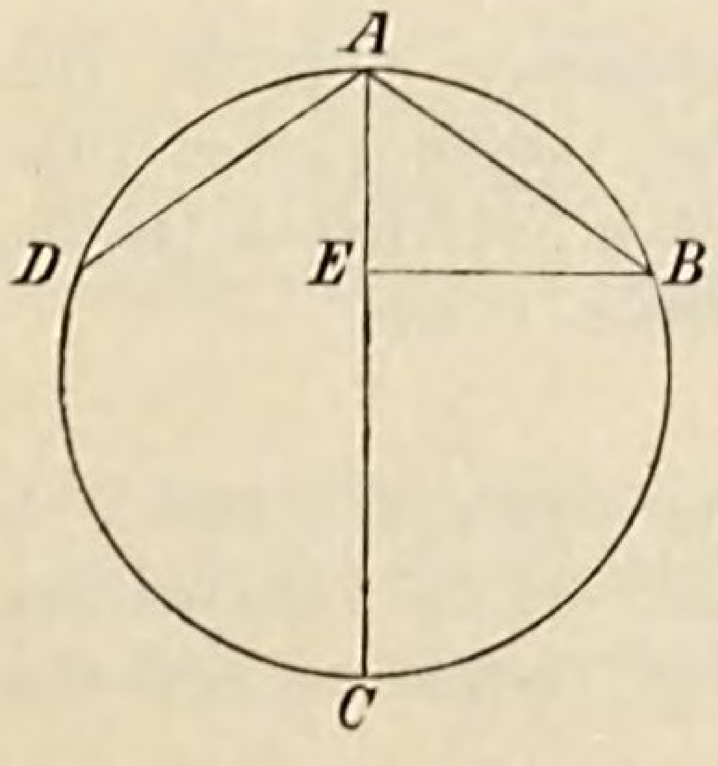
Der Umfang der zu unseren Versuchen angewandten Glasröhre betrug nämlich 24,2 Pariser Linien; der Durchmesser des darauf gewickelten Eisendrahts, 22 Mal genommen, betrug 3,2 Pariser Linien, folglich die Dicke des Drahts $\frac{3,2}{22} = 0{,}1455$ Pariser Linien; ein 1 Pariser Fuss langes Stück dieses Eisendrahts wog 0,215 g, die Spannung des Drahts, bei welcher er auf die Glasröhre aufgewickelt wurde, betrug 4150 g, folglich der Druck P, den der unter einem Drahtringe befindliche Theil der Oberfläche der Glasröhre (dessen Flächenraum $= 0{,}1455 \,.\, 24{,}2 = 3{,}521$ Quadratlinien gross war) erleidet:

$$P = 2 \,.\, 3{,}14\,159 \ldots \times 4150 = 26\,075 \text{ g}$$ [1]).

[1]) Der Druck eines bei p Grammen Spannung aufgewundenen Drahtringes auf die Oberfläche einer Röhre ist:

$$= 2\pi \,.\, p,$$

wo π das Verhältniss des Durchmessers eines Kreises zur Peripherie bezeichnet. — Denn wenn wir ein reguläres Polygon dem Kreise substituiren, dessen Seite $= y$, dessen Perimeter $= \Pi$ und dessen Seitenzahl $= \frac{\Pi}{y}$, so übt der Draht auf die Seiten des Polygons keinen Druck, sondern blos auf die Winkelpunkte des Polygons aus. Ist in beifolgender Figur A der Winkelpunkt des Polygons, $ABCD$ der umschriebene Kreis, dessen Halbmesser zur Längeneinheit genommen werde, $AB = AD = y$, BE ein Perpendikel auf den



Jeder Quadratzoll der Glasoberfläche erlitt folglich einen $\frac{144}{3,521}$ Mal grösseren Druck:

$$= 1\,066\,000 \text{ g},$$

und zwar als die Röhre mit *einer* Reihe von Drahtringen bedeckt war, das ist ein Druck von 140 Atmosphären. Bei zwei Reihen von Drahtringen betrug der Druck fast das Doppelte, oder, wie weiter unten genauer berechnet werden wird, 274 Atmosphären. Bei drei Reihen von Drahtringen betrug der Druck fast das Dreifache, oder, wie weiter unten genauer berechnet werden wird, $402^1/_2$ Atmosphären. Bei vier Reihen von Drahtringen betrug der Druck fast das Vierfache, oder, wie schon oben erwähnt worden und weiter unten genauer berechnet werden wird, 526 Atmosphären. Dieser Druck war aber dann so gross, dass die Röhre, an allen Stellen, wo er Statt fand, spaltete und die beschriebenen Glasringe oder Glasspähne bildete[1]).

Durchmesser AC, so ist, dem Parallelogramm der Kräfte gemäss, wenn nach AB und AD zwei gleiche Kräfte $= p$ ziehen, der Druck auf den Winkelpunkt A

$$= 2AE \cdot \frac{p}{y},$$

wegen Aehnlichkeit der Dreiecke ABC und AEB:

$$2 : y = y : AE,$$

folglich der Druck auf den Winkelpunkt A

$$= py,$$

folglich auf alle Winkelpunkte des Polygons zusammen

$$= pII.$$

Substituirt man einen Kreis dem Polygone, so tritt 2π an die Stelle von II, folglich ist der Druck auf die ganze Peripherie:

$$= 2\pi \,.\, p.$$

[1]) Es muss hierbei bemerkt werden, dass bei mehrfachen Ueberwindungen der Glasröhre eigentlich nur die oberste Reihe von Drahtringen den vollen Druck ausübt. Die darunter befindliche Reihe von Ringen erleidet selbst eine Verkleinerung ihres Umfanges und eine damit verbundene Abspannung. Will man in unseren Versuchen die Zusammendrückung des Glascylinders in Rechnung ziehen, so wird man über den von den Drahtringen auf die Glasoberfläche ausgeübten Druck zu folgenden Resultaten geführt.

§ 1.

Wenn zwei Eisendrahtringe bei gleicher Spannung successive über die Glasröhre über einander gewunden werden, von denen der erste (oberste) einen Druck $= 2\pi \,.\, p$ ausübt, wo π und p die Bedeutung wie in der vorigen Note haben, so üben beide Ringe zusammengenommen auf die Glasröhre einen Druck P aus:

$$P = (2 - mz)\, 2\pi \,.\, p,$$

wo z die Verkleinerung der Peripherie des zweiten Ringes durch den Druck des ersten, in Theilen ihrer eigenen Länge ausgedrückt, bezeichnet, mz die Verminderung der Spannung des zweiten Ringes, die damit verbunden ist, in Theilen der Spannung

Dieses neue Verfahren zur Hervorbringung eines grossen Druckes kann nun zu mancherlei physikalischen Versuchen benutzt werden. Man kann z. B. einige Eigenschaften der Materie, aus welcher der

$2\pi \,.\, p$ bezeichnet. Bei dem zu unseren Versuchen angewandten Eisendrahte war, nach unseren Versuchen, mit einer Verkleinerung des Ringes $= 0{,}00\,000\,061$ eine Abpannung $= 1$ g verbunden; folglich:

$$2\pi p \,.\, m = \frac{1}{0{,}00\,000\,061}\,.$$

§ 2.

Durch einen Druck $= 2\pi \,.\, p$ werde die Peripherie der Glasröhre um n Theile ihrer eigenen Länge verkleinert. Die Kompressibilität des Glases verhalte sich zur Kompressibilität des Eisens, wie $n : n + v$. Die äussere Peripherie der Glasröhre verhalte sich zur Länge des auf ihr liegenden in seiner Mitte gemessenen Ringes, wie $1 : 1 + r$, so ist:

$$z = \frac{(1 - mz)\,n + r\,(n + v)}{1 + r}$$

oder näherungsweise mit hinreichender Genauigkeit:

$$z = (1 - mz)\,n;$$

denn z, welches die Verkürzung jenes unmittelbar auf der Glasröhre aufliegenden Drahtringes bezeichnet, ist der Abspannung des Drahts proportional (denn wenn bei unveränderter Temperatur die Länge eines Metalldrahts vermehrt oder vermindert wird, so entsteht eine An- oder Abspannung des Drahts, die seiner Längenänderung proportional ist). Wir können daher mit $2\pi p \,.\, mz$ die Abspannung desjenigen Theiles des Drahts bezeichnen, der zunächst die Glasröhre umgiebt, wo $2\pi p \,.\, m$ eine durch Versuche für jeden Draht auszumittelnde Konstante bezeichnet. Vor der Abspannung betrug die Spannung des Drahts $2\pi p$; folglich nach der Abspannung desselben:

$$2\pi p\,(1 - mz),$$

welches der Druck des auf der Glasröhre unmittelbar aufliegenden Drahtringes ist. Der Druck des über dem erwähnten Drahtringe liegenden Drahtringes ist dagegen $2\pi p$, folglich der Druck beider Ringe auf die Glasröhre:

$$2\pi p + 2\pi p\,(1 - mz);$$

folglich hat dieser Druck, indem ein zweiter Drahtring hinzugekommen ist, um $2\pi p\,(1 - mz)$ zugenommen; denn früher war er $= 2\pi p$.

Ein Druck $= 2\pi p$ verkleinert die Peripherie der Glasröhre, wie oben gesagt worden ist, um n Theile; folglich hat die Zunahme des Druckes $= 2\pi p\ (1 - mz)$ die Peripherie der Glasröhre um $(1 - mz)\,n$ Theile verkleinert, denn die Verkleinerung der Peripherie der Glasröhre ist dem Drucke, den die Glasröhre erleidet, proportional. Da aber jener erstere Drahtring, dessen Verkleinerung wir betrachten, auf der Glasröhre unmittelbar aufliegt; so erleidet er in seiner Grösse dieselben Aenderungen, wie die Peripherie der Glasröhre selbst; folglich ist die Verkleinerung dieses Ringes, welche wir mit z bezeichnet haben:

$$z = (1 - mz)\,n.$$

Diese Formel gilt in aller Strenge von der auf der Glasröhre wirklich aufliegenden Oberfläche des Drahtringes. Wollte man aber von dem Drahtringe nicht die unmittelbar auf der Glasröhre aufliegende Oberfläche, sondern seine Mitte betrachten,

Cylinder besteht, damit untersuchen. Es wäre möglich, dass die Oberfläche dieser Materie einen solchen Zusammenhang hätte, als bildete sie eine feste Decke über die tieferen Schichten. Der Druck der ver-

so müsste man, ausser der Kompressibilität der Glasröhre, auch die Kompressibilität der Materie (z. B. des Eisens), aus welchem der Drahtring gebildet ist, in Rechnung ziehen, wo man findet:

$$z = \frac{(1 - m) z n + r (n + v)}{1 + r}.$$

Da aber der Draht sehr fein ist, und die Differenz zwischen seiner Kompressibilität und der Kompressibilität des Glases nicht einmal sehr gross ist, so können in der zweiten Formel r und v als verschwindend betrachtet werden, wodurch man zu derselben Formel wie früher gelangt.

Aus der Gleichung

$$z = (1 - m z) n$$

ergiebt sich:

$$z = \frac{n}{1 + m n}$$

$$P = \left(2 - \frac{m n}{1 + m n}\right) 2\pi \, . \, p.$$

§ 3.

Wenn drei Eisendrahtringe successiv auf die Glasröhre über einander gewunden werden, von denen der erste einen Druck $= 2\pi \, . \, p$ ausübt, so üben alle drei Ringe zusammen auf die Glasröhre einen Druck P' aus:

$$P' = (3 - m (z + z')) \, 2\pi \, . \, p,$$

wo z die Verkleinerung der Peripherie des zweiten Ringes durch den Druck des ersten, z' die Verkleinerung des dritten Ringes durch den Druck des ersten und zweiten bezeichnet.

§ 4.

Mit Beibehaltung der Bezeichnung in § 2 und mit Vernachlässigung von r und r findet man:

$$z' = (2 - m (z + z')) \, n$$

$$z = (1 - m z') \, n$$

folglich:

$$z = \frac{n - m n^2}{1 + m n - m^2 n^2}$$

$$z' = \frac{2 n - m n^2}{1 + m n - m^2 n^2}$$

$$P' = \left(3 - \frac{3 m n - 2 m^2 n^2}{1 + m n - m^2 n^2}\right) 2\pi \, . \, p.$$

§ 5.

Wenn vier Eisendrahtringe bei gleicher Spannung successiv auf die Glasröhre über einander gewunden werden, von denen der erste einen Druck $= 2\pi \, . \, p$ ausübt, so üben alle vier Ringe zusammen auf die Glasröhre einen Druck P'' aus:

$$P'' = (4 - m (z + z' + z'')) \, 2\pi \, . \, p.$$

schiedenen Ringe auf diese Decke wirkt dann gerade so, wie ein gleichförmiger Druck in der Ausdehnung der ganzen Decke, und der Eindruck von keinem Ringe pflanzt sich einzeln und von den Wirkungen der

wo z, z', z'' respektive die Verkleinerungen der Peripherie des zweiten, dritten, vierten Ringes durch den Druck der über sie aufgewickelten Ringe bezeichnen.

§ 6.

Mit Beibehaltung der Bezeichnung in § 2, und mit Vernachlässigung von r und v findet man:

$$z'' = (3 - m(z + z' + z''))n$$
$$z' = (2 - m(z' + z''))n$$
$$z = (1 - mz'')n,$$

woraus folgt, dass

$$z = \frac{n - mn^2 - m^2n^3}{1 + 2mn - m^2n^2 - m^3n^3}$$

$$z' = \frac{2n - mn^2 - m^2n^3}{1 + 2mn - m^2n^2 - m^3n^3}$$

$$z'' = \frac{3n - m^2n^3}{1 + 2mn - m^2n^2 - m^3n^3}$$

$$P'' = \left(4 - \frac{6mn - 2m^2n^2 - 3m^3n^3}{1 + 2mn - m^2n^2 - m^3n^3}\right)2\pi \, . \, p.$$

Wäre der Faktor $n = o$, so würde der Druck der Drahtringe auf die Glasröhre proportional mit der Zahl der Ringe zunehmen. Der Faktor n ist, unseres Wissens, noch nie ausgemittelt worden, und es möchte auch schwierig sein, durch direkte Versuche n zu finden, das heisst, unmittelbar die Zusammendrückung zu messen, welche eine Glasröhre wenn sie blos in ihrer *Cylinderfläche* gedrückt wird, erleidet. Dagegen giebt es ein Verfahren, wodurch man die Zusammendrückung der Glasröhre bestimmt hat, wenn dieselbe blos an ihren *Endflächen* gedrückt wird. Die dadurch entstehende Zusammendrückung der Glasröhre ist zum Beispiel von Colladon und Sturm gemessen worden (siehe diese Annalen, Bd. 88, S. 55). Colladon und Sturm fanden, dass durch den Druck von einer Atmosphäre auf die Endflächen eines Glasstabs dieser Glasstab um 11 Zehnmilliontel seiner Länge verkürzt wurde. Nach Poisson's Theorie fester, elastischer Körper nimmt bei dieser Zusammendrückung die Durchschnittsfläche des Stabes halb so viel, und folglich die Dicke oder die Peripherie des Stabes $^1/_4$ so viel zu, das ist, wenn auf die Endflächen eines Glasstabes ein Druck von einer Atmosphäre wirkt, so vergrössert sich seine Peripherie um 11 Vierzigmilliontel. — Ferner hat Poisson folgenden Satz für die Zusammendrückbarkeit fester, hohler Kugeln bewiesen (siehe diese Annalen, Bd. XIV, S. 178):

$$A = a - \frac{(ha^3 - h'a'^3)\,a}{5k(a^3 - a'^3)} - \frac{(h - h')\,aa'^3}{4k(a^3 - a'^3)},$$

wo a und a' die Halbmesser der äusseren und inneren Oberfläche im natürlichen Zustande der Kugel, h und h' der Druck auf die äussere und innere Oberfläche, k ein von der linearen Ausdehnbarkeit der festen Körper abhängiger Faktor, A der gesuchte Halbmesser der äusseren Oberfläche ist. — Wenn man annehmen kann, dass diese für feste, hohle Kugeln bewiesene Formel, auch für feste, an ihren Enden verschlossene Röhren gültig sei (indem solche feste, an ihren Enden verschlossene

übrigen Ringe abgesondert ins Innere der Materie fort. — Die Oberfläche des Glases ist nicht von der Beschaffenheit, dass sie einer festen Decke über die tieferen Schichten gliche und keine partiellen, wellen-

Röhren, wenn sie in allen Punkten ihrer *äusseren* Oberfläche gleichen Druck erlitten, in allen ihren Theilen ähnlich blieben), so würde in unserem Falle der Druck von innen Null sein, folglich:

$$h' = o$$

$$A = a - \frac{ha}{k(a^3 - a'^3)}\left(\frac{a^3}{5} + \frac{a'^3}{4}\right).$$

Wenn man auf die angegebene Weise, nach Poisson's Rechnung und nach Colladon's und Sturm's Versuchen, im Stande ist, sowohl die Zusammendrückung einer von allen Seiten (an den *Endflächen* und an der *Cylinderfläche*) gedrückten Glasröhre, als auch die Zusammendrückung einer blos an den *Endflächen* gedrückten Glasröhre zu bestimmen, so ist man im Stande, aus diesen beiden Angaben einen Schluss auf die Zusammendrückung einer blos an der *Cylinderfläche* gedrückten Glasröhre zu machen. — α heisse die Verkleinerung der Peripherie der Röhre in Theilen ihrer eigenen Grösse, wenn auf die *Endflächen* und auf die *Cylinderfläche* der Röhre ein Druck von einer Atmosphäre wirkt. β heisse die Vergrösserung der Peripherie der Röhre, in Theilen ihrer eigenen Grösse, wenn blos auf die *Endflächen* ein Druck von einer Atmosphäre wirkt. x heisse die unbekannte Verkleinerung der Peripherie der Röhre in Theilen ihrer eigenen Grösse, wenn blos auf die *Cylinderfläche* ein Druck von einer Atmosphäre wirkt. Man sieht ein, dass

$$\alpha = x - \beta,$$

weil man zu demselben Resultate gelangen muss, wenn man sich den Druck auf die *Cylinderfläche* und auf die *Endflächen* wirklich *gleichzeitig* wirkend denkt, oder wenn man die Wirkungen, die jeder *einzeln* hervorbringt, zusammen addirt.

Nach Poisson's obigem Satze ist:

$$\alpha = \frac{h}{k(a^3 - a'^3)}\left(\frac{a^3}{5} + \frac{a'^3}{4}\right).$$

Es sei γ die gemessene Verlängerung eines Stabes, l die ursprüngliche Länge des Stabes, w der Querschnitt senkrecht auf die Axe, p das Gewicht, womit er belastet ist, und p' sein eigenes Gewicht, so ist, sagt Poisson (diese Annalen, Bd. XIV, S. 179)

$$k = \frac{21}{5\gamma w}(p + \tfrac{1}{2}p').$$

Nach Colladon und Sturm wird ein 1 m langer Glasstab, dessen Querschnitt 13,3 qmm beträgt, 0,06 mm durch einen Druck von 8 kg zusammengedrückt. Folglich ist für Glas:

$$k = \frac{2 \,.\, 1000}{5 \,.\, 0{,}06 \,.\, 13{,}3} \cdot 8000 = 4\,000\,000,$$

h ist für eine Atmosphäre und einem Quadratmillimeter als Flächeneinheit:

$$h = 10{,}33 \text{ g},$$

$$a = \frac{24{,}2'''}{2\pi} = 8{,}69 \text{ mm (siehe S. 421)},$$

$$a' = a - 0{,}513''' = 7{,}53 \text{ mm (siehe S. 421)},$$

förmige Eindrücke der einzelnen Drähte verstatte. Denn unsere Versuche beweisen, dass, wenn man eine Glasröhre dem Drucke dünner, neben einander liegender gespannter Drähte aussetzt, bei zunehmendem

Folglich:

$$a = \frac{10{,}33}{4\,000\,000\,(8{,}69^3 - 7{,}53^3)}\left(\frac{8{,}69^5}{5} + \frac{7{,}53^4}{4}\right) = 0{,}00\,000\,402.$$

β ist, nach Colladon und Sturm, für den Druck von einer Atmosphäre, und für einen *soliden* Glasstab:

$$\beta = \frac{11}{40\,000\,000} = 0{,}000\,000\,275,$$

folglich ist bei gleichem Drucke auf die Endflächen einer *hohlen* Glasröhre:

$$\beta = 0{,}000\,000\,275\,.\,q,$$

wo q das Verhältniss der Durchschnittsfläche der Glasröhre zu der eines soliden Glascylinders von derselben äusseren Peripherie ist, in unserem Falle:

$$q = \frac{8{,}69^2}{8{,}69^2 - 7{,}53^2}$$

$$\beta = 0{,}00\,000\,110$$

$$x = a + \beta = 0{,}00\,000\,512.$$

In unserem Falle beträgt der Druck auf die Oberfläche nicht eine Atmosphäre, sondern 140 Atmosphären; die Zusammendrückung der Glasröhre wird daher 140 Mal grösser sein, als x:

$$n = 140\,.\,0{,}00\,000\,512 = 0{,}000\,717.$$

Indem sich für unsere Rechnung, S. 424 bis 425, hieraus der Werth von n ergeben hat, so können wir den Druck der gespannten Drahtringe auf die Glasoberfläche genauer berechnen, und wir finden, indem wir in die Formeln von P, P' und P'', S. 424 bis 425:

$$m = \frac{1}{0{,}00\,000\,061\,.\,2\pi p}$$

und $n = 0{,}000\,717$ setzen, dass der Druck auf 3,521 Quadratlinien der Glasoberfläche von:

1 Reihe von Ringen	= 26 075 g	= 140	Atmosphären
2 „ „ „	= 52 150 — 1 124	= 274	„
3 „ „ „	= 78 225 — 3 266	= 402½	„
4 „ „ „	= 104 300 — 6 352	= 526	„

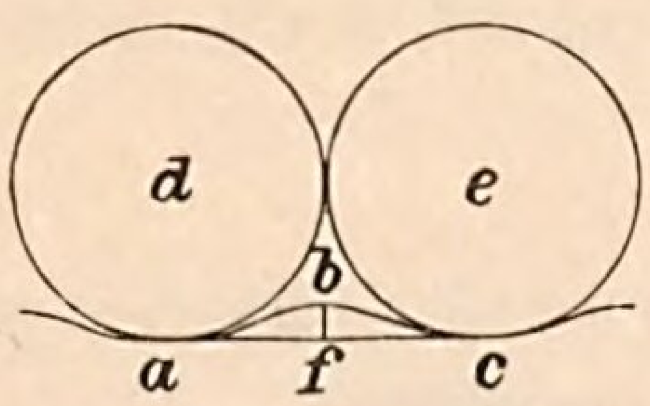
Da übrigens der Gebrauch von Poisson's Formel in unserem Falle auf einer Voraussetzung beruht, so kann man durch wiederholte feine Versuche die Richtigkeit derselben prüfen. Aus der Natur der Sache leuchtet ein, dass immer derselbe Druck nöthig sei, um durch neben einander und über einander aufgewundene Ringe von gleichem Drahte Glasröhren von gleicher Stärke und gleicher Weite in Ringe zu zerschneiden. Diesen gleichen Druck kann man das eine Mal durch eine stärkere Spannung des Drahts, das andere Mal durch eine grössere Anzahl von Ueberwindungen hervorbringen, und den Gesammtdruck durch Anwendung von Poisson's Formel berechnen und prüfen, ob man durch diese Rechnung beide Mal zu demselben Resultat gelange.

Alle in dieser Note angestellten Betrachtungen gründen sich auf die Voraussetzung, dass die Friktion zwischen dem Eisendraht und der Glasröhre, und zwischen den neben einander und über einander gewundenen Drahtringen gross genug sei, um jede Verschiebung des Drahts zu verhindern. In der That würde sich der Druck

Druck (so dicht auch die Drahtringe an einander liegen) sie doch nicht blos eine gemeinsame Wirkung in der ganzen Ausdehnung der Glasoberfläche hervorbringen, sondern dass jeder Ring auch für sich wirke, und der ganze Glascylinder, nach der Lage der Drahtringe, Eindrücke erhalte, und dass, wenn die *Konvexität* der zwischen zwei Eindrücken (zwischen zwei Drahtringen) sich bildenden Ausbeugung der Glasoberfläche eine bestimmte Grenze überschreitet, der Glascylinder, nach den Gesetzen der *Spaltbarkeit* des Glases, in lauter feine Glasringe, oder vielmehr spiralförmige Glasspähne sich scheidet.

Wenn man aus anderen Versuchen die grösste Ausdehnung, deren das Glas fähig ist, im Augenblicke, wo es zerreisst, voraussetzt, so kann man aus unseren Versuchen die Tiefe der in die Glasoberfläche gemachten Eindrücke folgern.

Nach Eytelwein[1]) zerreisst das Glas, wenn es seiner Länge nach ungefähr durch ein dem Drucke von 180 Atmosphären gleichen Gewicht gespannt wird. Wenn die Ausdehnung des Glases mit dem spannenden Gewichte proportional zunähme, so würde danach die Ausdehnung desselben bei der grössten Spannung $\frac{1}{5000}$ betragen, da sie bei einer 180 Mal kleineren Spannung nach Colladon's und Sturm's Versuchen 11 Zehnmilliontel beträgt (diese Annalen, Bd. 88, S. 55) (die grösste Ausdehnung wird noch etwas mehr als $\frac{1}{5000}$ betragen, weil bei einer dem Zerreissen nahekommenden Spannung die Ausdehnung gewöhnlich etwas schneller als das spannende Gewicht wächst).



Als nun bei unserem Versuche die Ausbeugung *abc* des Glases zwischen zwei Drähten *d* und *e* *spaltete*, war die zum Bogen *abc* ausgedehnte Glasfaser *ac* wenigstens um $\frac{1}{5000}$ ihrer Länge ausgedehnt worden. Da der Bogen *abc* sehr klein ist, kann man *ab* und *bc* als geradlinig betrachten. Alsdann findet man die Tiefe des von jedem Drahtringe gebildeten Eindrucks *bf*:

$$bf = \tfrac{1}{2}\,ac\sqrt{\frac{5001^2}{5000^2} - 1} = \tfrac{1}{100}\,ac.$$

auf die Glasröhre ohne Ende durch Vermehrung der Lagen der Drahtumwindungen vervielfältigen lassen, wenn die Friktion dem Drahte verstattete, nachdem er fest aufgewickelt worden ist, mit vollkommener Leichtigkeit sich zu verschieben und in allen seinen Punkten eine gleiche Spannung anzunehmen, und, wenn sie gestört worden ist, wieder herzustellen. So viele Lagen von Drahtwindungen auch aufgewickelt würden, würde die erste durch den Druck der nachfolgenden zwar verkleinert, aber ihre Spannung nur für wenige Augenblicke vermindert und durch Verschiebung des Drahts bald in seiner ursprünglichen Stärke hergestellt werden.

[1]) Handbuch der Statik fester Körper, II, p. 262.

Nun ist aber in unseren Versuchen der Abstand zweier Ringe *d* und *e* gleich dem Durchmesser eines Ringes $= 0{,}1455'''$ (siehe S. 421), folglich:

$$bf = 0{,}001\,455.$$

Wir haben sonach aus den über die Kohäsion des Glases gemachten Versuchen gefolgert, dass das Glas spaltet, wenn in seiner Oberfläche zwei Eindrücke von $0{,}001\,455'''$ Tiefe in $0{,}1455'''$ Entfernung von einander gemacht werden. Daraus und aus unseren in dieser Abhandlung mitgetheilten Versuchen ergiebt sich nun ferner, dass zur Hervorbringung einer Reihe neben einander liegender Furchen in einer Glasoberfläche von $0{,}001\,455'''$ Tiefe mit mehreren (gleich dem Drahte) abgerundeten Kanten von $\frac{0{,}1455}{2}$ Linien Halbmesser auf einen Zoll Länge, jede Kante einen Druck $> \frac{12}{24{,}2} \,.\, 74\,959 = 37\,170$ g

$$< \frac{12}{24{,}2} \,.\, 97\,948 = 48\,570 \text{ „}$$

ausüben müsse (siehe S. 421 und 427). Denn bei einem Drucke von 74 959 g jedes $24{,}2'''$ langen Drahtringes spaltete das Glas noch nicht, und der Eindruck der Ringe war folglich noch nicht $0{,}001\,455'''$ tief; bei einem Drucke von 97 948 g dagegen spaltete die Glasröhre, und der Eindruck in die Glasoberfläche betrug dabei entweder gerade $0{,}001\,455'''$, oder er betrug wenig mehr. Die Drahtringe, deren jeder mit 526 Atmosphären (durch seine eigene Spannung und durch die Spannung der über ihm befindlichen Ringe) auf einen $24{,}2'''$ langen Glasstreifen drückte (siehe S. 422), brachten nach S. 427 eine gemeinschaftliche Eindrückung der ganzen Oberfläche des Cylinders hervor, welche wir durch Anwendung von Poisson's Formel in Theilen seines Halbmessers gefunden haben:

$$= 526 \,.\, 0{,}00\,000\,512$$

oder in Pariser Linien:

$$= 526 \,.\, 0{,}00\,000\,512 \cdot \frac{24{,}2}{2\pi} \text{ Linie}$$

$$= 0{,}01\,037 \text{ Linie.}$$

Diese Drähte brachten aber auch wellenförmige Aus- und Einbeugungen hervor, deren grösster Vertikal-Abstand

$$0{,}001\,455 \text{ Linie}$$

betrug. Die Verkleinerung des Halbmessers der Glasröhre durch den gemeinschaftlichen Eindruck aller Ringe verhielt sich daher zum partiellen Eindruck jedes einzelnen Ringes, wie 7 : 1, oder, mit anderen Worten, die von den Ringen hervorgebrachten wellenförmigen Unebenheiten waren ungefähr 7 Mal so klein, als die Zusammendrückung der Röhre.

Es scheint für die Praxis vielfach wichtig zu sein, solche Eindrücke in die Oberfläche der Körper berechnen zu können, sowohl um die Gefahr des Spaltens in jedem Falle zu bestimmen, als auch um die von den Unebenheiten herrührenden Hindernisse berechnen zu können. Wir werden daher diese Versuche in Zukunft weiter fortsetzen.

Wir beschliessen diesen Aufsatz mit einem Versuche, den wir zuletzt noch mit zwei Stücken eines dicken cylindrischen Glasstabes, der in seiner Mitte einen nur sehr kleinen röhrenförmigen Kanal hatte, angestellt haben. Das erste Stück hatte einen Umfang von $16^3/_4$ Pariser Linien, und der Durchmesser des kleinen Kanals in seiner Mitte war 0,76‴. Wir wickelten auf denselben den schon früher beschriebenen Eisendraht bei 4250 g Spannung zehn Mal über einander, und die Festigkeit des Stabes widerstand der Grösse des Druckes, der auf diese Weise hervorgebracht wurde. Als der Draht wieder abgewickelt worden war, fanden wir den Cylinder noch ganz, aber seine Oberfläche fein gerieft, wie als wäre sie mit einer feinen Diamantspitze geritzt, so fein, wie man die Glasmikrometer zu machen pflegt. Diese Riefen waren nicht kleine vom Drahte abgerissene und auf dem Glasstab festgedrückte Eisentheilchen, denn diese Riefen blieben unverändert, als der Glasstab in Salzsäure getaucht wurde, sondern es waren, wie man durch das Auge und durch das Mikroskop erkannte, kleine Ritzen in der Oberfläche des Glasstabes. Der Druck auf den Glasstab war also wirklich gross genug gewesen, um die Oberfläche des Glases zu zersprengen. Wenn aber bei einem dicken Glasstabe die Oberfläche spaltet, so setzt sich dieser Spalt nicht nothwendigerweise durch die ganze Dicke des Stabes fort, sondern es wird, wie unser Versuch beweist, eine kleinere Kraft erfordert, um blos die Oberfläche des Glasstabes, eine grössere Kraft, um einen Glasstab seiner ganzen Dicke nach zu spalten. — Um die letztere Kraft zu messen, welche nöthig ist, um einen Glasstab seiner ganzen Dicke nach zu spalten, haben wir ein zweites Stück des Glasstabes, das einen Umfang von 12,9‴ hatte, und bei welchem der Durchmesser des kleinen röhrenförmigen Kanals in seiner Mitte 0,5‴ betrug, mit demselben Draht umwickelt, während derselbe mit 6250 g gespannt war. Als wir sechs Lagen von Drahtwindungen über einander aufgewickelt und einige Windungen der siebenten Lage gebildet hatten, sprang die Röhre an der Stelle, wo sich der letzte Reif befand, quer durch, die Bruchfläche war ziemlich glatt, und zeigte an einigen Stellen den Anfang von kleinen Blättchen, welche der Draht von der übrigen Glasmasse losgespaltet hatte. Einige feine gläserne Kreisscheiben fielen auf den Boden im Augenblicke des Zerspaltens. Diese Kreisscheiben waren wahrscheinlich schon ehe sie fielen in mehrere Stücke gebrochen und wurden beim Auffallen in noch kleinere Segmente gespalten. Ich

habe oben gesagt, dass nicht die erste Windung der siebenten Lage von Windungen im Stande gewesen war, das Durchspalten des Glasstabes zu bewirken, sondern dass erst nach mehreren Windungen (ungefähr nach sechs Windungen) die völlige Zerspaltung des Glasstabes eintrat. Wenn aber auch die sechs ersten Windungen der siebenten Lage kein Durchspalten des Glasstabes bewirken konnten, so hatten sie doch die Oberfläche der Glasröhre gesprengt, ja einige sogar Spalten gebildet, welche mit dem Auge bis ungefähr zum vierten Theile der Dicke des Stabes gut sichtbar waren.

IV.

Ueber eine Vorsicht, welche bei Messung der Elasticität fester Körper nach ihren verschiedenen Dimensionen anzuwenden ist.

Von

Wilhelm Weber.

[Poggendorff's Annalen. XXVIII, p. 324—331, 1833.]

Es ist bekannt, dass Krystalle, die nicht zum Würfelsystem gehören, nach ihren verschiedenen Dimensionen eine verschiedene Elasticität besitzen, und es ist gewiss sehr interessant, diese Verschiedenheiten durch Messung auszumitteln.

Aber nicht blos die Krystalle, sondern fast alle feste Körper, nach Savart selbst die Metalle, zeigen Spuren von diesen Verschiedenheiten.

Um diese Verschiedenheiten durch Versuche auszumitteln, ist eine der einfachsten Methoden die, einen Cylinder oder ein quadratisches Prisma aus dem Körper zu bilden, ihn an einem Ende fest einzuklemmen und durch Anschlagen oder Streichen am anderen freien Ende schwingen zu lassen, wo, wenn ein hörbarer Ton entsteht, aus der Höhe desselben leicht auf die Elasticität der Materie in der Richtung, in welcher die Schwingungen Statt fanden, geschlossen werden kann.

Man erhält durch diese einfachen Versuche das Verhältniss, in welchem die Elasticitäten des Stabes nach zwei Dimensionen stehen, die sich wie die Quadrate der gezählten Schwingungen verhalten.

Da dieses Verfahren zur Bestimmung jener Verschiedenheiten wirklich von grossem Nutzen sein kann, dürfte es nicht überflüssig erscheinen, auf eine Erscheinung aufmerksam zu machen, deren Kenntniss zur Vermeidung bedeutender Irrthümer unerlässlich scheint.

Diese Erscheinung besteht wesentlich in folgendem:

Ein nach allen Dimensionen gleich elastischer, cylindrischer Stab, der in den Mittelpunkt einer kreisrunden Holzscheibe normal gegen deren Oberfläche eingeschlagen wird, giebt verschiedene Töne, wenn

er nach verschiedenen Richtungen in Schwingung gesetzt wird, und zwar erreicht die Tonhöhe, wenn man die Schwingungsebene im Kreise sich drehen lässt, in jedem Quadranten abwechselnd ein Maximum oder ein Minimum.

Diese räthselhafte Erscheinung hatte die Aufmerksamkeit eines ausgezeichneten Musikkenners, des Geheimen Raths v. Lehmann bei Halle, auf sich gezogen, der die Güte hatte, sie mir mitzutheilen.

Ich habe diesen Versuch wiederholt, indem ich den Stab, statt zwischen *zwei Holzfasern* zu klemmen, zwischen welche er in der That in der Holzscheibe eingeklemmt war, zwischen zwei ganz geschiedene Holzplatten oder zwischen die zwei Backen eines Schraubstockes einklemmte, wo sich sogleich ergab, dass der Ton höher war, wenn die Schwingungsebene senkrecht auf der Spalte, tiefer, wenn sie parallel der Spalte lag.

Diese Erscheinung, welche vielleicht mit einiger Wahrscheinlichkeit vorausgesehen werden konnte, dürfte das grösste Interesse haben in Bezug auf das, was aus ihr über die innere Konstitution der festen Körper, über welche so interessante Untersuchungen begonnen sind, geschlossen werden kann.

Es wird Niemand zweifelhaft erscheinen, dass aus der beschriebenen Erscheinung folgt:

1. dass, indem die Punkte der Oberfläche des Stabes fixirt werden, die Punkte im Inneren des Stabes, welche mit den fixirten in gleichem Querschnitt liegen, doch noch einigen Theil an der Schwingung nehmen;

2. dass, wenn der Stab blos auf zwei Seiten, die einander gegenüber liegen, fixirt ist, die inneren in gleichem Querschnitt liegenden Punkte zwar jedenfalls eine Verminderung ihrer Beweglichkeit erleiden, aber eine grössere in der Richtung des Druckes, eine kleinere senkrecht darauf.

Gewiss ist es interessant zur näheren Kenntniss der inneren Konstitution fester Körper ein genaues und bequemes Mittel zu haben, diese Differenzen der Beweglichkeit im Inneren mit Genauigkeit zu prüfen.

Eine zweite interessante Bemerkung, die sich aus dieser Erscheinung ergiebt, ist der Nachtheil, den die Anwendung cylindrischer Stäbe zur Hervorbringung von Tönen hat, weil man bei ihnen das gleichzeitige Fortbestehen von Schwingungen in verschiedenen Ebenen gar nicht vermeiden kann, wodurch eine unerträgliche Zweitönigkeit entsteht. — Es sind aus diesem Grunde zur Hervorbringung von Tönen auch nicht einmal quadratisch prismatische Stäbe, sondern Stäbe, die viel breiter als dick sind, zu empfehlen.

Wer nun diese Erscheinung nicht näher kennt, kann leicht verführt sein, sie für eine Folge der verschiedenen Elasticität der Materie

(ihren verschiedenen Dimensionen nach betrachtet) zu halten, durch die für einzelne Versuche gleiches Resultat zu Stande kommen könnte.

Es leuchtet aber leicht ein Mittel ein, die Wirkungen des Einklemmens von den Wirkungen der verschiedenen Elasticität der Materie nach ihren verschiedenen Dimensionen zu sondern.

Es ist nur nöthig, den Versuch zu verdoppeln und durch zweimaliges Einklemmen zu bewirken, dass das Einklemmen bei dem zweiten Versuche nach den beiden zu prüfenden Richtungen im umgekehrten Verhältnisse wirkt.

Bezeichnen wir die vier Seiten eines vertikalen quadratisch prismatischen Stabes nach den Weltgegenden, nach welchen sie gekehrt sind, mit *O*, *S*, *W*, *N*, so muss das eine Mal *O*, *W* des Stabes, das andere Mal *S*, *N* des Stabes eingeklemmt werden. — Im ersteren Falle wird der Ton, wenn der Stab in der Richtung des Meridians schwingt, gerade so viel tiefer sein, im Vergleich zu seinem Tone, wenn er senkrecht gegen den Meridian schwingt — als er das andere Mal höher ist.

Ich werde hier endlich die Messungen in einer Tabelle zusammenstellen, die ich hierüber gemacht habe.

Versuche mit einem Messingstabe, der nahe 2,142‴ breit und dick war, bei 24, 36, 48, 60 Linien Länge.

Bei jeder Länge wurden vier Mal die Schwingungen des Stabes gezählt (für die Dauer einer Sekunde), nämlich

1. die Schwingungen in der Richtung des Meridians $= a$, 2. die Schwingungen senkrecht gegen den Meridian $= b$,	wenn *O* und *W* geklemmt waren;
3. die Schwingungen in der Richtung des Meridians $= a'$, 4. die Schwingungen senkrecht gegen den Meridian $= b'$,	wenn *S* und *N* geklemmt waren.

Die Dicke und Breite des angewandten Stabes war nicht vollkommen gleich. Ich werde nachher das Ergebniss der unmittelbaren Messung anführen, vor der Hand die Dicke oder den Abstand der *OW*-Seite mit e, die Breite oder den Abstand der *SN*-Seite mit e' bezeichnen.

Ob ferner die Elasticität nach beiden Dimensionen gleich sei, muss sich aus der Schwingungszählung selbst erst ergeben. Wir wollen daher vorläufig die Elasticität des Messings in der Richtung der Dicke dieses Stabes mit f, in der Richtung der Breite mit f' bezeichnen.

Nach bekannten Gesetzen würden die Schwingungen in der Rich-

tung der Dicke und Breite (in der Richtung *OW* und *SN*), wenn die Einklemmung das Verhältniss nicht abänderte, sich verhalten wie:

$$ef : e'f'.$$

Sie wurden aber in der That gefunden das eine Mal wie

$$b : a$$

das andere Mal bei entgegengesetzter Einwirkung der Klemmung wie

$$b' : a',$$

im Mittel also, welches unabhängig von der Klemmung ist, wie

$$\sqrt{bb'} : \sqrt{aa'}.$$

Wir haben demnach zur Bestimmung der *Elasticität* des Messings nach den zwei Dimensionen die Proportion:

$$ef : e'f' = \sqrt{bb'} : \sqrt{aa'},$$

wo a, b, a', b' die gezählten Schwingungen, e und e' die gemessene Dicke und Breite des Stabes bezeichnen.

Wir haben ferner zur Bestimmung des Einflusses der *Klemmung* die elastische Kraft gg senkrecht gegen die geklemmte Oberfläche zu $g'g'$ parallel der geklemmten Oberflächen

das eine Mal wie $aa : bb$,

das andere Mal wie $b'b' : a'a'$,

im Mittel folglich, welches von e, e', f, f' unabhängig ist:

$$gg : g'g' = ab' : ba'.$$

Man ersieht leicht, dass es schwer halten würde, den Stab zweimal hinter einander so einzuklemmen, dass die aus der Klemme hervorragenden schwingenden Stücken vollkommen gleich lang wären. Man sieht aber zugleich, dass, wenn dies auch nicht vollkommen der Fall ist, die kleine Ungleichheit der Länge keinen Einfluss haben kann auf die Richtigkeit der Resultate, die dann für das geometrische Mittel zwischen beiden Längen zu nehmen sind.

Zählung der Schwingungen eines Messingstabes, der nahe 2,142''' breit und dick war, bei 24, 36, 48, 60 Linien Länge.

Länge des Stabes.	a	b	a'	b'	$ef : e'f'$ $= \sqrt{bb'} : \sqrt{aa'}$.	$gg : g'g'$ $= ab' : ba'$
24'''	1472,0	1510,0	1532,0	1421,1	2,142 : 2,196	1 : 1,1056
36'''	701,2	703,6	728,5	693,0	2,142 : 2,192	1 : 1,0550
48'''	429,3	430,4	438,9	417,2	2,142 : 2,194	1 : 1,0547
60'''	1743,0	1735,0	1778,2	1705,6	2,142 : 2,192	1 : 1,0378

Zu bemerken ist für die letzte Reihe von Versuchen, dass zur schärferen Zählung der erste Falsetton des Stabes beobachtet wurde,

weil der Grundton zu diesem Zwecke etwas zu tief war. Da es sich hier blos um das Verhältniss der Schwingungen, und nicht um ihre absolute Zahl handelt, so hat dieser Tausch keinen Einfluss auf das Resultat.

Es ergiebt sich hieraus, so weit solche feine Unterschiede durch eine Kombination von Versuchen sich bestimmen lassen,

dass der Einfluss der Klemmung auf die Schwingungen des Stabes parallel und perpendikular gegen die Klemmung einer kleinen Differenz der Länge zu vergleichen ist, die sich, wie zu erwarten war, bei allen Längen des schwingenden Stabes fast konstant ergiebt.

Es bezeichne nämlich l und l' zwei verschiedene Längen des schwingenden Stabes, a die konstante Differenz, welche der Wirkung der Klemmung gleich zu setzen ist, so wird die elastische Kraft des Stabes parallel der Klemmung zu der perpendikular gegen die Klemmung sich verhalten im ersten Falle wie

$$l^4 : (l + a)^4$$

oder, da a sehr klein im Vergleich zu l, wie

$$1 : 1 + \frac{4a}{l}$$

Eben so im zweiten Falle wie

$$1 : 1 + \frac{4a}{l'}$$

Das Produkt der Differenz $\frac{4a}{l}$ und $\frac{4a}{l'}$ in die Länge l und l' des schwingenden Stückes müsste demnach sich immer konstant $= 4a$ ergeben.

Aus unserer Tabelle finden wir aber

		Differenz vom Mittel.
für $l = 24'''$	$4a = 2{,}53'''$	$+ 0{,}18$
$36'''$	$1{,}98'''$	$- 0{,}17$
$48'''$	$2{,}62'''$	$+ 0{,}27$
$60'''$	$2{,}27'''$	$- 0{,}08$
	Mittel $2{,}35'''$.	

Was nun die Benutzung dieser Versuche zur Bestimmung der Elasticität des Messings nach zwei auf einander senkrechten Richtungen betrifft, so haben wir in unserer Tabelle folgende Angaben. Es verhält sich, wenn

		Differenz vom Mittel.
$l = 24'''$	$ef : e'f' = 2{,}142 : 2{,}196$	$+ 0{,}0025$
$36'''$	$2{,}142 : 2{,}192$	$- 0{,}0015$
$48'''$	$2{,}142 : 2{,}194$	$+ 0{,}0005$
$60'''$	$2{,}142 : 2{,}192$	$- 0{,}0015$
	im Mittel $2{,}142 : 2{,}1935$	

woraus sich die Schärfe dieser Messungen bestimmen lässt, da, ungeachtet der Stab nur etwa 2 Linien dick ist, die grössten Abweichungen der aus den Schwingungen berechneten Dicke nur $\frac{1}{1000}$ betragen.

Mit sehr feinen Messungshülfsmitteln habe ich aber die Dicke e und die Breite e' des Stabes unmittelbar genau bestimmt, und gefunden:

$$e : e' = 2{,}142''' : 2{,}1905''';$$

da nun

$$fe : f'e' = 2{,}142''' : 2{,}1935'''$$

war, so ergiebt sich hieraus, dass dieses Stück Messing fast gar keinen Unterschied der Elasticität in der Richtung der Dicke und Breite zeigte, oder dass fast

$$f = f'.$$

V.

Ueber die Elasticität der Seidenfäden.[1]

Von

Wilhelm Weber.

(Aus den Götting. gelehrt. Anzeigen, 1835, St. 8.)

[Poggendorff's Annalen, XXXIV, p. 247—257, 1835.]

Eine Untersuchung über die Grösse und Verschiedenheit der Elasticität der Seide schien schon aus dem Grunde wünschenswerth, weil seidene Fäden häufig zu Apparaten gebraucht werden, die zur Messung anderer Naturkräfte bestimmt sind. Zu vielen der feinsten elektrischen, galvanischen und magnetischen Apparate werden ungedrehte Seidenfäden angewendet. Der Vortheil, den die Seidenfäden bei solchen feinen Messapparaten vor anderen Fäden gewähren, beruht darauf, dass sie eine sehr geringe Torsionskraft besitzen. Diese Kraft ist aber doch nicht so gering, dass sie bei genauen Messungen ausser Acht gelassen werden dürfte; inzwischen kann sie, wie es Herr Hofrath Gauss bei seinen magnetischen Messungen gethan hat, durch eine passende Kombination verschiedener, mit dem Messapparate selbst angestellter Versuche, sehr genau bestimmt werden. Da hiernach schon die Erfahrung die Unentbehrlichkeit einer genauen Bestimmung der Elasticität der Seidenfäden gezeigt hat, so ist zu erwarten, dass eine eigens darüber angestellte Untersuchung von Interesse sein und deren Resultate mehrfältige nützliche Anwendungen finden werden.

Ein allgemeineres Interesse gewährt aber die Untersuchung der Elasticität der Seide für die Erforschung des *Wesens der Elasticität* selbst, um derentwillen es ohnedies nöthig ist, die Elasticität vieler, und zwar recht verschiedenartiger fester Körper zu untersuchen.

Beim ersten Anblick scheinen zwar die Metalle, in Stab- oder Drahtform angewendet, zur Untersuchung der elastischen Kraft besonders geeignet zu sein, weil sie diese Kraft in vorzüglich hohem Grade besitzen; bei näherer Prüfung ergiebt sich jedoch das Gegentheil. Je grösser nämlich die elastische Kraft eines Körpers ist, desto kleiner

[1] [Anzeige der folgenden Abhandlung.]

sind die sichtbaren und messbaren Wirkungen, auf deren genaue Beobachtung alle Untersuchungen über die Elasticität gegründet werden müssen. Z. B. je grösser die elastische Kraft eines Stabes ist, desto weniger wird er durch eine gegebene äussere Kraft zusammengedrückt oder ausgedehnt, und desto kleiner ist die Zeit, in der er unter sonst gleichen Verhältnissen eine Schwingung macht; woraus folgt, dass, wenn die Kraft sehr gross ist, keine genaue Messung mehr möglich ist. Daher, um die Elasticität selbst kennen zu lernen, weniger elastische Körper, wie die Seide, den sehr elastischen, wie die Metalle, wirklich vorzuziehen sind. Hierzu kommt, dass die Seidenfäden durch ihre *Länge* und *Gleichheit* für die Untersuchung noch besondere Vortheile bieten.

Weil es also ein grosses Bedürfniss ist, dass die elastische Kraft mehrerer verschiedenartiger fester Körper genau untersucht werde, weil ferner gerade die Seidenfäden sich durch Eigenschaften auszeichnen, die bei dieser Untersuchung von Nutzen sind, und weil endlich wegen des Gebrauchs, den man gegenwärtig von Seidenfäden bei anderen physikalischen Untersuchungen macht, die nähere Kenntniss der Elasticität der Seide ihre unmittelbare Anwendung findet — aus allen diesen Gründen ist eine Untersuchung der Elasticität der Seide von Wichtigkeit und Nutzen.

Es lassen sich aber nicht die nämlichen Hülfsmittel, welche man sonst zur Untersuchung der Elasticität fester Körper gebraucht, bei so feinen Fäden, wie die Seidenfäden sind, anwenden. Es leuchtet z. B. von selbst ein, dass die von Gravesande angegebenen Mittel zur Messung der Elasticität so dünner Körper, wie die Seidenfäden, nicht geeignet sind; dasselbe gilt auch von allen übrigen seitdem zu gleichen Zwecken vorgeschlagenen Mitteln. Die einzige hier zu gebrauchende Methode ist vom Herrn Hofrath Gauss dem Verfasser mitgetheilt worden, und besteht darin, den zu untersuchenden Faden horizontal aufzuspannen, indem sein eines Ende an ein Schraubenmikrometer, sein anderes Ende an ein, an einem langen Drahte aufgehangenes Gewicht geknüpft wird. Das Schraubenmikrometer wird darauf bald vorwärts, bald zurück bewegt, wodurch der Faden bald gespannt, bald abgespannt, und der Draht, an welchem das Gewicht hängt, bald mehr, bald weniger geneigt wird, aus welcher Neigung die Grösse jener Spannung sich berechnen lässt. — Es würde zu weit führen, die Vortheile, welche diese Einrichtung gewährt, hier alle nachzuweisen, die nicht allein zur Erreichung des Hauptzweckes (der Kenntniss der elastischen Kraft), sondern auch zur Erreichung mancher nützlichen und nothwendigen Nebenzwecke dienen. Zu letzteren gehört die Bestimmung der *Haltbarkeit* und *Dehnbarkeit* des Fadens.

Auf diesem Wege hat sich ergeben, dass die *Haltbarkeit* eines

Seidenfadens so gross ist, dass er durch sein eigenes Gewicht erst zerrissen wird, wenn er eine Länge von 27 414 Metern erhalten hat. Ferner hat sich ergeben, dass die *Dehnbarkeit* des Fadens so gross ist, dass wenn derselbe früher noch nicht ausgedehnt worden war, seine Länge, ehe er reisst, etwa um $^1/_7$ zunimmt, von welcher Verlängerung nur etwa der dritte Theil auf Rechnung der Elasticität zu setzen ist; die beiden anderen Drittel aber als eine *bleibende* Verlängerung des Fadens anzusehen sind.

Was aber den Hauptzweck betrifft, nämlich die Kenntniss der *Elasticität* der Seide, so hat der Verfasser mit möglichster Genauigkeit den *Modulus* der Elasticität bestimmt, der sich am bequemsten durch die Länge ausdrücken lässt, die ein Faden haben muss, der durch sein eigenes Gewicht (vorausgesetzt, dass er haltbar genug wäre, dass er dadurch nicht zerrissen würde) die Länge seines obersten Theiles, an dem er hängt, verdoppeln soll. Diese Länge ist zu

864 400 Metern

bestimmt worden, wobei die Dichtigkeit der Seide noch zu kennen von Interesse sein kann, die von der des Wassers wenig verschieden gefunden worden ist.

Mit dieser blossen Bestimmung des *Elasticitätsmodulus* hat sich aber der Verfasser nicht begnügt, sondern er hat die auf dem neuen Wege gemachten Erfahrungen auch mit denjenigen *Elasticitätsgesetzen*, zu deren genauer Bestimmung jener Modulus dienen soll, verglichen. Und es hat sich aus dieser Vergleichung ergeben, dass die Elasticitätsgesetze in der Art ausgesprochen, wie bisher geschehen ist, mit mehreren neuen Beobachtungen in Widerspruch sind, woraus zwar nicht hervorgeht, dass sie falsch, doch aber, dass sie unzureichend und unvollständig sind. Sie zu ergänzen ist daher das Hauptbemühen des Verfassers geworden.

Die bekannten Elasticitätsgesetze beziehen sich vorzüglich auf das Verhältniss, welches beim Gleichgewicht zwischen *Ausdehnung* und *Spannung* Statt findet, und dieses Verhältniss wird in jenen Gesetzen bei einem und demselben Faden als immer *konstant* genommen. Das Verhältniss der Ausdehnung zur Spannung, heisst es, sei immer gleich, die Spannung sei gross oder klein, sie dauere lange oder kurze Zeit. Diese Unabhängigkeit jenes Verhältnisses von der Grösse der Kraft und von der Dauer ihrer Wirksamkeit bestätigt sich nun in der That *nicht*, sondern die Beobachtung zeigt offenbar, dass nach erfolgter Anspannung (mit der zugleich die aus dem Elasticitätsmodulus nach dem Gesetz der Proportionalität zu berechnende Ausdehnung eintrat) im Verlaufe längerer Zeit noch eine weitere Ausdehnung nachfolgte, die im Elasticitätsgesetze nicht bestimmt war, die als Wirkung oder Funktion der *Fortdauer* der Spannung zu betrachten ist, und die der Verfasser mit dem Namen der *Nachwirkung* bezeichnet hat.

Diese elastische *Nachwirkung* kann leicht mit der *Dehnung* des Fadens, von der oben die Rede gewesen ist verwechselt werden, die lange schon bekannt ist, und durch kleine bleibende Veränderungen im Agregatzustande des festen Körpers erklärt wird. Von dieser Dehnung ist aber jene Nachwirkung ganz verschieden und kann davon auch in den Beobachtungen leicht unterschieden werden. Es liegt nämlich in der Natur jener Dehnung, dass sie blos nach einer Vermehrung, nicht aber nach einer Verminderung der Spannung Statt finden kann. Die elastische Nachwirkung dagegen tritt stets, eben sowohl nach vermehrter, als nach verminderter Spannung ein. Nach einer vermehrten Spannung besteht die Nachwirkung in einer von der Dauer der Anspannung abhängigen *Zunahme* der Länge; nach einer verminderten Spannung besteht die Nachwirkung in einer von der Dauer der Abspannung abhängigen *Abnahme* der Länge — und die Erfahrung hat gezeigt, dass diese beiden entgegengesetzten Nachwirkungen, jene Zunahme und diese Abnahme der Länge, für gleiche Spannungsunterschiede der Grösse nach *gleich* sind. — Ferner ist diese Nachwirkung von einer blossen Dehnung des Fadens auch durch folgendes wesentlich unterschieden. Es liegt in der Natur der Dehnung, dass sie bei Wiederholung derselben Versuche mit denselben Körpern immer kleiner und kleiner wird, während die Erfahrung zeigt, dass die elastische Nachwirkung immer die nämliche bleibt. Auf diese letztgenannte Eigenthümlichkeit der Dehnung, dass sie bei mehrfältiger Wiederholung derselben Versuche mit demselben Faden immer kleiner wird, und endlich ganz verschwindet, liess sich ein Verfahren gründen, den Einfluss der Dehnung bei den Versuchen über die Elasticität gänzlich *auszuschliessen.*

Ehe nämlich der Hauptversuch gemacht wurde, wurde der dazu anzuwendende Faden besonders vorbereitet. Diese Vorbereitung des Fadens bestand darin, dass der Faden ein paar Stunden lang angespannt und dann wieder abgespannt wurde. Es ergab sich, dass der Faden beträchtlich, und zwar bleibend, verlängert worden war. Diese Operation wurde darauf ein zweites und drittes Mal wiederholt. Auch das zweite Mal erhielt er eine bleibende aber kleinere Verlängerung. Nach dreimaliger Wiederholung entstand keine neue bleibende Verlängerung mehr. Indem sonach von nun an innerhalb bestimmter Grenzen der Spannung die Dehnung ausgeschlossen war, wurde nun der Hauptversuch gemacht. Der Faden wurde 24 Stunden lang gespannt erhalten, dann schnell abgespannt, und vor und nach dieser schnellen Abspannung gemessen. Der gefundene Längenunterschied mit dem ebenfalls gemessenen Spannungsunterschiede verglichen, ergab den Elasticitätsmodulus, oder denjenigen Theil der Verkürzung, der von der Spannungsabnahme unmittelbar abhängt, und folglich *zugleich* mit ihr eintritt. Der andere

Theil der Verkürzung, der bisher der Beobachtung entgangen war, dauert darauf 24 Stunden lang merklich fort. Und wenn diese Verkürzung auch sehr langsam geschieht, so beträgt sie doch zuletzt bei Seidenfäden beinahe den dritten Theil der ersteren, darf also schon ihrer Grösse wegen nicht unbeachtet bleiben. Uebrigens geschieht sie zwar im grösseren Theile der Zeit sehr langsam, im Anfang aber, mit dem Mikroskop beobachtet, ist sie gross genug, um von Minute zu Minute gemessen zu werden. — Bei der oben beschriebenen Einrichtung des Apparates ist zu bemerken interessant, dass diese nachfolgende *Verkürzung* des Fadens, dieser Einrichtung gemäss, sogar mit einer *Spannungszunahme* verbunden sein musste, und wirklich verbunden war, statt nach den bekannten Elasticitätsgesetzen das entgegengesetzte Statt finden, mit der Verkürzung des Fadens nämlich eine ihr proportionirte *Spannungsabnahme* verbunden sein sollte.

Diese anfangs von Minute zu Minute, nachher in längeren Zeitabschnitten gemachten Messungen der nachfolgenden Verkürzung ergeben so regelmässige Zahlenreihen, dass das Gesetz der Abhängigkeit dieser Verkürzung *von der Zeit* sich daraus bestimmen lässt. Das einfachste Gesetz, das diesen Messungen Genüge leistet, hat Herr Hofrath Gauss dem Verfasser mitzutheilen die Güte gehabt, und die Abhandlung enthält mehrere Vergleichungen dieses Gesetzes mit der Erfahrung. Es besteht dieses Gesetz darin, dass *der Rest der Verlängerung oder Verkürzung, der von irgend einem Augenblicke an noch zu erwarten ist, der bis zu diesem Augenblicke verflossenen, von einem bestimmten Momente an zu rechnenden Zeit umgekehrt proportional ist.*

Zum Beleg für dieses Gesetz möge folgende Reihe von Messungen dienen, denen in der vorletzten Kolumne die nach der Formel

$$3900 + \frac{23,7}{7,4 + t}$$

berechneten Werthe zur Vergleichung beigefügt sind:

No.	Zeit.	Spannung.	Gemessene Länge.	Berechnete Länge.	Unterschied.
1.	0,0 Sek.	9,341 g	3921,90 mm		
2.	2,1 „	4,215 „	3902,55 „	3902,50 mm	— 0,05
3.	3,6 „		3902,08 „	3902,15 „	+ 0,07
4.	4,6 „		3901,84 „	3901,98 „	+ 0,14
5.	18,5 „		3901,61 „	3901,49 „	— 0,12
6.	11,0 „		3901,38 „	3901,29 „	— 0,09
7.	12,7 „		3901,23 „	3901,18 „	— 0,05
8.	26,2 „		3900,99 „	3901,00 „	+ 0,01
9.	25,7 „		3900,75 „	3900,72 „	— 0,03
10.	36,0 „		3900,51 „	3900,55 „	+ 0,04
11.	68,0 „		3900,14 „	3900,31 „	+ 0,17
12.	250,0 „		3900,14 „	3900,09 „	— 0,05

Diese neue Thatsache schien dem Verfasser Aufschluss und Licht über eine andere unerledigte Frage zu geben und dadurch selber neues Interesse zu gewinnen, nämlich über die Abnahme der Schwingungsbögen bei Körpern, die, durch ihre eigene Elasticität getrieben, schwingen, z. B. bei einem Faden, der an seinem oberen Ende befestigt, an seinem unteren Ende ein Gewicht trägt und, um seine eigene Axe gedreht, in Schwingung geräth.

Diese Abnahme der Schwingungsbögen erklärte man aus dem Widerstande der Luft. Dieser Widerstand der Luft konnte aber bis jetzt nicht genau berechnet werden, und es ist daher bis jetzt unentschieden geblieben, ob dieser Grund zureiche oder nicht. Nur so viel ist gewiss, dass das von Newton aufgestellte Gesetz, dass der Widerstand der Luft dem Quadrate der Geschwindigkeit proportional sei, nicht in Anwendung kommen könne, weil die Abnahme der Schwingungsbögen nach dem Gesetze einer geometrischen Reihe erfolgt, wenn die Zeiträume nach dem Gesetze einer arithmetischen Reihe wachsen, welches eine Kraft voraussetzt, die der Geschwindigkeit selbst proportional ist. Es muss daher der Widerstand der Luft einer neuen und genauen Untersuchung unterworfen werden, zugleich muss aber geprüft werden, ob nicht jene Annahme der Schwingungsbögen zum Theil aus einer ganz anderen Quelle, als dem Widerstande der Luft herrühre. Diese letztere Prüfung hat der Verfasser vorgenommen, und glaubt *erstens* durch seine Versuche beweisen zu können, dass die Ursache der Abnahme der Schwingungsbögen nicht blos in der Luft, überhaupt nicht blos *ausser* dem schwingenden Körper gelegen sei, sondern zum Theil *in der Natur* des schwingenden Körpers selbst schon begründet sei und daher zum Theil auch Statt finden würde, wenn der Körper im leeren Raume von seiner Elasticität getrieben schwänge, wo die umgebenden Körper gar keinen Einfluss auf ihn ausüben könnten. *Sodann* glaubt der Verfasser darthun zu können, dass dieser innere, in der Natur des schwingenden Körpers selbst liegende Grund seiner Schwingungsabnahme in seiner Eigenthümlichkeit, nach erfolgter An- oder Abspannung eine von der Dauer dieser An- oder Abspannung abhängige Ausdehnung oder Zusammenziehung zu erleiden, enthalten sei.

Schon bei akustischen Versuchen ist die Aufmerksamkeit des Verfassers darauf gerichtet gewesen, dass manche Körper sehr gut, andere sehr schlecht tönen, ungeachtet man keinen Grund von diesem Unterschiede anzugeben wusste. Z. B. vergleicht man einen Holzstab, Glasstab und Eisenstab von ganz gleicher Form, so findet man, dass der Holzstab angeschlagen sehr schwer, kaum hörbar, nur im Momente, wo er angeschlagen wird, tönt. Der Glasstab tönt dagegen am vollsten und längsten. Der Eisenstab tönt viel besser als der Holzstab, aber nicht so lange und so schön wie der Glasstab. Was ist die Ursache

davon? Gewöhnlich beachtet man blos die Form und Elasticität der tönenden Körper; diese sind aber in allen diesen dreien nahe gleich. Höchstens beachtet man noch die Dichtigkeit, weil auf die Bewegungen des dichteren die umgebende Luft geringeren Einfluss hat. Der Glasstab aber, welcher am besten tönt, hat die mittlere Dichtigkeit. Es muss also noch etwas *in der Natur* der Körper liegen, wovon ihre Tonfähigkeit abhängt. Alle spröden Körper scheinen, wenn sie nicht brüchig sind, zu akustischen Zwecken sich besser zu eignen, als die nicht spröden; die Metalllegirungen besser, als die einfachen Metalle; der glasharte Stahl besser, als das ausgeglühte Eisen; die geschmeidigen animalischen und vegetabilischen Stoffe am schlechtesten. Diese animalischen und vegetabilischen Stoffe sind es nun aber, welche jener elastischen Nachwirkung, welche am Seidenfaden gemessen worden ist, am meisten unterworfen sind. — Zugleich bemerkt man an allen diesen Körpern, dass sie nicht lange fortschwingen, d. i. dass die Schwingungsbögen sehr schnell abnehmen. Es scheint daher ganz naturgemäss zu sein, die schnelle Abnahme der Schwingungsbögen als Ursache der Schallunfähigkeit, die elastische Nachwirkung aber als Ursache jener schnellen Abnahme der Schwingungsbögen anzusehen. Bestätigt sich dieser Grund der Schallunfähigkeit, so lässt sich darauf eine neue Klassifikation der tonfähigen Körper gründen, welche für die Anwendung gewiss eben so wichtig, als die nach der Form und Elasticität aufgestellte Klassifikation, sein wird.

Wie kann nun aber die elastische Nachwirkung jene Schwingungsabnahme bewirken? Zu diesem Zwecke vergleicht der Verfasser den Augenblick der Schwingung, wo die grösste Ausdehnung oder Beugung oder Drehung Statt findet, mit dem Augenblicke bei seinen Versuchen, wo die grösste Anspannung erfolgt war. Folgte nun darauf bei diesen Versuchen eine Verlängerung ohne Anspannung des Fadens, so wird hier umgekehrt eine Abspannung ohne Verkürzung des Fadens die Folge sein, was so viel ist, als wenn der Schwingungsmittelpunkt der grössten Elongationsweite genähert worden wäre. — Eben so vergleicht er den Augenblick, wo der schwingende Körper zur Lage des Gleichgewichts (zum Schwingungsmittelpunkt) zurückgekehrt ist, mit dem Augenblick bei jenen Versuchen, wo der Faden am meisten abgespannt war. Folgte dann bei jenen Versuchen eine Verkürzung ohne Abspannung des Fadens, so wird hier umgekehrt eine Anspannung ohne Verlängerung die Folge sein, was so viel ist, als wenn der Schwingungsmittelpunkt nochmals nach derselben Seite verrückt worden wäre. — Hieraus ergiebt sich, dass der Schwingungsmittelpunkt bei jeder Hinschwingung etwas rückwärts, bei jeder Rückschwingung etwas vorwärts verlegt wird, woraus nothwendig eine Abnahme des Schwingungsbogens, bei jeder Schwingung nahe um das Doppelte jener Verschiebung, bewirkt wird.

VI.

DE
FILI BOMBYCINI VI
ELASTICA.

AUCTORE

GUIL. ED. WEBER.

GOTTINGAE,
SUMPTIBUS DIETERICHIANIS.
MDCCCXLI.

[Hierzu Tafel XI, welche sich hinter der folgenden Abhandlung VII befindet.]

INTRODUCTIO.

Disquisitio accuratior de magnitudine et diversitate virium elasticarum, quas fila bombycina exhibeant, aliquanti esse momenti ad paranda naturae cognoscendae praesidia videtur, quia haec fila saepissime in construendis iis instrumentis applicantur, quae naturae virium mensuris inserviunt. Fila bombycina, a torsione libera, saepe in viribus electricis, galvanicis et magneticis metiendis magno sunt usui, quod experimentis cel. Coulomb elucet et summa *magnetometrorum* ab ill. Gauss inventorum subtilitate stabilitur et comprobatur. Praestantia filorum bombycinorum ad haec instrumenta applicandorum eo nititur, quod, si torquentur, vi propria quidem, sed perexigua, in pristinum statum redeunt. Tamen haec vis non est tam exigua, ut plane eam negligere liceat; potest autem haec vis exigua per ipsum instrumentorum, ad quae illa fila applicata sunt, usum definiri, eaque definitio nunquam est negligenda. Quare quum ab ipsa iam experientia necessitas demonstrata sit, vim filorum bombycinorum elasticam metiendi, disquisitio propria et plena de hac re in universum instituta, in posterum saepius ad usus singulos converti poterit, nec est, quod ea pluribus defendatur. Praeterea autem experimenta de filis bombycinis instituta ad *virium elasticarum leges*, nondum omnino expertas, denuo disquirendas idonea sunt.

Primo intuitu metalla et reliqua corpora solida, quae virium elasticarum magnitudine excellunt, in formam vel virgae vel fili redacta, ad disquirendam illam vim maxime idonea videntur; sed, si accuratius res perpenditur, saepe minus idonea inveniuntur. Quo maior enim corporis solidi vis elastica est, eo minor est effectus, qui sensibus percipi et observari solet et qui exactâ mensurâ definiri debet: exempli gratia, quo maior vis elastica, eo minor est compressio vel dilatatio per vim externam in corpore effecta, eoque minus, si corpus oscillat, est temporis spatium, quo oscillationem unam peragit. Vis elastica igitur est reciproca magnitudini effectus, qui observatur; quo fit, ut, si vis illa permagna est, hic effectus observari non possit. Quare corpora solida minus elastica i. e. compressioni vel extensioni minus resistentia, cuius generis fila bombycina sunt, metallis, quae vi elastica praestant, ad disquirendam vis elasticae naturam anteferenda esse videntur. Praeterea filis bombycinis commendatio est longitudo et diametri constantia.

Quum igitur multum nostra intersit, plurium corporum solidorum vim elasticam accuratius disquirere, et quum fila bombycina iis virtutibus excellant, quae ad hanc disquisitionem maxime sunt commodae, quum denique propter varium usum horum filorum in aliis disquisitionibus physicis cognitio exactior elasticitatis eorum nonnunquam prodesse possit, cum Societate Regia liceat mihi experimenta, quae ad hanc vim explorandam institui, communicare.

Non est autem unus idemque modus, non sunt eadem instrumenta, quibus aliorum corporum solidorum vis elastica investigata est, quae etiam ad explorandam huius fili subtilissimi vim applicari possint. Exempli causa instrumenta a cel. s'Gravesande ad determinandam corporum solidorum vim elasticam inventa et descripta, si haec vis tam exigua est, quam in filis bombycinis, non apta sunt, quibus hanc vim metiamur. Idem valet de reliquis instrumentis, quae eodem consilio adhuc inventa et constructa sunt. Exiguarum virium elasticarum mensuris is solus apparatus convenit, qui ab ill. Gauss ad metiendam cohaesionis vim, quae in filo est, indicatus est.

Quum enim is apparatus, qui antea ad vim cohaesionis fili metiendam adhibitus erat (quo filum ponderibus tendebatur, usque dum disrumperetur), duobus vitiis laboraret, primum, quod tensio modo *discontinuo,* novis ponderibus additis, augebatur; deinde, quod pondera, dum augebantur, mota filum prius rumpebant, quam per pondera non mota factum esset: ill. Gauss proposuit filum, cuius cohaesio quaereretur, non verticaliter, sed horizontaliter ita esse tendendum, ut ponderi, quod ab alio filo verticali pendet, annecteretur atque sensim sensimque per cochleam removeretur, quo pondus horizontaliter fere se sequi cogeret, filumque illud, quo hoc pondus sustinetur, a linea verticali removeret.

Hanc methodum ad determinandam vim cohaesionis propositam ad disquirendam *vim elasticam* eodem iure adhiberi posse, sponte elucet. Quo consilio tensio nunc augetur, nunc minuitur, nunquam autem eo usque adstringitur, ut filum rumpatur. Uti in cohaesione, sic in elasticitate investiganda per hanc methodum duo commoda lucramur haec, ut et aequabilius et tutius experimenta faciamus. Primum enim pondus tendens in hac methodo non mutatur, difficultatesque cum ponderum mutatione coniunctae removentur. Ponderis mutationibus *continua* fili horizontalis retractio substituitur, quae per cochleam micrometricam efficitur. Deinde etiamsi pondus post auctam tensionem in motu suo inde nato aliquantulum pergit, experimentum tamen non turbatur (quod accidere saepius solet, si hoc motu ponderis continuato fili tensio ultra limitem propositum augetur), quia, si motus ille ponderis continuatur, tensio non solum non augetur, sed etiam minuitur, nec ullum est periculum, ne filum inopportune vel extendatur vel rumpatur.

Cognitâ viâ et ratione, qua experimenta instituantur, diversas experimentorum series, quas executus sum, et doctrinae augmentum inde petitum contemplabimur.

Priusquam experimenta ad explorandam fili bombycini vim elasticam necessaria aggressus sum, reliquam fili naturam eatenus disquisivi, quatenus eius cognitio in instituendis illis experimentis vel utilis vel necessaria esse videbatur. Huc *primum cohaesionis* seu tenacitatis fili cognitio pertinebat, h. e. cognitio ponderis maximi, quod sustinebat. Cohaesionem seu tenacitatem fili bombycini talis, qualia sunt ea fila, quae in Observatorio magnetico Gottingensi acum magneticam suspensam ferunt, quorum singula duodecim fere filis bombycinis simplicibus, sine torsione compositis, constant, quaesivi, et pondus maximum, quod sustinent, aequale inveni

36,215 grammatis Francicis.

Praeterea etiam longitudinem mensus sum fili, cuius pondus unum gramma aequat, eamque, quum 13,72 grammatis tenderetur, aequalem inveni

761,61 metris Francicis;

unde maxima fili longitudo concluditur, quae suo ipsius pondere nondum rumpatur, eaque aequalis invenitur

27 581 metris.

Deinde cognitio naturae fili in disquirenda eius vi elastica eatenus etiam utilis et necessaria videtur, quatenus ad fili *prolongationem permanentem* refertur. Inter omnes constat, si filum qualecunque maioribus ponderibus tendatur, aggregationem particularum ita mutari, ut forma fili, tensione cessante, non omni ex parte restituatur, sed ut quaedam prolongationis seu extensionis pars semper restet. Haec prolongationis seu extensionis pars, quae remoto pondere tendente semper manet, cum ea, quae post remotum pondus tendens rursum evanescit, qua fili vis elastica aestimatur, nullo pacto confundi debet. Quare de fili natura, quatenus extensionem permanentem patitur, prius quam de fili vi elastica experimenta institui, ut, illâ perspectâ, quid huic relinqueretur, appareret.

Quibus cognitis experimenta circa fili bombycini *vim elasticam* aggressurus, fuit, quod dubitarem, an corporum solidorum elasticitatis leges, quae ad hoc usque tempus inter physicos valuerunt, verae sint atque sufficiant, et mox experimentis ea de re institutis demonstravi, illas leges non omnibus phaenomenis satisfacere, unde concludendum esse, has leges, etiamsi non falsae sint, certe non plenas numerisque omnibus absolutas esse. Itaque, quae deficiebant, supplere studui.

Lex elasticitatis notissima ad rationem eam refertur, quae in statu aequilibrii intercedit inter *prolongationem* et *tensionem* fili, quae ratio ex illa lege in eodem filo *semper sibi constat*, h. e. illa ratio neque a

magnitudine tensionis, neque a *tempore*, quo tensio initium cepit, pendet. *Independentia* illius rationis cum a magnitudine tensionis tum a tempore, quo tensio initium ceperit, in lege illa elasticitatis notissima proposita, rerum natura *non confirmatur*. Imo experimentis demonstrari potest, post factam tensionem, quacum magna fili prolongatio coniuncta fuit, per temporis lapsum novam aliquam prolongationem paulatim subsequi, ita, ut, quoad fili longitudinem, *duplex tensionis effectus* discerni possit, alter *primarius* seu *momentaneus* ac *subitus*, alter *secundarius* seu *subsequens* et *continuatus*.

Hic effectus secundarius seu subsequens facile cum extensione fili permanente, quae mutata particularum nascitur aggregatione, confunditur, sed facile ab hac discerni potest, si animadverteris, illum effectum non solum post tensionis auctionem, sed pariter etiam post tensionis deminutionem observari. Sicut enim tensionem auctam prolongatio non modo subita, sed etiam continuata sequitur, ita tensionem imminutam contractio et subita et per aliquod tempus continua: ergo illa prolongatio continuata non est permanens, quia tensione cessante omnis prolongatio tollitur, non statim quidem omnis, sed primum subita illa, deinde paulatim etiam, quam continuatam aut secundariam diximus.

Hoc novum extensionis phaenomenon nonnullis aliis phaenomenis iam pridem observatis, sed nondum explicatis, lucem afferre putavi, qua ipsum quoque illustretur et quanti ad alia momenti sit appareat. Inprimis huc pertinere opinatus sum phaenomenon deminutionis excursionum corporis horizontaliter in orbem oscillantis ob fili, quo suspensum est, elasticitatem, quod ab aliis a sola aëris resistentia repetendum esse creditur. Haec autem aëris resistentia calculo accurate subducta adhuc definiri non potuit, quare incertum mansit, utrum haec deminutionis causa sufficeret, nec ne. Non sufficeret, si lex vera esset ab ill. Newton proposita, aëris resistentiam celeritatis, qua corpus in aëre movetur, quadrato proportionalem esse; nam experientia docuit, si corporis in aëre moti exigua sit celeritas, oscillationum amplitudinem, lege geometrica minui, temporis intervallis lege arithmetica auctis, quae observatio ad illam Newtonianam legem non quadrat. Etiamsi autem illa Newtoniana lex falsa est, praeter aëris resistentiam tamen aliam causam esse, qua illae excursiones minuantur, non credere non potui, quia illarum excursionum deminutiones saepius maiores sunt, quam quae e sola aëris resistentia nascantur, eamque causam in prolongationibus et contractionibus, quas secundarias seu subsequentes diximus, cum unaquaque fili oscillatione redeuntibus, inesse suspicatus sum.

Hanc opinionem duobus experimentis confirmare studui. *Primum* enim aëris resistentiam vel omnino vel magna ex parte removi, corpore, quod oscillabat, cum filo in vas incluso, quod per antliam pneumaticam

aëre evacuatum erat. His experimentis inveni excursionem in unaquaque oscillatione, si aër tricies quinquies extendebatur,

0,28 totius excursionis parte,

sin autem aër non extendebatur,

0,48 totius excursionis parte

minui. Harum diminutionum *differentiam* ab aëris resistentia profecisse quidem constat, qua cognita autem concludimus, excursionem in unaquaque oscillatione, si aër plane removetur, fere

0,27 totius excursionis parte

imminutum iri. Ergo praeter aëris resistentiam alia causa sit necesse est, quae hanc diminutionis partem efficiat.

Deinde unum idemque corpus (cylindrum plumbeum) diversis deinceps filis, primo filo metallico tenui, postea crine equino suspendi, quorum utrique fere eadem vis torsionis erat, corporisque oscillationes utroque modo observavi. Quanquam temporis spatium, quo singulae oscillationes perficiebantur, fere idem erat, tamen excursionum deminutio utroque modo longe differebat: maior erat, si corpus crine equino pendebat, minor, si filo metallico, unde colligitur, causam deminutionis in aëre, cuius efficacia non mutata erat, non omnino sitam esse, sed simul in fili, quo corpus suspendebatur, natura, quae sola differebat. Natura autem fili metallici a natura crinis equini eo potissimum differebat, quod crinis equinus, quoad prolongationem et contractionem, quam secundariam seu subsequentem nominavi, filum metallicum magnopere superabat.

Si denique causam harum prolongationum et contractionum corporis solidi post effectam quandam intensionem vel relaxationem continuatarum, quas secundarias seu subsequentes diximus, earumque in diversis corporibus diversitatem ex intima corporum solidorum natura explicare volumus, eas a minimarum particularum conformatione et aggregatione et ab iis conditionibus, quae hanc aggregationem constare permittunt, repetendas esse statuo.

Minimas enim multorum corporum solidorum particulas, quas consentiente aliorum naturae scrutatorum opinione non contiguas, sed certis intervallis disiunctas esse credere licet, tribus axibus diversae longitudinis praeditas esse facile aliunde colligitur. Iam si contemplamur angulos ab axe particulae longissimo et a lineis centrum particulae eiusdem cum centris vicinarum iungentibus inclusos, facile perspicitur, hos angulos non mutari, si omnium particularum distantiae proportionaliter vel augentur vel minuuntur, corpore aequabiliter omnes in partes extenso. Sed si filum extenditur, non omnes distantiae particularum proportionaliter augentur, sed eae tantum, quae eâdem lineâ rectâ, longitudini fili parallelâ comprehensae sunt. Contra distantiae particularum eae, quae diametro fili sunt parallelae, non augentur, sed minuuntur. Sin autem

aliae particularum distantiae augentur, aliae simul minuuntur, anguli ab axe longissimo et ab illis lineis inclusi mutentur necesse est, quibus mutatis, utrum aequilibrium sine quadam particularum rotatione constare possit, nec ne, subtiliter quidem diiudicari nondum posse videtur, sed est, quod credamus, aequilibrium tum sine rotatione constare non posse. Quodsi ad particularum aequilibrium post effectam extensionem restituendum quaedam particularum rotatio requiritur, et si haec rotatio lentissime fit, hac ipsa rotatione lentissima necesse est lentissime mutetur etiam elasticitas fili, i. e. ratio longitudinis fili ad eius tensionem: ergo si tensio sibi constat, filum lentissime vel prolongatum vel contractum iri elucet. Hanc igitur prolongationem et contractionem lentissimam probabile est illam ipsam esse quam observavimus quamque secundariam seu subsequentem appellavimus.

§ 1.

Pondus maximum, quod filum bombycinum sustinet.

Pondus multo maius eo, quo filum bombyc. rumpitur, filo forti, ad conclavis tectum adfixo, verticaliter suspendebatur. Huic ponderi filum bombyc. duplex horizontaliter applicabatur, quo per cochleam retracto et intenso, filum, quo pondus suspensum erat, a linea verticali, quam antea occupaverat, elongabatur, usque dum filum bombyc. rumpebatur. E *fili verticalis longitudine*, *ponderis suspensi magnitudine filique a linea verticali elongatione* pondus maximum, quod filum sustinebat, concludebatur. — Experimenta ita instituta sunt, ut *primum* longitudo fili verticalis, *deinde* pondus eo suspensum, *postea*, filo illo a linea verticali paululum elongato, haec elongatio filique bombyc. longitudo, *denique*, elongatione sensim aucta, retractio fili bombyc. per cochleam effecta filique bombyc. longitudo definirentur.

Tabula I.

2405 mm	longitudo fili, quo pondus suspensum erat;
4629 g	pondus suspensum;
1,556 mm	prima elongatio;
66,6 mm	longitudo fili bombyc.

Retractio per cochleam effecta.	Longitudo fili bombycini.
3,583 mm	67,0 mm
7,166 „	67,4 „
10,750 „	67,7 „
14,333 „	67,9 „
17,916 „	68,2 „
21,499 „	68,9 „
25,082 „	69,6 „
28,666 „	70,4 „

Retractio per cochleam effecta.	Longitudo fili bombycini.
32,249 mm	71,5 mm
35,832 „	72,6 „
39,415 „	73,7 „
42,999 „	74,7 „
46,582 „	ruptio

Ex his observatis, si longitudinem fili bombyc. duplicis eo temporis momento, quo filum bombyc. rumpebatur, = 75,7 mm statuimus, colligimus

9,1 mm = prolongationem fili bombyc., i. e. = 75,7 mm — 66,6 mm,

39,038 mm = elongationem fili a linea verticali integram, i. e. = 46,582 mm — 9,1 mm + 1,556 mm,

75,14 g = pondus maximum, quod filum bombyc. duplex, quum rumperetur, sustinebat, i. e $= \frac{39,038}{2405} \cdot 4629$ g,

37,57 g = pondus maximum, quod filum bombyc. sustinuisset, si simplex fuisset.

Tabula II.

2405 mm longitudo fili, quo pondus suspensum erat;
4729 g pondus suspensum;
1,10 mm prima elongatio;
46,0 mm longitudo fili bombyc.

Retractio per cochleam effecta.	Longitudo fili bombycini.
3,583 mm	46,1 mm
7,166 „	46,2 „
10,750 „	46,5 „
14,333 „	47,0 „
17,916 „	47,3 „
21,499 „	47,9 „
25,082 „	48,3 „
28,666 „	49,2 „
32,249 „	50,1 „
35,832 „	51,0 „
39,415 „	52,1 „
39,571 „	ruptio

Ex his observatis, si longitudinem fili bombyc. duplicis eo temporis momento, quo rumpebatur, = 52,14 mm statuimus, colligimus

6,14 mm = prolongationem fili bombyc.,

34,531 mm = elongationem integram,

67,90 g = pondus maximum, quod filum bombyc. duplex, quum rumperetur, sustinebat,

33,95 g = pondus maximum, quod filum bombyc. sustinuisset, si simplex fuisset.

Tabula III.

2405 mm	longitudo fili, quo pondus suspensum erat;
4729 g	pondus suspensum;
1,116 mm	prima elongatio;
48,0 mm	longitudo fili bombyc.

Retractio per cochleam effecta.	Longitudo fili bombycini.
3,583 mm	48,6 mm
7,166 „	49,0 „
10,750 „	49,4 „
14,333 „	49,6 „
17,916 „	49,8 „
21,499 „	50,4 „
25,082 „	50,8 „
28,666 „	51,7 „
32,249 „	52,7 „
35,832 „	53,4 „
39,415 „	54,4 „
42,999 „	55,5 „
44,587 „	ruptio

Es his observatis, si longitudinem fili bombyc. duplicis eo temporis momento, quo rumpebatur, = 55,94 mm statuimus, colligimus

7,94 mm = prolongationem fili bombyc.,
37,762 mm = elongationem integram,
74,252 g = pondus maximum, quod filum bombyc. duplex, quum rumperetur, sustinebat,
37,126 g = pondus maximum, quod filum bombyc. sustinuisset, si simplex fuisset.

Ex hisce tribus observationum tabulis concludimus, pondus maximum, quod filum bombyc. sustineat, quam proxime aequare

36,215 g.

§ 2.

Longitudo fili bombycini, cuius pondus unum gramma aequat, et longitudo eius, quod suo ipsius pondere rumpitur.

Circa duos hamos orichalceos, quorum alter ab altero 3 m distabat, filum bombyc. ita circumvolvebatur amboque eius fines colligabantur, ut filum bombyc. octuplum formaretur. In medio hoc filo bombyc. octuplo, horizontali pondus = 27,3 g verticaliter suspendebatur, quo punctum suspensionis 0,188 m deprimebatur, unde colligitur, tensionem singuli cuiusque fili bombyc. 13,72 g aequavisse, totamque omnium singulorum filorum bombyc. longitudinem 24,187 m fuisse. Longitudine = 1,2 m fili eiusdem generis, quo illud colligabatur, additâ, pondus fili bombyc.

25,387 m longi $= \frac{1}{30}$ g inventum est; unde concluditur, longitudinem fili bombyc. pondere 13,72 g extensi, cuius pondus unum gramma aequet, esse

$$= 761{,}61 \text{ m}.$$

Inde facile etiam derivatur longitudo fili bombyc., cuius pondus 36,215 g aequat, eaque invenitur

$$= 27\,581 \text{ m},$$

quae est longitudo fili bombyc., quod suo ipsius pondere rumpitur.

§ 3.

Prolongatio permanens fili bombycini.

In vim elasticam fili bombyc. subtiliter inquirere licet, prolongatione fili bombyc. permanente nullâ ratione habitâ, si curaveris, ut filum bombyc., priusquam experimenta instituantur, totum per diem multo maiori, quam postea opus est, pondere intentum retineatur: nam si pondera a filo bombyc. postea sustenta multo minora sunt iis, quae antea totum per diem sustinuit, prolongatio permanens, quae antea nata erat, restat quidem, sed non augetur. Quod ut magis appareret, experimenta ita institui, ut aliquamdiu fili bombyc. tensionem augerem, deinde relaxarem, tum denuo augerem, postea rursum relaxarem, cet., utque post unamquamquam tensionis vel auctionem vel relaxationem fili bombyc. longitudinem metirer. Unde apparuit fili bombyc. prolongationem permanentem magis magisque certum quendam limitem attigisse, quem non transgressa sit. Experimenta hoc modo filo bombyc. quadruplici instituta haec sunt:

Tabula IV.

Retractio per cochleam effecta.	Tempus inter cochleae motum observationemque elapsum.	Tensio fili bombycini observata.	Longitudo fili bombycini observata.	Longitudo fili bombycini computata.	Differentia prolongatione permanente orta.
		2,37 g	3794,58 mm	3855,85 mm	— 61,27 mm
augebatur	1′	17,54 „	3859,86 „	3889,13 „	— 29,27 „
	100′	15,45 „	3864,65 „	3891,38 „	— 26,73 „
iterum augebatur	1′	23,90 „	3888,20 „	3903,06 „	— 14,86 „
	100′	18,98 „	3899,47 „	3900,97 „	— 1,50 „
minuebatur	1′	8,60 „	3880,32 „	3879,90 „	+ 0,42 „
	100′	9,96 „	3877,20 „	3876,46 „	+ 0,74 „
augebatur	1′	20,22 „	3896,64 „	3895,78 „	+ 0,86 „
	100′	18,96 „	3899,51 „	3900,92 „	— 1,41 „
minuebatur	1′	8,68 „	3880,13 „	3880,13 „	0,00 „
	100′	10,11 „	3876,87 „	3876,87 „	0,00 „
augebatur	1′	20,39 „	3896,25 „	3896,25 „	0,00 „
	100′	18,68 „	3900,15 „	3900,15 „	0,00 „

Numeri columnae quintae secundum formulam

$$a + bT$$

calculati sunt, numeris columnae tertiae pro T substitutis et posito

$$b = \frac{23,28}{8,57}$$

positisque tribus valoribus diversis pro a

$$\text{vel } a = 3849,41$$
$$\text{vel } a = 3840,86$$
$$\text{vel } a = 3856,55$$

primo valore adhibito, quum 100′, secundo et tertio valore adhibito, quum 1′ post cochleae motum observatum erat, secundo quidem post auctam retractionem, tertio post imminutam. Paragrapho subsequente videbimus causam, qua hi diversi pro a valores nascantur. Ex horum numerorum computatorum cum observatis comparatione, quae in columna ultima instituta est, cognovimus, prolongationem permanentem ab initio maxime accrevisse, deinde autem multo minus auctam esse, mox denique fere constantem esse redditam.

§ 4.

Discrimen inter prolongationem vel contractionem primariam s. subitam, et secundariam s. subsequentem.

Experimenta enarrabo, quibus duplex illa fili bombyc. post tensionem auctam vel imminutam prolongatio vel contractio primaria s. subita et secundaria s. subsequens concluditur. Filum bombyc. adhibitum est, cuius prolongatio permanens eo, quem paragrapho superiore descripsi, modo antea constans reddita erat. — Prolongationem vel contractionem fili bombyc. post auctam vel imminutam tensionem non semel, sed pluries, diversis temporibus, metiebar, temporisque momenta adnotabam, quibus singulas mensuras observaveram. — Primam prolongationis vel contractionis mensuram statim post effectum cochleae motum observandam, propter motum alienum et fortuitum, ipso cochleae motu ortum, difficillimam fuisse facile intelligitur. Quare huius motus alieni et fortuiti evitandi causa, pondus aquâ circumdedi. Pressione aquae ratione habitâ, pondus

1782 g

aequabat. Longitudo fili, quo hoc pondus suspensum erat, aequabat

2089,5 mm.

Numeros mensurarum de fili bombyc. prolongatione vel contractione observatarum, temporisque momenta, ad quae singuli referendi sunt, tabulis collegi.

Tabula V.

Retractio per cochleam effecta
42,9 mm *minuebatur.*

Tempus, quo observatum est.	Observata fili verticalis elongatio.
0,7′	19,29 mm
2,2′	19,76 „
3,2′	20,00 „
7,1′	20,23 „
9,6′	20,46 „
11,3′	20,61 „
14,8′	20,85 „
24,3′	21,09 „
34,6′	21,33 „
66,6′	21,70 „
248,6′	21,70 „

Ante imminutam fili bombyc. retractionem fili verticalis elongatio fuerat 42,75 mm.

Tabula VI.

Retractio 42,9 mm *augebatur.*

Tempus, quo observatum est.	Observata elongatio.
6,2′	45,32 mm
9,5′	45,08 „
13,2′	44,855 „
17,0′	44,71 „
24,2′	44,47 „
31,0′	44,24 „
42,8′	44,00 „
62,2′	43,77 „
68,0′	43,39 „
79,2′	43,065 „
92,2′	42,91 „
812,2′	41,14 „

Ante adauctam fili bombyc. retractionem fili verticalis elongatio fuerat 21,70 mm.

Tabula VII.

Retractio 42,9 mm *minuebatur.*

Tempus, quo observatum est.	Observata elongatio.
0,8′	17,08 mm
2,0′	17,48 „
2,8′	17,59 „
5,5′	17,83 „
9,8′	18,06 „
12,3′	18,20 „

Tempus, quo observatum est.	Observata elongatio.
19,1′	18,51 mm
22,6′	18,68 „
26,2′	18,92 „
32,1′	19,14 „
38,1′	19,53 „
46,8′	19,81 „
118,1′	20,23 „
169,1′	20,68 „
357,1′	20,87 „
405,1′	21,34 „

Ante imminutam fili bombyc. retractionem fili verticalis elongatio fuerat 40,67 mm.

Tabula VIII.

Retractio 42,9 mm *augebatur.*

Tempus, quo observatum est.	Observata elongatio.
15,2′	44,47 mm
21,7′	44,23 „
28,7′	44,00 „
42,5′	43,62 „
63,3′	43,39 „

Ante adauctam retractionem elongatio fuerat 21,34 mm.

Tabula IX.

Retractio 42,9 mm *minuebatur.*

Tempus, quo observatum est.	Observata elongatio.
0,8′	19,05 mm
4,0′	19,23 „
6,8′	19,40 „
14,6′	19,53 „
225,1′	22,40 „

Ante imminutam retractionem elongatio fuerat 43,14 mm.

Tabula X.

Retractio 42,9 mm *augebatur.*

Tempus, quo observatum est.	Observata elongatio.
0,6′	44,85 mm
1,9′	44,64 „
2,5′	44,59 „
12,7′	44,35 „
24,2′	44,23 „
205,7′	43,14 „

Ante auctam retractionem elongatio fuerat 20,72 mm.

§ 5.

Lex prolongationis vel contractionis secundariae s. subsequentis.

Diversas elongationis mensuras columnae secundae tab. V. usque ad X. hac lege simplici comprehendere licet:

$$a + \frac{b}{c + T}$$

numeris columnae primae pro T substitutis et positis

	tab. V.	VI.	VII.	VIII.	IX.	X.
$a =$	21,747	41,843	21,14	42,35	22,61	43,13
$b =$	— 11,805	131,44	— 105,04	98,0	— 50,6	2,27
$c =$	3,74	31,14	26,72	31,0	13,4	0,72

unde *elongatio subsequens*

$$= \frac{b}{c}$$

concluditur,

	= 3,156	secundum tab. V.
	= 3,931	„ „ VII.
	= 3,776	„ „ IX.
valor medius	3,621	
	= — 4,221	secundum tab. VI.
	= — 3,161	„ „ VIII.
	= — 3,153	„ „ X.
valor medius	— 3,512	

Elongatio subsequens igitur fere eadem erat magnitudine, sive retractio fili bombyc. a filo verticali minuebatur (vid. tab. V. VII. IX) sive augebatur (vid. tab. VI. VIII. X.).

Si litera e elongationem fili, quo pondus suspensum est, a linea verticali, eo loco, quo filum bombyc. annexum est, litera l longitudinem fili bombyc. significat, $e + l$ eundem valorem retinet, si cochlea, qua filum bombyc. retrahi potest, non movetur. Hic valor constans erat tab. V. VII. IX.

$$e + l = 3921,84 \text{ mm},$$

postquam filum bombyc. motu cochleae 42,9 mm retractum erat, tab. VI. VIII. X.

$$e + l = 3964,74 \text{ mm},$$

unde fili bombyc. longitudines l concluduntur, si literae e valores elongationum supra inventi substituuntur:

$$l = \left(3921,84 - 21,747 + \frac{11,805}{3,74 + T}\right) \text{mm secundum tab. V.}$$

$$l = \left(3921,84 - 21,14 + \frac{105,04}{26,72 + T}\right) \text{ „ „ „ VII}$$

$$l = \left(3921{,}84 - 22{,}61 + \frac{50{,}6}{13{,}4 + T}\right) \text{mm secundum tab. IX.}$$

$$l = \left(3964{,}74 - 41{,}843 - \frac{131{,}44}{31{,}14 + T}\right) \quad " \quad " \quad " \text{ VI.}$$

$$l = \left(3964{,}74 - 42{,}35 - \frac{98}{31 + T}\right) \quad " \quad " \quad " \text{ VIII.}$$

$$l = \left(3964{,}74 - 43{,}13 - \frac{2{,}27}{0{,}72 + T}\right) \quad " \quad " \quad " \text{ X.}$$

Quia fili bombyc. contractio vel prolongatio subsequens ipso tempore T nascitur, si $T = 0$ ponitur, valores ipsius l liberi ab illa contractione vel prolongatione subsequente invenitur. Hos valores numero 1 iuxta literam l posito ab aliis distinguam.

$l_1 = 3903{,}249$ mm secundum tab. V.
$l_1 = 3904{,}631$ „ „ „ VII.
$l_1 = 3903{,}006$ „ „ „ IX.
$l_1 = 3918{,}676$ „ „ „ VI.
$l_1 = 3919{,}229$ „ „ „ VIII.
$l_1 = 3918{,}457$ „ „ „ X.

Si autem $T = \infty$ ponitur, valores ipsius l tota contractione vel prolongatione subsequente imminuti vel aucti inveniuntur, quos numero 2 iuxta literam l posito distinguam.

$l_2 = 3900{,}093$ mm secundum tab. V.
$l_2 = 3900{,}700$ „ „ „ VII.
$l_2 = 3899{,}230$ „ „ „ IX.
$l_2 = 3922{,}897$ „ „ „ VI.
$l_2 = 3922{,}390$ „ „ „ VIII.
$l_2 = 3921{,}610$ „ „ „ X.

Valores contractionum vel prolongationum subsequentium utrarumque longitudinum l_1 et l_2 differentias aequant.

Denique in quaque tabula elongationem fili verticalis ante imminutam vel adauctam fili bombyc. retractionem adnotavi, quae si tab. V. VII. IX. a longitudine 3964,74 mm, tab. VI. VIII. X. a longitudine 3921,84 subtrahitur, longitudines fili bombyc. ab omni contractione vel prolongatione et primaria et secundaria (motu cochleae effecta) liberae inveniuntur, quas numero 3 iuxta literam l posito distinguam.

$l_3 = 3921{,}99$ mm secundum tab. V.
$l_3 = 3924{,}07$ „ „ „ VII.
$l_3 = 3921{,}60$ „ „ „ IX.
$l_3 = 3900{,}14$ „ „ „ VI.
$l_3 = 3900{,}50$ „ „ „ VIII.
$l_3 = 3901{,}12$ „ „ „ X.

Unde ratio contractionum vel prolongationum primariarum ad secundarias colligitur

	18,741 : 3,156	secundum tab.	V.
	19,439 : 3,931	„ „	VII.
	18,594 : 3,776	„ „	IX.
ratio media	18,921 : 3,605		
	18,536 : 4,221	secundum tab.	VI.
	18,729 : 3,161	„ „	VIII.
	17,337 : 3,153	„ „	X.
ratio media	18,190 : 3,478		

Quum pondus suspensum 1782 g, longitudo fili, quo suspensum erat, 2089,5 mm aequabat, *tensiones* fili bombyc. quam proxime formula hac

$$\frac{e}{2089{,}5} \cdot 1782\,\mathrm{g}$$

concluduntur, quae si cum *longitudinibus* fili bombyc. supra definitis comparantur, leges elasticitatis fili bombyc. plenas et integras praebent. Valores literae *e* substituendi supra definiti sunt.

§ 6.

Discrimen filorum bombyc. compositorum vereque simplicium.

Inter diversa fila bombyc., quae venduntur, magnum est discrimen, tum quia nonnulli bombyces fila fortiora comparant, tum quia sericarii fila plurium bombycium parallela ad unum filum fortius iungere solent: denique plura fila huiusce generis contorquentur. Quia omnia filorum bombyc. discrimina ad formam pertinent, non ad materiam: materia, quatenus explorari potest, semper eadem videtur esse. Etiamsi autem fila non materiâ, sed solâ suâ formâ differunt, tamen non omnia pariter sunt commoda atque idonea ad vim illius materiae disquirendam. Primum enim omnia fila torta ab experimentis arceri debent, quia longum est, torsionem disquirere, eademque sibi non constat. Deinde filum fortius e pluribus filis simplicibus parallelis compositum, si omnia pariter intensa sunt, aptissimum est maximeque commodum, sed est quod dubitemus, an fila bombyc. non torta, quae venduntur, ea arte composita sint, ut nulla filorum simplicium sit tensionum diversitas. Ergo tutius esse videtur, fila vere simplicia ad usum vocare, vel plura, si volueris, arte ita componere, ut nulla tensionum diversitas unquam oriatur. Quare quum ad experimenta adhuc enarrata ea fila composita, non torta, quae venduntur, adhibuerim, ne dubium inde repetatur, nova experimenta, quibus superiora comprobarentur, institui, adhibitis filis bombyc. vere simplicibus binis aequabiliter intensis.

Pondus suspensum 98 g, longitudo fili, quo suspensum erat, 2508 mm aequabat.

Tabula XI.

Retractio per cochleam effecta

28,6 mm *minuebatur.*

Tempus, quo observatum est.	Observata elongatio.
0,4′	10,00 mm
1,0′	10,05 „
2,0′	10,12 „
3,0′	10,14 „
4,0′	10,17 „
5,0′	10,22 „
6,0′	10,22 „
7,0′	10,28 „
8,0′	10,32 „
9,0′	10,32 „
10,0′	10,32 „
11,0′	10,34 „
12,0′	10,36 „
13,0′	10,39 „
14,0′	10,43 „
15,0′	10,43 „
16,0′	10,43 „
17,0′	10,43 „
29,0′	10,52 „
51,0′	10,62 „
95,0′	10,77 „

Ante imminutam fili bombyc. retractionem fili verticalis elongatio fuerat 36,08 mm.

Tabula XII.

Retractio per cochleam effecta

28,6 mm *augebatur.*

Tempus, quo observatum est.	Observata elongatio.
0,25′	36,95 mm
0,75′	36,94 „
1,75′	36,87 „
2,75′	36,83 „
3,75′	36,81 „
5,0′	36,79 „
6,0′	36,79 „
7,0′	36,76 „
8,0′	36,76 „
9,0′	36,73 „
10,0′	36,73 „

Tempus, quo observatum est.	Observata elongatio.
11,0′	36,69 mm
12,0′	36,69 „
13,0′	36,67 „
14,0′	36,65 „
15,0′	36,66 „
16,0′	36,65 „
17,0′	36,63 „
23,0′	36,53 „
32,0′	36,55 „
47,0′	36,53 „
106,6′	36,38 „
402,0′	36,10 „

Ante adauctam fili bombyc. retractionem fili verticalis elongatio fuerat

10,77 mm.

Diversas has elongationis mensuras formula

$$e = a + \frac{b}{c + T}$$

comprehendimus, numeris columnae primae pro T substitutis et positis

	tab. XI.	tab. XII.
$a =$	10,896	36,142
$b =$	— 15,9	26,9
$c =$	18,1	36,27

unde *elongatio subsequens*

$$= \frac{b}{c}$$

concluditur, i. e.

$$= \quad 0{,}878 \text{ secundum tab. XI.}$$
$$= -0{,}742 \quad „ \quad „ \text{ XII.}$$

Parva differentia inde explicari potest, quod cochlea ad minuendam fili bombyc. retractionem citius movebatur quam ad eam augendam. Motus cochleae ad minuendam fili bombyc. retractionem tab. XI. tempore 1,1′, ad eam augendam autem tab. XII. tempore 3,27′ absolutus est.

Praeterea post imminutam fili bombyc. retractionem distantia constans

$$e + l = 434{,}15 \text{ mm}$$

fuit, post auctam fili bombyc. retractionem

$$e + l = 462{,}75 \text{ mm}$$

fuit, unde fili bombycini longitudines l concluduntur, si literae e valores supra inventi substituuntur:

$$l = \left(434{,}15 - 10{,}896 + \frac{15{,}9}{18{,}1 + T}\right) \text{mm secundum tab. XI.}$$

$$l = \left(462{,}75 - 36{,}142 - \frac{26{,}9}{36{,}27 + T}\right) \quad „ \quad „ \quad „ \text{ XII.}$$

Longitudines fili bombyc. liberae a contractione vel prolongatione subsequente inveniuntur, si $T = 0$ ponitur, hae:

$$l_1 = 424{,}132 \text{ mm secundum tab. XI.}$$
$$l_1 = 425{,}866 \quad „ \quad „ \quad „ \text{ XII.}$$

Sin autem $T = \infty$ ponitur, longitudines fili bombyc. tota contractione vel prolongatione subsequente imminutae vel auctae inveniuntur hae:

$$l_2 = 423{,}254 \text{ mm secundum tab. XI.}$$
$$l_2 = 426{,}608 \quad „ \quad „ \quad „ \text{ XII.}$$

Denique si ea elongatio, quae priusquam experimenta instituebantur et cochlea movebatur locum habuerat, tab. XI. a longitudine 462,75 mm, tab. XII. a longitudine 434,15 mm subtrahitur, longitudines ab omni contractione vel prolongatione et subita et subsequente liberae inveniuntur hae:

$$l_3 = 426{,}67 \text{ mm secundum tab. XI.}$$
$$l_3 = 423{,}38 \quad „ \quad „ \quad „ \text{ XII.}$$

Unde ratio contractionum vel prolongationum subitarum ad subsequentes colligitur

$$2{,}538 : 0{,}878$$
$$2{,}486 : 0{,}742.$$

Quum pondus suspensum 98 g, longitudo fili, quo suspensum erat, 2508 mm aequabat, *tensiones* fili bombyc. quam proxime formula hac

$$\frac{e}{2508} \cdot 98 \text{ g}$$

concluduntur, quae cum *longitudinibus* comparatae leges elasticitatis fili bombyc. praebent. Phaenomenon igitur contractionis vel prolongationis subsequentis exemplo filorum bombyc. vere simplicium confirmatur.

§ 7.

Causa contractionis vel prolongationis secundariae s. subsequentis.

Causa contractionis vel prolongationis secundariae s. subsequentis quaerenda est in legibus, quibus aequilibrium corporis definitur. Si filum intenditur aut remittitur, aequilibrium fili turbatur neque statim restituitur. Priusquam aequilibrium restitutum est, longitudo fili sibi non constat, sed mutatur, maxime quidem ab initio, ubi partes fili a statu aequilibrii longissime distant, postea eo minus, quo propiores partes statui aequilibrii sunt.

Quibus de causa contractionis vel prolongationis secundariae s. subsequentis praemissis, legem, quam sequitur, inde repeto. Inde enim cognoscitur, differentiam x quae observatur inter longitudinem, quae filo

in statu aequilibrii convenit et eam longitudinem, quae filo est, aequilibrio nondum restituto, pendere a distantia quadam y partium a statu aequilibrii, quam sensibus percipere non licet; ab eadem autem distantia y pendere etiam contractionis vel prolongationis secundariae s. subsequentis celeritatem, quam quotiens $\frac{dx}{dT}$ metitur. Iam si $\frac{dx}{dT}$ est functio distantiae y, et distantia y functio distantiae x, etiam $\frac{dx}{dT}$ functionem esse distantiae x, quam observare licet, sponte elucet. Itaque scribere possumus

$$\frac{dx}{dT} = f(x),$$

ubi functio $f(x)$ observationibus adaptanda est.

Ponatur e. g.

$$f(x) = \frac{xx}{b}$$

erit

$$dx = \frac{xx}{b}\, dT$$

$$x = \frac{-b}{T+c}.$$

Sit a valor differentiae x pro $T = 0$; contractio vel prolongatio subsequens aequat

$$a - x = a + \frac{b}{c+T},$$

quae est lex supra observationibus comprobata.

§ 8.

Emendatio legis a subtilioribus observationibus repetita.

Si aliae functiones differentiae x functioni $\frac{xx}{b}$, qua paragrapho superiore exempli causa usus sum, substituuntur, diversae theoriae de natura corporum solidorum nascuntur, quae sola experientia duce diiudicari posse videntur. Quod ut fieri possit, elaboravi, ut subtilitatem observationum augerem, instrumentis maiore arte comparatis. Quem ad finem pondus duobus filis parallelis ita suspendi, ut filum bombyc., cuius vis elastica investigabatur, normale esset plano quod duo illa fila continebat. Inferiori horum filorum parti speculum planum applicatum est, quod inclinabatur, si fila a plano verticali, intenso filo bombyc., removebantur. Quibus ita institutis, non, ut antea factum erat, elongationem ipsam, sed angulum inclinationis speculi observavi, tubo optico et scala verticali

iuxta cochleam, qua filum bombyc. retrahebatur, ita collocatis, ut imago scalae speculo orta per tubum conspiceretur, quo effectum est, ut multo subtilius observari posset et phaenomena observatoris viciniâ non turbarentur. Quatuor filis bombyc. semper pariter intensis eiusdem generis, quo paragrapho 4 fuerant, usus sum. Observationes a collega coniunctissimo Ulrich et a me alternis institutae sunt.

Pondus suspensum 1782 g, longitudo filorum verticalium 2089,5 mm, distantia scalae a speculo 4961 mm aequabat.

Tabula XIII.

Retractio 201,15 mm *minuebatur.*

Tempus, quo observatum est.	Observata elongatio. [1]	Tempus, quo observatum est.	Observata elongatio.
0,00′	72,93 mm	9,80′	115,29 mm
0,47′	78,88 „	10,14′	115,69 „
0,80′	83,84 „	10,47′	116,19 „
1,14′	86,91 „	10,80′	116,58 „
1,47′	89,59 „	11,14′	116,78 „
1,80′	91,98 „	11,47′	117,58 „
2,14′	94,46 „	11,80′	117,87 „
2,47′	95,75 „	12,14′	118,37 „
2,80′	97,43 „	12,47′	118,47 „
3,14′	99,22 „	13,47′	119,81 „
3,47′	100,01 „	14,47′	120,75 „
3,80′	101,70 „	15,47′	121,74 „
4,14′	102,79 „	16,47′	122,49 „
4,47′	104,08 „	17,47′	123,28 „
4,80′	104,97 „	18,47′	124,12 „
5,14′	105,76 „	19,47′	124,77 „
5,47′	106,65 „	20,47′	125,46 „
5,80′	107,65 „	21,47′	126,06 „
6,14′	108,54 „	22,47′	126,60 „
6,47′	109,24 „	23,47′	127,20 „
6,80′	110,03 „	24,47′	127,70 „
7,14′	110,63 „	25,47′	128,35 „
7,47′	111,52 „	26,47′	128,84 „
7,80′	112,02 „	27,47′	129,24 „
8,14′	112,61 „	28,47′	129,79 „
8,47′	113,31 „	29,47′	130,28 „
8,80′	113,80 „	30,47′	130,68 „
9,14′	114,20 „	31,47′	131,02 „
9,47′	114,69 „	32,47′	131,52 „

[1]) Numeri huius columnae, ratione motus speculi habita, ita correcti sunt, ut per $\frac{2089,5}{9922,2}$ multiplicati elongationes millimetris expressas praebeant.

Tempus, quo observatum est.	Observata elongatio.	Tempus, quo observatum est.	Observata elongatio.
33,47′	131,71 mm	135,47′	147,63 mm
34,47′	132,06 „	144,47′	148,08 „
35,47′	132,50 „	153,47′	148,62 „
36,47′	132,84 „	162,47′	149,06 „
39,47′	133,79 „	171,47′	149,61 „
42,47′	134,78 „	180,47′	150,00 „
45,47′	135,68 „	207,47′	151,50 „
48,47′	136,57 „	234,47′	152,84 „
51,47′	137,22 „	261,47′	153,94 „
54,47′	137,76 „	288,47′	154,69 „
57,47′	138,41 „	315,47′	155,38 „
60,47′	138,95 „	342,47′	156,18 „
63,47′	139,55 „	369,47′	157,37 „
66,47′	139,89 „	396,47′	158,01 „
69,47′	140,38 „	423,47′	158,61 „
72,47′	140,88 „	450,47′	158,85 „
81,47′	142,22 „	477,47′	159,00 „
90,47′	143,46 „	504,47′	159,20 „
99,47′	144,51 „	585,47′	160,09 „
108,47′	145,40 „	666,47′	161,04 „
117,47′	146,20 „	747,47′	162,19 „
126,47′	146,79 „	1233,47′	166,08 „

Ante imminutam retractionem fili bombyc. erat

elongatio $e = 555{,}87$ p $= 117{,}06$ mm

distantia $e + l = 5457{,}88$ „

postea haec distantia constans fuit $e + l = 5256{,}73$ „

Tabula XIV.

Retractio 116,27 mm *augebatur.*

Tempus, quo observatum est.	Observata elongatio.	Tempus, quo observatum est.	Observata elongatio.
0,00′	469,80 p	4,78′	450,05 p
0,45′	465,52 „	5,12′	449,46 „
0,78′	463,34 „	5,45′	448,86 „
1,12′	461,56 „	5,78′	448,27 „
1,45′	459,80 „	6,12′	447,77 „
1,78′	458,00 „	6,45′	447,08 „
2,12′	456,91 „	6,78′	446,78 „
2,45′	455,91 „	7,12′	446,28 „
2,78′	454,92 „	7,45′	445,89 „
3,12′	453,92 „	7,78′	445,39 „
3,45′	453,03 „	8,12′	444,99 „
3,78′	452,23 „	8,45′	444,50 „
4,12′	451,64 „	8,78′	444,10 „
4,45′	450,84 „	9,12′	443,81 „

Tempus, quo observatum est.	Observata elongatio.	Tempus, quo observatum est.	Observata elongatio.
9,45′	443,31 p	48,78′	426,29 p
9,78′	443,01 „	51,78′	425,65 „
10,12′	442,62 „	54,78′	425,05 „
10,45′	442,32 „	57,78′	424,61 „
10,78′	442,02 „	60,78′	424,16 „
11,12′	441,82 „	63,78′	423,72 „
11,45′	441,53 „	66,78′	423,32 „
11,78′	441,23 „	69,78′	422,98 „
12,12′	440,93 „	72,78′	422,58 „
12,45′	440,63 „	75,78′	422,23 „
12,78′	440,23 „	81,78′	421,59 „
13,78′	439,43 „	90,78′	420,44 „
14,78′	438,69 „	99,78′	419,65 „
15,78′	438,10 „	108,78′	418,85 „
16,78′	437,45 „	117,78′	418,10 „
17,78′	436,76 „	126,78′	417,51 „
18,78′	436,21 „	135,78′	417,01 „
19,78′	435,72 „	144,78′	416,57 „
20,78′	435,02 „	153,78′	416,07 „
21,78′	434,73 „	162,78′	415,48 „
22,78′	434,28 „	171,78′	415,13 „
23,78′	433,63 „	180,78′	414,84 „
24,78′	433,24 „	207,78′	413,64 „
25,78′	432,89 „	234,78′	412,40 „
26,78′	432,35 „	261,78′	411,85 „
27,78′	431,95 „	288,78′	411,11 „
28,78′	431,70 „	315,78′	410,22 „
29,78′	431,30 „	342,78′	409,72 „
30,78′	431,01 „	369,78′	408,93 „
31,78′	430,71 „	396,78′	408,23 „
32,78′	430,26 „	423,78′	407,74 „
33,78′	429,91 „	450,78′	407,20 „
34,78′	429,51 „	477,78′	407,06 „
35,78′	429,27 „	801,78′	404,07 „
36,78′	429,02 „	1287,78′	401,14 „
39,78′	428,18 „	1838,78′	399,51 „
42,78′	427,53 „	2168,79′	396,93 „
45,78′	426,89 „		

Ante adauctam retractionem erat

elongatio e $= 169{,}60\,\mathrm{p} =$ 35,72 mm

distantia $e + l =$ 5256,73 „

postea haec distantia constans fuit $e + l = 5373\,\mathrm{mm}$.

Calculus demonstrat, mensuris tab. XIII et XIV collectis formulam

$$a + \frac{b}{c + T}$$

ita adaptari non posse, ut differentiae valorum computatorum et obser-

vatorum erroribus observatoris explicentur. Quare emendationem legis expertus sum, substituta alia functione differentiae x pro $\frac{xx}{b}$. Ponatur paragrapho superiore

$$f(x) = -bx^m,$$

erit

$$dx = -bx^m dT.$$

Sit d valor differentiae x pro $T = 0$; $d - x$ aequat contractionem vel prolongationem subsequentem:

$$d - x = d - ((m-1)\,b)^{\frac{1}{1-m}} (T + c)^{\frac{1}{1-m}},$$

unde longitudo fili $= l$ concluditur

$$l = l_1 \mp (d - x),$$

ubi l_1 valor est longitudinis l pro $T = 0$, et signum superius pro contractione subsequente, inferius pro prolongatione subsequente adhibetur. Denique quia longitudo $e + l$ sibi constat (vid. § 5),

$$e = e_1 \pm d \mp ((m-1)\,b)^{\frac{1}{1-m}} (T + c)^{\frac{1}{1-m}},$$

ubi e_1 valor est elongationis e pro $T = 0$. Habes ergo, si brevitatis causa $e_1 \pm d = a$ scribitur,

$$e = a \mp ((m-1)\,b)^{\frac{1}{1-m}} (T + c)^{\frac{1}{1-m}}.$$

Haec formula inventa est suppositâ fili tensione a $T = 0$ usque ad $T = \infty$ semper sibi constante; valet autem eadem formula, si tensionis variationes elongationis e variationibus proportionales sunt, sicut in nostro filo. Tum enim differentia $dx - k\,de$ differentiali dx substituenda est, ubi literâ k coëfficiens fili elasticus vero fili aequilibrio respondens indicatur. Habetur igitur

$$dx - k\,de = -bx^m \,.\, dT,$$

unde, si respicis $de = -dx$, sequitur

$$dx = -\frac{b}{1+k} x^m \,.\, dT,$$

Inde autem, effectâ integratione, formula colligitur, quae a formula supra laudata non nisi valore b in $\frac{b}{1+k}$ commutato differt.

Formula modo proposita omnibus mensuris tab. XIII optime respondet, positis

$$a = 206{,}67$$

$$((m-1)\,b)^{\frac{1}{1-m}} = 137{,}97$$

$$c = 1{,}1816$$

$$\frac{1}{1-m} = -0{,}17\,192.$$

Habes igitur hanc formulam

$$e = 206{,}67 - 137{,}97\ (T + 1{,}1816)^{-0{,}17192}.$$

Tabulâ sequente valores secundum hanc formulam computati cum observatis, valore constante $e_1 = 72{,}93$ ab utrisque subtracto, comparantur.

Tempus.	Valores observati.	Valores computati.	Differentia.	Tempus.	Valores observati.	Valores computati.	Differentia.
0,00′	0,33 p	0,00	+ 0,33	17,47′	50,68 p	50,61	+ 0,07
0,47′	6,28 „	7,53	— 1,25	18,47′	51,52 „	51,34	+ 0,18
0,80′	11,24 „	11,40	— 0,16	19,47′	52,17 „	52,05	+ 0,12
1,14′	14,31 „	14,70	— 0,39	20,47′	52,86 „	52,73	+ 0,13
1,47′	16,99 „	17,39	— 0,40	21,47′	53,46 „	53,39	+ 0,07
1,80′	19,38 „	19,72	— 0,34	22,47′	54,00 „	53,97	+ 0,03
2,14′	21,86 „	21,83	+ 0,03	23,47′	54,60 „	54,53	+ 0,07
2,47′	23,15 „	23,74	— 0,59	24,47′	55,10 „	55,07	+ 0,03
2,80′	24,83 „	25,17	— 0,34	25,47′	55,75 „	55,59	+ 0,16
3,14′	26,62 „	26,72	— 0,10	26,47′	56,24 „	56,10	+ 0,14
3,47′	27,41 „	28,11	— 0,70	27,47′	56,64 „	56,58	+ 0,06
3,80′	29,10 „	29,39	— 0,29	28,47′	57,19 „	57,04	+ 0,15
4,14′	30,19 „	30,57	— 0,38	29,47′	57,68 „	57,48	+ 0,20
4,47′	31,48 „	31,66	— 0,18	30,47′	58,08 „	57,90	+ 0,18
4,80′	32,37 „	32,67	— 0,30	31,47′	58,42 „	58,30	+ 0,12
5,14′	33,16 „	33,58	— 0,42	32,47′	58,92 „	58,69	+ 0,23
5,47′	34,05 „	34,45	— 0,40	33,47′	59,11 „	59,07	+ 0,04
5,80′	35,05 „	35,29	— 0,24	34,47′	59,66 „	59,43	+ 0,23
6,14′	35,94 „	36,08	— 0,14	35,47′	59,90 „	59,78	+ 0,12
6,47′	36,64 „	36,83	— 0,19	36,47′	60,24 „	60,12	+ 0,12
6,80′	37,43 „	37,54	— 0,11	39,47′	61,19 „	61,02	+ 0,17
7,14′	38,03 „	38,22	— 0,19	42,47′	62,18 „	61,88	+ 0,30
7,47′	38,92 „	38,87	+ 0,05	45,47′	63,08 „	62,71	+ 0,37
7,80′	39,42 „	39,49	— 0,07	48,47′	63,87 „	63,51	+ 0,36
8,14′	40,01 „	40,06	— 0,05	51,47′	64,62 „	64,27	+ 0,35
8,47′	40,71 „	40,62	+ 0,09	54,47′	65,16 „	64,91	+ 0,25
8,80′	41,20 „	41,17	+ 0,03	57,47′	65,81 „	65,52	+ 0,29
9,14′	41,60 „	41,69	— 0,09	60,47′	66,35 „	66,11	+ 0,24
9,47′	42,09 „	42,19	— 0,10	63,47′	66,95 „	66,68	+ 0,27
9,80′	42,69 „	42,68	+ 0,01	66,47′	67,29 „	67,22	+ 0,07
10,14′	43,09 „	43,15	— 0,06	69,47′	67,78 „	67,74	+ 0,04
10,47′	43,59 „	43,60	— 0,01	72,47′	68,28 „	68,23	+ 0,05
10,80′	43,98 „	44,03	— 0,05	81,47′	69,62 „	69,41	+ 0,21
11,14′	44,18 „	44,44	— 0,26	90,47′	70,86 „	70,54	+ 0,32
11,47′	44,98 „	44,85	+ 0,13	99,47′	71,91 „	71,62	+ 0,29
11,80′	45,27 „	45,31	— 0,04	108,47′	72,80 „	72,45	+ 0,35
12,14′	45,77 „	45,65	+ 0,12	117,47′	73,60 „	73,25	+ 0,35
12,47′	45,87 „	46,53	— 0,66	126,47′	74,19 „	74,02	+ 0,17
13,47′	47,21 „	47,39	— 0,18	135,47′	75,03 „	74,76	+ 0,27
14,47′	48,15 „	48,21	— 0,06	144,47′	75,48 „	75,48	+ 0,00
15,47′	49,14 „	49,03	+ 0,11	153,47′	76,02 „	76,04	— 0,02
16,47′	49,89 „	49,85	+ 0,04	162,47′	76,46 „	76,67	— 0,21

Tempus.	Valores observati.	Valores computati.	Differentia.	Tempus.	Valores observati.	Valores computati.	Differentia.
171,47′	77,01 p	77,26	— 0,25	396,47′	85,41 p	84,79	+ 0,62
180,47′	77,40 „	77,82	— 0,42	423,47′	86,01 „	85,35	+ 0,66
207,47′	78,90 „	78,98	— 0,08	450,47′	86,25 „	85,85	+ 0,40
234,47′	80,24 „	79,97	+ 0,27	477,47′	86,40 „	86,32	+ 0,08
261,47′	81,34 „	80,92	+ 0,42	504,47′	86,60 „	86,75	— 0,15
288,47′	82,09 „	81,88	+ 0,21	585,47′	87,49 „	87,95	— 0,46
315,47′	82,78 „	82,70	+ 0,08	666,47′	88,44 „	88,97	— 0,53
342,47′	83,58 „	83,52	+ 0,06	747,47′	89,59 „	89,85	— 0,26
369,47′	84,77 „	84,18	+ 0,59	1233,47′	93,48 „	93,49	— 0,01

Differentia maxima $1{,}25\,p = 30''$ anguli observati aequat, errorque metuendus minor quam $3''$ est.

Eadem formula etiam mensuris tab. XIV adaptari potest, si valores formulae constantes a, b, c, m iuste definiuntur. Haec autem definitio non est iusta, si omnes illi valores a, b, c, m pro mensuris tab. XIV aliter definiuntur atque antea pro mensuris tab. XIII. Utriusque enim tabulae mensurae id habent commune, quod ad idem filum bombyc. referuntur, unde sequitur, eos valores formulae constantes, qui a fili bombyc. naturâ pendent, non esse mutandos. Iam si theoria contractionis vel prolongationis secundariae s. subsequentis, supra proposita, vera est, facile intelligitur, valores b et m ad fili bombyc. naturam spectare, quae inde definiatur. Hi igitur valores mutari non debent. Quaeritur, num formula, valoribus b et m non mutatis, solâ valorum a et c variatione ita transformari possit, ut mensuris tab. XIV satisfiat.

Priusquam hanc quaestionem aggrediamur, lineam curvam contemplari liceat, cuius abscissae temporis spatiis, ordinatae contractionum vel prolongationum mensuris sint proportionales. Conspiciuntur Fig. 2 duae lineae curvae, quarum altera ABC mensuris tab. XIII, altera DE mensuris tab. XIV respondet. Neminem fugit summa utriusque lineae similitudo. Omissâ parte primâ AB lineae curvae ABC pars BC relinquitur lineae curvae DE fere aequalis. Inde perspicitur, utriusque tabulae mensuras unâ eâdemque lineâ quam proxime repraesentari posse. Differentia ordinatae certo cuidam lineae puncto respondentis ab ordinatâ lineae maximâ, pro $T = \infty$, distantiam repraesentat, qua filum bombyc. ab aequilibrio vero certo quodam tempore retinetur. Lineae curvae pars, quae ab illo inde puncto ad asymptotam magis magisque appropinquat, docet, qua ratione illa fili bombyc. distantia ab aequilibrio vero temporis progressu minuatur. Quod de huius lineae curvae usu modo explicitum est, valet, sive ab initio magna est sive parva fili distantia a vero aequilibrio, sive distantia est contractione sive prolongatione effecta. Denique lineam curvam prolongare licet, ut eius usus longissime pateat, valoribus negativis pro T admissis, qui maioribus fili bombyc. distantiis ab aequilibrio vero respondent.

Quibus praemissis facile ad quaestionem respondetur supra propositam, valores a et c dari, quibus mensuris tab. XIV satisfiat, valoribus b et m non mutatis, hique valores inveniuntur:

$$a = 357$$
$$c = 4{,}7318.$$

Si valores non mutati

$$((m-1)\,b)^{\frac{1}{1-m}} = 137{,}97$$
$$\frac{1}{1-m} = -\,0{,}17\,192$$

aggregantur, hanc habes formulam:

$$e = 357 + 137{,}97\;(T + 4{,}7318)^{-\,0{,}17192}.$$

Cuius formulae probandae causa hos quinque valores inde computatos cum observationibus tab. XIV comparamus

Tempus.	Valor observatus.	Valor computatus.	Differentia.
3,78′	452,23	452,46	— 0,23
10,78′	442,02	442,85	— 0,83
30,78′	431,01	431,70	— 0,69
60,78′	424,16	424,22	— 0,06
315,78′	410,22	408,17	+ 2,05

Lex a nobis proposita,

$$d - x = d - 137{,}97\;(T + c)^{-\,0{,}17192},$$

quoad contractiones et prolongationes secundarias s. subsequentes vel maiores vel minores comprobata, eiusmodi est, ut etiam ad contractiones vel prolongationes, quas primarias s. subitas diximus, referri posse videatur. Admodum probabile est, has primarias illasque secundarias contractiones vel prolongationes, quas observationis causa discrevimus, re vera non ita esse seiunctas, ut certum quoddam temporis momentum definiri possit, quo illa desinat, haec incipiat. Contractio vel prolongatio, quam primariam appellavi, re vera magna quidem celeritate efficitur, non autem uno temporis momento, nec differt a secundaria s. subsequente nisi maiore celeritate. Maiorem autem hanc contractionis vel prolongationis celeritatem in illam minorem sensim ita commutari, ut celeritas omnes gradus intermedios accipiat, rerum natura poscit, quae saltum in phaenomenis non admittit.

Redeamus ad lineae curvae contemplationem functionem nostram repraesentantis, i. e. lineae, cuius abscissae tempus T, ordinatae functionem

$$d - 137{,}97\;(T + c)^{-\,0{,}17192}$$

metiuntur. Constat haec linea duobus ramis, altero extenso a $T = 0$

usque ad $T = \infty$, altero a $T = 0$ usque ad $T = -c$. Uterque ramus in infinitum extenditur et ad asymptotam appropinquat. Illius rami asymptota abscissarum axi est parallela et distat ab ea longitudine d; huius rami assymptota ipsa est ordinata negativa abscissae negativae $T = -c$ respondens. Facile animadvertitur, non nisi illum ramum ad explicandam contractionem vel prolongationem secundariam s. subsequentem adhibitum esse, alterum vero ramum ita esse comparatum, ut ad explicandam contractionem vel prolongationem primariam s. subitam se offerre videatur.

Quae quum ita sint, moduli s. coëfficientis elastici notio, ad solas contractiones vel prolongationes primarias relata, vaga et incerta est, ideoque reiicienda videtur. Notio illa certa et perspicua non est, nisi ad contractiones vel prolongationes totas et integras refertur, i. e. ad longitudinum tensionumque rationem vero fili aequilibrio respondentium, neque alio sensu adhiberi debet.

Exemplo utamur longitudinum tensionumque fili bombyc. ab observationibus supra enarratis repetitarum, quas hac tabula collegi.

		Longitudo.	Tensio.	Tensionis differentia divisa per longitudinis differentiam.
	1.	5340,82	117,06	
tab. XIII.	2.	5241,44	15,29	1. et 2. 1,024
	3.	5213,21	43,52	1. et 3. 0,576
	4.	5221,01	35,72	
tab. XIV.	5.	5275,58	97,42	1. et 2. 1,131
	6.	5297,82	75,18	1. et 3. 0,514

In (1.) et (4.) filum bombyc. nondum erat relaxatum vel intensum; in (2.) et (5.) contractio vel prolongatio secundaria quam diximus incipiebat, i. e. $T = 0$; in (3.) et (6.) contractio vel prolongatio secundaria finita supponitur, i. e. $T = \infty$. Inter has diversas fili longitudines et tensiones non nisi duae sunt, quibus modulus s. coëfficiens elasticus cognoscatur, quae tertium et sextum in tabula obtinent locum; eae enim solae vero fili aequilibrio respondent. Differentia harum duarum longitudinum est 5297,82 — 5213,21 = 84,61; differentia tensionum respondentium est 75,18 — 43,52 = 31,66; denique utriusque differentiae ratio, $\frac{31,66}{84,61} = 0,3742$, multiplicata per fili longitudinem = 5213,2 et per longitudinem eius fili, cuius pondus aequat tensionis augmentum, unius millimetri elongationi respondens, i. e. per longitudinem $\frac{1782}{9922,2} \cdot 190,4$ metrorum, modulum s. coëfficientem fili bombyc. elasticum praebet hunc:

66 707,

si metrum Francicum mensura longitudinis est. Tensio, quae aequat pondus fili huius longitudinis, fili intensi longitudinem duplicem redderet, si filum magna hac tensione non rumperetur. Valet autem haec moduli elastici definitio non nisi de filo, quod ante et post prolongationem verum tenet aequilibrium. Errares, si in hoc calculo differentiarum rationi 0,3742 supra adhibitae rationes ex ultima tabulae columna substituere velles, quae non ad filum referuntur verum aequilibrium tenens, tum ante tum post effectam contractionem vel prolongationem.

Denique cavendum est, ne modulo fili bombyc. elastico supra definito utaris ad oscillationum per filum propagatarum celeritatem explorandam, vel ad sonorum inde natorum altitudinem explicandam. De illa oscillationum propagatione in filo bombyc. et in omnibus corporibus similibus, quae easdem elasticitatis leges sequuntur, idem valet, quod de oscillationum per aërem propagatione. Constat inter omnes, oscillationum per aërem propagatarum celeritatem, ex lege Mariotti conclusam, re vera non probari, quia haec lex non valet, nisi de aëre aequilibrium verum tenente. Sin aër aequilibrium verum non tenet, quamque compressionem vel expansionem aëris primariam s. subitam quaedam compressio vel expansio secundaria sensim subsequitur, quae ad legem Mariotti non quadrat, et comparari potest cum contractione vel prolongatione secundaria s. subsequente, quam in filo bombyc. observavimus. De utroque corpore moto alia lex densitatum tensionumque valet, quam ea, quae de utroque aequilibrium tenente.

DESCRIPTIO FIGURARUM.[1])

Figurâ primâ instrumentum conspicitur, quo ad investigandam filorum vim elasticam usus sum. Vides pondus P, filo verticali suspensum, aquâ circumdatum. Filo verticali, quod pondus suspensum fert, filum annexum est, cuius vis elastica exploratur, idque horizontaliter intenditur, si traha, cui alter fili finis affixus est, cochleâ micrometricâ removetur et retrahitur. l est longitudo huius fili, e elongatio ponderis a linea verticali, punctum fixum, quo filum pondus suspensum ferens annexum est, transeunte. L est superior fili pondus suspensum ferentis pars, quae trahâ retractâ inclinatur. Huic parti infra affixum est speculum, quo imago scalae remotae e longinquo conspicitur. Haec imago per tubum opticum prope ipsam scalam collocatum observatur.

Figurâ secundâ duae lineae curvae ABC et DE delineatae sunt, quarum ordinatae contractiones vel prolongationes secundarias s. subsequentes observatas, abscissae temporis spatia a contractionis vel prolongationis initio elapsa metiuntur. Coordinatae lineae ABC ab A, lineae DE a D oriuntur. Scala ordinatarum ad utramque lineam, abscissarum scala tantum ad lineam ABC referenda est; sin autem ab huius scalae numeris numerus 3,55 subtrahitur, scala ad lineam DE pertinens habetur.

[1]) [S. die hinter der folgenden Abhandlung befindliche Tafel XI.]

VII.

Ueber die Elasticität fester Körper.[1]

Von

Wilhelm Weber.

[Poggendorff's Annalen, LIV, p. 1–18, 1841.]

Es ist ein bekanntes Gesetz der Elasticität fester Körper, dass bei zunehmender Spannung ihre Länge zunimmt, bei abnehmender Spannung ihre Länge abnimmt. Man nimmt an, dass das Verhältniss dieser gleichzeitigen Spannungs- und Längenänderungen für jeden Körper (innerhalb der Grenzen vollkommener Elasticität und bei gleicher Temperatur) *konstant* sei, und nennt das Gewicht, welches, diesem Verhältniss gemäss, die Länge des Körpers bei einem der Flächeneinheit gleichen Querschnitt verdoppeln würde, den *Elasticitäts-Modulus* oder *Elasticitäts-Koëfficienten,* der einen für jede Substanz (bei einer bestimmten Normaltemperatur) zu bestimmenden *konstanten Werth* besitzt. Im 34. Bande dieser Annalen sind, S. 247 bis 257[2]), mehrere Versuche mitgetheilt worden, woraus es wahrscheinlich wird, dass jenes bisher allgemein angenommene Gesetz gewisser Beschränkungen bedürfe, zumal bei festen animalischen und vegetabilischen Substanzen, von denen besonders die Seide genauer untersucht wurde. Es sollen hier jene Versuche vollständiger mitgetheilt werden, um die Gesetzmässigkeit dieser Abweichungen genauer zu prüfen. Aus der ersten hier anzuführenden Versuchsreihe wird man ersehen, dass bei einer allmähligen Zunahme der Spannung von 13,10 bis 29,83 Gramm eine Verkürzung von 5241,39 bis 5221,76 Millimetern eintrat, in offenbarem Widerspruch mit obigem Gesetze, wonach eine Verlängerung zu erwarten war; in der zweiten Versuchsreihe dagegen, bei einer allmähligen Abnahme der Spannung von 84,37 bis 71,29 Gramm, eine Verlängerung von 5274,06 bis 5289,41 Millimetern eintrat, ebenfalls in offenbarem Widerspruch mit obigem Gesetze, wonach eine Verkürzung zu erwarten war

[1]) [Hierzu Tafel XI.]

[2]) [W. Weber's Werke I, p. 448.]

Diese Abweichungen von jenem Gesetze sind so bedeutend und geschehen selbst so gesetzmässig, dass sie nicht vernachlässigt werden dürfen, den Fall vielleicht ausgenommen, der selten vorkommen wird, wo nach jeder Spannungsänderung mehrere Tage verfliessen, ehe man die Länge des Fadens betrachtet. Nur wenn nach jeder Spannungsänderung ein solcher Zeitraum verflossen wäre, würde der Faden in einen Zustand gekommen sein, für welchen obiges Gesetz näherungsweise gültig wäre.

Was obiges Gesetz für die festen Körper ist, ist das Mariotte'sche Gesetz für die Luft. Es ist bekannt, dass auch dieses Gesetz keine allgemeine Gültigkeit besitzt, sondern einer ähnlichen Beschränkung bedarf. Auch bei der Luft kann der Fall vorkommen, dass ihr Volumen bei allmählig zunehmender Spannung merklich zunimmt, und bei allmählig abnehmender Spannung merklich abnimmt, wenn nämlich dort eine schnelle Abnahme, hier eine schnelle Zunahme der Spannung kurz vorausgegangen ist. Soll das Mariotte'sche Gesetz eine hinreichende Annäherung an die Wahrheit gewähren, so muss ebenfalls nach jeder Spannungsänderung einige Zeit verfliessen, ehe man das Volumen der Luft betrachtet, nämlich ein solcher Zeitraum, welcher genügt, dass die Luft wieder die Temperatur der umgebenden Körper annimmt, die sie während der Spannungsänderung verloren hat. Nur findet der Unterschied Statt, dass der Zeitraum, welcher hier verfliessen muss, viel kleiner ist, als der bei obigen festen Körpern, woraus sich von selbst ergiebt, dass die Temperatur, welche hier die Ursache der Abweichung vom Mariotte'schen Gesetze ist, dort nicht die Ursache sein könne, die dort vielmehr tiefer in der Konstitution jener festen Körper liegen müsse.

Was aber den Einfluss dieser Abweichungen betrifft, so ist er in beiden Fällen gleich wichtig, insbesondere für die Betrachtung der Schallschwingungen, wo die Spannungsänderungen und die räumlichen Aenderungen immer gleichzeitig in Betracht gezogen werden müssen, die Bedingung also, unter welcher obige Gesetze gelten, nicht erfüllt ist. Bei der Luft ist es gelungen, diesen Einfluss genau in Rechnung zu bringen, bei obigen festen Körpern bedarf es aber noch einer genaueren Untersuchung zu diesem Zwecke, wenn man auch im Allgemeinen übersehen kann, dass sich daraus wahrscheinlich erklären wird, warum die Grösse der Schallschwingungen bei manchen festen Körpern sehr schnell, bei anderen sehr langsam abnimmt unter sonst gleichen äusseren Verhältnissen, wo man erwartet hätte, dass sie bei allen nur sehr langsam abnähme.

Es mögen hier zunächst die erwähnten Versuche ausführlich folgen, sodann versucht werden, dieselben unter Gesetze zu bringen und die

nothwendige Beschränkung des bisher allgemein angenommenen Elasticitätsgesetzes daraus abzuleiten.

Fig. 1, Taf. XI, stellt den zu diesen Versuchen gebrauchten Apparat dar. Das Gewicht P hängt an einem Faden, welcher in der Mitte des unteren Randes eines Spiegelrahmens befestigt ist; von den beiden Enden des oberen Randes gehen zwei andere parallele Fäden zur Decke, wo sie mit ihren oberen Enden befestigt sind. Sie stehen 150 Millimeter von einander ab und liegen in derselben Vertikalebene mit dem Spiegel. Nahe unter dem Spiegel ist am ersten Faden der zu untersuchende vierfache Faden l von ungedrehter Seide angeknüpft, der mit dem anderen Ende an der beweglichen Mutter einer Mikrometerschraube (wie zu Längentheilungsmaschinen gebraucht wird) befestigt ist. Die Richtung dieses Fadens sowohl, wie der Schraube, durch die er gespannt wird, ist horizontal und normal gegen die Vertikalebene des Spiegels und der beiden ihn tragenden Fäden. Wird der Faden l durch die Schraube gespannt, so werden der Spiegel und die Fäden, an denen er hängt, die vorher vertikal waren, geneigt, und diese Neigung wird durch die Verrückung des Spiegelbildes einer entfernten Skale, welches mit einem Fernrohr beobachtet wird, nach Skalentheilen gemessen. Der Werth dieser Skalentheile ergab sich aus dem nach der Richtung des Fadens l gemessenen Abstand des Spiegels von der Skale: dieser Abstand betrug 4961 Skalentheile. Das Gewicht P war mit Wasser umgeben, um zu verhindern, dass es in Pendelschwingung gerieth. Nach Abzug des Gewichtsverlustes im Wasser betrug sein Gewicht 1782 Gramm. Fügt man noch hinzu, dass der Abstand des Punktes unter dem Spiegel, wo der Faden l angeknüpft war, von den Befestigungspunkten an der Decke 2089,5 Skalentheile entfernt war, so kann man aus der, nach Skalentheilen gemessenen Verrückung des Skalenbildes sowohl die Ablenkung e als auch die Spannung des Fadens l berechnen. Die Ablenkung e findet man in Millimetern:

$$e = \frac{2389,5}{2 \,.\, 4961} \cdot n,$$

die Spannung T des Fadens l in Grammen:

$$T = \frac{1782}{2 \,.\, 4961} \cdot n,$$

wo n die Zahl der Skalentheile bezeichnet, wie die folgende Tafel sie giebt. In dem in der That gegebenen Werthe von n ist das wahre Verhältniss der Skalentheile zu Millimetern schon berücksichtigt, so wie der Einfluss, den es hat, dass die Verrückung des Skalenbildes, statt nach Bogentheilen, nach Theilen der Tangente gemessen wird, und dass der Spiegel, indem er sich neigt, zugleich der Skale genähert wird.

Einen Tag vor dem Beginn der folgenden Versuche wurde der Seidenfaden l gespannt und erst kurz vor dem Anfang durch eine Verschiebung der Schraubenmutter um 201,15 Millimeter plötzlich wieder *abgespannt*. Vor dieser Abspannung war die Ablenkung e gemessen und

$$e = 555{,}87 \text{ Skalentheile} = 117{,}06 \text{ Millimeter}$$
$$e + l = 5457{,}88 \text{ ,,}$$

gefunden worden. Nach der Abspannung blieb

$$e + l = 5256{,}73 \text{ Millimeter}$$

unverändert.

Tafel I.

Zeit in Minuten.	Ablenkung n.	Zeit in Minuten.	Ablenkung n.
0,00	72,93	9,80	115,29
0,47	78,88	10,14	115,69
0,80	83,84	10,47	116,19
1,14	86,91	10,80	116,58
1,47	89,59	11,14	116,78
1,80	91,98	11,47	117,58
2,14	94,46	11,80	117,87
2,47	95,75	12,14	118,37
2,80	97,43	12,47	118,47
3,14	99,22	13,47	119,81
3,47	100,01	14,47	120,75
3,80	101,70	15,47	121,74
4,14	102,79	16,47	122,49
4,47	104,08	17,47	123,28
4,80	104,97	18,47	124,12
5,14	105,76	19,47	124,77
5,47	106,65	20,47	125,46
5,80	107,65	21,47	126,06
6,14	108,54	22,47	126,60
6,47	109,24	23,47	127,20
6,80	110,03	24,47	127,70
7,14	110,63	25,47	128,35
7,47	111,52	26,47	128,84
7,80	112,02	27,47	129,24
8,14	112,61	28,47	129,79
8,47	113,31	29,47	130,28
8,80	113,80	30,47	130,68
9,14	114,20	31,47	131,02
9,47	114,69	32,47	131,52
33,47	131,71	135,47	147,63
34,47	132,06	144,47	148,08
35,47	132,50	153,47	148,62
36,47	132,84	162,47	149,06
39,47	133,79	171,44	149,61

Zeit in Minuten.	Ablenkung n.	Zeit in Minuten.	Ablenkung n.
42,47	134,78	180,47	150,00
45,47	135,68	207,47	151,50
48,47	136,57	234,47	152,84
51,47	137,22	261,47	153,94
54,47	137,76	288,47	154,69
57,47	138,41	315,47	155,38
60,47	138,95	342,47	156,18
63,47	139,55	369,47	157,37
66,47	139,89	396,47	158,01
69,47	140,38	423,47	168,61
72,47	140,88	450,47	158,85
81,47	142,22	477,47	159,00
90,47	143,46	504,47	159,20
99,47	144,51	585,47	160,09
108,47	145,40	666,47	161,04
117,47	146,20	747,47	162,19
126,47	146,79	1233,47	166,08

Vor dem Beginn der folgenden Versuche war der Seidenfaden l lange Zeit abgespannt gewesen, und wurde erst kurz vor dem Anfang durch eine Verschiebung der Schraubenmutter um 116,27 Millimeter plötzlich wieder *angespannt*. Vor dieser Anspannung war die Ablenkung e gemessen und

$$e = 169{,}160 \text{ Skalentheile} = 35{,}72 \text{ Millimeter}$$
$$e + l = 5256{,}73 \text{ „}$$

gefunden worden. Nach der Anspannung blieb

$$e + l = 5373{,}00 \text{ Millimeter}$$

unverändert.

Tafel II.

Zeit in Minuten.	Ablenkung n.	Zeit in Minuten.	Ablenkung n.
0,00	469,80	4,12	451,64
0,45	465,52	4,45	450,84
0,78	463,34	4,78	450,05
1,12	461,56	5,12	449,46
1,45	459,80	5,45	448,86
1,78	458,00	5,78	448,27
2,12	456,91	6,12	447,77
2,45	455,91	6,45	447,08
2,78	454,92	6,78	446,78
3,12	453,92	7,12	446,28
3,45	453,03	7,45	445,89
3,78	452,23	7,78	445,39

Zeit in Minuten.	Ablenkung n.	Zeit in Minuten.	Ablenkung n.
8,12	444,99	42,78	427,53
8,45	444,50	45,78	426,89
8,78	444,10	48,78	426,29
9,12	443,81	51,78	425,65
9,45	443,31	54,78	425,05
9,78	443,01	57,78	424,61
10,12	442,62	60,78	424,16
10,45	442,32	63,78	423,72
10,78	442,02	66,78	423,32
11,12	441,82	69,78	422,98
11,45	441,53	72,78	422,58
11,78	441,23	75,78	422,23
12,12	440,93	81,78	421,59
12,45	440,63	90,78	420,44
12,78	440,23	99,78	419,65
13,78	439,43	108,78	418,85
14,78	438,69	117,78	418,10
15,78	438,10	126,78	417,51
16,78	437,45	135,78	417,01
17,78	436,76	144,78	416,57
18,78	436,21	153,78	416,07
19,78	435,72	162,78	415,48
20,78	435,02	171,78	415,13
21,78	434,73	180,78	414,84
22,78	434,28	207,78	413,64
23,78	433,63	234,78	412,40
24,78	433,24	261,78	411,85
25,78	432,89	288,78	411,11
26,78	432,35	315,78	410,22
27,78	431,95	342,78	409,72
28,78	431,70	369,78	408,93
29,78	431,30	396,78	408,23
30,78	431,01	423,78	407,74
31,78	430,71	450,78	407,20
32,78	430,26	477,78	307,06
33,78	429,91	801,78	404,07
34,78	429,51	1287,78	409,14
35,78	429,27	1838,78	399,51
36,78	429,02	2168,79	396,93
39,78	428,18		

In 34. Bande, S. 251 [1]), sind die, bei ähnlichen dort mitgetheilten Versuchen beobachteten Abweichungen vom bekannten Elasticitätsgesetze fester Körper als *Nachwirkungen* der vorausgegangenen plötzlichen Spannungsänderung bezeichnet worden, in dem einen Falle als Nach-

[1]) [W. Weber's Werke I, p. 440.]

wirkungen der Spannungsabnahme, in dem anderen als Nachwirkungen der Spannungszunahme. Es wurde auch versucht, ein Gesetz für diese Nachwirkungen aufzustellen, wonach *der Rest der Verlängerung oder Verkürzung, der von irgend einem Augenblicke an noch zu erwarten ist, dem von einem gewissen, aus den Versuchen jedesmal zu bestimmenden Augenblicke an zu rechnenden Zeitraume umgekehrt proportional sei.* Dieses einfache Gesetz genügte den damals vorliegenden Versuchen; die mit feineren Hülfsmitteln gemachten, in den obigen Tafeln zusammengestellten Versuche beweisen aber, dass dieses Gesetz nicht vollkommen passt; denn wie man auch den Anfangspunkt des Zeitraumes bestimmen möge, so kann man doch den hier mitgetheilten Beobachtungen nicht hinreichend genügen.

Es ist also eine Verbesserung des genannten Gesetzes nöthig. Um diese zu finden, sei es erlaubt, über die *Ursache* der Erscheinung selbst folgende Betrachtung vorauszuschicken.

Es darf als eine Thatsache angesehen werden, dass der Faden nach einer plötzlichen Aenderung seiner Spannung nicht sogleich wieder zu einem Zustande vollkommenen Gleichgewichts gelange. Auch abgesehen von den Schwingungen, die er alsdann macht, und wenn man sich blos an die Mittellage hält, von der die Schwingungen diesseits und jenseits gleich weit abweichen, die man als die neue Gleichgewichtslage zu betrachten pflegt, so ergiebt sich, dass auch diese Mittellage, die bei obigen Versuchen stets beobachtet wurde, als keine vollkommene Gleichgewichtslage anzusehen ist, dass sie vielmehr sich allmählig noch beträchtlich ändert. Sie kann höchstens in Beziehung auf jene Schwingungen als Gleichgewichtslage betrachtet werden. In der That nähert sich der Faden der vollkommenen Gleichgewichtslage nur mit der Zeit assymptotisch an, ohne wahrscheinlich sie je vollkommen zu erreichen. Was eigentlich zur Herstellung dieses vollkommenen Gleichgewichts nothwendig ist, entzieht sich unseren Sinnen und unserer Beobachtung und scheint in einer für jede Spannung bestimmten Stellung der Elasticitätsaxen der kleinsten Theile gegen einander zu liegen, die von selbst nur äusserst langsam eintritt. Dies vorausgesetzt soll dieser, der Beobachtung sich entziehende Unterschied in der Stellung der Elasticitätsaxen der kleinsten Theile in irgend einem Augenblicke von derjenigen, welche der vollkommenen Gleichgewichtslage entspricht, mit z bezeichnet und als *Ursache der Nachwirkung* bezeichnet werden. Von diesem unbekannten z muss hiernach sowohl die Geschwindigkeit der Längenänderung, welche mit $\frac{dx}{dt}$ bezeichnet werde, als auch der ganze Längenunterschied zwischen dem Faden in seiner (derselben Spannung entsprechenden) vollkommenen Gleichgewichtslage und in dem Augenblicke

der Beobachtung abhängen, welcher mit x bezeichnet werde. Wenn hiernach nun x sowohl, wie $\frac{dx}{dt}$, Funktionen der Unbekannten z sind, so ist auch $\frac{dx}{dt}$ eine Funktion von x, d. i.:

$$\frac{dx}{dt} = f(x) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

Es kommt nun also darauf an, eine solche Funktion $f(x)$ aufzusuchen, welche den obigen Beobachtungen der Nachwirkungen genügt.

Setzt man z. B.:

$$f(x) = \frac{x^2}{b} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

und substituirt diesen Werth in der Gleichung (1), so erhält man durch Integration:

$$x = -\frac{b}{t+C},$$

wo C die von der Integration herrührende Konstante bezeichnet. Die Länge des Fadens kann dann für den Augenblick am Ende des Zeitraumes t durch die Gleichung

$$l = a - \frac{b}{t+C} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (3)$$

bestimmt werden, d. i. nach dem oben angeführten, auch im 34. Bande, S. 254 [1]), schon benutzten Gesetze. Der Werth von b ist darin für die Nachwirkung einer plötzlichen Anspannung positiv, für die Nachwirkung einer plötzlichen Abspannung negativ zu nehmen.

Da nun aber dieses Gesetz den feineren Versuchen nicht genügt, so muss eine andere Funktion von x gesucht werden, welche für fx in Gleichung (1) substituirt, mit der Erfahrung besser harmonirt als x^2/b.

Statt des Quadrats von x möge daher versucht werden, ob irgend eine andere Potenz von x, die mit x^m bezeichnet werde, den Versuchen besser entspreche. Setzt man also:

$$f(x) = bx^m \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (4)$$

und substituirt diesen Werth in Gleichung (1), so erhält man durch Integration:

$$x = \big((1-m)b\big)^{\frac{1}{1-m}} \cdot \big(t+C\big)^{\frac{1}{1-m}},$$

wo C die von der Integration herrührende Konstante bezeichnet. Die Länge des Fadens kann dann für jeden Augenblick am Ende einer beliebigen Zeit t durch die Gleichung

$$l = a \pm \big((1-m)\,b\big)^{\frac{1}{1-m}} \cdot \big(t+C\big)^{\frac{1}{1-m}} \quad \ldots\ldots (5)$$

[1]) [W. Weber's Werke I, p. 442.]

ausgedrückt werden, wo das obere Zeichen für die Nachwirkung einer plötzlichen Anspannung, das untere für die Nachwirkung einer plötzlichen Abspannung gilt.

Dieses Gesetz auf die in Tafel I enthaltenen Versuche angewendet, genügt vollkommen, wenn man:

$$a = 5213{,}21 \text{ Millimeter}$$

$$\left((1 - m)b\right)^{\frac{1}{1-m}} = 29{,}05 \text{ Millimeter}$$

$$C = 1{,}1816 \text{ Minuten}$$

$$\frac{1}{1-m} = -0{,}17\,192$$

setzt, folglich:

$$l = 5213{,}21 + 29{,}05\,(t + 1{,}1816)^{-0{,}17\,192}.$$

Die Werthe von n, Tafel I, sind die für verschiedene Werthe von t beobachteten Werthe der Ablenkung e in Skalentheilen, welche, in Millimeter verwandelt und zur Länge des Fadens gefügt, den unveränderlichen Werth

$$e + l = 5256{,}73 \text{ Millimeter}$$

geben. Zur Vergleichung mit den Angaben der Tafel erhält man hiernach die Gleichung:

$$n = 206{,}67 - 137{,}97\,(t + 1{,}1816)^{-0{,}17\,192}.$$

Die Werthe von n, nach dieser Gleichung für die in der ersten Kolumne der Tafel I angeführten Werthe von t berechnet und von den beobachteten Werthen von n abgezogen, geben dann der Reihe nach folgende Differenzen:

+ 0,33	— 0,24	+ 0,13	+ 0,14	+ 0,29	— 0,42
— 1,25	— 0,14	— 0,04	+ 0,06	+ 0,24	— 0,08
— 0,16	— 0,19	+ 0,12	+ 0,15	+ 0,27	+ 0,27
— 0,39	— 0,11	— 0,66	+ 0,20	+ 0,07	+ 0,42
— 0,40	— 0,19	— 0,18	+ 0,18	+ 0,04	+ 0,21
— 0,34	+ 0,05	— 0,06	+ 0,12	+ 0,05	+ 0,08
+ 0,03	— 0,07	+ 0,11	+ 0,23	+ 0,21	+ 0,06
— 0,59	— 0,05	+ 0,04	+ 0,04	+ 0,32	+ 0,59
— 0,34	+ 0,09	+ 0,07	+ 0,23	+ 0,29	+ 0,62
— 0,10	+ 0,03	+ 0,18	+ 0,12	+ 0,35	+ 0,66
— 0,70	— 0,09	+ 0,12	+ 0,12	+ 0,35	+ 0,40
— 0,29	— 0,10	+ 0,13	+ 0,17	+ 0,17	+ 0,08
— 0,38	+ 0,01	+ 0,07	+ 0,30	+ 0,27	— 0,15
— 0,18	— 0,06	+ 0,03	+ 0,37	0,00	— 0,46
— 0,30	— 0,01	+ 0,07	+ 0,36	— 0,02	— 0,53
— 0,42	— 0,05	+ 0,03	+ 0,35	— 0,21	— 0,26
— 0,40	— 0,26	+ 0,16	+ 0,25	— 0,25	— 0,01

Diese Differenzen sind so klein und wechseln so oft das Vorzeichen, dass sie mit Recht als Beobachtungsfehler angesehen werden können.

Ist dies Gesetz wahr, so muss es sich auch bei der zweiten Versuchsreihe bestätigen, und zwar müssen dabei diejenigen Konstanten, welche von der Natur des Fadens abhängen, denselben Werth beibehalten, wie bei der ersten Versuchsreihe, weil der nämliche Faden in beiden Fällen gebraucht wurde. Nach der Differentialgleichung (4) sind b und m jene unveränderlichen Konstanten, und es fragt sich daher, ob, ohne diesem einen anderen Werth beizulegen, den Versuchen in der zweiten Reihe genügt werden könne. Setzt man:

$$a = 5297{,}9 \text{ Millimeter}$$
$$C = 4{,}7318 \text{ Minuten},$$

wonach:

$$l = 5297{,}9 - 29{,}05\,(t + 4{,}7318)^{-\,0{,}17192},$$

oder e nach Skalentheilen, d. i.:

$$n = 357 + 137{,}97\,(t + 4{,}7318)^{-\,0{,}17192}$$

ist, so erhält man folgende Vergleichung mit der Erfahrung:

Zeit.	Beobachtet n.	Berechnet n.	Unterschied.
3,78′	452,23	452,46	— 0,23
10,78′	452,02	442,85	— 0,83
30,78′	431,01	431,70	— 0,69
60,78′	424,16	424,22	— 0,06
315,78′	410,22	408,17	+ 2,05

die zur Bestätigung des aufgestellten Gesetzes vollkommen zu genügen scheint. Wollte man die Werthe der Konstanten genau nach den Regeln der Wahrscheinlichkeit bestimmen, so würde die nachgewiesene sehr gute Uebereinstimmung mit der Erfahrung noch erhöht werden können.

Stellt man die beiden obigen Versuchsreihen durch zwei Kurven praktisch dar, wie es Fig. 2 Taf. XI geschehen ist, so lässt sich ihre Uebereinstimmung, wonach das oben angeführte Gesetz, ohne Aenderung der Werthe b und m, beiden genügt, anschaulich machen. Man erkennt nämlich nicht allein im Allgemeinen eine grosse Aehnlichkeit zwischen beiden Kurven, sondern man findet auch leicht in der oberen Kurve einen Punkt B, von wo an diese Kurve, mit der anderen von Anfang an gerechnet, ganz identisch ist, wie man bestätigt findet, wenn man BC und DE genau vergleicht. Dies heisst nun in Worten ausgesprochen: der Abstand z von der vollkommenen Gleichgewichtslage war beim Beginn der ersten Versuchsreihe grösser als beim Beginn der zweiten; da aber z mit der Zeit abnimmt, so musste ein Augenblick kommen, wo

er letzterem gleich wurde. Dieser Augenblick trat nun im Punkte B ein, von wo an gerechnet der weitere von den Kurven dargestellte Verlauf der Nachwirkung ganz gleich sein soll, weil ihre Ursache z gleich war, was wirklich der Fall ist. Man wird bemerken, dass in Fig. 2 Taf. XI die beiden Kurven, ungeachtet sie auf entgegengesetzte Wirkungen sich beziehen (die erste auf Verkürzung, die andere auf Verlängerung des Fadens), zur besseren Vergleichung ähnliche Lage erhalten haben, d. h. dass die in der zweiten Kurve dargestellte Verlängerung eben so, wie die in der ersten Kurve dargestellte Verkürzung, positiven Ordinaten entsprechen.

Diese eben betrachtete Nachwirkung lässt sich als eine *sekundäre* Wirkung der vorausgegangenen Abspannung oder Anspannung des Fadens betrachten, und zum Unterschied könnte diejenige Verkürzung oder Verlängerung, die im Augenblicke $t = 0$ schon vorhanden war, als *primäre* Wirkung bezeichnet werden. Hiernach würde die primäre Wirkung der Abspannung, in der ersten Versuchsreihe, 99,43 Millimeter betragen haben; denn vor der Abspannung war die Länge des Fadens = 5340,82 Millimeter, nachher aber, für $t = 0$, 5241,39 Millimeter. Die primäre Wirkung der Anspannung, in der zweiten Versuchsreihe, würde 53,05 Millimeter betragen haben; denn vor der Anspannung war die Länge des Fadens = 5221,01 Millimeter, nachher aber, für $t = 0$, 5274,06 Millimeter. Zwischen diesen beiden Wirkungen giebt es aber keine bestimmte Grenze, sondern nur eine willkürliche; denn es ist ganz willkürlich, wenn man beide Wirkungen durch den Augenblick scheidet, wo nach vollendeter Abspannung oder Anspannung die Länge des Fadens zum ersten Male beobachtet wird. Wäre z. B. die erste Beobachtung 1 Minute früher gemacht worden, was sehr gut geschehen konnte, so würde ein grosser Theil der eben als primär bezeichneten Wirkung zur sekundären gerechnet worden sein. Im Grunde steht es uns frei, auf diese Weise die ganze sogenannte primäre Wirkung zur sekundären zu ziehen, wozu nur nöthig ist, den Anfangspunkt der Zeiträume t in der ersten Versuchsreihe um 0,792 824 Minuten, in der zweiten fast um 4,114 847 Minuten früher zu setzen, was mit so grösserem Rechte geschehen kann, als wirklich zwischen dem Augenblick der vollendeten Abspannung oder Anspannung und der ersten Beobachtung etwas Zeit verfliessen musste, um mit Ruhe beobachten zu können, und ausserdem die Abspannung und Anspannung selbst langsam geschah und 6 bis 10 Minuten Zeit erforderte.

Hiernach wäre die ganze Längenänderung des Fadens gar keine *unmittelbare* Wirkung der plötzlich geänderten Spannung des Fadens, sondern nur eine mittelbare oder sekundäre. Als primäre Wirkung der plötzlich geänderten Spannung bliebe blos die unsichtbare Wirkung z

im Innern des Körpers übrig, welche als die wahre Ursache der ganzen nachfolgenden Längenänderung zu betrachten wäre.

Zugleich ergäbe sich, dass ein so unmittelbarer Zusammenhang zwischen Spannungs- und Längenänderungen des Fadens, wie in den Elasticitätsgesetzen angenommen wird, gar nicht Statt finde; nicht einmal gleichzeitig treten sie ein. Auch kann die Spannungsänderung sehr geschwind geschehen, während die Längenänderung darauf langsam mit der Zeit einem Grenzwerthe sich nähert, den man für obige Versuchsreihe findet, wenn man den Unterschied des obigen Ausdrucks für $t = 0$ und $t = \infty$ zu der oben als primär angeführten Wirkung hinzufügt. Der Grenzwerth der Verkürzung nach der ersten Reihe ist hierauf $= 99{,}43 + 28{,}23 = 127{,}66$ Millimeter; der Grenzwerth der Verlängerung nach der zweiten Reihe $= 53{,}05 + 22{,}24 = 74{,}29$ Millimeter.

Spricht man noch von einem bestimmten Verhältniss der Spannung zur Verlängerung, so hat dies nur einen bestimmten Sinn, wenn man den *Grenzwerth* der Verlängerung versteht, und also nach jeder Spannungsänderung die Zeit abwartet, bis die Länge des Fadens diesen Grenzwerth erreicht hat oder ihm sehr nahe gekommen ist. Diese Zeit scheint bei verschiedenen Körpern sehr verschieden zu sein; während sie z. B. bei Seidenfäden ein oder mehrere Tage beträgt, ist sie bei Metalldrähten so klein, dass sie der Beobachtung fast entgeht, und vielleicht gar nicht oder nur mit den feinsten Hülfsmitteln wird nachgewiesen werden können.

Zum Schluss möge noch bemerkt werden, dass die Herleitung des oben gegebenen Ausdrucks für die Nachwirkung zunächst nur für den Fall gilt, wo die Spannung nach einer plötzlichen Aenderung während der beobachteten Nachwirkung unverändert bliebe. In den Versuchsreihen, auf welchen wir jenen Ausdruck angewendet haben, war dies nicht der Fall, sondern die Spannung änderte sich auch nachher noch, zwar nicht plötzlich, aber doch langsam mit der eintretenden Nachwirkung. Diese Nachwirkung war also nicht blos die Nachwirkung jener vorausgegangenen *plötzlichen* Spannungsänderung, sondern zum Theil auch der nachfolgenden *langsamen*. Es fragt sich daher, ob jener Ausdruck mit Recht auf obige Versuche angewendet worden sei. In der That kann diese Anwendung gerechtfertigt werden, wenn, wie bei obigen Versuchen der Fall war, die folgende langsame Spannungsänderung in jedem Augenblicke der Nachwirkung in diesem Augenblicke proportional ist. In der That war die Aenderung de der Ablenkung e im Augenblicke dt in obigen Versuchen ein Maass der *Spannungsänderung* und der *Nachwirkung* im Augenblicke dt, die folglich einander proportional waren.

Bezeichnet nun $dp = \frac{1782}{9922} \cdot dn$ die dem Augenblicke dt ent-

sprechende Spannungsänderung, so wird dieser Spannungsänderung eine Nachwirkung entsprechen, deren Grenzwerth

$$dx' = k \cdot \frac{1782}{9922} \cdot dn$$

ist, wo k den *Elasticitätsmodulus*, d. i. das Verhältniss der Spannungsänderung zum Grenzwerth der nachfolgenden Längenänderung bezeichnet.

dx' ist nun von der ganzen Aenderung dx, welche x im Augenblick dt erleidet, derjenige Theil, welcher *keine Nachwirkung* der früheren Spannungsänderungen ist, und daher von dx abgezogen werden muss, um denjenigen Theil zu erhalten, welcher dem Gesetze der Nachwirkung im Augenblicke dt unterworfen ist. Wenn also dx' nicht Null ist, d. h. wenn die Spannung während der Nachwirkung nicht unverändert bleibt, wie in der Gleichung (4) vorausgesetzt wurde, so muss $dx - dx'$ statt dx in jener Gleichung gesetzt werden, d. i.:

$$\frac{dx - dx'}{dt} = bx^m \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (6)$$

Nun ist dx' mit dn proportional, dn aber mit der Spannungsänderung dp, welche letztere der Nachwirkung $dx - dx'$ in dem Augenblicke dt proportional angenommen worden ist. Hieraus folgt die Proportionalität von dx' und dx oder:

$$dx' = r\,dx,$$

wo r konstant ist; folglich:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{b}{1-r}\,x^m,$$

welche Gleichung von der Gleichung (4) sich blos durch einen anderen Werth des konstanten Koëfficienten des zweiten Gliedes unterscheidet. Die Integration führt daher ebenfalls zu der Gleichung (5), wenn man darin $\frac{b}{1-r}$ statt b setzt, oder es ist:

$$b = a \pm \left((1-m)\frac{b}{1-r}\right)^{\frac{1}{1-m}} \cdot (t+C)^{\frac{1}{1-m}}, \quad . \; . \; . \; (7)$$

wo das obere Vorzeichen für die Nachwirkung einer plötzlichen Anspannung, das untere für die Nachwirkung einer plötzlichen Abspannung gilt. Die Vergleichung mit obigen Versuchen ergiebt dann den Werth von:

$$\left((1-m)\frac{b}{1-r}\right)^{\frac{1}{1-m}} = 29{,}05\,\text{mm}$$

und der Werth von r ist darin:

$$r = -\frac{1782}{9922} \cdot k,$$

wo k den *Elasticitätsmodulus*, wie er oben bestimmt worden ist, bezeichnet. Die oben gegebenen Formeln für die Darstellung der in den beiden Tafeln enthaltenen Versuche erleiden hiernach durch die Rücksicht auf die während der Versuche eingetretene Spannungsänderung keine Aenderung, sondern bleiben für die erste Tafel:

$$n = 206{,}67 - 137{,}97\,(t + 1{,}1816)^{-0{,}17192},$$

für die zweite Tafel:

$$n = 357{,}0 + 137{,}97\,(t + 4{,}7318)^{-0{,}17192}.$$

Fig. 1.

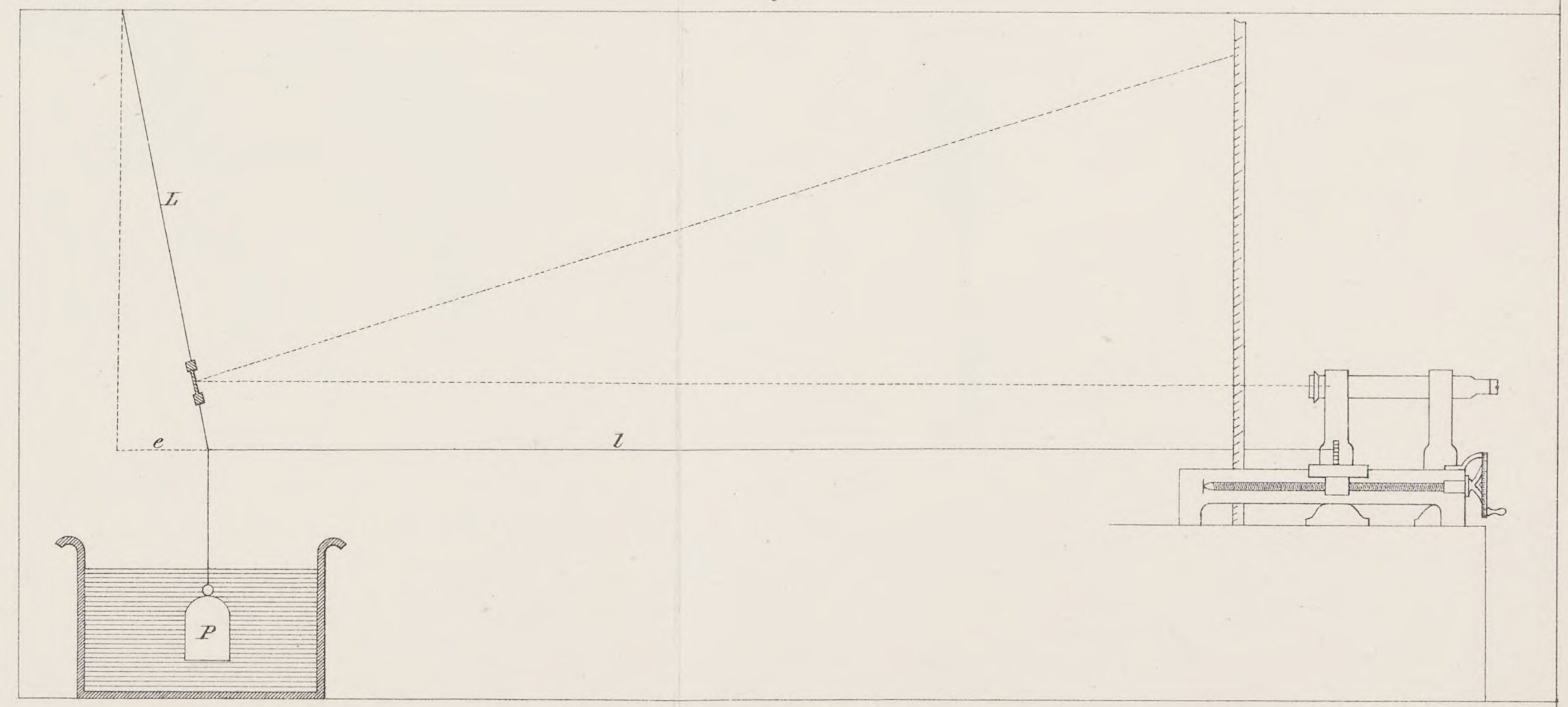
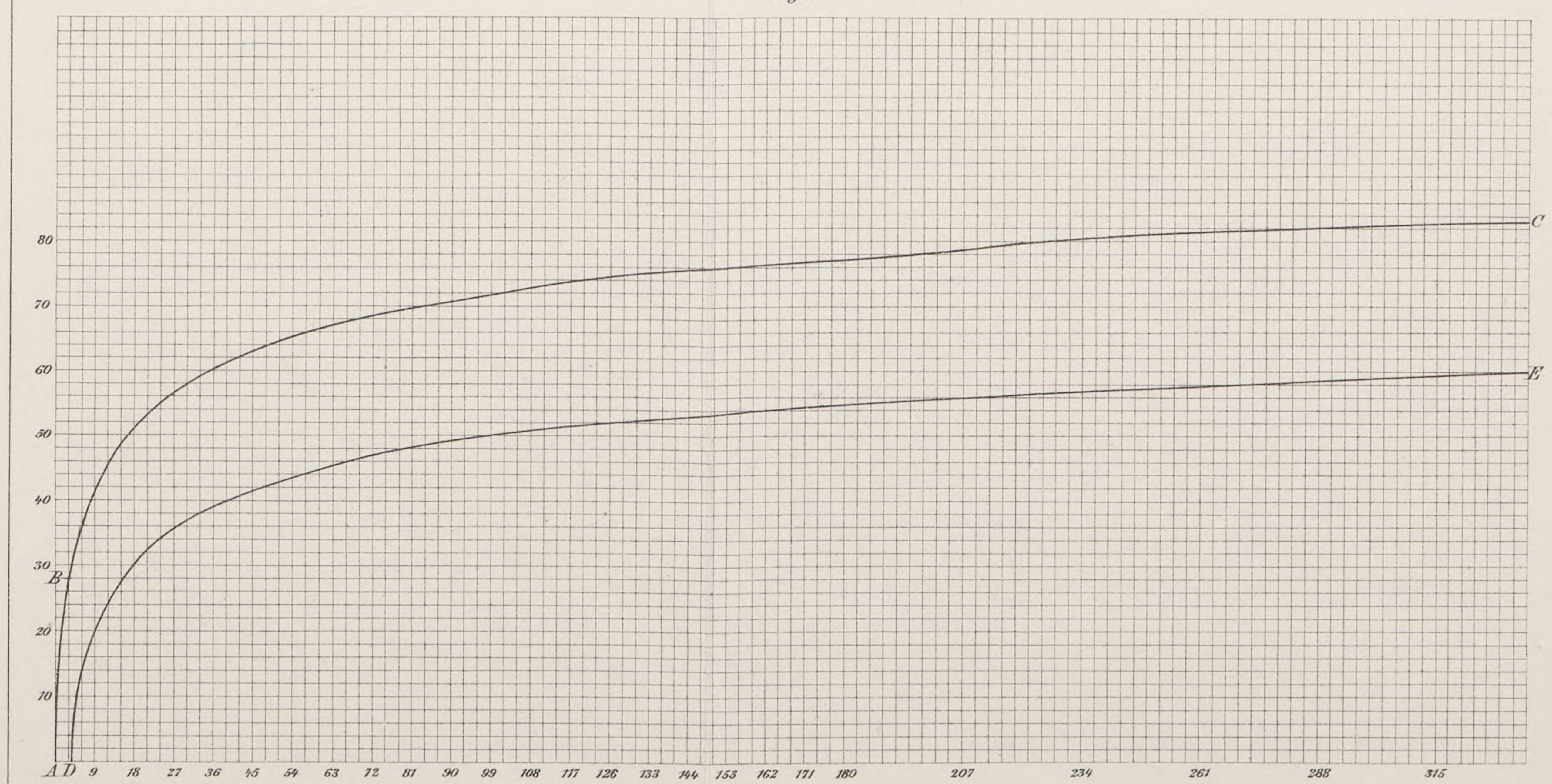

L
e
l
P

Fig. 2.


80
70
60
50
40
30
20
10
B
C
E
A D 9 18 27 36 45 54 63 72 81 90 99 108 117 126 133 144 153 162 171 180 207 234 261 288 315

VIII.

[Ueber drei neue Methoden der Konstruktion von Waagen.][1]

[Göttinger gelehrte Anzeigen, XXII. Stück, p. 209—222, 1837.]

In der Sitzung der Königl. Gesellschaft der Wissenschaften am 28. Januar las der Prof. WEBER eine Abhandlung *de tribus novis librarum construendarum methodis.*

Eine *Waage* wird von einem Körper oder von einem Systeme von Körpern gebildet, welches sich im Gleichgewichte befindet, während ein oder mehrere Gewichte an einem oder mehreren Punkten desselben ziehen, und dessen Gleichgewicht gestört wird, sobald eins dieser Gewichte vergrössert oder verkleinert wird, welches dann aber in einer veränderten Lage wieder zum Gleichgewichte gelangen kann. Die *Brauchbarkeit* der Waage beruht darauf, dass für den kleinsten Gewichtsunterschied, den man berücksichtigen will, die neue Gleichgewichtslage von der alten *wahrnehmbar* verschieden ist. Mit dem Namen der *Hebelwaage* können alle Waagen bezeichnet werden, bei welchen ein fester unbeugsamer Hebel (oder Waagebalken) mit einem runden Stifte oder einer scharfen Schneide, als Axe, versehen ist und damit auf eine runde Pfanne oder auf eine harte und glatte Ebene von Stahl oder Stein aufgelegt wird. Die Gewichte liegen auf Waagschalen, die selbst wieder auf runden Stiften oder scharfen Schneiden an den Enden des Hebels aufruhen. Alle Vortheile dieser Waagen sind wohl bekannt, denn die vollkommensten Waagen gehören zu ihnen. Man kennt jedoch auch einige Nachtheile, von denen vorzüglich derjenige häufig erwähnt wird, der von der Reibung der Axen auf der Unterlage herrührt; denn diese Reibung lässt sich zwar verkleinern, aber nicht ganz vermeiden, und kann ihrer Natur nach der Messung nicht unterworfen werden. Jedoch mehr noch als diese Reibung, dürfte dieser Konstruktion die mechanische Schwierigkeit zum Nachtheil gerechnet werden, die überwunden werden muss, um ein Instrument darzustellen, das den jetzigen Anforderungen der Wissenschaft vollkommen genügt; denn dies ist der wahre

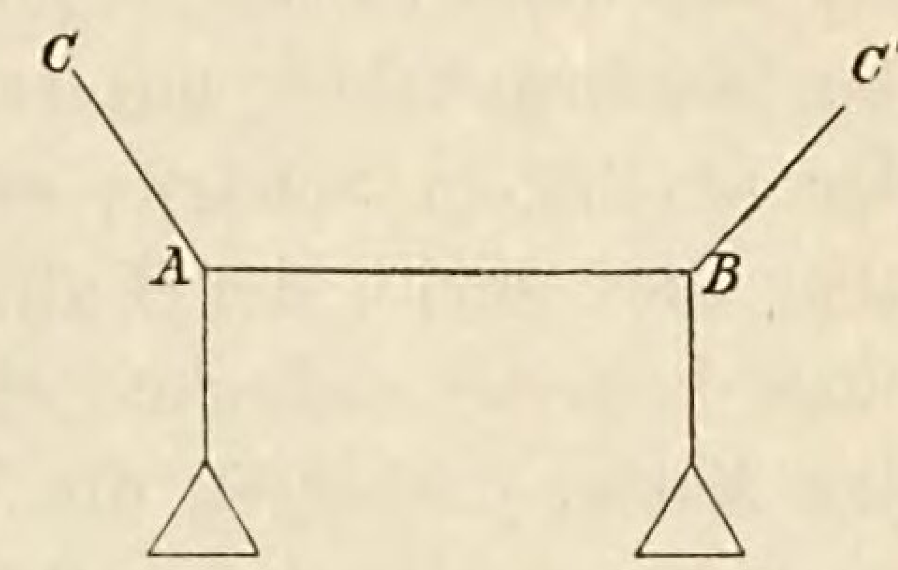
[1] [Anzeige der folgenden Abhandlung IX.]

Grund, warum man nur selten solche Waagen findet, und warum nicht überall, wo es nöthig wäre, von ihnen Gebrauch gemacht wird. — Eine andere Klasse von Waagen kann mit dem Namen der *Senkwaage* oder *Aräometerwaage* bezeichnet werden, weil sie den Aräometern gleichen. Sie bestehen aus einem in Wasser schwimmenden Gefässe von Glas oder Metall, das, wasserdicht verschlossen, am oberen Ende auf einem dünnen Stifte, der über dem Wasser hervor ragt, eine Schale trägt, auf welche *zuerst* der zu wiegende Körper nebst so vielen Gewichten gesetzt wird, dass jener Stift bis zu einer bestimmten Stelle unter Wasser taucht, *sodann* so viele Gewichte, ohne jenen Körper, gesetzt werden, dass jener Stift wieder eben so tief in Wasser taucht. Diese Waagen sind wenig in Anwendung gekommen, weil ihr Gebrauch beschränkt und unbequem ist, und weil genaue Wägungen nur in ganz ruhigem Wasser, in dem auch keine Temperaturschwankungen Statt finden, gelingen. — Endlich sind noch unter dem Namen der *Federwaage* alle diejenigen Waagen anzuführen, wo, um die Gewichte mit einander zu vergleichen, jedes Gewicht zuvor mit der Elasticität einer Stahlfeder verglichen wird; diese Waagen sind zwar zu groben Abwägungen sehr bequem, können aber, wo es auf Genauigkeit ankommt, nicht gebraucht werden, weil selbst die Elasticität des Stahls theils plötzlichen, theils allmähligen Veränderungen unterworfen ist, die man noch nicht hinreichend kennt und hierbei zu berücksichtigen auch gar nicht im Stande sein würde. — Aus dieser Uebersicht ergiebt sich, dass es nicht so viele gute Waagen giebt, dass es für unnütz und überflüssig zu halten sei, neue Waagen nach neuen Principien zu konstruiren, vorausgesetzt, dass diese Principien einfach und leicht in Ausführung zu bringen sind. In der vorliegenden Abhandlung werden drei neue Waagen unter dem Namen der *Hängewaagen* beschrieben, und die Principien, worauf sie beruhen, entwickelt und geprüft.

1. *Hängewaage ohne Balken, oder Kettenwaage.*

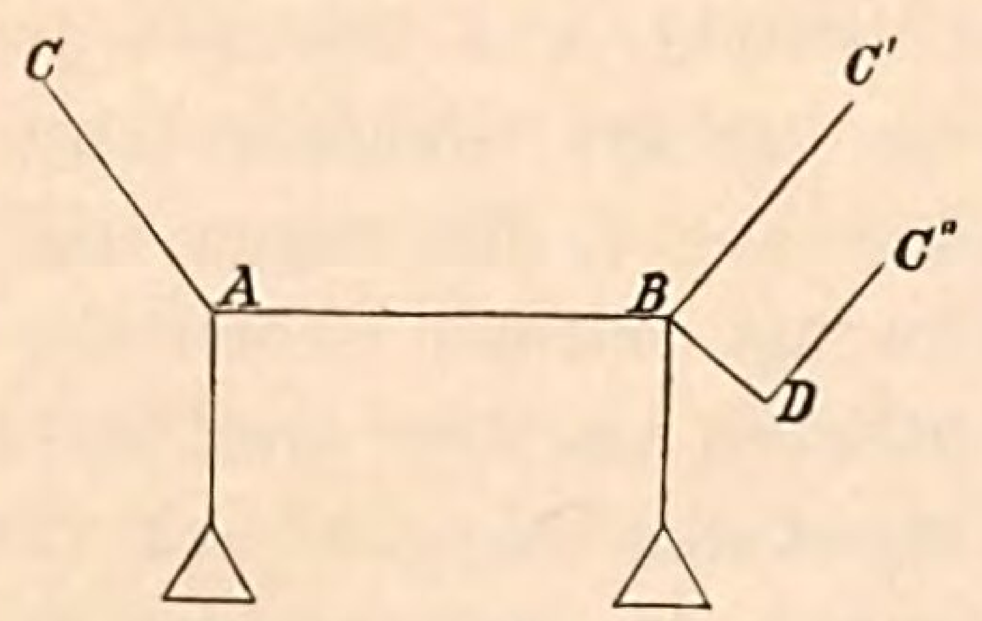
Mit dem Namen der *Hängewaage ohne Balken* oder *Kettenwaage* werden die Waagen bezeichnet, welche aus einer Kette bestehen, die an ihren Enden an zwei feste Pfeiler befestigt wird. Das Wort Kette dient dabei nur zur Bezeichnung eines beugsamen fadenförmigen Körpers, der durch seine Festigkeit sich zum Tragen von Lasten eignet, wozu statt der Kette auch ein Seil, oder ein Draht, oder selbst ein blosser Faden dienen kann. Eine solche Kette (Seil, Draht oder Faden) bildet, wenn sie mit ihren Enden an zwei Pfeiler befestigt ist und in der Luft schwebend sich selbst überlassen wird, die bekannte Kettenlinie; werden aber an zwei Punkten Gewichte angehängt, so bildet sie in diesen Punkten Winkel, und die zwischen ihnen und den Aufhängepunkten liegenden Theile der Kette bilden Kettenlinien von geringerer Krümmung

wie früher. Werden die angehängten Gewichte sehr vergrössert, so dass das eigene Gewicht der Kette dagegen verschwindet, so fallen jene Stücken fast ganz mit geraden Linien zusammen. In diesem hier dargestellten Falle (wo C und C' die an den Pfeilern festen Kettenenden, A und B diejenigen Punkte darstellen, an welchen die Gewichtsschalen hängen) wird diese Kette als Waage brauchbar. Man ersieht nämlich, dass wenn in A und B an vertikalen Fäden gleiche Gewichte ziehen, nach dem Parallelogramme der Kräfte berechnet werden kann, bei welcher Lage der drei in A und B zusammenstossenden Fäden Gleichgewicht bestehe, und dass bei der geringsten Verschiedenheit jener Gewichte eine andere Gleichgewichtslage eintreten werde, dass folglich diese Kette alle Bedingungen einer Waage erfülle. Zur Vergleichung der Kettenwaage mit der Hebelwaage bemerke man, dass die Hebelwaage im Wesentlichen aus zwei drehbaren Radien besteht, an deren Enden die Gewichtsschalen hängen und die so mit einander verbunden sind, dass keiner ohne den anderen sich bewegen kann. Dasselbe findet bei der Kettenwaage Statt: auch sie besteht aus zwei Radien, an deren Enden die Gewichtsschalen hängen und die so mit einander verbunden sind, dass keiner ohne den anderen bewegt werden kann. Der Unterschied zwischen beiden Waagen besteht darin, dass bei der Hebelwaage die Verbindung der Radien durch Vereinigung ihrer Drehungspunkte und Zusammenfügung beider Radien zu einem festen Balken bewirkt wird, dass dagegen bei der Kettenwaage die Verbindung der Radien blos durch einen Faden hergestellt wird, der an die Enden der Radien angeknüpft wird und sie von einander in geringerem Horizontalabstand erhält, als die Drehungspunkte von einander liegen. Der wesentliche Vorzug der Kettenwaage beruht darauf, dass die steifen Stäbe, welche die Radien der Hebelwaage bilden müssen, mit beugsamen Ketten vertauscht werden können.



Wenn nun die Kette, als Waage, wirklich die allgemeinen nothwendigen Bedingungen erfüllt, so bleibt nur noch zu untersuchen übrig, wie weit ihre Brauchbarkeit im Einzelnen sich erstrecke, welche davon abhängt, dass für den kleinsten Gewichtsunterschied, den man berücksichtigen will, die neue Gleichgewichtslage von der alten wahrnehmbar verschieden sei. Im Verfolge der Abhandlung werden die Gesetze entwickelt, nach denen die Kette aufgehangen werden muss, damit ihre Brauchbarkeit sich am weitesten erstrecke, oder damit die Empfindlichkeit der Waage möglichst gross sei. Es geht daraus hervor, dass diese Waage selbst dann, wenn sie diesem Gesetze gemäss konstruirt wird, nur zu wenigen Zwecken brauchbar sei, weil ihre Empfindlichkeit stets hinter der guter Hebelwaagen zurückbleibt. Denn es ergiebt sich, dass ein

Beobachter, der eine Verrückung, die den 10000. Theil der ganzen Kettenlänge beträgt, noch wahrnimmt, einen Gewichtsunterschied von $\frac{1}{4131}$ erkennen würde. Dieses schöne und einfache Princip scheint daher für den Gebrauch ganz aufgegeben werden zu müssen, blos wegen der Beschränktheit unserer Sinne, die uns kleine Bewegungen nicht mit der nämlichen Schärfe, wie grosse, beobachten lassen. In der That ist aber dies nicht der Fall, sondern bei genauerer Prüfung findet sich, dass dasselbe einfache Princip, worauf die ganze Waage gebauet ist, auch das Mittel darbietet, die Waage für alle Zwecke brauchbar zu machen. Und dieses Mittel besteht in einem dritten Radius, der mit einem der beiden anderen auf dieselbe Weise verbunden wird, wie diese unter sich. Es sei $C''D$ dieser dritte Radius, dessen Endpunkt D mit dem Endpunkte B des Radius $C'B$ durch den Faden BD verbunden ist, der auf beiden Radien senkrecht stehe. Die Folge dieser einfachen Einrichtung ist, dass die Drehungswinkel des zweiten und dritten Radius sich umgekehrt wie ihre Längen verhalten; ist z. B. der dritte Radius 50 Mal kürzer als der zweite, so ist seine Drehung 50 Mal grösser und die Waage ist dadurch 50 Mal empfindlicher geworden. Zur Beobachtung des Drehungswinkels dient aber ein kleiner Planspiegel, den der kleine Radius trägt, und in welchem mit einem Fernrohre das Bild einer weit entfernten Skale beobachtet wird, wie es vom Herrn Hofrath Gauss angegeben, und bei magnetischen und anderen Apparaten vielfach in Anwendung gebracht worden ist. Wo der Raum nicht die Aufstellung eines Fernrohrs und einer entfernten Skale gestattet, kann man sich auch einer kleinen drehbaren, mit einem kurzen Radius versehenen Libelle bedienen; doch hat die Anwendung des Spiegels den grossen Vorzug, dass die Waage dadurch auch als Schnellwaage brauchbar ist, weil man den Stand der Waage bei jeder Belastung genau beobachten und den Werth der Skalentheile, wenn das eine Gewicht unveränderlich ist, für die verschiedenen Werthe des anderen ein für alle Mal bestimmen kann.



Was die Theorie dieser Waage betrifft, so ergeben sich aus ihr zur Bestimmung der vortheilhaftesten Verhältnisse folgende zwei Gleichungen:

$$(2 - z)^3 z^4 = (1 - 2z)^3$$
$$z^2 = \sin^3 x,$$

wo z das Längenverhältniss des Verbindungsfadens AB zu den beiden Radien $AC + BC'$ und x den Winkel bezeichnet, den die Radien mit der Vertikalen machen, hiernach findet man

$$AB = 0{,}6361\ AC$$
$$x = 27^0\ 46'\ 17''.$$

2. *Hängewaage mit Balken, nach dem Principe der Abwickelung.*

Es ist ein schönes, sinnreiches Princip, was Bessel angegeben und Repsold in Anwendung gebracht hat, zur Herstellung einer vollkommenen von aller Reibung freien Drehung eines Pendels ein beugsames Band zu gebrauchen, welches sich von einem kleinen Cylinder abwickelt oder darauf aufwickelt, je nachdem das Pendel vorwärts oder rückwärts schwingt. Es leuchtet von selbst ein, dass sich dieses Princip in vielen Fällen, besonders bei Waagen, mit grossem Vortheile müsse in Anwendung bringen lassen, sowohl zur Aufhängung des ganzen Waagebalkens, als auch zur Aufhängung der Schalen am Waagebalken. Man kann Waagen, die nach diesem Principe konstruirt sind, Hängewaagen mit Balken nach dem Principe der Abwickelung nennen. Diese Waagen sind besonders anwendbar, wo die Tragkraft weniger Kokonfäden ausreicht, z. B. wenn 50 Gramm die grössten vorkommenden Gewichte sind; denn wegen der ausserordentlichen Beugsamkeit dieser Fäden kann man alsdann feine Nadeln als Cylinder gebrauchen, oder braucht den Faden blos über eine wenig abgerundete Kante gehen zu lassen. Diese Waagen lassen sich mit sehr geringen Kosten herstellen, gewähren die äusserste Feinheit und gestatten, zur Bequemlichkeit des Beobachters viel zu thun. Zum Waagebalken wird ein Stück Messing von der Form eines Kreuzes genommen. Alle vier Enden dieses Kreuzes bieten abgerundete Kanten dar, über welche die Fäden, welche den Balken und die Schalen tragen, weggehen. Hinter diesen abgerundeten Kanten befinden sich kleine Löcher, durch welche die Fäden hindurch von einer Kante zur anderen gezogen werden, wodurch es möglich wird, den ganzen Balken an einem einzigen Faden und eben so beide Schalen an einem einzigen Faden aufzuhängen. Was die Empfindlichkeit dieser Waage betrifft, so sieht man leicht ein, dass dieselbe, so wie die Gleicharmigkeit, sehr leicht herzustellen ist; denn die vier Kanten, welche als Drehungsaxen dienen und alle nahe in einer Horizontalebene liegen und senkrecht auf die Länge des Waagebalkens sind, können leicht etwas aufwärts, oder abwärts, oder rückwärts gerückt werden, indem man die untere oder obere Fläche, welche die Kante bilden, oder beide etwas abschleift. Es ist gar nicht nöthig, deshalb Korrektionen, wie bei anderen feinen Waagen, anzubringen, wo sie desshalb nöthig sind, weil an den vollkommen eben abgeschliffenen und polierten Stahlprismen, welche dort die Axen bilden, nichts geändert werden darf. Die Flächen, welche die Kanten unserer Waage bilden, brauchen weder ganz eben, noch poliert zu sein, weil der Faden blos auf einen Punkt drückt und zwar immer auf den nämlichen. Die einfache Form des Waagebalkens gestattet übrigens, dass man ungehindert zu allen diesen Flächen gelangen und nach Belieben sie schleifen kann. Was endlich die Bequemlichkeit

des Beobachters betrifft, so sind besonders zwei Einrichtungen zu erwähnen, welche bei dieser Waage sich leicht machen lassen und die genaue Ausführung der Wägung wesentlich fördern. *Erstens* nämlich lässt sich ein Laufgewicht anbringen, das der ganzen Länge des Balkens nach verschoben werden kann, weil der Raum unter dem Balken ganz frei ist, da die Waage von oben getragen wird. Man versehe dazu den Waagebalken an seinen Enden auf der unteren Seite mit zwei kleineren Stegen und spanne darüber einen feinen und glatten Draht; über diesen Draht hänge man einen Kokonfaden und lasse daran das Laufgewicht frei herab hängen. Der Nutzen dieses Laufgewichts ist desto grösser, je feiner man die Verschiebung des Laufgewichts messen kann; denn das Laufgewicht kann dann desto grösser sein und vertritt die Stelle aller kleineren Gewichte, deren Gebrauch sehr beschwerlich ist und die auch sehr schwer darzustellen sind. Diese feine Messung erreicht man durch einen schmalen Streif Spiegel, der parallel mit jenem Drahte, etwa einen halben Zoll hinter ihm, vertikal aufgestellt wird. In ihm erblickt man ein Bild von dem Faden, der das Laufgewicht trägt. Stellt man darauf das Auge so, dass dieses Bild vom Faden selbst bedeckt wird, so kann man die Verschiebung des Laufgewichts an einer auf dem Spiegelrande aufgeklebten Skale sehr genau messen. Auf diese Weise darf man ein Gramm zum Laufgewichte nehmen und kann damit noch Milligramme unterscheiden. *Zweitens* ist bei feiner Abwägung kleiner Gewichte die Bewegung der die Waage umgebenden Luft sehr zu scheuen, die durch jede Oeffnung des Kastens verursacht wird. Diese Bewegung der Luft wird vermieden, wenn das Laufgewicht sich im verschlossenen Kasten verschieben lässt. Zu diesem Zwecke kann man, dem Waagebalken parallel, eine dünne Schnur vor und hinter dem Faden, der das Laufgewicht trägt, vorbei führen, welche über Rollen an den Seitenwänden des Gehäuses geht; an der vorderen Schnur kann man dann ein kleines Stück Draht befestigen, welches zu beiden Seiten des Fadens, der das Laufgewicht trägt, nach der hinteren Schnur hingeht, ohne an diese befestigt zu werden. Das so von allen Seiten umschlossene Laufgewicht kann durch Verschiebung der Schnur verrückt werden; die Schnur aber wird verschoben, indem die Axe der einen Rolle gedreht wird, welche so lang ist, dass sie durch die Decke des Gehäuses hindurch geht.

3. *Hängewaage mit Balken, nach dem Principe der Kompensation.*

Es ist ein übler Umstand bei den Hebelwaagen, dass zwei feste Körper, der Waagebalken und sein Stativ, sich berühren und mit dem ganzen Gewicht der Waage an einander gedrückt werden müssen und dabei doch sich ganz frei gegen einander drehen sollen, eine Forderung, der ganz zu genügen der Natur der Sache nach unmöglich ist. Diese Forderung kann also nur näherungsweise erfüllt werden, und schon dazu

wird eine kunstreiche Ausführung erfordert. Das Princip der Federwaage hat in dieser Beziehung den Vorzug vor dem Hebelprincipe, weil die Beugung einer Feder an die Stelle jener unvollkommenen Drehung gesetzt wird, und die Federwaage würde unbedingt den Vorzug verdienen, wenn man einen unveränderlich elastischen Körper hätte, dessen Beugung ein zuverlässiges Maass der an ihm hängenden Gewichte wäre. Man kann nun aber beide Principe so mit einander verbinden, dass man die Vortheile beider, ohne ihre Nachtheile, erreicht, indem man eine Waage darstellt, wo die Drehung zweier fester Körper an einander durch die Beugung einer elastischen Feder ersetzt wird, jedoch so, dass die Beugung Null ist, wenn die Waage die rechte Stellung hat, wie gross auch die Gewichte auf den Schalen seien. Der Waagebalken wird nämlich in seiner Mitte durch zwei Stahlblätter, wie die, aus welchen die Sägen gemacht werden, mit dem unbeweglichen Stative fest verbunden, indem die beiden Stahlblätter mit ihren Enden beiderseits fest eingeklemmt werden. Es könnte scheinen, als ob diese Einrichtung der Feinheit der Waage schaden müsse, weil die Elasticität jener Stahlblätter das Stativ und den Waagebalken in einer bestimmten Lage zu einander zu erhalten sucht. Dies ist aber nicht der Fall, wenn die Waage recht konstruirt wird, weil nämlich auf den Waagebalken zwei Kräfte wirken, die sich kompensieren können, nämlich die Elasticität der Stahlblätter und die eigene Schwerkraft der Waage nebst Gewichten. Die Federkraft der Stahlblätter ist nämlich eine Kraft, welche den Waagebalken bei jeder Ablenkung von der horizontalen Lage in diese Lage zurück treibt. Die Schwerkraft ist dagegen eine Kraft, welche dasselbe nur dann bewirkt, wenn der Schwerpunkt tief genug liegt, wenn er aber hoch liegt, das entgegengesetzte bewirkt. Es leuchtet daher ein, dass wenn man den Schwerpunkt bei diesen Waagen nur hoch genug legt, zwischen der Federkraft und Schwerkraft eine Kompensation müsse hergestellt werden können, wodurch der Grad der Empfindlichkeit nach Belieben abgemessen, und doch jede Kraft vermieden werden könne, welche, gleich der Reibung, unbestimmbar sei. Uebrigens versteht sich von selbst, dass, wie der Balken am Stative, so auch die Waagschale am Balken mittelst beiderseits eingeklemmter Stahlblätter aufgehängt werden könne. Der grösste Vortheil dieser Waagen besteht in der Leichtigkeit ihrer Konstruktion.

Auch die Theorie dieser Waage, oder die Gesetze ihrer Kompensation sind in der Abhandlung entwickelt worden. Es ist nämlich gezeigt worden, dass durch die Beugung jener Stahlblätter Drehungsaxen vertreten werden, deren Lage über oder unter der Klemmung aus der Elasticität des Stahlblattes und aus dem Gewichte, was es trägt, sich berechnen lässt. Wenn das Moment der elastischen Kraft des gebogenen Stahlblattes in irgend einem Punkte durch den Bruch ausgedrückt wird,

dessen Zähler die unveränderliche Grösse e und dessen Nenner der Krümmungshalbmesser des Stahlblattes in dem betrachteten Punkte ist; so ergiebt sich der Abstand der vertretenen Drehungsaxe von der Klemmung

$$=\sqrt{\frac{e}{p}},$$

wo p das vom Stahlblatte getragene Gewicht bezeichnet. Hiernach werden nun die Gesetze der gemeinen Hebelwaage auf die neue Waage anwendbar. In den Drehungsaxen der Schalen kann das Gewicht der Schalen koncentrirt gedacht werden, und die Waage ist am empfindlichsten, wenn der Schwerpunkt der ganzen Waage mit der Drehungsaxe des ganzen Balkens zusammen fällt. Nur *ein* wesentlicher Unterschied findet zwischen den Axen der neuen Waage und der Hebelwaage Statt, dass nämlich bei der ersteren die Lage der Axen gegen den Waagebalken mit der Belastung sich verändert, bei der anderen, vorausgesetzt, dass der Balken nicht gebogen wird, unverändert bleibt. Es geht daraus hervor, dass, wenn die Waage für eine Belastung möglichst empfindlich ist, sie es zu sein aufhört, wenn die Belastung verändert wird. Doch lassen sich Regeln geben, die Waage für zwei beliebige Belastungen möglichst empfindlich zu machen und zu bewirken, dass auch bei einer mittleren Belastung ihre Empfindlichkeit noch genüge. Es ergiebt sich nämlich, wenn die Waage bei der Belastung q' und q'' (auf jeder Schale inkl. das Gewicht der Schale) möglichst empfindlich sein soll, für den Vertikalabstand a der Mittel- und Endklemmen von einander folgende Gleichung:

$$a=\frac{\sqrt{e}\,(\sqrt{2q'+p}-\sqrt{2q''+p})+2\sqrt{f}\,(\sqrt{q'}-\sqrt{q''})}{2\,(q'-q'')},$$

wo p das Gewicht des Balkens, e die Elasticität der den Balken, f die Elasticität der die Schalen tragenden Stahlblätter bezeichnet. Für den Vertikalabstand b des Schwerpunktes des Balkens von den Mittelklemmen, ergiebt sich folgende Gleichung:

$$b=\frac{\sqrt{e}\,(q'\sqrt{2q''+p}-q''\sqrt{2q'+p})+2\sqrt{f}\,(q'\sqrt{q''}-q''\sqrt{q'})}{p\,(q'-q'')}.$$

Die mittlere Belastung q, bei welcher die Waage dann am unempfindlichsten ist, wird durch die Gleichung gegeben

$$2a=\sqrt{\frac{f}{q}}+\sqrt{\frac{e}{2q+p}},$$

und der Abstand des Schwerpunktes der Waage von ihrer Drehungsaxe beträgt dann

$$a+\left(a-b-\sqrt{\frac{f}{q}}\right)\frac{p}{2q+p},$$

woraus man sieht, dass man durch das dem Balken zu gebende Gewicht bewirken kann, dass selbst in diesem ungünstigsten Falle die Empfindlichkeit der Waage noch genüge.

IX.

DE
TRIBUS NOVIS LIBRARUM
CONSTRUENDARUM METHODIS.

AUCTORE

GUIL. ED. WEBER.

GOTTINGAE,

SUMPTIBUS DIETERICHIANIS.

MDCCCXLI.

[Hierzu Tafel XII.]

Libra vel uno corpore vel plurum corporum systemate constat, quod, quum ab uno vel pluribus ponderibus sollicitatur, aequilibritatem servat, eâque excidit, simulac unum illorum ponderum aliquantulum vel augetur vel minuitur; denique statu mutato ad aequilibrium redire potest. — Libra usui proposito *apta* est, si minima ponderum discrimina, quorum ratio haberi debet, eius aequilibrium *sensibiliter* mutant.

Plurimae librae vecte solido et inflexibili constant, axe rotundo vel acie, quae axis locum tenet, instructo, quo in hypomochlium laeve et durum, lapide vel chalybe confectum, innituntur. Pondera in lancibus collocantur, ab acetabulis laevibus et duris suspensis, quae axibus rotundis vel aciebus ab extremo vecte oblatis innituntur. Librarum hoc modo constructarum virtutes cognitae et perspectae sunt; nam praestantissimae librae hac ratione confectae sunt. Etiam incommoda quaedam hanc librarum constructionem sequuntur, quorum praecipuum illud habetur, quod a frictione axium pendet. Maioris autem momenti impedimentum inde nasci videtur, quod librae ad experimenta subtiliora idoneae hoc modo difficillime construuntur nec nisi summâ arte perficiuntur.

Aliae librae vase vitreo vel aeneo undique clauso constant natantque in aquâ, dum virgula superiore parte affixa ex aquâ emergit et patellam ponderibus oneratam supra aquae superficiem elatam tenet. Quum, pondere in patellâ mutato, aequalis virgulae pars aquae immersa invenitur, utrorumque ponderum aequalitas inde colligitur. Insignes sunt hae librae simplicitate et construendi facilitate, sed minus aptae ad maiora pondera inter se comparanda, neque satis certae, nisi aqua tranquilla sit et temperaturam retineat.

Aliae denique librae ita instituuntur, ut pondera inter se comparanda singula cum vi elasticâ spirae e chalybe factae comparentur. Hae librae commodissime ad maiora pondera adhibentur, sed non satis subtiles sunt, quia vis elastica etiam in chalybe non sibi constat.

Quanquam igitur optimae species librarum non desunt, tamen non tanta est earum copia et facultas, ut nihil intersit, novas libras secundum nova principia construere, certe si nova haec principia insigni commendentur simplicitate et facili negotio ad usum converti possint. Tria nova eiusmodi principia deinceps explicabo.

I. *De librâ filiformi s. catenariâ.*

Filum flexibile vel catena libram constituere potest, si extremis finibus duabus columnis vel muris immobilibus firmiter affigitur. Catena (vel filum flexibile) utroque fine affixa, in aëre suspensa, lineam catenariam efficit. Sin autem duo huius catenae puncta ponderibus sollicitantur, forma catenae ad formam trium linearum rectarum certis angulis iunctarum eo magis accedit, quo maiora pondera ad catenam applicata sunt et quo minus ipsius catenae pondus est. Vides Fig. 1 talem catenam magnis ponderibus oneratam; C' et C'' sunt fines eius fixi, A et B duo puncta a ponderibus sollicitata; partes catenae AC' et BC'' pari sunt longitudine et puncta fixa C' et C'' eodem plano horizontali continentur. Haec catena, quasi libra, librandis ponderibus inservire potest; nam altero pondere aucto, puncta illa A et B moventur, alterum elevatur, alterum deprimitur. Punctum A vel B a tribus viribus secundum lineam verticalem et secundum eas lineas rectas, quae a vicinis catenae partibus occupantur, sollicitatur et leges statices docent, quid requiratur, ut utrumque punctum in aequilibrio sit. Status huius aequilibrii alius invenitur, si utrumque pondus ad A et B applicatum aequum est, alius, si paululum differt. E statices legibus hac regula efficitur aequilibrium punctorum A et B, qua

$$ap = a'p'.$$

p et p' numeri sunt proportionales magnitudini ponderum A et B sollicitantium; a et a' numeri sunt proportionales longitudini linearum verticalium a punctis A et B usque ad lineas rectas $C''B$ et $C'A$, ultra B et A prolongatas, extensarum.

Quod attinet ad subtilitatem pensuris hâc librâ instituendis consequendam, ea calculo subicitur, et, si $b = AB$, $y = \frac{b}{2 \,.\, C'A} = \frac{b}{2 \,.\, C''B}$, et Arc Sin z angulum aequat a linea $C'A$ vel $C''B$ cum verticali inclusum, facile eruitur haec:

$$= \tfrac{1}{2}\, b \frac{z\sqrt{(1 - zz)}}{z^3 + y},$$

h. e. si pondus p punctum A sollicitans parte dp minuitur, pondus p punctum B sollicitans parte dp augetur, restituto librae aequilibrio, punctum A vel B longitudine $\frac{1}{2}\, b \frac{z\sqrt{(1 - zz)}}{z^3 + y} \cdot \frac{dp}{p}$ loco motum invenitur.

Facile ab hac formula regulae repetuntur ad construendam libram subtilitate maxima gaudentem. Quae subtilitas, si e moto $\frac{1}{2}\, b \frac{z\sqrt{(1 - zz)}}{z^3 + y} \cdot \frac{dp}{p}$ aestimatur, maxima est, si

$$\frac{bz\sqrt{(1-zz)}}{z^3+y} = \text{Maximum},$$

h. e. si

$$0 = \frac{z\sqrt{(1-zz)}}{z^3+y}\cdot db - \frac{bz\sqrt{(1-zz)}}{(z^3+y)^2}\cdot dy + \frac{y(1-2zz)-z^3(2-zz)}{(z^3-y)^2\sqrt{(1-zz)}}\cdot bdz.$$

Si data est totius catenae longitudo

$$l = b\left(1+\frac{1}{y}\right),$$

unde derivatur

$$bdy = (1+y)\,y\,.\,db,$$

hoc valore in illa aequatione substituto invenitur

$$0 = \frac{z\sqrt{(1-zz)}}{(z^3+y)^2}(z^3-yy)\,db + \frac{y\,(1-2zz)-z^3\,(2-zz)}{(z^3+y)^2\sqrt{(1-zz)}}\cdot bdz.$$

Eliciuntur ex hac aequatione duae regulae:

$$z^3 = yy$$

$$\frac{1-2zz}{2-zz} = y,$$

h. e.

$$y = 0{,}318\,055$$

$$z = 0{,}465\,945.$$

Fieri potest, ut librae subtilitas non e toto motu $\frac{1}{2}b\,\frac{z\sqrt{(1-zz)}}{z^3+y}\cdot\frac{dp}{p}$, sed ex parte eius horizontali $= \frac{1}{2}b\,\frac{z\,(1-zz)}{z^3+y}\cdot\frac{dp}{p}$ aestimanda sit. Tum inveniuntur hae duae regulae, quas in construenda libra sequaris necesse est, ut subtilitas maxima efficiatur:

$$z^3 = yy$$

$$1-3zz = 2y,$$

h. e.

$$y = 0{,}256\,078$$

$$z = 0{,}403\,257.$$

Quare, si catenam certae cuiusdam longitudinis ita suspendere et duobus ponderibus aequis onerare volueris, ut subtilissimum utriusque ponderis discrimen sensibili catenae motu, vel absoluto vel horizontali, cognoscatur, catenae longitudinem in tres partes ita divides, ut partes extremae aequae sint, pars media autem

vel 0,63 611

vel 0,51 216

partis extremae, simulque catenae fines ita collocabis et figes, ut, si fines partis mediae ponderibus aequis onerantur, parsque media horizontalis reddatur, partes extremae cum linea verticali vel angulum =

Arc Sin 0,465 945 vel angulum = Arc Sin 0,403 257 efficiant, h. e.

vel $27^0\ 46'\ 17''$

vel $23^0\ 46'\ 55''$.

Tum invenitur, subtilitatis mensuram aequare

$$\text{vel}\ \frac{l}{8{,}428}$$

$$\text{vel}\ \frac{l}{9{,}344},$$

unde elucet, subtilitatem librae longitudini catenae proportionalem esse.

Praeterea inde concluditur, si vel $\frac{1}{8428}$ vel $\frac{1}{9344}$ longitudinis totius catenae observatione discernere possis, pondus p millesimâ parte in alterâ lance auctum a pondere p eâdem parte in alterâ lance minuto sensibiliter distingui. Numeri primo loco positi valent, si observatur motus puncti A vel B absolutus, numeri secundo loco positi, si observatur motus puncti A vel B horizontalis. Subtilitas librae non mutatur, quantacunque sint pondera ad eam applicata.

Quae librae subtilitas, si sufficere non videtur, augeri potest adhibito speculo, quod catenâ motâ rotatur. Exempli causa speculum catenâ motâ rotabitur, si affigitur annulo, quem amplectitur filum tenue, cuius alter finis mediae catenae parti AB annexus est, alter puncto immobili ita adfigitur, ut utraque fili pars ab annulo verticaliter ascendat. Si puncta A et B horizontaliter moventur, speculum circa axem verticalem rotatur, eiusque rotationis minimas partes distinguere poteris, si imaginem scalae remotae speculo effectam per tubum opticum observas. Rotatio autem speculi a catenae parte AB horizontaliter motâ orta eo maior prodibit, quo minor annuli, cui speculum affigitur, est diametrus.

Figurâ 2 annulum delineatum conspicis, cui speculum cd adfixum est. Pars annuli dimidia inferior a filo tenui circumdatur, cuius alter finis a catenae parti AB mediae annexus, alter puncto fixo et immobili b applicatus est. Planum verticale, quo utraque fili pars continetur, quod speculum suspensum tenet, ad perpendiculum est eius plani, quo omnes catenae partes continentur. De tubo optico scalâque recte collocandis, quibus speculi rotationes subtiliter observentur, disserere non opus est, quum haec observationum methodus, ad observationes magneticas magnetometro institutas primum in usum vocata, alio loco satis sit explicita.

II. *De librâ filis a cylindro devolubilibus suspensâ.*

Ill. Bessel methodum propter elegantiam et simplicitatem praestantissimam indicavit, qua omne frictionis impedimentum in pendulorum

oscillationibus vitatur, taeniâ tenui a cylindro devolubili adhibitâ, axique solido et rigido pristinorum pendulorum substitutâ. Hanc methodum ipsis Besselii experimentis illustratam non solum ad pendula, sed etiam ad alia corpora sine frictione suspendenda iuvare sponte elucet. Praecipue haec methodus ad libras suspendendas utilissima est, ut frictionis impedimentum in earum oscillationibus vitetur. Quid quod huius methodi praestantia in libris suspendendis magis conspicua est, quam in pendulis suspendendis; nam in his eius usus est tantum simplex, in illis autem triplex: usus *primus* in suspendendo iugo, *secundus* et *tertius* in suspendendâ utrâque lance. Has *libras filis a cylindro devolubilibus suspensas* dicimus, easque tum potissimum commendamus, quum nonnullorum filorum sericorum tenacitas ad portanda onera sufficit, verbi causâ, quum pondera maxima inter se comparanda 50 grammata non superant. Illa enim fila intensa propter flexibilitatem maximam cylindrum etiam tenuissimum arctissime circumdant aut quemque angulum obtusum anguste amplectuntur, cuius rei vis ad efficiendam omnium librae oscillationum aequabilitatem facile intelligitur.

Tres in librâ sunt cylindri vel anguli, a quibus fila illa devolvuntur, iique non fixi et immobiles sunt, uti in pendulo illo, sed cum iugo oscillante, ad quod pertinent, moventur. Alius cylindrus medium iugum, alter et tertius extremum iugum occupat, omnes inter se paralleli sunt et ad perpendiculum iugi. Ad cylindrum medium duo minimum fila applicantur, quae iugo rotato simul vel cylindro involvuntur vel inde devolvuntur. Utrumque hoc filum ad cylindri processus utrimque a iugo prominentes applicatur, ita, ut a iugo ipso seiunctum teneatur. Fila ab extremis cylindris devolubilia simplicia esse possunt et plano verticali per medium iugum transeunte continentur. Omnia haec fila, quatenus cylindros non tangunt, ad perpendiculum sita sunt, illa sursum tendunt, haec deorsum. Si iugum rotatur, puncta suspensionis iugi lanciumque, i. e. puncta, quibus fila cum cylindris in contactum veniunt, non eadem manent, sed paululum loco moventur, eoque magis, quo maior est diametrus cylindrorum, a quibus fila devolvuntur, quae motio ut parva sit, cylindros tenuissimos adhibere necesse est. Quo minus puncta suspensionis loco moventur, eo maior est librae oscillationum a statu aequilibrii in utramque partem effectarum aequabilitas. Quum fila etiam tenuissima vi quadam elasticâ, perparvâ quidem, gaudeant, explorare attinet, qui sit effectus ab hac vi in librae oscillationes exercitus. *Primum* intelligitur, hunc effectum semper sibi constare, qualiscunque sit librae situs, quo mutato non nisi filorum pars cylindris involuta vel minuitur vel augetur. Haec autem pars, quavis longitudine, nil efficit nisi quandam cylindrorum compressionem, nec vim ullam exercet ad cylindros movendos. Reliqua filorum pars eo fine, quo fila cum cylindris

in contactum veniunt, vim quidem ad eos movendos exercent, sed perparvam et semper eandem, quia filorum partes cylindros deinceps attingentes aequabiles supponuntur. *Deinde* perspicitur, constantes illas vires, ab utroque filo extremo ad movendos cylindros extremos exercitas, sibi invicem obniti eâque de causâ iugum non movere. *Denique* sola fila media restant, quae eo loco, quo cum cylindro medio in contactum veniunt, vim *constantem* exercent, qua iugum ita movere student, ut a cylindro devolvantur, quod vitatur aucto paululum alterius lancis pondere. Quo facto omnis effectus a filorum vi elasticâ in librae oscillationes exercitus plane tollitur.

Exempli causâ libram hoc modo a me paratam describam et commoda ea, quae in ipsâ construendâ expertus sum, indicabo.

Fig. 3 formam iugi cruci similem monstrat, in qua virga longitudinalis AB a transversali CD distinguitur. Extremis his virgis anguli formantur, quas fig. 3 et 4 literis a, a', a'', a''' indicavi, circa quos fila serica, quae iugum lancesque ferunt, volvuntur. Prope hos angulos foramina perparva sunt, per quae fila transeunt, unde efficitur, ut duo fila ad iugum lancesque ferendas sufficiant; nam fili primi pars alia angulum a fig. 4, alia, duobus foraminibus et virgae AB longitudine ab illâ seiuncta, angulum a' amplectitur; itemque secundi fili pars alia angulum a'' fig. 3, alia, duobus foraminibus et virgae CD longitudine ab illâ seiuncta, angulum a''' amplectitur. Longum est describere, quomodo fila serica, per illa foramina ducta et ad angulos applicata, vel fulcro vel lancibus adfixa sint, quod ipso figurarum conspectu facilius intelligitur. — Praeterea in fig. 4 duas prominentias E et F conspicis, inter quas filum metallicum tenue extenditur, a quo pondus perparvum pendet, quod restituendo turbato librae aequilibrio inservit et loco moveri potest. Curavi, ut hoc fieri posset etiam cistâ clausâ, qua libra inclusa servatur, unde commodum a pondere mobili repetendum admodum augetur. Primum enim huius ponderis mobilis usus in librationibus ponderum minorum lancibus imponendorum compendium facit, unde librandi opera admodum minuitur. Deinde errores vitantur ex aëris motu oriundi, si cista aperitur; nam maioribus ponderibus lancibus impositis librationem in cistâ clausâ perficere licet. — Scala HK paratur ad distantiam ponderis mobilis a medio iugo accurate metiendam, eaque in speculo figitur, cuius superficies plana et verticalis filo metallico, a quo pondus mobile pendet, parallela est. In hoc speculo conspicitur imago ponderis et fili, quo fertur. Observatoris oculo ita collocato, ut hoc filum imaginem tegat, pars scalae post filum conspicua notatur indeque distantia ponderis a medio iugo cognoscitur. Restat, ut hoc pondus in cistâ clausâ pro lubitu moveatur. Quem ad finem duo orbiculi L extra cistam in parietibus figuntur filumque flexibile per parva parietum foramina transiens

orbiculum alterum cum altero coniungit. Hoc filum pondere *M* fig. 4 utroque fine tensum facile movetur. Unâ cum hoc filo autem movetur diaphragma *m*, quod filum, quo pondus mobile fertur, undique circumdat. Hac ratione consequeris, ut pondus mobile intra cistam moveatur, si moves filum *LM* extra cistam situm.

Librae hac methodo constructae *primum* commendantur, quod facillime conficiuntur, vitatis axium difficultatibus, quae in construendis aliis libris superandae sunt. Nam illi anguli, qui axibus substituuntur, facillime limâ ita aptantur, ut librae subtilitas postulat, nec opus est cochleis ad eos corrigendos. Contra axes parallelos e chalybe duro factos, superficiebus planis et politis praeditos, qui libris vulgaribus adhibentur, limâ emendare non licet, ne forma mutetur. *Deinde* nostrae librae commendationi est, quod rubigine non corripiuntur; nam totam libram etiam angulos, qui cum filis in contactum veniunt, aurichalco conficere licet, quod tardius corripitur chalybe: quid quod si rubigine corriperetur, librae nullum inde damnum nasceretur; nam si puncta, quibus fila applicata sunt, non perperam collocantur, librae conditio omnino non mutatur; sin autem illa ipsa puncta, quibus fila applicata sunt, rubigine mutantur, librae subtilitas quidem paulisper vel minui vel augeri potest; tamen nullum inde nascitur impedimentum librae oscillationibus. Propter hanc virtutem hae librae usui chemico conveniunt, quod chemici acidorum proximitatem in librationibus vix vitare possunt.

III. *De librâ compensatoriâ laminis elasticis suspensâ.*

Denique tertiam novam librarum construendarum methodum explicabo. Maximum librarum vulgarium incommodum in eo versatur, quod postulatur, ut duo corpora solida (iugum et fulcrum), magno pondere compressa, ita comparata sint, ut alterum alterius motum rotatorium omnino non impediat, quod postulatum ad amussim explere rerum natura prohibet. Ita fit, ut, quum illud postulatum prorsus expleri nequeat, summa ars adhibeatur, ut quam proxime expleatur. Librae elasticae, ex elatere factae, hac ratione vulgaribus praestant; nam in iis nulla corporum solidorum, magnâ vi compressorum, rotatio postulatur, sed tantum quaedam elateris flexio, legi elasticae consentanea, quare si chalybis elasticitas perfecta esset nec mutaretur, hae librae virtute longe superarent vulgares libras. Quae perfecta et constans elasticitas quum neque chalybi neque ulli alii corpori propria sit, utriusque librae principium quodammodo spem nostram fallit. Utrumque autem principium, tum illud, quo libra vulgaris, tum hoc, quo libra elastica, ex elatere facta, nititur (quorum illud rotationis hoc flexionis appellari potest), ita iungere licet, ut, vitatis utriusque principii incommodis,

utriusque commoda simul assequaris, rotatione librae ope flexionis virgae elasticae conciliatâ, ita tamen, ut haec flexio nulla sit, si libra aequilibrium horizontale tenet, quantacunque sint pondera lancibus imposita. Medio librae iugo lamina elastica tenuis infigitur. Lamina a librae iugo sursum tendit eiusque finis superior fulcro infigitur, quo libra fertur.

Non temere credideris, eâdem laminâ elasticâ et in iugum et in fulcrum infixâ, libram impeditum iri, quo minus libere rotetur, omnique subtilitate carituram esse. Etsi non temere hoc crederes, tamen ea obiectio accuratius perpensa vim perdit. Concedo quidem, vim elasticam laminae illius fulcro iugoque infixae huius rotationi obniti, sed nego, hoc inde sequi, ut librae subtilitas minuatur. Nam iugum non a solâ vi elasticâ sollicitatur, sed etiam a vi gravitatis iugi lanciumque, unde fit, ut, si libra iuste construatur, impedimentum ab illâ vi natum per hanc tollatur. Libram ita constructam *compensatoriam* dico, legesque huius compensationis explicabo.

Primum notandum est, vim illam elasticam iugum sollicitantem nullam esse, si iugum horizontaliter et lamina elastica recta perpendiculariter collocata sint, nam lamina, nisi curvetur, vim non exercet. *Deinde* patet, vim laminae elasticam iugum sollicitantem laminae flexioni sive librae deviationi proportionalem esse, iugumque versus lineam horizontalem repellere. *Denique* e statices legibus constat, libram vi gravitatis similiter sollicitari, si centrum gravitatis librae infra axem rotationis collocetur; sin autem supra eum situm sit, iugum non repelli, sed propelli, eo magis, quo magis deviatum sit. Tunc igitur gravitatis vis repugnat elasticae, et fieri potest, ut illa vis hanc plane tollat, libraeque rotatio libera sit ab omni impedimento.

Theoria compensationis hoc modo consequendae doctrinâ flexionum virgarum s. laminarum elasticarum a viribus externis sollicitatarum nititur, de qua videatur Poisson, *Traité de Mécanique.*

Fig. 5. K est finis laminae elasticae medio iugo infixus et origo coordinatarum. KX est perpendiculum in lineam rectam horizontalem KC et axis abscissarum; KY seu prolongata linea recta horizontalis KC est axis ordinatarum; x, y coordinatae puncti cuiuslibet m laminae elasticae dicuntur; c dicitur longitudo lineae rectae horizontalis KC, cuius finis C cum centro gravitatis librae eâdem lineâ verticali continetur; P est pondus librae, cuius momentum, ad laminae punctum m relatum, aequat

$$(y - c)\,P.$$

E statices legibus laminae aequilibrium efficitur regulâ, qua hoc momentum aequat momentum elasticum ad punctum m pertinens i. e. quotientem coëfficientis constantis e divisi per radium curvaturae r ad punctum m pertinentem, unde

$$\frac{e}{r} = (y - c)\, P.$$

Praeterea de radio curvaturae r scimus, si omnia differentialia dx aequalia sunt,

$$r = \pm \frac{\left(1 + \frac{dy^2}{dx^2}\right)^{\frac{3}{2}}}{\frac{d^2y}{dx^2}},$$

in qua formulâ signum vel positivum vel negativum ita deligendum est, ut valor radii semper positivus evadat, h. e. signum positivum, si numerus $\frac{d^2y}{dx^2}$ positivus, signum negativum, si hic numerus negativus est. Quia laminae nostrae superficies concava ab abscissae parte conspicitur, numerus $\frac{d^2y}{dx^2}$ negativus est, radius igitur curvaturae

$$r = -\frac{\left(1 + \frac{dy^2}{dx^2}\right)^{\frac{3}{2}}}{\frac{d^2y}{dx^2}}.$$

Quo valore in aequatione superiore substituto, habetur

$$-\frac{e\,dx\,d^2y}{(dx^2 + dy^2)^{\frac{3}{2}}} = (y - c)\, P.$$

Posito $z = y - c$ et $u = \frac{dz}{dx} = \frac{dy}{dx}$, sequitur

$$-\frac{e u\, du}{(uu + 1)^{\frac{3}{2}}} = Pz\,dz,$$

unde, integratione effectâ, concluditur

$$\frac{2e}{\sqrt{uu + 1}} = Pzz + f.$$

f numerum constantem post effectam integrationem addendum significat. Facile ab hac aequatione valor ipsius $u = \frac{dy}{dx}$ repetitur hic:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\pm\sqrt{4ee - ff - 2fP\,(y - c)^2 - PP\,(y - c)^4}}{P\,(y - c)^2 + f}.$$

Ad definiendum valorem constantem f observatur, laminae longitudinem s. distantiam iugi et fulcri pro lubitu posse prolongari, quam, si infinitam ponimus, $y = c$ et $\frac{dy}{dx} = 0$, si $x = \infty$, invenitur. Nam si longitudo laminae infinita est et a laminae pondere abstrahitur, centrum gravitatis librae et punctum laminae fulcro infixum eâdem lineâ verticali continen-

tur. Quare valor ordinatae y, si $x = \infty$, aequat valorem c ordinatae centri gravitatis librae, et $\frac{dy}{dx} = 0$. Quibus valoribus substitutis, numerus constans f definitur hac aequatione:

$$\frac{\sqrt{4ee - ff}}{f} = 0,$$

h. e.

$$ff = 4ee.$$

Valore constante f ita definito, aequatio ad punctum K relata hanc obtinet formam:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\pm \sqrt{\mp 4ePcc - PPc^4}}{Pcc \pm 2e}.$$

Quum autem Pcc pro lubitu minui possit, scribere licet

$$\frac{dy}{dx} = \mp c\sqrt{\frac{P}{e}}.$$

Ex rei naturâ intelligitur, $\frac{dy}{dx}$ numerum positivum esse, quia abscissâ x auctâ etiam ordinata y augetur, quare signum inferius seu positivum deligendum et ponendum est

$$\frac{dy}{dx} = c\sqrt{\frac{P}{e}}.$$

Axem seu punctum rotationis illud appellamus, quod iugo rotato loco non movetur, h. e. illud punctum, quod duabus lineis laminae fines tangentibus continetur. Coordinatarum huius puncti hi sunt valores:

$$x = \sqrt{\frac{e}{P}} \text{ et } y = c.$$

Si idem calculus ad laminas extremas, quae lances ferunt, adhibetur, et coëfficiens constans elasticitatis harum laminarum litera ε indicatur, axes rotationis lancium inveniuntur, in quibus pondera lancium concentrata cogitantur. Si origo coordinatarum v, w axis rotationis cuiusque lancis cum fine laminae, qua fertur, iugo infixo coincidit, valores v, w et $\frac{dw}{dv}$ inveniuntur substituendo numeros ε, q et d in locum numerorum e, P et c in valoribus x, y et $\frac{dy}{dx}$, unde habentur valores coordinatarum axis rotationis lancis:

$$v = \sqrt{\frac{\varepsilon}{q}},\ w = d,$$

et valor $\frac{dw}{dv}$ ad coordinatarum originem relatus,

$$\frac{dw}{dv} = d\sqrt{\frac{q}{\varepsilon}}.$$

Si aequantur valores $\frac{dy}{dx}$ et $\frac{dw}{dv}$, ad originem coordinatarum relati, quia uterque ab angulo rotationis iugi pendet, i. e. si

$$d\sqrt{\frac{q}{\varepsilon}} = c\sqrt{\frac{P}{e}},$$

inde valores coordinatarum v, w prodeunt hi:

$$v = \sqrt{\frac{\varepsilon}{q}}, \quad w = c\sqrt{\frac{\varepsilon}{q}}\sqrt{\frac{P}{e}},$$

ubi q pondus lancis indicat.

Postquam horum rotationis axium locos invenimus, regulam librarum vulgarium etiam ad libras compensatorias transferre possumus hanc:

> maxima librae est subtilitas, si centrum gravitatis totius librae cum axe rotationis totius librae coincidit.

Centrum gravitatis totius librae facile definitur, si pondera lancium in earum axibus rotationis concentrata cogitantur.

a est distantia puncti, quo lamina, quae iugum suspensum tenet, iugo infigitur, a linea recta L, puncta transeunte, in quibus laminae lancium ad iugum applicantur.

b est distantia centri gravitatis iugi ab eadem linea L. Valor a vel b est positivus, si linea L infra punctum, cuius distantia definitur, sita est.

p iugi est pondus.

P, q, e, ε numeri sunt supra definiti.

Primum inde sequitur aequato

$$P = p + 2q.$$

Deinde distantia centri gravitatis totius librae, i. e. iugi lanciumque (quarum pondera in earum axibus rotationis concentrata cogitantur), a linea L inde colligitur haec:

$$\frac{bp - 2q\sqrt{\frac{\varepsilon}{q}}}{2q + p}.$$

Denique distantia axis rotationis totius librae a linea L aequat

$$a + \sqrt{\frac{e}{2q + p}}.$$

Maxima librae est subtilitas, secundum legem supra propositam, si centrum gravitatis totius librae cum axe rotationis coincidit, h. e. si differentia distantiarum

$$a + \sqrt{\frac{e}{2q + p}} - \frac{bp - 2q\sqrt{\frac{\varepsilon}{q}}}{2q + p}$$

evanescit, sive

$$a+\sqrt{\frac{\varepsilon}{q}}+\sqrt{\frac{e}{2q+p}}=\frac{p}{2q+p}\left(b+\sqrt{\frac{\varepsilon}{q}}\right). \tag{1}$$

Si distantiae a et b iuste definiuntur, summam hanc subtilitatem assequi poteris, valore duplici ponderi q substituto,

vel $q=q'$
vel $q=q''$.

Tum enim duabus aequationibus satisfieri debet, quibus distantiae a et b definiuntur, his:

$$a+\sqrt{\frac{\varepsilon}{q'}}+\sqrt{\frac{e}{2q'+p}}=\frac{p}{2q'+p}\left(b+\sqrt{\frac{\varepsilon}{q'}}\right) \tag{2}$$

$$a+\sqrt{\frac{\varepsilon}{q''}}+\sqrt{\frac{e}{2q''+p}}=\frac{p}{2q''+p}\left(b+\sqrt{\frac{\varepsilon}{q''}}\right), \tag{3}$$

unde valores a et b prodeunt hi:

$$-a=\frac{\sqrt{e}(\sqrt{2q'+p}-\sqrt{2q''+p})+2\sqrt{\varepsilon}(\sqrt{q'}-\sqrt{q''})}{2(q'-q'')}, \tag{4}$$

$$b=\frac{\sqrt{e}\left((2q'+p)\sqrt{2q''+p}-(2q''+p)\sqrt{2q'+p}\right)+2\sqrt{\varepsilon}\left((2q'+p)\sqrt{q''}-(2q''+p)\sqrt{q'}\right)}{2p(q'-q'')} \tag{5}$$

Numeris a et b ita definitis, ut libra compensata sit summâque subtilitate gaudeat pro duplici ponderum valore $q=q'$ et $q=q''$, si ponderi q tertius valor minor quam q'', maior quam q' datur, demonstrari potest,

librae aequilibrium stabile esse, sive centrum gravitatis infra rotationis axem situm, quo efficitur, ut libra, a linea horizontali deflexa, rursum repellatur.

Nam valore ponderis tertio illo, quem simpliciter literâ q indicamus, substituto, distantiarum differentia

$$a+\sqrt{\frac{\varepsilon}{q}}+\sqrt{\frac{e}{2q+p}}-\frac{p}{2q+p}\left(b+\sqrt{\frac{\varepsilon}{q}}\right)$$

non evanescit. Quare scribatur

$$a+\sqrt{\frac{\varepsilon}{q}}+\sqrt{\frac{e}{2q+p}}-\frac{p}{2q+p}\left(b+\sqrt{\frac{\varepsilon}{q}}\right)=\frac{z}{(2q+p)\sqrt{q}}, \tag{6}$$

ubi $z=0$, si $q=q'$ vel $q=q''$. Formula $\frac{z}{(2q+p)\sqrt{q}}$ aequat distantiam axis rotationis a centro gravitatis, hocque infra illum situm est, si valor z est positivus. Qua aequatione differentiata habebis:

$$\frac{dz}{dq}=\tfrac{1}{2}a(2q+p)\sqrt{\frac{1}{q}}+2a\sqrt{q}+\sqrt{\frac{eq}{2q+p}}+\frac{1}{2}\sqrt{\frac{e(2q+p)}{q}}+2\sqrt{\varepsilon}-\tfrac{1}{2}bp\sqrt{\frac{1}{q}}.$$

Si valor q' pro q substituitur et aequatio subtrahitur haec:

$$0 = \tfrac{1}{2}a(2q'+p)\sqrt{\frac{1}{q}} + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{e(2q'+p)}{q'}} + \sqrt{\varepsilon} - \tfrac{1}{2}bp\sqrt{\frac{1}{q'}},$$

quae est aequatio (2) multiplicata per $\tfrac{1}{2}(2q'+p)\sqrt{\frac{1}{q'}}$, invenitur pro $q=q'$

$$\frac{dz}{dq} = \left(2a + \sqrt{\frac{e}{2q'+p}} + \sqrt{\frac{\varepsilon}{q'}}\right)\sqrt{q'}. \tag{7}$$

Similiter pro $q = q''$ invenitur:

$$\frac{dz}{dq} = \left(2a + \sqrt{\frac{e}{2q''+p}} + \sqrt{\frac{\varepsilon}{q''}}\right)\sqrt{q''}. \tag{8}$$

Probandum est, si $q' < q''$, illum valorem $\frac{dz}{dq}$ positivum esse, hunc negativum; tum enim sequitur, valorem z, qui est $= 0$ pro $q = q'$, aucto valore q, primum etiam augeri, deinde autem maximum fieri, denique minui et rursum evanescere pro $q = q''$, h. e., valorem z positivum esse pro omnibus valoribus q maioribus valore q', minoribus valore q''. Hoc sequitur, nisi duo certe valores q dantur maiores quam q', minores quam q'', quibus substitutis, valor z evanescat.

Primum autem facile probatur, nullum esse valorem maiorem quam q', minorem quam q'', quo substituto, z evanescat, h. e.

$$a + \sqrt{\frac{\varepsilon}{q}} + \sqrt{\frac{e}{2q+p}} - \frac{p}{2q+p}\left(b + \sqrt{\frac{\varepsilon}{q}}\right) = 0.$$

Inde enim, si respicis aequationes,

$$a + \sqrt{\frac{\varepsilon}{q'}} + \sqrt{\frac{e}{2q'+p}} - \frac{p}{2q'+p}\left(b + \sqrt{\frac{\varepsilon}{q'}}\right) = 0$$

$$a + \sqrt{\frac{\varepsilon}{q''}} + \sqrt{\frac{e}{2q''+p}} - \frac{p}{2q''+p}\left(b + \sqrt{\frac{\varepsilon}{q''}}\right) = 0$$

et scribis $2q' = mmp$, $2q'' = nnp$, $2q = xxp$, facile aequatio derivatur haec:

$$\frac{(n-x)(x-m)}{m+n}\cdot\sqrt{\frac{2\varepsilon}{p}} + \frac{(\sqrt{nn+1}-\sqrt{xx+1})(\sqrt{xx+1}-\sqrt{mm+1})}{\sqrt{mm+1}+\sqrt{nn+1}}\cdot\sqrt{\frac{e}{p}} = 0.$$

Utrumque huius aequationis membrum positivum est, quod inde cognoscitur, quod $n > x$ et $x > m$, quia $q'' > q$ et $q > q'$ positum est. Unumquodque igitur membrum evanescere debet, h. e.

$$(x-m)(x-n) = 0$$
$$(x'-m')(x'-n') = 0,$$

ubi brevitatis gratia $xx+1=x'x'$, $mm+1=m'm'$, $nn+1=n'n'$ scripsimus. Inde facile concluditur, non nisi duos valores x dari, $x=m$ et $x=n$, qui valoribus $q=q'$ et $q=q''$ respondent, nullumque alium valorem esse, maiorem quam q', minorem quam q'', quo pro q substituto, z evanescat, h. e.

$$a+\sqrt{\frac{\varepsilon}{q}}+\sqrt{\frac{e}{2q+p}}-\frac{p}{2q+p}\left(b+\sqrt{\frac{\varepsilon}{q}}\right)=0,$$

quod erat probandum.

Deinde, valorem $\frac{dz}{dq}$ ex aequatione (7) positivum, ex aequatione (8) negativum esse, hoc modo probatur. Si aequatio (2) per $2q'+p$, aequatio (3) per $2q''+p$ multiplicatur, habes:

$$a(2q'+p)+\sqrt{e(2q'+p)}+2\sqrt{\varepsilon q'}-bp=0$$
$$a(2q''+p)+\sqrt{e(2q''+p)}+2\sqrt{\varepsilon q''}-bp=0,$$

unde colligitur

$$-2a=\sqrt{e}\cdot\frac{\sqrt{2q''+p}-\sqrt{2q'+p}}{q''-q}+\sqrt{\varepsilon}\cdot\frac{2\sqrt{q''}-2\sqrt{q'}}{q''-q'}$$

sive

$$-2a=\sqrt{e}\cdot\frac{2}{\sqrt{2q''+p}+\sqrt{2q'+p}}+\sqrt{\varepsilon}\cdot\frac{2}{\sqrt{q''}+\sqrt{q'}}. \quad (9)$$

Quum valor q'' superet valorem q', ideoque etiam valor $\sqrt{q''}$ valorem $\sqrt{q'}$ et valor $\sqrt{2q''+p}$ valorem $\sqrt{2q'+p}$, sequitur, valorem medium $\frac{1}{2}(\sqrt{q''}+\sqrt{q'})$ superare valorem $\sqrt{q'}$ et superari a valore $\sqrt{q''}$, itemque valorem medium $\frac{1}{2}(\sqrt{2q''+p}+\sqrt{2q'+p})$ superare valorem $\sqrt{2q'+p}$ et superari a valore $\sqrt{2q''+p}$. Unde sequitur, si scribis

$$\frac{1}{\frac{1}{2}(\sqrt{q''}+\sqrt{q'})}=\frac{1}{\sqrt{q'}}-\alpha=\frac{1}{\sqrt{q''}}+\beta$$

$$\frac{1}{\frac{1}{2}(\sqrt{2q''+p}+\sqrt{2q'+p})}=\frac{1}{\sqrt{2q'+p}}-\gamma=\frac{1}{\sqrt{2q''+p}}+\delta,$$

valores α, β, γ, δ positivos esse. Quibus valoribus in aequationibus (7) (8) et (9) substitutis, concluditur pro $q=q'$

$$\frac{dz}{dq}=\left(2a+\sqrt{\frac{e}{2q'+p}}+\sqrt{\frac{\varepsilon}{q'}}\right)\sqrt{q'}=\alpha\sqrt{\varepsilon q'}+\gamma\sqrt{eq'},$$

pro $q=q''$

$$\frac{dz}{dq}=\left(2a+\sqrt{\frac{e}{2q''+p}}+\sqrt{\frac{\varepsilon}{q''}}\right)\sqrt{q''}=-(\beta\sqrt{\varepsilon q''}+\delta\sqrt{eq''}).$$

Valor $\frac{dz}{dq}$ igitur, quia $\sqrt{\varepsilon}, \sqrt{e}$, q' et q'' positivi sunt, positivus pro $q = q'$, negativus pro $q = q''$ invenitur, quod erat demonstrandum. Hinc valor z positivus habetur pro omnibus valoribus q maioribus valore q', minoribus valore q''. Tum centrum gravitatis infra rotationis axem situm libraeque aequilibrium stabile esse iam supra vidimus.

Numeris a et b ita definitis, ut libra pro duplici ponderum valore $q = q'$ et $q = q''$ compensata sit summâque subtilitate gaudeat, facile tertius valor q invenitur, qui librae subtilitatem minimam, seu distantiam gravitatis centri a rotationis axe maximam reddit. Demonstrabitur,

subtilitatem librae minimam esse, seu centrum gravitatis a rotationis axe maxime distare, si valor q ita accipitur, ut

$$\frac{2q - p}{\sqrt{q}} \cdot \sqrt{\varepsilon} + \sqrt{2q + p} \cdot \sqrt{e} = 2bp.$$

Distantia centri gravitatis ab axe rotationis tum aequat

$$a + \frac{1}{2}\left(\sqrt{\frac{\varepsilon}{q}} + \sqrt{\frac{e}{2q + p}}\right).$$

Nam subtilitas librae minima est, seu centrum gravitatis a rotationis axe maxime distat, si aequatio (6)

$$\frac{z}{(2q+p)\sqrt{q}} = a + \sqrt{\frac{\varepsilon}{q}} + \sqrt{\frac{e}{2q+p}} - \frac{p}{2q+p}\left(b + \sqrt{\frac{\varepsilon}{q}}\right) = \text{Maximum},$$

unde elicitur

$$\frac{p}{2q+p}\left(b + \sqrt{\frac{\varepsilon}{q}}\right) = \frac{1}{2}\left(\sqrt{\frac{\varepsilon}{q}} + \sqrt{\frac{e}{2q+p}}\right), \qquad (10)$$

quae aequatio, per $2\,(2q + p)$ multiplicata, in hanc commutatur

$$2bp = \frac{2q-p}{\sqrt{q}} \cdot \sqrt{\varepsilon} + \sqrt{2q+p} \cdot \sqrt{e}, \qquad (11)$$

quae erat demonstranda.

Restat, distantiam definiri, quae est inter centrum gravitatis et rotationis axem, si librae subtilitas minima est. Haec distantia invenitur, si in aequatione (6) valori $\frac{p}{2q+p}\left(b + \sqrt{\frac{\varepsilon}{q}}\right)$ substituitur valor $\frac{1}{2}\left(\sqrt{\frac{\varepsilon}{q}} + \sqrt{\frac{e}{2q+p}}\right)$, secundum aequationem (10), quo facto, illa distantia centri gravitatis ab axe rotationis prodit haec:

$$\frac{z}{(2q+p)\sqrt{q}} = a + \frac{1}{2}\left(\sqrt{\frac{\varepsilon}{q}} + \sqrt{\frac{e}{2q+p}}\right),$$

quod erat demonstrandum.

Exempli causa dantur valores

$$e = 1\,000\,000$$
$$\varepsilon = 490\,000$$
$$q' = 2\,500$$
$$q'' = 62\,500$$
$$p = 35\,000.$$

Millimetrum longitudinis mensura, gramma ponderis mensura supponitur. Quibus valoribus in aequatione (4) et (5) substitutis, habetur

$$a = -4 \text{ mm}$$
$$b = +3\tfrac{1}{7} \text{ mm},$$

h. e. si iugum pondere 35 000 grammatum suspensum fertur ab elatere recto verticali, qui momento, ab uno grammate uniusque millimetri vecte effecto, ita curvatur, ut radius curvaturae 1 000 000 millimetra aequet, sique lances ab elateribus suspensae feruntur, qui eodem momento ita curvantur, ut radius curvaturae 490 000 millimetra aequet, — libra compensatoria redditur pro cuiusque lancis pondere 2500 grammatum vel 62 500 grammatum, si *primum* elateres, quibus lances feruntur, iugo infixi sunt duobus punctis lineae horizontalis, quae $3\frac{1}{7}$ millimetra infra iugi centrum gravitatis sita est; *deinde*, si elater, quo iugum fertur, iugi puncto infixum est, quod 4 millimetra infra illam lineam horizontalem, seu $7\frac{1}{7}$ millimetra infra iugi centrum gravitatis, situm est. Tum haec libra ita comparata est, ut subtilitas maxima sit, adhibitis lancium ponderibus vel = 2500 g vel = 62 500 g, minima, adhibito lancium pondere = 14 613 g. Nam $q = 14\,613$ aequationi (11) satisfacit, quia probatur

$$2 \cdot 3\tfrac{1}{7} \cdot 35\,000 = \frac{2 \cdot 14613 - 35\,000}{\sqrt{14613}} \cdot \sqrt{490\,000} + \sqrt{2 \cdot 14613 + 35000}\;\sqrt{1\,000\,000}.$$

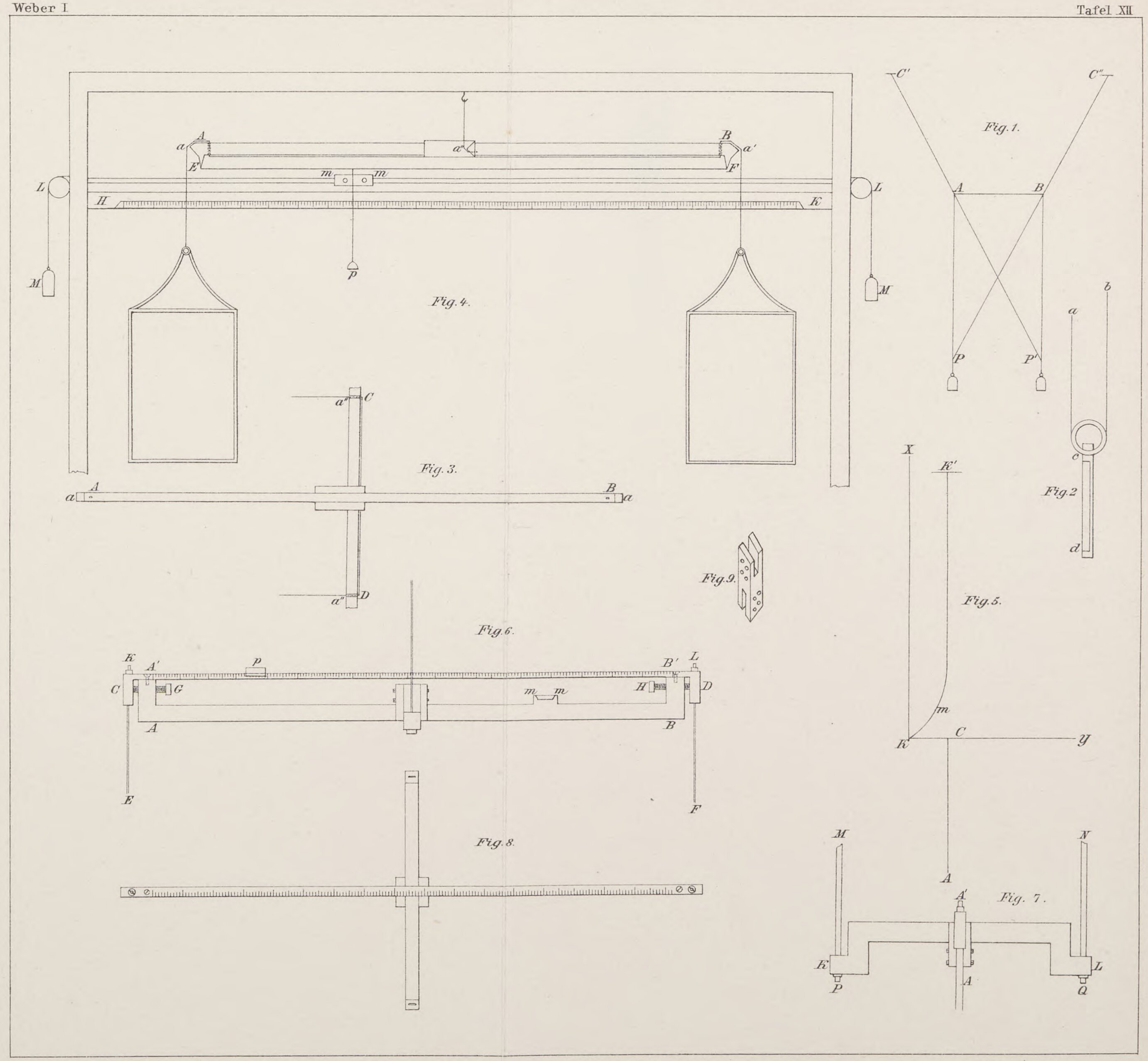
Huic autem subtilitati minimae respondet distantia gravitatis centri a rotationis axe haec:

$$a + \frac{1}{2}\left(\sqrt{\frac{\varepsilon}{q}} + \sqrt{\frac{e}{2q+p}}\right) = -4 + \frac{1}{2}\left(\sqrt{\frac{490\,000}{14\,613}} + \sqrt{\frac{1\,000\,000}{2 \cdot 14613 + 35\,000}}\right)$$

Quo facilius de hac minima librae subtilitate iudicari possit, angulum definiam, quo iugum rotatur, pondere uno grammate in altera lance aucto, in altera minuto. Posita iugi longitudine 1200 millimetrorum, ille angulus aequat

$$\frac{1200}{2\,.\,14\,613\,.\,1{,}8062} \cdot \frac{180^0}{\pi} = 1^0\,18'\,9''.$$

Si speculum librae iugo adfigitur et imago scalae remotae hoc speculo effecta per tubum opticum observatur, angulum ita definiri posse, ut non nisi minuti primi pars incerta sit, aliunde satis constat. Inde elucet librae subtilitatem vel minimam ita esse comparatam, ut ponderum differentia cognoscatur, quae minor sit $\dfrac{2}{78{,}15 \cdot 14\,613} = \dfrac{1}{571\,003}$ cuiusque ponderis parte.


Fig. 1.
Fig. 2
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8.
Fig. 9.

Finem huius commentationis faciat descriptio librae compensatoriae fig. 6, 7, 8, 9 delineatae. Iugum librae pluribus constat partibus, quae instar crucis fig. 8 componuntur et furcâ bisectâ, cuius forma e fig. 9 cognoscitur, continentur. Longitudine suâ iugum duabus virgis parallelis compositum est, inferiore et crassiore AB fig. 6, superiore et tenuiore $A'B'$ ibidem. Utraque virga duabus cochleis iuxta A' et B' conspicuis iungitur, quibus cochleis paululum remissis, virga superior $A'B'$ paululum vel ad hanc vel ad illam partem moveri potest, quod fit ad aequanda librae brachia. Utrique fini A' et B' virgae $A'B'$ compressorium C et D adfixum est, quo elateres E et F infixi tenentur, qui lances ferunt. Remissis cochleis A' et B', si movetur virga $A'B'$, simul etiam C et D moventur, isque motus ope cochlearum G et H lenissime effici potest. Aliae cochleae K et L adhibentur, si elaterem cum compressorio, cui infixus est, paululum vel elevare vel deprimere volueris, quo librae subtilitas augeatur. Virga superior $A'B'$ in centum vel mille partes aequales divisa est, et certum pondus mobile p, in hac virga collocatum, ad singulam quamque divisionis partem admoveri potest, ita, ut, ponderis situ sensim mutato, mille momenta aeque diversa effici possint. Denique ad virgam inferiorem AB libellula m adfigitur, quae subtilitate in probando librae situ horizontali alios indices longe superat. In locum huius libellulae etiam speculum planum ad perpendiculum plani, quo libra movetur, substitui potest, quod iugo adfixum cum eo rotatur et imaginem scalae remotae offert. Hanc praestantissimam observandi methodum, illustri Gauss debitam, supra laudavimus, eamque, si loci angustiae illam scalae remotae imaginem observare non vetant, maxime commendamus. Praecipuum est huius methodi, ut libratio fieri possit librae situ horizontali non omnino restituto, quo efficitur, ut librationis causa magna pondera in lancibus collocare sufficiat, nec opus sit minoribus. Nam si pondus mobile acumine munitur, quod in singula scalae puncta, iugi superficiei impressa, immitti potest, facile efficitur, ut differentia, e pondere mobili vel in primum vel in ultimum scalae punctum immisso nata, in centum partes aequales dividi possit, si iugi scala 101 puncta aeque distantia continet. Sin quodque binorum punctorum intervallum centum imaginis partibus a speculo oblatae respondet, decem millia partium ponderis mobilis distinguere licet, nec opus est librationis causâ alia nisi magna pondera in lancibus collocare, uno pondere mobili omnibus ponderibus minoribus in lancibus collocandis substituto. — Axem rotationis librae transversalem fig. 7 delineatum conspicis. In locum elateris medii duo elateres M et N substituti sunt, symmetrice ad utrumque iugi AA' latus collocati. P et Q cochleas indicant, quibus horum elaterum fines iugo infixi paululum vel elevari vel deprimi possunt.

X.

Ueber Barometer- und Thermometerskalen.

Von

Wilhelm Weber.

(Vorgetragen bei der Versammlung der deutschen Naturforscher in Jena.)

[Poggendorff's Annalen, XXXX, p. 27—39, 1837.]

Instrumente, mit denen man für jeden beliebigen Augenblick ein bestimmtes Resultat erhalten zu können wünscht, wie es der Fall ist mit denjenigen Instrumenten, welche zur Beobachtung des Zustandes der atmosphärischen Luft bestimmt sind, entsprechen der Bequemlichkeit des Beobachters und ihrem Zwecke am besten, wenn sie so eingerichtet sind, dass es nicht nöthig ist, um ein Resultat zu gewinnen, einen zeitraubenden Versuch anzustellen oder irgend etwas an dem Instrumente jeder einzelnen Beobachtung wegen verrücken oder einstellen zu müssen, sondern so, dass das Resultat durch blosse *Ansicht* des Instrumentes gewonnen werden kann. Diesen Vorzug besitzt das Thermometer, weil die Grade immer so gross, die Unterabtheilungen der Skale so klein gemacht werden können, dass es bei der Beobachtung ausreicht, nach der blossen Ansicht die Zehntel der kleinsten Unterabtheilungen zu schätzen. Derselbe Vorzug zeichnet auch das August'sche Psychrometer vor dem Daniell'schen Hygrometer aus. Auch das Barometer theilt diesen Vorzug, wenn man sich auf eine mässige Genauigkeit der Beobachtungen beschränken darf und in der Schätzung der Unterabtheilungen geübt ist. Es ist aber bekannt, dass man in der Regel mit dieser Genauigkeit sich nicht begnügen mag, und dass man, um der grösseren Feinheit und Sicherheit in den kleineren Unterabtheilungen willen, einen Vernier an der Barometerskale anbringt, den man verrücken und verschieben muss, bis er die für die Beobachtung richtige Stellung erhalten hat. Während dieser Schiebung des Verniers kann man nicht genau beobachten, wegen der dadurch verursachten Erschütterung des Instrumentes, wenigstens dann nicht, wenn die Röhre

weit ist, worin sich das Quecksilber leicht bewegt, und wenn das Instrument nicht sehr fest aufgestellt ist. Man muss daher wiederholte Versuche machen, bis man die rechte Stellung des Verniers trifft.

Es giebt aber ein einfaches Mittel, dem Barometer denselben Vorzug zu verschaffen, den das Thermometer und Psychrometer besitzt. Man wählt nämlich einen Streifen von dickem Spiegelglase zur Barometerskale und foliirt diesen auf der einen Seite seiner ganzen Länge und halben Breite nach, so, dass er in zwei lange schmale Streifen zerfällt, von denen der eine einen Spiegel bildet, der andere durchsichtig ist. Auf der anderen Seite, der Grenze des Spiegels und des durchsichtigen Glases gegenüber, wird mit dem Diamanten auf der Glasoberfläche die Skale aufgetragen, so, dass alle Theilstriche zur Hälfte auf der durchsichtigen, zur Hälfte auf der undurchsichtigen Seite liegen. Man stellt nun das Auge so vor diese Skale, dass, während man durch den durchsichtigen Streifen die Quecksilberkuppe des Barometers erblickt, dicht daneben im Spiegel das Bild des Auges erscheint. Alsdann hat das Auge die richtige Stellung, so, dass es perpendikulär gegen die Skale bleibt, und, weil letztere vertikal steht, in gleichem Niveau mit der Quecksilberkuppe ist. Im Allgemeinen wird man alsdann die Quecksilberkuppe zwischen zwei Theilstrichen der Skale erblicken, und es kommt nur darauf an, den Bruchtheil zu bestimmen, um welchen die Quecksilberkuppe über dem einen oder unter dem anderen Theilstriche steht. Zu diesem Zwecke beobachtet man ausser den Skalentheilen auf der *näheren* Glasoberfläche das *entferntere* Bild, was von ihnen hinter dem Spiegel erscheint. Die Theile der wirklichen und der gespiegelten Skale, mit einander verglichen, gewähren dem Auge denselben Anblick, wie die Theile eines Maassstabes, verglichen mit den Theilen seines Verniers. Weil nämlich die Theile der gespiegelten Skale an sich zwar eben so gross sind, wie die Theile der wirklichen Skale, vom Auge aber entfernter liegen, so erscheinen sie dem Auge kleiner, und es ist leicht, das Auge den Skalen so weit entweder zu nähern oder von ihnen zu entfernen, dass z. B. 21 Theile der Skale 22 Theile des Bildes immer decken, wie hoch oder niedrig auch das Auge sich befinden mag, woraus dann hervorgeht, dass das Auge immer in gleicher Entfernung von der Skale geblieben sei, nämlich 21 Mal weiter als das Bild von der Skale. In Fig. 1, S. 519, wo MM die Skale, NN ihr Bild darstellt, decken, von O aus gesehen, $24 - 3 = 21$ Skalentheile $24 - 2 = 22$ Theile des Skalenbildes; von O' aus gesehen, $35 - 14 = 21$ Skalentheile $35 - 13 = 22$ Theile des Skalenbildes, woraus sich ergiebt, dass O und O' gleich weit von der Skale entfernt sind, nämlich 21 Mal weiter als das Skalenbild von der Skale, vorausgesetzt, dass das Spiegelglas durchaus gleich dick ist.

Ausser diesem *ersten* Vortheile, den die Beobachtung des Skalenbildes gewährt, dass man das Auge immer in gleicher Entfernung von der Skale halten kann, gewährt sie noch den *zweiten* Vortheil, dass man die Höhe des Auges und jede vertikale Verrückung desselben messen kann, wozu blos nöthig ist, diejenige Stelle der Skale zu beachten, wo der Theilstrich der Skale mit seinem Bilde zusammenfällt. Wenn z. B. in Fig. 1, S. 519, das Auge in O ist, scheint ihm der 24. Theilstrich der Skale mit seinem Bilde zusammenzufallen; wenn das Auge in O' ist, scheint ihm der 35. Theilstrich der Skale mit seinem Bilde zusammenzufallen, woraus sich ergiebt, dass O' $35 - 24 = 11$ Skalentheile höher wie O liegt, vorausgesetzt, dass die Skale und der Spiegel durchaus vertikal sind.

Diese beiden Vortheile, dass man das Auge immer in gleicher Entfernung von der Skale halten und jede mit der Skale parallele Verrückung des Auges messen kann, lassen sich nun benutzen, um blos durch die *Ansicht* des Instrumentes den Bruchtheil des Skalentheiles zu erfahren, um welchen die Quecksilberkuppe, die zwischen zwei Skalentheile fällt, höher als der eine, oder tiefer als der andere liegt. Es versteht sich übrigens von selbst, dass der nämliche Zweck durch die nämlichen Mittel überall erreicht werden könne, wo die Endpunkte des zu messenden Gegenstandes, wie beim Barometer, nahe hinter dem Maassstab liegen. Wir wollen das dazu anzuwendende Verfahren für drei verschiedene Fälle betrachten, nämlich für den Fall, wo der zu messende Gegenstand an seinem Ende

1. eine scharfe Spitze oder Kante,
2. eine kleine Kugelfläche,
3. eine kleine Ebene mit konvex gebogenem Rande darbietet. Der erste Fall findet bei einem Thermometer Statt, dessen Quecksilberfaden so fein ist, dass sein Ende wie ein blosser Punkt erscheint. Die beiden letzten Fälle kommen bei Barometern vor, je nachdem die Röhre enger oder weiter ist.

Erster Fall.

Der zu messende Gegenstand biete an seinem Ende eine scharfe Spitze oder Kante dar.

Fig. 1, A sei die zu messende Spitze. Man senke das Auge so weit (bis O) herab, bis es durch den durchsichtigen Theil des Glases die Spitze A gerade hinter demjenigen Theilstriche der Skale erblickt, der, als das Auge in gleichem Niveau mit der Quecksilberkuppe sich befand, zunächst darunter lag (Fig. 1, hinter dem 30. Theilstriche). Von hier aus (von O aus) beobachtet man am Spiegel denjenigen Theilstrich der Skale, welcher mit seinem Bilde zusammenfällt (Fig. 1, der

24. Theilstrich). Sodann hebt man das Auge so hoch (bis O'), dass durch den durchsichtigen Theil der Glasskale die Quecksilberkuppe gerade hinter demjenigen Theilstriche erscheint, der, als das Auge in gleichem Niveau mit der Quecksilberkuppe war, etwas höher lag (Fig. 1, der 31. Theilstrich), und bemerkt dann von hier aus am Spiegel denjenigen Theilstrich, der mit seinem Spiegelbilde zusammenfällt (Fig. 1, der 35. Theilstrich). Aus diesen beiden Beobachtungen wird der gesuchte Bruchtheil gefunden. Fällt nämlich die Spitze A zwischen dem kten und $(k+1)$ten Theilstrich der Skale, liegt ferner O mit dem $(k-m)$ten und O' mit dem $(k+n+1-m)$ten Theilstriche in gleicher Höhe, so liegt die Spitze A

$$\left(k+\frac{m}{n}\right)$$

Skalentheile hoch; denn es verhält sich der Höhenunterschied der Spitze A und des kten Theilstrichs (wenn a den Abstand der Spitze A, b den Abstand des Auges O oder O' von der Skale bezeichnet) zu $m = a:b$, oder ist:

$$= \frac{a}{b}\,m,$$

$a:a+b$ verhält sich aber wie $1:OO' = 1:n+1$; folglich ist:

$$\frac{a}{b} = \frac{1}{n},$$

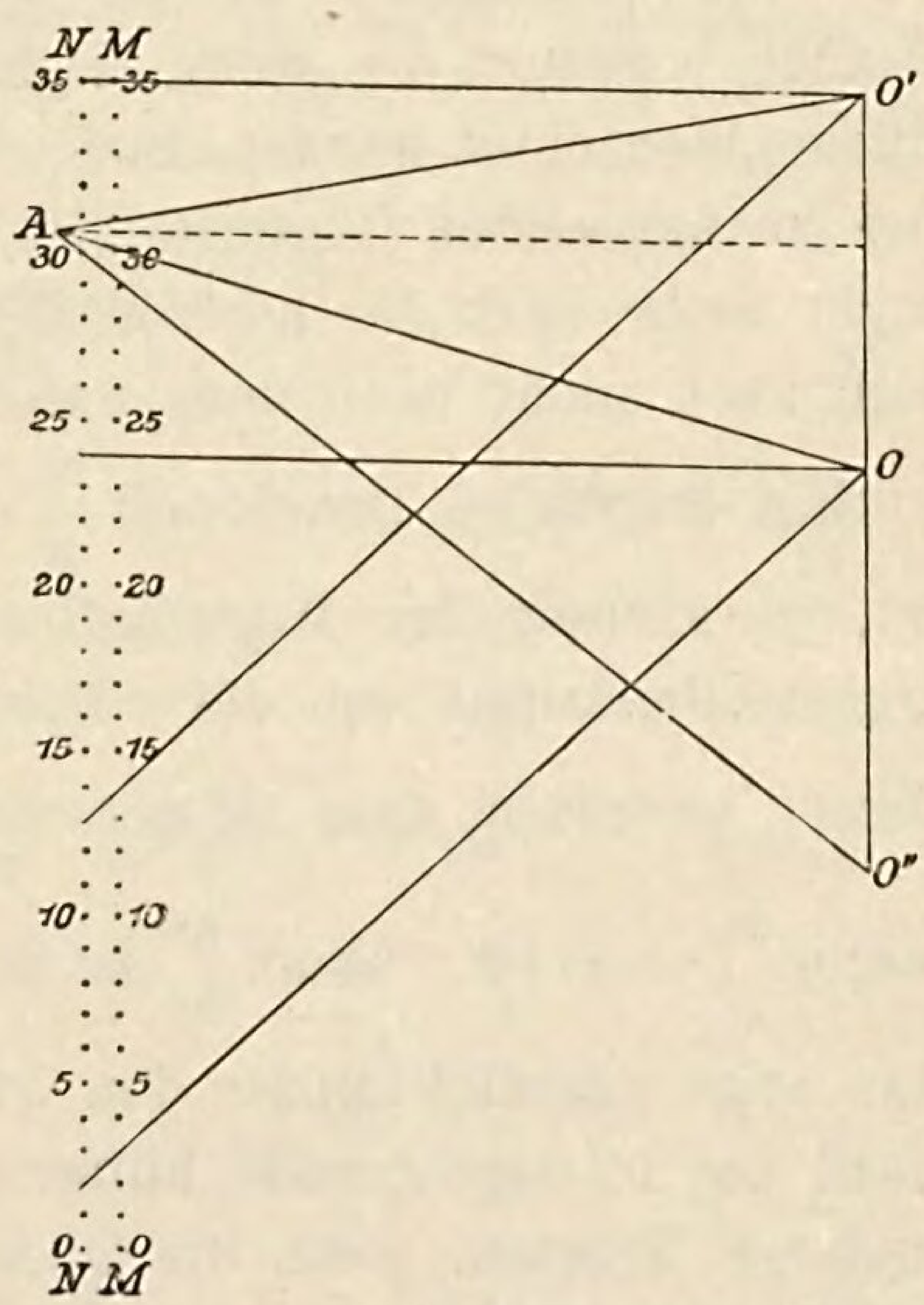


Fig. 1.

woraus folgt, dass die Spitze A um $\left(\frac{m}{n}\right)$ Skalentheil höher als der kte Skalentheil ist. In Fig. 1, ist $k = 30$, $m = 6$, $n = 10$; folglich liegt die Spitze A $\left(30+\frac{6}{10}\right)$ Skalentheile hoch.

Man sieht, dass man auf diese Art durch blosse Ansicht des Instrumentes zu demselben Resultate gelangt, wie durch die Anwendung eines Verniers von n Unterabtheilungen, und dabei hat der Beobachter den Vortheil, dass er sich nach Belieben den Vernier schaffen kann, entweder mit vielen oder mit wenigen Unterabtheilungen, weil die Zahl n der Unterabtheilungen von der Entfernung des Auges von der Skale abhängt.

Die Messung kann noch etwas erleichtert werden, wenn die Skale und der Spiegel so eingerichtet werden, dass die Spitze A im Spiegelbilde der Skale selbst liegt, weil dann n Skalentheile gerade $(n+1)$ Theile des Skalenbildes decken, die Zahl n folglich ohne Verrückung

des Auges durch blosse Vergleichung der Skale mit ihrem Bilde erhalten wird. Eine Skale mit dieser Vereinfachung würde sich besonders für ein Thermometer eignen.

Zweiter Fall.

Der zu messende Gegenstand biete an seinem Ende eine kleine Kugelfläche dar.

Das Quecksilber in der Barometerröhre ist von einer konvexen Fläche begrenzt, die, wenn die Röhre nicht sehr weit ist, als eine Kugelfläche betrachtet werden darf. Weil man bei einer solchen Begrenzung des zu messenden Gegenstandes, sobald man das Auge hebt oder senkt, nicht mehr nach der horizontalen Tangente jener Kugelfläche visirt und also auch nicht nach dem wahren Endpunkte der Säule, so muss der vorhin ermittelte Bruchtheil $\frac{m}{n}$ eine Korrektion erleiden, die desto grösser ist, je grösser der Kugelhalbmesser, und je kleiner der Abstand der Quecksilberkuppe von der Skale ist. Von dieser Korrektion kann man ferner beweisen, dass sie verschwindet, sowohl wenn $\frac{m}{n} = 0$, also auch wenn $\frac{m}{n} = 1$ ist. Denn $\frac{m}{n}$ ist nur dann $= 0$, wenn $m = 0$ ist, d. i. wenn das Auge gar nicht unter den kten Theilstrich der Skale gesenkt werden darf, um letztere gerade hinter dem kten Theilstriche zu erblicken, mit anderen Worten, wenn die Quecksilberkuppe mit dem kten Theilstriche selbst gleich hoch ist. Es leuchtet von selbst ein, dass in diesem Falle zu $\frac{m}{n}$ keine Korrektion kommen darf. Eben so, wenn $1 - \frac{m}{n} = 0$, oder $m = n$ ist, d. i. wenn das Auge um n Skalentheile unter die kten Skalentheile gesenkt werden muss, um die Quecksilberkuppe gerade dahinter zu erblicken, wo alsdann das Auge mit dem $(k - n)$ten Skalentheile gleich hoch ist, und von wo man das Auge (nach der Bedeutung von n, S. 519) um $(n + 1)$ Skalentheile nur zu heben braucht, um die Quecksilberkuppe gerade hinter dem $(k + 1)$ten Skalentheile zu erblicken; denn dann befindet sich das Auge in gleicher Höhe mit dem $(k + 1)$ten Skalentheile, und folglich auch die Quecksilberkuppe in gleicher Höhe mit dem $(k + 1)$ten Skalentheile, woraus einleuchtet, dass auch in diesem Falle die Korrektion von $\frac{m}{n}$ verschwinden müsse.

Man folgert hieraus, dass jene Korrektion von der Form sein müsse:

$$f\left(\frac{m}{n}\right)\left(1 - \frac{m}{n}\right)$$

damit sie für $\frac{m}{n} = 0$ und für $1 - \frac{m}{n} = 0$ verschwinde. Zu diesem Resultat führt auch die genauere geometrische Betrachtung der Sache, welche ergiebt, dass der Faktor f dem Kugelhalbmesser, dividirt durch das doppelte Quadrat des Abstandes der Quecksilberkuppe von der Skale (beides in Skalentheilen ausgedrückt), gleich ist[1]).

[1]) In Fig. 2, sei $AC = r$ der Kugelhalbmesser, $AM = a$ der Abstand der Quecksilberkuppe von der Skale, $O''M = b$ der Abstand des Auges von der Skale, $OO'' = m$, BO berühre die Kugel in B, in M' schneide die Linie BO die Skale, und es sei M' der kte Theilstrich der Skale, in D schneide die Linie BO die horizontale Tangente AO''. Man suche diejenige Korrektion für m, welche durch die Vertauschung der Spitze A mit der Kugelfläche AB nöthig geworden ist. Diese Korrektion ist $OO''' = x$, wenn man die Linie AM' zieht und verlängert, bis sie die Vertikallinie des Augenpunktes O in O''' trifft. Verlängert man auch die Linie CA bis sie in A' die Linie BO schneidet; so ist:

$$AA' : OO''' = AM' : M'O''' = AM : MO''$$

oder weil $OO''' = x$, $AM = a$, $MO'' = b$ sind:

$$x = \frac{b}{a} AA'.$$

Wird nun der Winkel $ACB = ODO''$ mit φ bezeichnet, so ist:

$$\frac{AD}{AC} = \operatorname{tang} \tfrac{1}{2}\varphi, \quad \frac{AA'}{AD} = \operatorname{tang} \varphi$$

und weil $AC = r$ ist, findet man hieraus:

$$AA' = r \operatorname{tang} \tfrac{1}{2}\varphi \operatorname{tang} \varphi,$$

folglich:

$$x = \frac{b}{a} r \operatorname{tang} \tfrac{1}{2}\varphi \operatorname{tang} \varphi.$$

Diese Korrektion ist positiv oder negativ zu nehmen, je nachdem O höher oder tiefer als O'' liegt.

Auf die nämliche Weise findet man auch die Korrektion für $(n + 1)$, welche wegen der Vertauschung der Spitze A mit der Kugelfläche AB nöthig geworden ist. Sie heisse y, so ist:

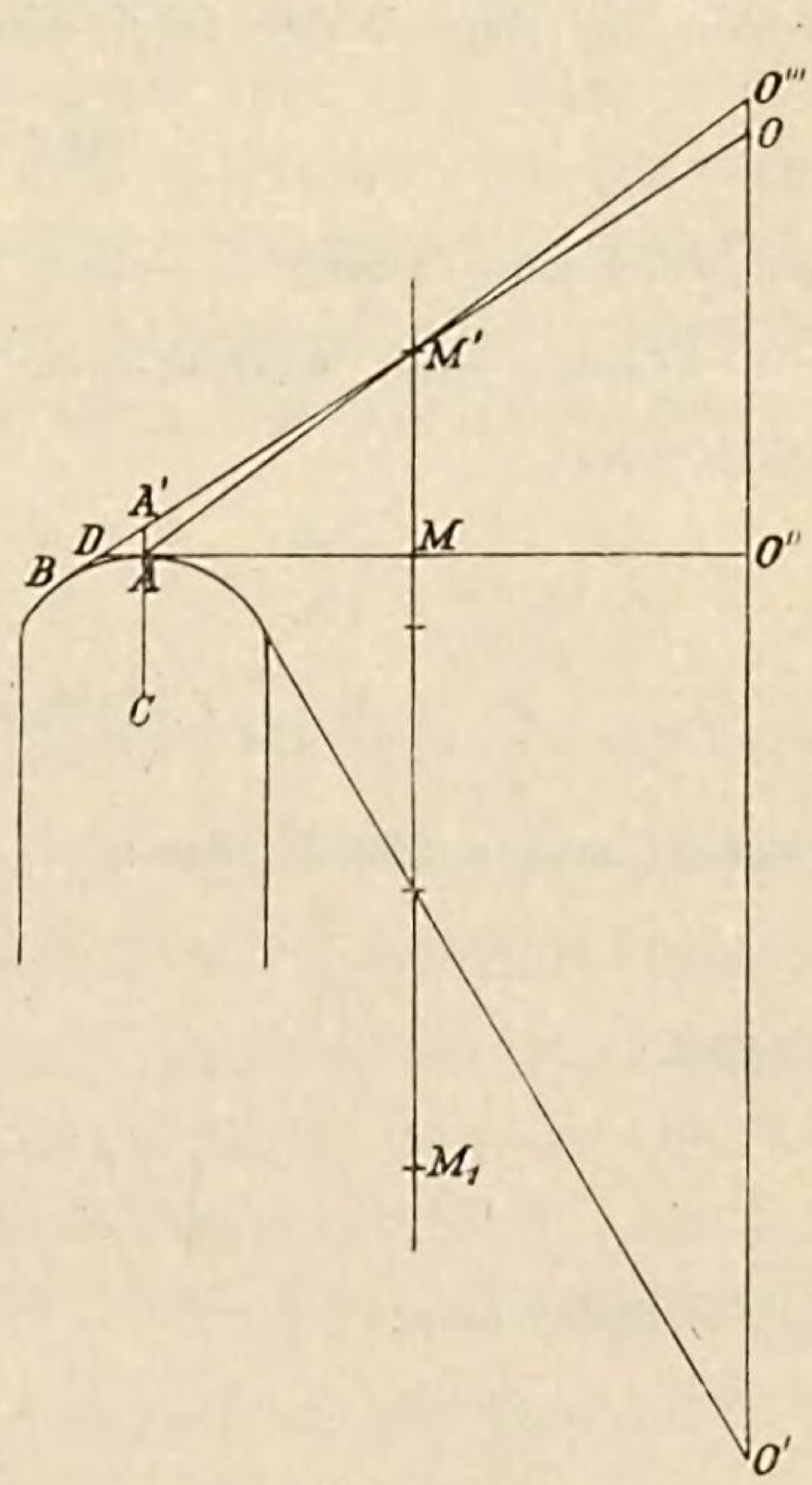


Fig. 2.

$$y = \pm \frac{b}{a} r \left(\operatorname{tang} \tfrac{1}{2}\varphi \operatorname{tang} \varphi - \sqrt{\left(\frac{n}{b} - \operatorname{tang} \varphi\right)^2 + 1} + 1\right)$$

(das obere oder untere Vorzeichen gilt, je nachdem O höher oder tiefer als O'' liegt); denn die Korrektion für $(n + 1)$ besteht aus zwei Theilen, nämlich aus der Korrektion x für $m = OO''$ und aus der Korrektion $(y - x)$ für $n + 1 - m = O''O'$. Die erstere ist gefunden worden:

$$x = \mp \frac{b}{a} r \operatorname{tang} \tfrac{1}{2}\varphi \operatorname{tang} \varphi,$$

die letztere wird ebenso gefunden:

$$y - x = \pm \frac{b}{a} r \operatorname{tang} \tfrac{1}{2}(\alpha - \varphi) \operatorname{tang} (\alpha - \varphi),$$

Um den Faktor f zu ermitteln bedarf es nur einer dritten Beobachtung, wobei die Quecksilberkuppe hinter dem $(k-1)$ten Theilstriche erscheint. Bezeichnet man der Reihe nach die Zahl der Skalentheile, um welche das Auge tiefer als der kte oder höher als der $(k+1)$te Skalentheil steht, mit m_1, m und $-m'$, und betrachtet diese Grössen als Werthe, welche einer Variablen x zu geben sind, damit ihre Funktion y der Reihe nach die Werthe $k-1$, k und $k+1$ erhalte: so hat

wo a den Winkel bezeichnet, den die Tangente der Kugel durch O und O' mit einander machen: Hiernach ist:

$$y = \pm \frac{b}{a} r \left(\text{tang} \tfrac{1}{2} \varphi \,\text{tang}\, \varphi - \text{tang} \tfrac{1}{2} (a-\varphi)\, \text{tang}\, (a-\varphi)\right),$$

woraus der obige Werth folgt, wenn man bedenkt, dass:

$$\text{tang}\, \varphi + \text{tang}\, (a-\varphi) = \frac{n}{b},$$

und wenn man $\left(\sqrt{\text{tang}^2 (a-\varphi)+1} - 1\right)$ für $\text{tang} \tfrac{1}{2} (a-\varphi)\, \text{tang}\, (a-\varphi)$ schreibt.

Werden diese Korrektionen zu m und $(n+1)$ im Bruche $\frac{m}{n}$ hinzugefügt, so erhält man:

$$\frac{m \pm x}{n \pm y} = \frac{m \pm \frac{b}{a} r\, \text{tang} \tfrac{1}{2} \varphi\, \text{tang}\, \varphi}{n \pm \frac{b}{a} r \left(\text{tang} \tfrac{1}{2} \varphi\, \text{tang}\, \varphi - \sqrt{\left(\frac{n}{b} - \text{tang}\, \varphi\right)^2 + 1} + 1\right)}.$$

Bedenkt man nun noch, dass:

$$\frac{m}{b} = \text{tang}\, \varphi,$$

folglich:

$$\sqrt{\frac{m^2}{b^2}+1} - 1 = \text{tang} \tfrac{1}{2} \varphi\, \text{tang}\, \varphi$$

ist, so findet man:

$$\frac{m \pm x}{n \pm y} = \frac{m \pm \frac{b}{a} r \left(\sqrt{\frac{m^2}{b^2}+1} - 1\right)}{n \pm \frac{b}{a} r \left(\sqrt{\frac{m^2}{b^2}+1} - \sqrt{\frac{(n-m)^2}{b^2}+1}\right)}.$$

Dieser Ausdruck ist in den beiden Fällen, wenn $\frac{m}{n} = 0$ und wenn $\frac{m}{n} = 1$, wirklich $= \frac{m}{n}$, wie oben behauptet worden ist. Man erhält hieraus näherungsweise, wenn man $\frac{m^4}{b^4}$ und $\left(\frac{n-m}{b}\right)^4$ vernachlässt, und $b = na$ setzt:

$$\frac{m \pm x}{n \pm y} = \frac{m}{n} \pm \frac{x}{n} + \frac{m y}{n^2} = \frac{m}{n} \pm \frac{r}{2a^2} \left(\frac{m}{n}\right) \left(1 - \frac{m}{n}\right),$$

man zur Bestimmung dieser Funktion folgende zusammengehörige Werthe von x und y:

$$\begin{array}{l|l} y = k - 1 & x = m_1 \\ y = k & x = m \\ y = k + 1 & x = -m' \end{array}$$

Wählt man die Funktion y von der Form:

$$y = a + bx + cx^2,$$

so ergiebt sich aus obigen Werthen für a,

$$a = k + \frac{m}{n_1} + \left(\frac{m}{n} - \frac{m}{n_1}\right) \cdot \frac{n_1 + m}{n_1 + n},$$

worin n_1 und n für $m_1 - m$ und $m + m'$ gesetzt sind. Aus der Vergleichung der Bedeutung von x mit Fig. 2 ergiebt sich nun, dass x die Tangente des Winkels der Visirlinie mit dem Horizonte ist für den Halbmesser $MO'' = b$. Wird die Tangente dieses Winkels Null gesetzt, so ist $y = a$ die Höhe der Quecksilberkuppe in Skalentheilen. Diesem Ausdrucke für die gesuchte Höhe kann man auch folgende Form geben:

$$a = k + \frac{m}{n} - \frac{n(n_1 - n)}{n_1(n_1 + n)} \cdot \frac{m}{n} \cdot \left(1 - \frac{m}{n}\right),$$

woraus man wieder, wie oben, sieht, dass die dem Bruche $\frac{m}{n}$ nach Vertauschung der Spitze mit einer runden Fläche am Ende des zu messenden Körpers hinzuzufügende Korrektion den Bruch $\frac{m}{n}$ selbst und dessen Ergänzung zu 1 zum Faktor hat. Die Ermittelung dieser Korrektion lässt sich endlich dazu benutzen, den Abstand der Skale von der Quecksilberkuppe (bei gegebener Krümmung der Quecksilberoberfläche) so einzurichten, dass jene Korrektion unmerklich wird, und vernachlässigt werden kann. Das Produkt $\frac{m}{n}\left(1 - \frac{m}{n}\right)$ ist nämlich am grössten ($= {}^1/_4$), wenn $\frac{m}{n} = 1 - \frac{m}{n} = {}^1/_2$. Soll daher jene Korrektion nie $\frac{1}{100}$ Skalentheil übersteigen, so darf der Faktor $\frac{n(n_1 - n)}{n_1(n_1 + n)}$ nicht grösser als ${}^1/_{25}$ sein, was erreicht wird, wenn der halbe Krümmungshalbmesser der Quecksilberkuppe dem Quadrate des fünften Theiles ihres Abstandes von der Skale gleich ist, beides in Skalentheilen ausgedrückt. Wendet

woraus sich ergiebt, dass der Faktor $f = \frac{r}{2a^2}$ ist, d. i. gleich dem Halbmesser, dividirt durch das doppelte Quadrat des Abstandes der Quecksilberkuppe von der Skale, was zu beweisen war.

man daher eine Millimeterskale an, und beträgt der Krümmungshalbmesser der Quecksilberkuppe 8 Millimeter, so muss der Abstand der Skale von der Quecksilberkuppe 10 Millimeter betragen. Alsdann kann man sich zur Berechnung der Höhe der Quecksilberkuppe derselben einfachen Regel bedienen, wie wenn das Ende des zu messenden Gegenstandes eine scharfe Spitze wäre, nämlich:

$$a = k + \frac{m}{n}.$$

Dritter Fall.

Der zu messende Gegenstand biete an seinem Ende eine kleine Ebene mit konvex gebogenem Rande dar.

Betrachtet man endlich den letzten Fall, wo nämlich die Barometerröhre so weit ist, dass der mittelste Theil der Quecksilberoberfläche ganz eben ist, so findet man die Höhe dieser Ebene am bequemsten, wenn man das Auge nie über den Horizont der Quecksilberkuppe erhebt. Mit Beibehaltung der früheren Beziehung möge daher jetzt $k + 1$ derjenige Skalentheil sein, welcher zunächst unter dem Niveau der Quecksilberoberfläche liegt, und m' die Zahl der Skalentheile, um welche das Auge darunter gesenkt werden muss, damit die Quecksilberkuppe gerade dahinter erscheint, so ersieht man bei Wiederholung der früheren Rechnung, dass man blos das Vorzeichen von m' zu ändern braucht, und wird zu folgender Bestimmung für die Höhe der Quecksilberkuppe geführt:

$$a = k + \left(1 + \frac{m'}{n}\right) + \frac{n(n_1 - n)}{n_1(n_1 + n)}\left(1 + \frac{m'}{n}\right)\frac{m'}{n}.$$

Schlussbemerkung.

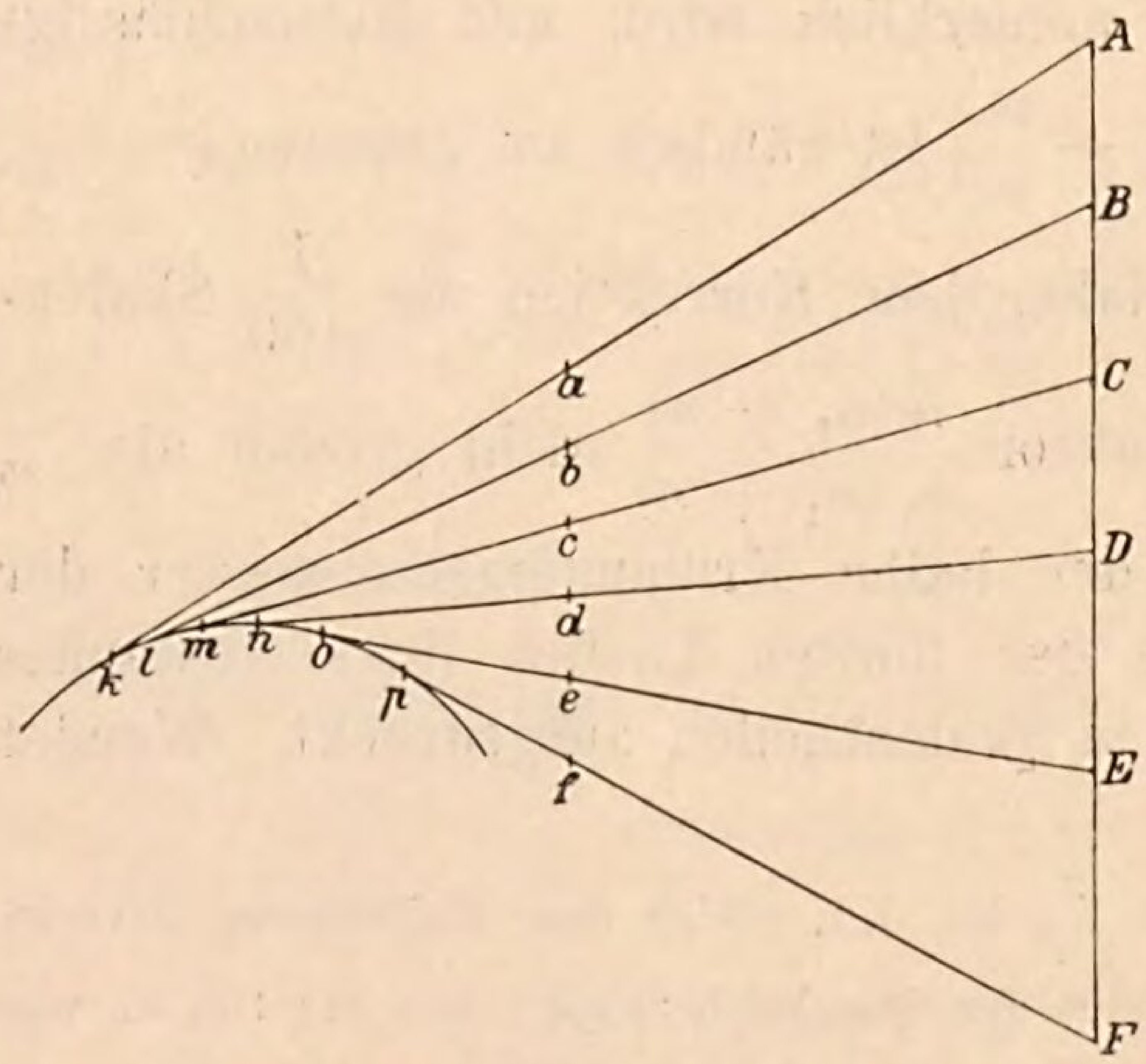


Fig. 3.

Endlich bemerke ich noch, dass die von mir vorgeschlagene Einrichtung der Barometerskale eine eigenthümliche und nützliche Anwendung finden kann bei Untersuchung der Kapillaritätserscheinungen, weil sie ein sehr einfaches und genaues Mittel darbietet, die Gestalt der Quecksilberkuppe zu erforschen. In Fig. 3, stellen a, b, c, d, e, f sechs auf einander folgende Theilstriche der Skale dar; $A, B,$

C, D, E, F dagegen die Punkte, wo sich das Auge befinden müsse, damit die Quecksilberkuppe hinter jenen Theilstrichen erscheine. Man ziehe die Linien Aa, Bb, Cc, Dd, Ee, Ff und verlängere sie respektive über a, b, c, d, e und f hinaus, so erhält man die Tangenten der Quecksilberkuppe, und folgert daraus, dass die Kurve $klmnop$, welche jene Linien zu Tangenten hat, die Gestalt der Quecksilberkuppe darstellt. Die Lage der Punkte A, B, C, D, E und F gegen die Theilstriche a, b, c, d, e und f wird, wie wir oben gesehen haben, blos durch die Betrachtung des Spiegelbildes der Skale und des Auges vollständig bestimmt.

XI.

Ueber einheitliche Maasssysteme.

[Tübinger Zeitschrift für Staatswissenschaft, XVII, p. 125—141, 1861.]

In allen Ländern der civilisirten Welt fühlt man das Bedürfniss, *genau bestimmte und allgemein angenommene* Maasse zu besitzen. Ganz besonders empfindet man den Mangel solcher Maasse da, wo, wie in Deutschland, viele kleinere Staaten nahe beisammen liegen und in den mannigfaltigsten und engsten Berührungen mit einander stehen. Aber es ist bis jetzt niemals gelungen, irgend einem Maasssysteme die allgemeine Annahme zu verschaffen; ja es ist in Frankreich, wo man vor etwa 70 Jahren diesen Zweck mit grösster Energie und mit vieler Gründlichkeit und Umsicht zu erreichen gesucht hat, nicht einmal gelungen, im *eigenen Lande* das neue wohl begründete System in allen seinen Theilen zur Annahme zu bringen, trotz aller darüber erlassenen Gesetze.

Die Ursachen dieses Misslingens in Frankreich mögen zum Theil in besonderen politischen Verhältnissen nachgewiesen werden können; es lässt sich aber nicht verkennen, dass eine Ursache auch in dem Systeme selbst liegt.

Das französische Gouvernement hatte sich nicht mit der Feststellung der nothwendigen Maasse begnügt, sondern hatte zugleich Vorschriften gegeben, wie die Maasse gebraucht, insbesondere wie mit ihnen *gerechnet* werden sollte. Diese Vorschriften stehen mit der Festsetzung von blossen *Maasseinheiten* in keinem inneren und nothwendigen Zusammenhange. Freilich empfiehlt sich die *Decimalrechnung*, weil sie unserem ganzen Zahlensysteme zum Grunde liegt, vorzüglich zum Ausdruck des Verhältnisses verschiedener Grössen zu ihren Maassen; indessen weiss jeder Rechner, dass auch die Duodecimalrechnung oder auch die Sexagesimalrechnung unter besonderen Verhältnissen besondere praktische Vortheile bietet. Die Decimalrechnung zu einer bindenden Vorschrift beim Gebrauche der Maasse zu erheben, dürfte daher wohl als eine

unnöthige und zu grosse Beschränkung der natürlichen, jeder Uebung und Gewohnheit ihr Recht gewährenden, Freiheit erscheinen, welche ohne dringende Gründe aufzuerlegen nicht rathsam sein möchte.

Schätzte man aber auch wirklich die Vorzüge der Decimalrechnung so hoch, dass man ihre Einführung möglichst zu begünstigen geneigt war, so hätten doch bei diesen Bestrebungen gewisse Grenzen niemals überschritten werden sollen; insbesondere hätte stets das Vorhandene wenigstens in so weit respektirt werden sollen, als es in *allgemeines Besitzthum* übergegangen ist, welches ohne Verletzung vieler und grosser Interessen nicht gestört und beseitigt werden kann.

Ein solches Besitzthum war die nun einmal angenommene *Zeitrechnung* und *Gradrechnung* geworden, was von dem französischen Gouvernement nicht respektirt worden ist, indem es statt der Sexagesimalrechnung die Decimalrechnung bei der Zeit- und Gradrechnung einzuführen versuchte, und sodann das *Maasssystem* so einrichtete, wie es am zweckmässigsten gewesen sein würde, wenn jener Versuch wirklich gelungen wäre.

Hätte man nur, bei so eingerichtetem Maasssysteme, wenigstens mit der *Einführung* desselben so lange gewartet, bis der Erfolg der neuen Zeit- und Gradrechnung gesichert gewesen wäre! Da dies aber nicht geschah, so konnte es nicht fehlen, dass das Misslingen des einen Versuchs das des anderen nach sich zog. Man würde nur sehr kurze Zeit zu warten gebraucht haben, bis man den ersteren Versuch selbst für misslungen erkannte, und hätte dann das neue *Maasssystem* so einrichten können, wie es nach der *allgemein angenommenen Zeit- und Gradrechnung* am zweckmässigsten war. Es konnte dies leicht geschehen, ohne irgend das System selbst seinem inneren Wesen nach zu verändern. Es würde dann daraus ein einheitliches Maasssystem hervorgegangen sein, welches nicht blos sogleich in Frankreich, sondern gewiss bald auch ausserhalb Frankreich die allgemeinste Anerkennung und Annahme gefunden haben würde, wie es dieselbe verdiente.

Mit dem Aufgeben der Decimalrechnung für Zeit und Gradrechnung war aber der *ganzen Einrichtung* des neuen Maasssystems der Grund entzogen, und das System selbst, falls ihm nicht eine *neue Einrichtung* gegeben wurde, zugleich mit aufgegeben. Eine solche neue, durch das Aufgeben der Decimalrechnung für Zeit- und Gradrechnung bedingte, Einrichtung hat aber das französische Maasssystem nicht erhalten, sondern man hat sich später blos an die Trümmer des in seinem Grunde untergrabenen ursprünglichen Systems gehalten, und haben dieselben auch weit über die Grenzen Frankreichs hinaus mit der Zeit Aufnahme gefunden, so liegt der Grund davon blos darin, dass auch solche Trümmer eines *wahren Systems*, wie das französische Maasssystem ursprünglich

war, immer noch grosse praktische Vorzüge vor dem sonst überall herrschenden Chaos besitzen.

Will man aber mehr als solche Trümmer haben, so braucht nur zu geschehen, was das französische Gouvernement ohne allen Zweifel gethan haben würde, wenn ihm bei Einführung des neuen Maasssystems die allgemein angenommene Zeit- und Gradrechnung für unantastbar gegolten hätte.

Allgemeine Bedürfnisse.

Die allgemeinen Bedürfnisse, denen ein einheitliches Maasssystem genügen soll, lassen sich unter folgenden drei Punkten zusammenfassen, nämlich:

1. das Bedürfniss genau *bestimmter* Maasse;
2. das Bedürfniss allgemein *angenommener* Maasse;
3. das Bedürfniss *einheitlicher* Maasse, oder Beseitigung aller *unnöthigen und überflüssigen Maasse*[1]).

Den oben angeführten allgemeinen Bedürfnissen würde nun, wenn noch gar keine Maasse vorhanden wären, durch Feststellung *dreier* Maasse als *Grundmaasse* genügt werden. Man ist einig, dass alsdann die Maasse für *Länge* und *Zeit* zu zweien von diesen drei Grundmaassen gewählt würden; die Wahl für das dritte Grundmaass dagegen würde zwischen dem Maasse für die *Massen* der Körper, oder für ihre *Ge-*

[1]) Es schliessen sich hieran noch eine Menge specieller Bedürfnisse, die in Betracht zu ziehen sind, wenn es sich um den Gebrauch der Maasse zu *bestimmten Messungen* handelt, deren Erörterung jedoch die der allgemeinen vorangehen muss.

Die Festsetzung des Maasses für irgend eine Grössenart, allein betrachtet, geschieht bekanntlich dadurch, dass man eine an irgend einem Orte zu irgend einer Zeit wirklich vorhandene Grösse dieser Art zum Maasse wählt. Diese zum Maass gewählte Grösse nennt man nun einen *Maass-Etalon*, wenn sie so beschaffen ist, dass sie an einen anderen Ort versetzt, und ihre Unveränderlichkeit zu verschiedenen Zeiten versichert werden kann. Es leuchtet nun ein, dass wenn es sich um die Anwendung der Maasse zu *bestimmten Messungen* handelt, die Feststellung der Maasse in solchen *Etalons* sehr häufig ein Bedürfniss sein wird; denn ohne solchen *Etalon* kann das Maass zu Messungen nicht unmittelbar, sondern höchstens nur mittelbar gebraucht werden.

Da aber für viele Grössenarten, z. B. für Geschwindigkeiten, gar keine Maasse in Etalons darstellbar sind, und die für die übrigen dargestellten Etalons doch nur zu gewissen Arten von Messungen unmittelbar brauchbar sein können, so ist es zweckmässig, die Feststellung der Maasse im Allgemeinen von ihrer speciellen *Feststellung in Etalons* zu sondern und mit letzterer später zusammen auch die dabei in Betracht zu ziehenden *specielleren Bedürfnisse* zu erörtern.

Die in *Etalons* dargestellten Maasse heissen *reelle Maasse* und werden den *ideellen Maassen*, welche bei der Messung nicht unmittelbar vorliegen, entgegengestellt. Man nennt die ideellen Maasse, deren Feststellung auf gewisse in der Natur gegebene Grössen zurückgeht, auch *Naturmaasse*.

wichte, oder für ihre *Dichtigkeiten* noch frei gelassen werden. Jede weitere Feststellung von Maassen für noch andere Grössenarten würde unnöthig und überflüssig sein; denn alle anderen Grössenarten können mit denen, für welche die Grundmaasse festgestellt sind, an gewissen geometrischen oder mechanischen Objekten *zugleich* betrachtet werden, und die alsdann vorhandenen, in *geometrischen* oder *mechanischen* Gesetzen gegebenen Relationen zwischen den verschiedenen Grössenarten würden genügen, um für alle anderen Grössenarten Maasse aus den drei festgestellten Grundmaassen *abzuleiten.*

Vorhandene Elemente.

Der Fall, dass noch gar keine Maasse vorhanden wären, liegt nun aber nicht vor, und es fragt sich daher, ob unter den vielen vorhandenen Maassen nicht eines oder mehrere sich befinden, welche den beiden ersten von den oben angeführten Bedürfnissen genügen, nämlich *genau bestimmt und allgemein angenommen* zu sein. Es leuchtet nämlich ein, dass es in Betreff solcher Maasse gar keiner weiteren Feststellung bedarf, wie auch jeder Versuch, solche Maasse zu verdrängen, erfolglos bleiben würde.

In Beziehung auf die *Zeit* hat nun die Astronomie schon lange dafür gesorgt, dass wir mit einem genau bestimmten und allgemein angenommenen Maasse versehen sind, woran nichts mehr zu ändern ist. Das *Zeitmaass* ist eines der *drei Grundmaasse* geworden, und steht so fest, dass es bei Berathungen und Vereinbarungen über festzustellende Maasse gar nicht mehr in Erwägung gezogen zu werden pflegt.

Giebt es nun nicht unter allen übrigen vorhandenen Maassen noch ein *zweites,* welches ebenso wie das Zeitmaass genau bestimmt und allgemein angenommen ist? Es lässt sich wirklich dem Zeitmaass noch ein anderes zur Seite stellen, nämlich das Maass für die *Dichtigkeiten* der Körper. Die Maximaldichtigkeit, welche dem reinen Wasser ohne äusseren Druck zukommt, ist wirklich ein genau *bestimmtes* Maass für die Dichtigkeiten der Körper, welches *allgemeine Annahme* gefunden hat, und man kann sicher sein, dass jeder Versuch, der gemacht werden sollte, dieses Maass zu ändern, ohne Erfolg bleiben und bald wieder aufgegeben werden würde.

Prüft man nun endlich noch alle übrigen vorhandenen Maasse, so findet man die beiden Merkmale, dass ein Maass genau bestimmt und allgemein angenommen ist, nur noch bei *einem* Maasse in weiteren Gebieten vereinigt, nämlich bei dem in der *Geographie* und der *Schifffahrtskunde* gebrauchten *Längenmaasse.*

Das Maass nämlich, nach welchem alle geographischen Karten ent-

worfen werden, ist wirklich *genau bestimmt und allgemein angenommen.* Auf vielen Karten findet man zwar verschiedenerlei Maassstäbe angegeben; diese Maassstäbe sind es aber nicht, nach welchen die Karte entworfen worden ist, sondern sollen nur zur Reduktion des hierzu gebrauchten Maasses auf die in verschiedenen Ländern gebräuchlichen sogenannten Meilenmaasse dienen. Das Maass, wonach alle Karten wirklich entworfen sind, ist das Gradmaass der Breite, welches in seinen kleineren Unterabtheilungen, nämlich Breitenminuten, allen Specialkarten als *Längenmaass* zum Grunde liegt.

Ferner werden alle *nautischen* Rechnungen, deren praktische Bedeutung für die Schifffahrt immer gewachsen ist, trigonometrisch nach Bogenminuten geführt, wozu alle *Hülfstafeln* und *Instrumente* eingerichtet sind. Hiernach werden durch alle Rechnungen die Entfernungen unmittelbar in *Seemeilen* gefunden, welche die Bogenminute auf der Erdoberfläche ihrer Länge nach darstellt.

Es ist also in der Geographie und Nautik die mittlere Länge der Bogenminute des Meridiankreises auf der Erdoberfläche oder die Seemeile, ein genau bestimmtes und allgemein angenommenes *Längenmaass,* und es darf wohl behauptet werden, dass alle Versuche, in den beiden angegebenen Gebieten durch neue Feststellungen das einmal angenommene Maass zu ändern, scheitern würden.

Jede Feststellung eines anderen Längenmaasses, wenn es auch in allen anderen Gebieten ausser der Geographie und Nautik allgemein angenommen werden sollte, würde also nur dahin führen, dass man *zwei* Längenmaasse erhielte, von denen das eine jedenfalls *unnöthig* und *überflüssig* wäre. Ein solches unnöthige und überflüssige Maass kann nur dadurch vermieden werden, dass das in der Geographie und Nautik einmal *allgemein angenommene* Längenmaass für alle anderen Gebiete, wo noch kein Längenmaass allgemeine Annahme gefunden hat, gleichfalls festgestellt und angenommen wird.

Es ergiebt sich also, wenn man alles *Vorhandene,* was so feststeht, dass es sich niemals wieder beseitigen lässt, gehörig beachtet und würdigt, dass alle Vorschläge, welche zur Feststellung *neuer* Maasse gemacht werden, unnöthig und überflüssig sind. Es kommt wesentlich nur darauf an, an den schon vorhandenen, genau bestimmten und allgemein angenommenen Maassen *allein und ausschliessend* festzuhalten, und alle anderen nicht genau bestimmten oder nicht allgemein angenommenen Maasse gänzlich abzuschaffen, indem man zugleich jene ersteren zu *Grundmaassen* erhebt, aus denen man nach bekannten geometrischen und mechanischen Principien das ganze System der *abgeleiteten Maasse* gewinnt, welches allen Bedürfnissen vollständig genügt und nichts Ueberflüssiges enthält.

Es liegt in den allmähligen, aber unwiderstehlichen Fortschritten der Wissenschaft und technischen Kunst etwas Nöthigendes, was mit Sicherheit voraussehen lässt, dass man endlich auch in Beziehung auf das in alle Verhältnisse so mächtig eingreifende Maasssystem zu der eben dargelegten zweckmässigen Beseitigung so vieler willkürlichen Feststellungen, die man sich bisher in kleineren oder grösseren Kreisen erlaubt hat, gelangen wird. Die von Zeit zu Zeit hervortretenden gesetzgeberischen Akte werden darauf nur insofern Einfluss haben, als die Zeit, bis wann man jenes Ziel erreicht, dadurch sehr abgekürzt oder auch weiter hinausgeschoben werden kann.

Französisches Maasssystem.

Ein solcher gesetzgeberischer Akt ist es gewesen, wodurch das französische Maasssystem vor fast 70 Jahren festgestellt worden ist, welches seine Bedeutung und die vielseitige Anerkennung und Annahme, die es nach und nach gefunden, blos dem Umstande verdankt, dass es mit einer nur geringen, freilich praktisch sehr einflussreichen, Abweichung wirklich auf die angegebenen schon vorhandenen Elemente eines einheitlichen Maasssystemes gebaut war und den vorher aufgeführten allgemeinen Bedürfnissen vollkommen genügte. Es stand aus diesen Gründen unter allen gesetzlich sanktionirten Maasssystemen einzig in seiner Art da. Die Herrschaft desselben kann sich noch bedeutend erweitern; dessenungeachtet wird es doch niemals zu einer ganz allgemeinen Annahme gelangen, und es wird endlich sogar die Zeit kommen, wo ihm mit Erhaltung des ursprünglichen Kernes eine neue Einrichtung gegeben wird, durch die es mit allen vorhandenen Elementen in vollkommene Uebereinstimmung gebracht wird.

Die *jetzige Einrichtung* des französischen Maasssystemes würde nur zugleich mit dem Grunde, auf den sie gebaut war, nämlich einer nach dem Decimalsystem geordneten Zeit- und Gradrechnung, allgemeine Annahme haben finden können; nachdem aber dieser Grund aufgegeben, kann das darauf errichtete Gebäude auf die Dauer nicht bestehen. Die dadurch nothwendig gewordene *neue Einrichtung* des Maasssystemes, *auf dem Grunde der allgemein angenommenen Zeit- und Gradrechnung*, führt aber durch eine neue *Feststellung der Grundmaasse* zu einem neuen Systeme auch der *abgeleiteten Maasse.*

Grundmaasse.

Die *Umlaufszeit der Erde um die Sonne*, die *Maximaldichtigkeit des reinen Wassers ohne äusseren Druck* und die *Länge des Erdmeridiankreises* sind die in der Natur gegebenen Grössen, auf welche die Fest-

stellung der Grundmaasse zurückgehen muss, wenn ein annehmbares einheitliches Maasssystem hergestellt werden soll. Es ist dies auch schon bei Begründung des französischen Maasssystemes anerkannt worden und bildet den wahren Kern desselben.

Diese Grössen brauchen aber nicht selbst zu *Maassen* genommen zu werden, und dürfen es auch nicht, aus dem Grunde, weil sie in keiner Weise für den praktischen Gebrauch der Maasse zur Messung passen, worauf bei der Feststellung der Maasse vorzüglich Rücksicht zu nehmen ist.

Zur Feststellung des *Zeitmaasses* hat man daher die Umlaufszeit der Erde um die Sonne *nach der allgemein angenommenen Zeitrechnung* in mittleren Tagen ausgedrückt und den 86400. Theil eines solchen Tages, oder eine *Zeitsekunde*, als Zeitmaass festgesetzt, welches durch Normaluhren, mit Hülfe astronomischer Kontrolen, so genau als es für den Gebrauch irgend erforderlich ist, fortwährend dargestellt wird.

Zur Feststellung des *Längenmaasses* sollte nun dasselbe geschehen, indem man die Länge des Meridiankreises der Erdoberfläche *nach der allgemein angenommenen Gradrechnung* in 360 Grade und jeden Grad in 60 Minuten ausdrückte, und die Länge einer solchen Bogenminute auf der Erdoberfläche, *welche das allgemein angenommene Längenmaass im Gebiete der Geographie und Nautik schon bildet und in der Seemeile dargestellt ist*, auch für alle anderen Gebiete ausser der Geographie und Nautik als *Längenmaass* feststellte. Nur auf diese Weise kann ein wirklich *einheitliches* Längenmaass für alle räumlichen Bestimmungen gewonnen werden.

Es verdient jedoch hierbei die Bemerkung besonders hervorgehoben zu werden, dass in der Geographie und Nautik niemals *unmittelbarer* Gebrauch vom Längenmaass zu Messungen gemacht wird, sondern dass alle in der Geographie und Nautik ausgeführten räumlichen Bestimmungen in *Winkelmessungen* bestehen, aus denen alle *Entfernungen* trigonometrisch berechnet werden. Da nun aber alle trigonometrischen Tafeln, die zu diesen Rechnungen gebraucht werden, nach dem *Decimalsystem* eingerichtet sind, so ergiebt sich hieraus die wichtige Folge, dass in der Geographie und Nautik eine Verkleinerung des Längenmaasses *nach dem Decimalsysteme*, z. B. eine Verkleinerung desselben auf den 1000. Theil, *als gar keine wesentliche Aenderung* anzusehen ist.

Diese Bemerkung ist darum von besonderer Wichtigkeit, weil in allen Gebieten, wo *unmittelbarer* Gebrauch vom Längenmaass zu Messungen gemacht wird, die Länge einer Bogenminute auf der Erdoberfläche oder einer Seemeile zu diesem Gebrauche nicht passt, worauf doch bei Feststellung des Maasses vorzüglich Rücksicht zu nehmen ist.

Zur Feststellung des *Längenmaasses* kann daher die Länge des

Meridiankreises der Erdoberfläche, *nach der allgemein angenommenen Gradrechnung*, in 360 Grade und jeder Grad in 60 Minuten ausgedrückt, und sodann von der Länge einer solchen Bogenminute auf der Erdoberfläche der 1000. Theil zum *Längenmaass* gewählt werden.

In dem französischen Maasssysteme ist das Längenmaass ganz auf dieselbe Weise festgestellt worden, blos mit dem Unterschiede, dass infolge der versuchten Einführung einer nach dem Decimalsystem geordneten Gradrechnung ein anderer Werth der Bogenminute zum Grunde gelegt worden war. Nämlich statt des 360.60. Theiles des Meridiankreises war der 400.100. Theil genommen worden, oder es war versucht worden, eine im Verhältniss von 100:54 kleinere Seemeile einzuführen, deren 1000. Theil das als *Meter* bekannte Längenmaass ist.

Das *Dichtigkeitsmaass* endlich ist das einzige, welches unmittelbar dadurch fixirt ist, dass die in der Natur selbst gegebene Grösse der Maximaldichtigkeit des reinen Wassers ohne äusseren Druck als *Dichtigkeitsmaass* festgestellt worden.

Maass-Etalons.

Die besondere Feststellung der Maasse in *Etalons*, durch welche dieselben erst objektiv verwirklicht werden, hängt endlich von einer Menge praktischer Rücksichten auf ihren Gebrauch bei Messungen ab. Es leuchtet ein, dass es unmöglich ist, allen kleineren und grösseren Bedürfnissen, die sich bei den unzähligen Anwendungen herausstellen, zu genügen, und dass man sich daher auf die Berücksichtigung der *wesentlichsten* Bedürfnisse nothwendig beschränken muss.

Welches nun aber diese *wesentlichsten* Bedürfnisse seien, darüber sind die Ansichten der Praktiker verschieden, und eine Vereinigung vieler Staaten zum Zweck einer gemeinsamen Feststellung der Etalons wird deshalb nicht leicht zu Stande kommen. Auch wenn von allen Staaten dieselben Maasse angenommen wären, würde doch die *gesetzliche* Feststellung der Etalons immer jedem Staate in seinem Bereiche vorbehalten bleiben müssen, und höchstens möchten Vereinbarungen über einzelne Punkte, in welchen äusserliche Gleichheit besondere praktische Vortheile böte, zu Stande gebracht werden können.

Im Allgemeinen ist gesetzliche Feststellung von Etalons nicht blos für die Grundmaasse, sondern für alle Maasse praktisch desto mehr gerechtfertigt, je genauerer Feststellung in Etalons und weiterer Verbreitung sie auf diese Weise, *ohne Gefahr der Veränderung*, fähig sind. Welche Stelle im Systeme sie einnehmen, ob als Grundmaasse oder als abgeleitete Maasse, ist dabei gleichgültig. Solche Maasse empfehlen sich aber nicht blos zur wirklichen Darstellung in Etalons, sondern es ist zur Vermeidung jeder Ungewissheit auch praktisch nothwendig, dass

jeder so dargestellte Etalon schlechtweg als das Maass seiner Grössenart *gesetzlich* gelte, ohne Rücksicht darauf, ob es bei seiner Darstellung gelungen sei, ihn den Bestimmungen des *Systemes* ganz genau anzupassen, was vollkommen doch niemals erreicht wird. Jeder solcher Etalon hat dann *selbstständige* Geltung, ganz unabhängig von den im *Systeme* darüber enthaltenen Bestimmungen.

Es würde aber ein Missbrauch der gesetzlichen Autorität sein, einen Etalon festzustellen, ohne Mittel, den *allgemeinen Gebrauch* des so festgestellten Etalons zu ermöglichen.

Es leuchtet ein, dass dazu ein in den Staatsarchiven versiegelt niedergelegter Normal-Etalon, welcher dem Gebrauche ganz entzogen ist, nichts helfen kann, und dass es insbesondere nichts helfen kann, wenn dieser Normal-Etalon mit einer viel grösseren Feinheit und Genauigkeit hergestellt ist, als die in Gebrauch kommenden Exemplare. Die Absicht, welche zu einer solchen Verwahrung des Normal-Etalons häufig Anlass gegeben, ist nun zwar nicht die Ermöglichung des allgemeinen Gebrauches, sondern die Sorge für künftige Jahrhunderte, dass ihnen das jetzt allgemein gebrauchte Maass erhalten werde. Soll aber diese letztere Absicht nicht ganz illusorisch sein, so setzt sie voraus, dass der allgemeine Gebrauch auf andere Weise schon vollkommen gesichert sei. Denn ehe gesorgt wird, dass ein Etalon der Nachwelt erhalten werde, muss gesorgt werden, dass derselbe *wirklich gebraucht* wird, da er sonst für die Nachwelt gar keine Bedeutung hat.

Die Möglichkeit des allgemeinen Gebrauches setzt aber voraus, dass der Etalon nicht in einem, sondern in vielen Tausenden von Exemplaren vorhanden sei, für welche alle dieselbe *Bürgschaft* existiren muss, eine Bürgschaft, welche, wenn die Fabrikation aller zum wirklichen Gebrauche kommenden Etalons von Künstlern und Handwerkern nach Belieben mit den verschiedensten Instrumenten und Werkzeugen beschafft wird, durch die flüchtige Kontrolle eines Aichungsamtes nicht wohl erreicht werden kann.

Wie man viele für identisch zu achtende *Exemplare einer Schrift* nur durch denselben *Druck* gewinnen kann, ebenso lassen sich viele für identisch zu achtende *Etalon-Exemplare* nicht durch künstlerisches oder handwerksmässiges *Kopiren*, sondern nur durch *stereotypischen Abdruck* mit den feinsten und zuverlässigsten Maschinen, unter ganz unverändert erhaltenen Verhältnissen, bewerkstelligen. Nicht der Stempel eines Aichungsamtes, sondern der Stempel der Maschine, womit alle Exemplare geprägt worden sind, kann ihnen allen eine gleiche, *praktisch genügende*, Bürgschaft gewähren. Solche Maschinen in zweckmässigster Weise auszuführen, ist gewiss eine schwere Aufgabe, deren Lösung jedoch in unserer Zeit keinen wesentlichen Anstand finden dürfte.

Wäre nun aber auch eine solche stereotypische Vervielfältigung der Exemplare für den Längen-Etalon erreichbar, so würde doch dasselbe nicht von allen Etalons gelten. Es würden sich z. B. solche stereotypisch vervielfältigte Exemplare des Massen- oder Gewichts-Etalons, die für *alle* praktischen Anwendungen als identisch gelten könnten, nicht herstellen lassen. Es würden aber doch stereotypisch vervielfältigte Exemplare herstellbar sein, welche für die *meisten* praktischen Anwendungen als identisch gelten könnten, was auch schon von grosser, keineswegs zu übersehender, Wichtigkeit wäre. Es dürfte in dieser Beziehung insbesondere nicht übersehen werden, wie wichtig es wäre, wenn eine *zweckmässige Prägung* aller Gold- und Silbermünzen dazu benutzt würde, um den Massen- oder Gewichts-Etalon in Tausenden von *gleich* verbürgten Exemplaren zu verbreiten, wobei freilich die Grundbedingung wäre, dass der Massen- oder Gewichts-Etalon nicht im *Feingehalt* der Münze, sondern in ihrem *Totalgehalt* gegeben wäre.

Hätte man in anderen Maassgebieten solche Hülfsmittel, wie Uhren und Kalender für die Zeit sind, um auf allgemeine Annahme zweckmässiger Einrichtungen hinzuwirken, so könnte die allmählige Ausbildung des Maasssystemes fast ganz der freien Entwickelung überlassen bleiben, und es würde nur von Zeit zu Zeit einer gesetzlichen Sanktion des so Entstandenen bedürfen. Bei dem Mangel solcher Hulfsmittel aber leuchtet ein, dass es ohne gesetzgeberische Akte niemals zu einer allgemeinen Annahme auch der zweckmässigsten Einrichtungen kommen kann.

Der Hauptzweck solcher gesetzgeberischen Akte besteht in der angestrebten Vermittelung, dass bestimmte Maasse innerhalb gewisser Grenzen allgemein verbreitet und allein gebraucht werden. Demgemäss kann der Fall eintreten, dass die Wahl des schlechtweg zur allgemeinen Annahme zweckmässigsten Maasssystemes für einen bestimmten engeren und beschränkteren Kreis unzweckmässig wird.

Hätten z. B. Preussen und Oesterreich ein und dasselbe, keineswegs aber das zur allgemeinen Annahme zweckmässigste, Maasssystem angenommen, so würde es für Sachsen unzweckmässig sein, irgend ein anderes Maasssystem anzunehmen, wenn es auch das vollkommenste und für die allgemeine Annahme unbedingt zweckmässigste wäre.

Aehnliche Betrachtungen finden in Beziehung auf Deutschland in seiner Umgebung von anderen Ländern Anwendung, und es soll hier nicht erörtert werden, ob darin ein hinreichender praktischer Grund gefunden werden kann, für Deutschland auf die Annahme des im Allgemeinen geeignetsten und zweckmässigsten Maasssystemes vor der Hand lieber noch zu verzichten, und statt dessen die Annahme des aus den angedeuteten Gründen jetzt noch relativ zweckmässigeren französischen

Maasssystemes zu empfehlen, dessen Einrichtung zwar, nach Fallenlassen des Grundes, auf dem sie gebauet war, ihre ursprüngliche Einheitlichkeit verloren hat und dadurch an sich unzweckmässig geworden ist, aber auch in diesem Zustande noch viele Vorzüge eines wirklich einheitlichen Maasssystemes bewahrt hat, die sonst nicht weiter gefunden werden.

Zusätze.

1. Formulirung der Vorschläge.

1. Angenommen wird das *einheitliche Maasssystem*, worin
 die Sekunde,
 die Maximaldichtigkeit des reinen Wassers ohne äusseren Druck und
 der 1000. Theil der Seemeile oder der Länge der Bogenminute des Erdmeridiankreises
 die *drei Grundmaasse* sind, aus denen alle anderen Maasse *abgeleitet* werden.
2. Jeder Staat macht sich verbindlich, für allgemeine Verbreitung und allgemeinen Gebrauch eines diesem Systeme so genau wie möglich entsprechenden Systemes von *Maass-Etalons* zu sorgen.

2. Ueber die Ausführung.

Die Ausführung bleibt jedem Staate in seinem Bereiche überlassen; doch würde als erster zweckmässiger Schritt besonders zu empfehlen sein die Sorge für Verbreitung von *Längen-Etalons* und *Gewichts-Etalons*, wonach die weitere Ausbildung der freien Entwickelung überlassen werden kann, die nur von Zeit zu Zeit der gesetzlichen Sanktion bedürfen wird.

Längen-Etalon.

Zum Längen-Etalon wird der 1000. Theil einer Seemeile mit aller erreichbaren Genauigkeit durch mechanische Vervielfältigung in Tausenden von Exempleren hergestellt.

Dieser Längen-Etalon, welcher eine *Klafter* heisse, ist

$\frac{100}{54}$ Meter lang, oder nahe
6 Fuss Hannoverisch $+ \frac{1}{3}$ Fuss
6 „ Englisch $+ \frac{1}{13}$ „
6 „ Preussisch $- \frac{1}{10}$ „ [1])

[1]) Die preussische Klafter ist der 4000. Theil der preussischen Meile. Sonderbarer Weise hat man in Preussen die Meile nach der Klafter, statt die Klafter nach

6 Fuss Oesterreichisch — $\frac{1}{7}$ Fuss
6 „ Altfranzösisch — $\frac{3}{10}$ „

Bedarf es nun nach gesetzlicher Feststellung des *Maass-Etalons* keiner weiteren *gesetzlichen* Bestimmung über Eintheilung und Rechnung, so muss doch bei der Ausführung, namentlich um dem Zweck der Verbreitung vollkommen zu entsprechen, eine bestimmte Theilungs- und Rechnungsweise *faktisch* angenommen werden. Denn der mit der Verbreitung verbundene Zweck des Gebrauches macht die Verbindung einer *Längenskale* mit jedem *Längen-Etalon* nothwendig. Bei der Wahl dieser Theilungs- und Rechnungsweise dürften nun die von der Längenmessung abhängigen Flächen- und Raummessungen, welche das *Decimalsystem* fordern, allein schon praktisch als entscheidend angesehen werden; denn alle Quadrirungen und Kubirungen, sowie alle Quadrat- und Kubikwurzelausziehungen, welche bei Berechnung von Flächen und Räumen aus gemessenen Längen, oder bei Berechnung abzumessender Längen aus darzustellenden Flächen und Räumen, immer vorkommen, müssen im Decimalsystem gerechnet werden. Dazu kommt, dass nur das Decimalsystem, bei dem allgemein angenommenen Zahlensysteme, die für specielle Zwecke oft bequeme Einführung des 10. oder 100. Theiles der Maasseinheit als *niedere* Einheit, sowie der 1000fachen Maasseinheit, oder der Seemeile, als *höhere* Einheit, ohne die geringste Störung in den Rechnungen gestattet, was für die Darstellung brauchbar und bequemer *Etalons abgeleiteter Maasse*, namentlich der *Gewichts-Etalons*, praktisch besonders wichtig ist. Es kann dann z. B. der 100. *Theil der Klafter* bei Ableitung des Gewichts-Etalons als Längeneinheit zum Grunde gelegt werden, ebenso wie bei Ableitung des französischen Gewichts-Etalons, des Gramms, der 100. *Theil des Meter* als Längeneinheit zu Grunde gelegt worden war.

Dies vorausgesetzt, empfiehlt sich die *Klafter* unmittelbar mit 100theiliger Skale als brauchbarer Maassstab in der Architektur, Feldmessung, Holzmessung u. s. w.; die nächst kleinere Decimalstelle $^1/_{10}$ Klafter (welche der Handlänge von 7 bis 8 Zoll entspricht) mit 100theiliger Skale empfiehlt sich dagegen als brauchbarer Maassstab besonders in den Künsten, z. B. in der Zeichenkunst, mechanischen Kunst, in Reiszeugen u. s. w. Es empfiehlt sich endlich die Fortschreitung 1, 2, 3 bis 4 in der nämlichen Decimalstelle, also $^1/_{10}$, $^2/_{10}$, $^3/_{10}$ bis $^4/_{10}$ Klafter, als brauchbarer Maassstab für Handel und Gewerbe, statt der Elle, deren Name für einen $^4/_{10}$ Klafter langen Stab erhalten bleiben könnte, dessen

der Meile, regulirt und dadurch eine von der geographischen verschiedene Meile erhalten. Hätte man es umgekehrt gemacht, so würde die preussische Klafter genau der 1000. Theil der Seemeile sein.

Länge blos um $3^1/_3$ Zoll grösser sein würde, als die altfranzösische Elle. Man könnte dabei selbst an der gewohnten Fortschreitung $^1/_4$, $^2/_4$, $^3/_4$, $^4/_4$, 2, 3, 4, 5 . . Ellen festhalten, wenn auch die Fortschreitung 1, 2, 3, 4, 8, 12, 16, 20 . . der Form nach einfacher ist.

Gewichts-Etalon.

Der Ableitung des Gewichts-Etalons wird der 100. Theil der Klafter zum Grunde gelegt, wonach sich die Gewichtseinheit (Loth)

$$= \left(\frac{100}{54}\right)^3 \text{Gramm}$$

$$= \frac{1}{78{,}7} \text{ Zollpfund}$$

ergiebt.

Zunächst würde es nur auf die allgemeine *Verbreitung* des neuen Gewichts-Etalons ankommen, indem die allmählige Einführung des *Gebrauches bei allen Wägungen* Anfangs der freien Entwickelung überlassen würde.

Die allgemeine Verbreitung des neuen Lothes als Gewichts-Etalons würde aber am zweckmässigsten durch *Silber-* und *Goldmünzen* geschehen, welche dasselbe darstellen.

Silbermünzen.

In Silbermünzen hat der Thalerfuss, nämlich 30 Thaler mit 1 Zollpfund Feingehalt, die ausgedehnteste Annahme gefunden. In der *Münzrechnung* haben für den Thaler die Theilungen in 30, 150 und 105, partielle Annahme gefunden, die sich wohl nicht alle neben einander auf die Dauer erhalten werden.

Der Vorschlag des Sächsischen Gouvernements, Drittelthaler oder Mark (also 90 Mark mit 1 Zollpfund Feingehalt) der Einführung der *Decimalrechnung in der Münzrechnung* zu Grunde zu legen, empfiehlt sich praktisch so sehr, dass er wohl die meiste Aussicht auf allgemeine Annahme für die Zukunft hat.

Der allgemeinen Annahme dieses Vorschlages würde aber die allgemeine Verbreitung von Mark-Etalons als Drittelthaler, halbe Oesterreichische Gulden und 35 Rheinl. Kreuzerstücke vorausgehen müssen. Die Verbreitung von Drittelthalern und Oesterreichischen halben Gulden ist schon vorhanden und brauchte nur vermehrt zu werden, während die Rheinl. Münzrechnung, die sich zwischen den beiden anderen auf die Dauer nicht halten kann, durch zahlreiche Verbreitung von 35 und 7 Kreuzerstücken (= Halbgulden und Zehntelgulden Oesterreichisch =

10 und 2 Groschen) allmählig am zweckmässigsten in die anderen Münzrechnungen überzuführen ist.

Mark, Dritteltlialer, Halbegulden Oesterreichisch und 35 Rheinl. Kreuzerstücken würden aber bei $^1/_{90}$ Zollpfund Feingehalt nebst $^1/_7$ von $^1/_{90}$ Zollpfund an Kupfergehalt den *neuen Gewichts-Etalon* geben, welcher dadurch auf die zweckmässigste Weise allgemeine Verbreitung erhalten könnte. Diese Gewichts-Etalons hätten also $^7/_8$ Silbergehalt oder Feingehalt und $^1/_8$ Kupfergehalt.

Goldmünzen.

In Goldmünzen ist der mit Kronen gemachte Versuch fast schon als gescheitert zu betrachten, während die Pistolen sich erhalten haben.

Pistolen können aber mit unverändertem Goldgehalt und sehr kleinem Kupfergehalt so ausgeprägt werden, dass sie den neuen Gewichts-Etalon geben, wodurch letzterer auch in Goldmünzen die weiteste Verbreitung finden würde.

XII.

Kritik eines anonym in der „Deutschen Vierteljahrsschrift“, drittes Heft 1861 (Stuttgart u. Tübingen 1861. 8°) erschienenen Aufsatzes „Die deutsche Maass- und Gewichtsfrage“.

[Göttingische gelehrte Anzeigen, 31. Stück, 1861.]

Das angeführte Heft der Deutschen Vierteljahrsschrift enthält einen anonymen Aufsatz: „Die deutsche Maass- und Gewichtsfrage“, als dessen Zweck angegeben wird, über die Arbeiten der in Frankfurt a. M. niedergesetzten Kommission zu berichten und das Thatsächliche mit erläuternden Bemerkungen zu begleiten, mit der ausdrücklichen Erklärung, dass der Verfasser — wahrscheinlich ein Mitglied der Kommission — nicht den Anspruch erhebe, bei seinen Betrachtungen und Motivirungen überall genau oder vollständig die Meinung und den Ausdruck der Kommission wiederzugeben.

Die Frankfurter Kommission — bestehend aus Professor v. Ettingshausen für Oesterreich, Professor Jolly für Bayern, Direktor Hülsse für Sachsen, Direktor Karmarsch und Stadtdirektor Rasch für Hannover, Direktor von Steinbeis für Württemberg, Baurath Becker für Baden und Nassau, Geheimerath Eckardt für Grossherzogthum Hessen und Mechaniker Repsold für Hamburg, Lübeck und Bremen — hat, wie bekannt ist, über ihre Arbeiten selbst berichtet und ihre Vorschläge in einem ausführlichen Gutachten der Bundesversammlung vorgelegt, welches natürlich allein als authentischer Ausdruck der Ansichten und Gründe der Kommission für die gemachten Vorschläge anzusehen ist. Dieses Gutachten ist im vorliegenden Aufsatze weder selbst noch im Auszuge enthalten, wenn es auch dem Verfasser dabei vorgelegen haben mag. Der Verfasser hat nur versucht, die Gesammtheit der Kommissionsvorschläge in zusammenhängender Darstellung, mit Erläuterungen, Betrachtungen und Motivirungen zu geben, welche, wenn sie auch zu den von der Kommission angenommenen Resultaten führen, doch nur als sein Werk zu betrachten sind.

Man findet darin, wenn auch nicht in abgesonderter und authentischer Fassung, die schon bekannten Vorschläge der Kommission für die Maasse der *Längen, Flächen* und *Körper* nach dem Metersysteme; für die *Gewichte*, das Pfund = 500 Gramm; so wie auch den Vorschlag für die erforderlichen *Grössenabstufungen*, die *Decimaltheilung*, jedoch mit Zulassung *dyadischer* Theilung in einzelnen Fällen. Ferner findet man ausführlich die gemachten Vorschläge zur Feststellung einer Anzahl *benannter Grössenabstufungen*. Endlich wird noch von einem grossen und wesentlichen Theile des von der Frankfurter Kommission an die Bundesversammlung erstatteten Gutachtens, welcher sich mit Vorschlägen über die *Ausführungsmaassregeln* beschäftigt, der Inhalt angedeutet, nämlich: von dem Urmaass, dessen nächsten Kopien und den sogenannten Hauptnormalen des Meters; von dem Urpfund, dessen nächsten Kopien und den Hauptnormalen des Gewichtssystemes; von den Hauptnormalen für die Hohlmaasse und den Dimensionsverhältnissen der letzteren; von den Maass- und Gewichtsnormalen der ausführenden Aichungsbehörden; von der Toleranz (den Genauigkeitsgrenzen) bei Maassen und Gewichten; von dem Aichungsverfahren und von der Bezeichnung der Maasse; endlich von der Ueberführung des vorgeschlagenen Maasssystemes in den Gebrauch und den dabei anwendbaren Erleichterungen.

Für den Zweck dieser Anzeigen würde nun zwar ein genauer und vollständiger Bericht von den Kommissionsverhandlungen, insbesondere das an die Bundesversammlung erstattete Gutachten selbst, von noch grösserem Interesse gewesen sein; doch glauben wir die hier vorliegende Arbeit nicht ganz übergehen zu dürfen, schon weil sie aus dem Schoosse der Kommission selbst hervorgegangen zu sein scheint und deshalb das Präjudiz für sich haben dürfte, doch wirklich nicht blos die Resultate, sondern auch, wenigstens dem hauptsächlichsten Inhalte nach, die gepflogenen Berathungen selbst zu geben.

Eine besondere Veranlassung zu einigen Bemerkungen ist dem Referenten noch durch die Berücksichtigung gegeben, welche der Verfasser des Aufsatzes in der deutschen Vierteljahrsschrift einem Artikel hat zu Theil werden lassen, der sich unter dem Titel „Ueber einheitliche Maasssysteme“ in dem neuesten Jahrgang der Tübinger Zeitschrift für Staatswissenschaft findet.

Es ist bekannt, dass Preussen sich bei diesen Kommissionsarbeiten nicht hat betheiligen wollen, nach Angabe des Verfassers unter Anführung der Gründe, dass die *Bedürfnissfrage* (d. h. die Nothwendigkeit einer einheitlichen deutschen Maassordnung) noch nicht ausser Zweifel gestellt sei, und dass diese Frage von *Fachmännern* nicht erörtert werden könne. Der Verfasser hat sich dadurch veranlasst gefunden, die Bedürfnissfrage zum ersten Gegenstand seiner Erörterung zu machen.

Was er darüber anführt, nämlich eine Zusammenstellung von Daten, welche den noch immer chaotischen Zustand des Maasswesens in Deutschland veranschaulichen, dürfte freilich wohl Preussen nicht unbekannt gewesen sein.

Sodann folgt eine Zusammenstellung allgemeiner Forderungen an das deutsche Maasssystem in *neun* Punkten; es heisst nämlich:

„Jedes richtig durchgebildete Maasssystem überhaupt muss

a) die zum praktischen Gebrauche erforderliche Mannigfaltigkeit von Grössen darbieten;

b) nichts Ueberflüssiges enthalten, z. B. nicht zwei oder mehrere verschiedene Maasse für Zwecke aufstellen, welchen durch ein einziges gemeinschaftliches Maass genügt werden kann;

c) in der Grösse der aufgestellten Maasseinheiten, so wie in Vervielfältigungen und Theilen derselben dasjenige treffen, was der Bequemlichkeit beim Gebrauche zusagt;

d) in den Eintheilungen und Vervielfachungen gebührend auf das, alle Rechnungen so sehr erleichternde, Decimalsystem Rücksicht nehmen;

e) den naturgemässen inneren Zusammenhang darbieten, welcher dadurch hervorgeht, dass die Flächen- und Körpermaasse auf einfache Weise aus dem Längenmaasse abgeleitet sind;

f) ebenso einen klar und leicht dem Gedächtnisse einzuprägenden Zusammenhang zwischen Maass und Gewicht verwirklichen, nämlich zu einer solchen Einheit des Körpermaasses führen, dass das Gewicht einer hiermit an Rauminhalt übereinstimmenden Masse reinen Wassers in einem sehr einfachen Verhältnisse zu der Gewichtseinheit steht, was für eine grosse Menge technischer Berechnungen ausserordentlich wichtig ist;

g) thunlichst eng einem anderen bereits in grosser territorialer Verbreitung existirenden, namentlich demjenigen der wichtigsten und mit Deutschland im umfassendsten Verkehr stehenden Nachbarstaaten sich anschliessen, in welcher Beziehung ein anderes Maasssystem nicht, als entweder das *metrische* oder das *englische* ins Auge gefasst werden kann;

h) so sehr dem in Deutschland Gewohnten sich anschmiegen, als ohne wesentliche Beeinträchtigung der übrigen schon angeführten Forderungen möglich ist;

i) der unter f im Allgemeinen erwähnten Beziehung zwischen Maass und Gewicht ihre Anwendung speciell auf das deutsche Zollpfund (= 500 Gramm) geben, welches in den meisten Staaten Deutschlands bereits gesetzliches Handelsgewicht ist, und es voraussichtlich auch in den übrigen bald werden wird, also durch neue Maasssysteme nicht beseitigt werden darf.

Die Gesammtheit vorstehender neun Punkte giebt den Prüfstein ab, an welchem man die Tauglichkeit jedes für den vorliegenden Zweck gemachten Vorschlages zu erproben hat.“

Keinem dieser *neun* Punkte wird man eine gewisse Berechtigung abstreiten, auch wohl, mit Rücksicht auf die Schwierigkeit präciser Fassung, die Unbestimmtheit mancher Ausdrücke nachsehen; dem Verfasser scheint aber der Gedanke gänzlich fremd zu sein, dass wenn solche Forderungen nicht einzeln, sondern, wie er thut, in einem Systeme als allgemeine Normen zur Entscheidung über Tauglichkeit oder Untauglichkeit aller Maasssysteme überhaupt aufgestellt werden sollen, ihr Verhältniss unter einander doch erwogen und genau erörtert werden muss.

Die Forderung g lässt z. B. für sich allein betrachtet nur eine einzige Wahl frei, nämlich zwischen dem *metrischen* und *englischen* Maasssysteme —; denn dass statt „Annahme des metrischen oder englischen Systemes“ der Ausdruck „thunlichst enger Anschluss an das metrische oder englische System“ gebraucht ist, wird Niemand täuschen. Zwei Nationen haben entweder dasselbe Maass, oder sie haben verschiedene Maasse; ob im letzteren Falle die Verschiedenheit etwas grösser oder kleiner ist, wenn sie für den praktischen Gebrauch nicht ganz verschwindet, ist unwesentlich und ziemlich gleichgültig.

Die Forderung i lässt aber sogar nicht einmal die Wahl zwischen dem metrischen und englischen Systeme frei, sondern fordert schlechtweg und geradezu das *metrische* System.

Wozu soll es dienen, ein System von *neun* Forderungen als Norm zur Entscheidung über Tauglichkeit der verschiedenen Maasssysteme aufzustellen, wenn eine einzige derselben allein schon genügt? Von einer weiteren Prüfung braucht ja dann gar nicht mehr die Rede zu sein, und es ist wirklich überflüssig, eine solche auf 28 Seiten hinzuzufügen, wodurch am Ende nichts bewiesen wird, als dass das metrische System allein das metrische ist.

Offenbar umfassen jene *neun* Sätze alle Vorzüge, welche der Verfasser am metrischen System hat auffinden können. Das für ihn bei der Wahl eines Systemes für Deutschland Entscheidende liegt aber nicht in der Gesammtheit jener neun Sätze, sondern einzig in dem Punkte, wonach zwischen dem neuerlich in vielen deutschen Staaten als Landesgewicht und in ganz Deutschland als Zoll-, Post- und Eisenbahngewicht eingeführten Pfunde und dem neu einzuführenden Längenmaass und dem davon abzuleitenden Flächen- und Körpermaass Uebereinstimmung bestehen soll.

Das Meter ist dem Verfasser ein im Pariser Archive liegender Stab, um dessen Ursprung er sich wenig zu kümmern scheint; genug,

dass dieser Stab sich in 10 Theile theilen lässt, und dass alle Figuren und Körper, welche mit diesem Stabe ausgemessen werden, sich ihrem Inhalt nach bequem in Theilen des Quadrates und Würfels seiner Länge ausdrücken lassen, und dass das Wasser, welches diesen Würfel füllt, genau *zweitausend Pfund* wiegt. Hieraus folgt die Tauglichkeit des Meters als deutsche Maasseinheit.

Jedes andere Maass ist ein Stab von anderer Länge, der sich zwar auch in 10 Theile theilen lässt etc., aber das Wasser, was den Würfel seiner Länge füllt, wiegt *nicht zweitausend Pfund.* Hieraus folgt die Untauglichkeit jedes anderen Maasses als deutsche Maasseinheit. — Durch das Zweitausendpfundprincip ist also Alles entschieden. —

Diese Entscheidung ist kurz und gut. In der That freut man sich in Deutschland des gleichen Pfundes, und jeder erkennt, dass diese Errungenschaft nicht aufgegeben werden darf. An diese erste Errungenschaft schliesst sich ferner, ohne allen Zweifel, die Annahme des Metersystemes *en bloc* am leichtesten und natürlichsten an; von allen Seiten wird man dazu gedrängt, und es wird viel, sehr viel dadurch gewonnen. Auch ist für die nächste Zeit vielleicht nicht mehr zu gewinnen; weitere Fortschritte brauchen auch nicht übereilt, sondern können mit Ruhe und Zuversicht von einer späteren Zeit erwartet werden. Die Beschlüsse der Kommission mögen dadurch also gerechtfertigt sein.

Mit dieser zeitgemässen Beschränkung des Fortschrittes in der Gegenwart und den damit in Uebereinstimmung gebrachten Beschlüssen der Kommission steht aber eine sachverständige Erwägung der von der Zukunft etwa noch zu erwartenden weiteren Fortschritte gar nicht in Widerspruch; sie kann vielmehr durch die Wichtigkeit, welche manche Nebenumstände durch sie gewinnen, auf die gegenwärtige Entwickelung noch günstigen Einfluss haben; wenigstens kann dadurch für die Zukunft der Anschluss neuer Fortschritte an den gegenwärtigen vorbereitet und erleichtert werden. Wer wird alle weiteren Fortschritte der Zukunft gänzlich absprechen wollen? Wie leicht kann *Frankreich*, wo man sehr wohl weiss, dass das jetzige Metersystem der bei Begründung zum Grunde gelegenen Absicht nicht entspricht, darin vorangehen? und wie werden dann die künftigen deutschen Bewunderer des französischen Maasssystemes die Weisheit der Aenderung preisen und ihre Einführung in Deutschland empfehlen, während ihnen jetzt noch der Gedanke, dass man in Deutschland wohl *thun* könnte, was man in Frankreich bei Einführung des Metersystemes nur *gewollt* hat, fern zu liegen scheint!

Von diesem letzteren Standpunkte aus genügt aber freilich obiges Zweitausendpfundprincip nicht mehr ganz vollständig, was offenbar nicht weiter als zur Annahme des Metersystemes *en bloc,* ganz so wie es vorliegt, führen kann. Soll die Erwägung auch die von der Zukunft

zu erwartenden weiteren Fortschritte umfassen, so darf man nicht *blindlings* das Metersystem nehmen, wie es vorliegt, sondern muss zusehen, wie es entstanden ist, was die Absichten dabei gewesen, und was geschehen ist, theils in Uebereinstimmung mit diesen Absichten, theils ihnen entgegen.

Bei Begründung des Metermaasses hat die Absicht vorgelegen, dass jede Angabe der Entfernung zweier Orte auf der Erdoberfläche im Metermaasse zugleich eine Angabe dieser Entfernung in Graden und Minuten wäre, und umgekehrt, und man hat zu diesem Zwecke das *Kilometer* der *Minute* gleich gemacht; diese Absicht ist aber vereitelt worden durch den zweimaligen Wechsel von Graden und Minuten während der Revolutionszeit in Frankreich. Denn *erst* wurde als Gesetz dekretirt, dass der Kreis, statt wie bisher in 360 Grade, jeder mit 60 Minuten, in 400 Grade, jeder mit 100 Minuten, getheilt werden sollte, und demgemäss wurde das *Kilometer* einer solchen Minute, d. i. dem 40000. Theile des Meridiankreises, oder dem 10000. Theile seines Quadranten, gleichgesetzt; *sodann* aber wurde dieses Gesetz wieder aufgehoben und die Eintheilung des Kreises in 360 Grad und des Grades in 60 Minuten wieder hergestellt, wobei es der bei Begründung des Metermaasses gehegten Absicht ganz zuwider geschah, dass das *Kilometer*, statt nun mitverändert und dem 5400. Theile des Quadranten gleichgemacht zu werden, als 10000. Theil belassen wurde, wodurch der eigentliche ursprüngliche Zweck ganz vereitelt worden ist.

Dieser ursprüngliche Zweck, wie er namentlich von LAPLACE auf das Bündigste dargelegt worden, mit vollständigster Motivirung durch seine praktische Wichtigkeit und Bedeutung, ist der einzige wesentliche und entscheidende bei der Wahl des Metermaasses gewesen (denn Decimaltheilung und Regulirung der Gewichtseinheit nach dem Wasserkubus gestattet jedes Maass). Dieser Zweck ist verloren gegangen, und die Bezeichung „Metersystem“ ist in so fern illusorisch geworden, als dieselbe ihren wahren Sinn verloren hat.

Es würde also ein Fortschritt sein, wenn man ein wahres Metersystem wieder herstellte, indem man entweder die revolutionäre Kreiseintheilung einführte, oder, da vernünftiger Weise daran Niemand denken kann, indem man das Metersystem der in der ganzen civilisirten Welt feststehenden Kreistheilung anpasste.

Alle diese Verhältnisse sind den Sachverständigen vollkommen bekannt und hätten daher keiner neuen Darlegung bedurft; sie sind aber in dem oben erwähnten Aufsatze in der Tübinger Zeitschrift für Staatswissenschaft zum Gegenstand einer kurzen Erörterung gemacht worden, weil die Einführung des Metersystemes in Deutschland eine Frage geworden ist, welche auch in weiterem Kreise vielseitiges Interesse erregt,

und weil, wenn man sich dabei auch praktisch vor der Hand nur an das einmal gebräuchliche und verbreitete, im Grunde verfälschte, Metersystem sollte halten müssen, doch die Verbreitung richtiger Einsicht in die wahren Verhältnisse jedenfalls als gut und nützlich angesehen werden darf, wenn auch der Nutzen weniger der Gegenwart als einer späteren Zukunft gilt. Die Verbreitung dieser Einsicht erschien schon darum wünschenswerth, dass das französische Maasssystem nicht geradezu blindlings, ohne alle Erwägung dieses Umstandes, in Deutschland angenommen werde.

Von dem oben erwähnten Zweitausendpfundprincipe unseres Verfassers aus kommt dies Alles nicht in Betracht, und derselbe war dadurch berechtigt, gar keine Rücksicht hierauf zu nehmen.

Dieses ist aber nicht geschehen, sondern der Verfasser hat geglaubt, jene rein kritische Erörterung über das wahre Metersystem als einen Vorschlag zu einem ganz *neuen* Maasssysteme in seiner Maassklassifikation aufführen zu müssen. Dieser *neue* Vorschlag besteht nach ihm kurz darin, dass ein Stab von $\frac{100}{54}$ Meter Länge die *neue* Maasseinheit bilden soll; und da das Wasser, welches den Würfel dieser Länge füllt, nicht *zweitausend Pfund* wiegt, so wird dieses Maass wie alle übrigen verworfen.

Soweit hält sich der Verfasser ganz auf dem von ihm eingenommenen Standpunkte, wobei es nur inkonsequent ist, dass er nicht auf dieselbe Weise den Vorschlag einer neuen Maasseinheit, die $\frac{11697}{11696}$ Meter lang sein soll, behandelt hat, den er zwar anführt, aber nicht als Vorschlag einer *neuen* Maasseinheit, sondern nur als eine (nach den genaueren Bessel'schen Bestimmungen) vorgeschlagene *Berichtigung* des Metermaasses selbst, die er jedoch mit Recht verwirft.

Der Verfasser ist aber offenbar dem von ihm eingenommenen Standpunkte untreu geworden, indem er hinzufügt: „Hierbei ist, da die Meridiangrade wegen Abplattung der Erde eine verschiedene Grösse haben, der *mittlere* Grad ($\frac{1}{90}$ des Quadranten oder $\frac{1}{360}$ des vollen Meridiankreises) zu Grunde gelegt. Anscheinend verwechselt der Verfasser diesen Meridiangrad mit dem Aequatorgrade, oder lässt beide für gleich gross gelten, was sie bekanntlich nicht sind. Nun ist, wenigstens in Deutschland, die *Seemeile* als der 60. Theil eines *Aequator*grades angenommen, wonach sie = 1855,11 Meter, die Klafter als das Tausendstel hiervon = 1,85 511 gesetzt werden muss, während $\frac{100}{54}$ Meter = 1,85 185 Meter sein würde. Legt man aber die von Bessel als die wahrscheinlichste ermittelte Länge des Meridianquadranten (10 000 855 Meter) zu Grunde, so beträgt der 5400. Theil desselben 1,85 201 Meter.“

In dieser kritischen Bemerkung verlässt der Verfasser offenbar den von ihm sonst eingenommenen Standpunkt, wonach die *neue* vor-

geschlagene Maasseinheit als $\frac{100}{54}$ Meter, keineswegs aber als eine *Berichtigung* des Metermaasses selbst in Betracht gezogen werden durfte. Indem er aber seinen Standpunkt wechselt, scheint er den Faden des Zusammenhanges ganz zu verlieren; denn sonst müsste er doch wohl eingesehen haben, dass mit einer *Berichtigung des Metermaasses* die *deutsche* Seemeile, als der 60. Theil des *Aequator*grades, gar nichts zu thun hat. Wenn man im Sinne des Metersystemes überhaupt von Seemeile sprechen will, so versteht es sich doch von selbst, dass *Seemeile* nur ein anderer Name für *Kilometer* sein darf, welches nach dem Metersysteme bei Bestimmung des Abstandes zweier Orte auf der Erdoberfläche die Stelle der Seemeile vertreten soll, also entweder der 10 000. Theil des *Meridian*quadranten, nach der revolutionären Kreistheilung, oder der 5400. Theil desselben Quadranten nach der allgemein angenommenen Kreistheilung. Wie kann man hier den *Aequatorkreis* einmischen wollen, der mit dem Metersystem in gar keiner Beziehung steht!

Bei solchem Missverstehen des von dem Referenten in der Tübinger Zeitschrift Gesagten, das doch keineswegs etwas Neues, sondern allen Sachverständigen und jedem Kenner des Metersystemes Geläufiges enthielt, ist der Zweifel mehr als begründet, ob der Aufsatz in der deutschen Vierteljahrsschrift, wenn gleich aus der Feder eines Mitgliedes der Kommission geflossen, auch wirklich dem Sinne und der Meinung dieser Kommission entspricht, und ganz deutlich erkennt man, dass er von den Verhandlungen im Schoosse der Kommission, welche dem Beschlusse, das Metersystem anzunehmen, vorhergegangen sind, keinerlei Mittheilung macht. Denn dass man in dieser Kommission von jeder Erwägung der dem Metersysteme zu Grunde liegenden Gedanken von vorn herein abgesehen und sich einfach auf die Annahme des vorhandenen Metermaasses beschränkt habe, nur weil dasselbe der theilweise in Deutschland angenommenen Gewichtseinheit entspricht und bei unseren westlichen Nachbarn in Kraft steht, — das lässt sich durchaus nicht erwarten. Referent hat ausdrücklich hervorgehoben, dass diese beiden Momente von erheblicher Bedeutung sind und dass sich *vielleicht* jetzt nichts Besseres thun lässt, als das Metermaass, wie es ist, anzunehmen; aber er glaubt, dass es einem Mitgliede der wissenschaftlichen Kommission, die für Deutschland ein einheitliches Maasssystem begründen soll, wohl angestanden hätte, den Beweis zu geben, dass man nicht blos dem französischen Beispiele folgen will, sondern dass man auch das Verhältniss des in Frankreich Bestehenden zu dem ursprünglich Gewollten kennt, und dass und warum man trotz des zwischen jenem und diesem bestehenden Widerspruches die einfache Annahme des Metersystemes für das Beste hält.

XIII.

Theorie der durch Wasser oder andere inkompressibele Flüssigkeiten in elastischen Röhren fortgepflanzten Wellen.

Von

Wilhelm Weber.

[Berichte der Kgl. Sächs. Ges. d. Wiss., math.-phys. Klasse, XVIII, p. 353—357, 1866.]

§ 1. Bezeichnet ϱ die Dichtigkeit des Wassers (oder einer anderen inkompressibelen Flüssigkeit) und r den Halbmesser der Röhre, so wird die Wassermasse, welche in dem Zeitelemente dt mit einer *geringen* Geschwindigkeit c durch den Querschnitt πr^2 geht, durch

$$\pi \varrho r^2 c dt$$

ausgedrückt. Bezeichnet $\pi\varrho(r + dr)^2 (c + dc) dt$ dasselbe für einen anderen Querschnitt, welcher um dx von dem ersteren entfernt ist, so giebt der Unterschied die Vermehrung der Wassermasse in dem zwischen beiden Querschnitten liegenden Röhrenelemente dx, während des Zeitelements dt, für cylindrische Röhren, deren Elasticität nur sehr kleine Aenderungen von r zulässt, so dass cdr gegen rdc sehr klein ist,

$$= - \pi \varrho r^2 dc dt.$$

Durch diese Vermehrung der Wassermasse im Röhrenelemente dx wird der Halbmesser r dieses Elements, wenn auch nur sehr wenig, um dr vergrössert und hiernach lässt sich dieselbe Wassermasse durch $2\pi\varrho r dr dx$ ausdrücken; folglich ist

$$- \pi \varrho r^2 dc dt = 2\pi \varrho r dr dx$$

oder

$$- \frac{dc}{dx} = \frac{2}{r} \frac{dr}{dt}. \tag{1}$$

§ 2. Einem bestimmten Drucke der Flüssigkeit p entspricht eine bestimmte Erweiterung der elastischen Röhre, welche durch die Vergrösserung ihres Halbmessers $= \varepsilon$ gegeben sei. Man setze $\frac{\varepsilon}{p} = a$. Nach

diesem festgesetzten Verhältnisse ergiebt sich aus dem Gesetz der Elasticität zwischen der Zunahme des Halbmessers der Röhre dr und der Zunahme des Druckes der Flüssigkeit in der Röhre die Gleichung:

$$dr = a dp. \qquad (2)$$

Findet nun in zwei Querschnitten, deren Abstand dx ist, der Druckunterschied dp Statt, so wird *nach dem allgemeinen Bewegungsgesetze* die Beschleunigung der Flüssigkeit zwischen diesen beiden Querschnitten dargestellt durch

$$-\frac{dc}{dt} = \frac{dp}{\varrho dx} = \frac{dr}{a\varrho dx}. \qquad (3)$$

§ 3. Durch Differentiation der beiden Gleichungen (1) und (2), nämlich:

$$-\frac{dc}{dx} = \frac{2}{r}\frac{dr}{dt} \text{ und } -\frac{dc}{dt} = \frac{dr}{a\varrho dx}$$

erhält man endlich

$$-\frac{d^2c}{dx dt} = \frac{2}{r}\frac{d^2r}{dt^2} \text{ und } -\frac{d^2c}{dx dt} = \frac{dr^2}{a\varrho dx^2}$$

und hieraus die Gleichung der Bewegung:

$$\frac{2}{r}\frac{d^2r}{dt^2} = \frac{d^2r}{a\varrho dx^2}$$

oder

$$\frac{d^2r}{dt^2} = \frac{r}{2a\varrho}\cdot\frac{d^2r}{dx^2}. \qquad (4)$$

§ 4. Diese Gleichung für die Bewegung des Wassers in elastischen Röhren, wonach der zweite partielle Differentialkoefficient der Variabelen in Beziehung auf die Zeit zu dem zweiten Differentialkoefficienten derselben Variabelen in Beziehung auf den Raum in einem konstanten Verhältnisse steht, stimmt ihrer Form nach mit der Gleichung für die Bewegung der Luft in festen Röhren und mit der Gleichung für die Bewegung gespannter Saiten ganz überein, und es ergeben sich daraus auf gleiche Weise die Gesetze der Wellenfortpflanzung, welche daher nicht besonders entwickelt zu werden brauchen.

§ 5. Nur die Bedeutung der konstanten Grösse $\frac{r}{2a\varrho}$ in der oben gefundenen Bewegungsgleichung, welche das konstante Verhältniss der beiden partiellen Differentialkoefficienten zu einander ausdrückt, bedarf noch einer Erläuterung. Bekanntlich hat diese Konstante darum eine besondere Wichtigkeit, weil sie in der Entwickelung der Gesetze der Wellenfortpflanzung die Bedeutung des Quadrats der Wellengeschwindigkeit erhält. Aus der Zusammensetzung dieser konstanten Grösse $\frac{r}{2a\varrho}$ selbst geht aber hervor, dass sie nichts anderes ist, als die Hälfte des

Elasticitäts-Modulus der Röhre, wenn man unter Elasticitäts-Modulus denjenigen *specifischen Druck* (d. i. ein Druck Q dividirt durch die Dichtigkeit ϱ der drückenden Flüssigkeit) versteht, welcher nach dem elastischen Gesetze einer Verdoppelung des Röhrenhalbmessers entspricht. Bezeichnet man also die Geschwindigkeit der Fortpflanzung der Wellen mit V und den Elasticitäts-Modulus mit M, so hat man die Gleichungen

$$V^2 = \frac{r}{2a\varrho} = \tfrac{1}{2} M. \tag{5}$$

Denn nach der durch die oben gefundene Gleichung (2), nämlich $dr = a dp$, gegebenen Proportion ist $r = aQ$, folglich

$$\frac{r}{2a\varrho} = \tfrac{1}{2} \frac{Q}{\varrho} = \tfrac{1}{2} M.$$

Diese Bedeutung der Konstanten in unserer Theorie unterscheidet sich nun von der Bedeutung derselben in den Wellentheorien der Luft und gespannter Saiten blos dadurch, dass in den letzteren an die Stelle der Hälfte des Elasticitäts-Modulus der ganze Elasticitäts-Modulus zu setzen ist, vorausgesetzt, dass man unter Elasticitäts-Modulus bei der Luft denjenigen specifischen Druck versteht, welcher einer Verdoppelung der Dichtigkeit entspricht, und bei gespannten Saiten die specifische Spannung der Saite, d. i. die Kraft, mit welcher die Saite gespannt wird, dividirt durch die Masse der Längeneinheit.

Dieser Unterschied beruht aber blos darauf, dass die elastische Röhre sich nach allen Richtungen zugleich ausdehnt, während die Beugung einer gespannten Saite und die Verschiebungen der Lufttheilchen in einer festen Röhre immer nur nach einer Richtung geschieht. Setzt man nämlich, statt einer nach allen Richtungen ausdehnbaren Röhre, eine Röhre, die blos nach einer Richtung ausdehnbar ist (z. B. eine horizontale Röhre, welche blos oben und unten elastische Wände, auf beiden Seiten aber feste Wände hat), so fällt dieser Unterschied weg, d. h. das Quadrat der Geschwindigkeit, mit welcher die Wellen fortgepflanzt werden, ist in einer solchen Röhre, unter sonst gleichen Verhältnissen, doppelt so gross wie in einer nach allen Richtungen ausdehnbaren Röhre, oder es ist

$$V^2 = M, \tag{6}$$

gerade so, wie bei den Wellen in der Luft und an gespannten Saiten.

§ 6. Das Gesetz der Geschwindigkeit, mit welcher sich die Wellen einer inkompressibelen Flüssigkeit in elastischen Röhren fortpflanzen, lässt sich nach der oben begründeten Theorie kurz in Worten auf folgende Weise aussprechen. Das Quadrat der Geschwindigkeit, mit welcher diese Wellen fortgepflanzt werden, ist dem in der Röhre vorhandenen specifischen Drucke der Flüssigkeit dividirt durch die von

diesem Drucke hervorgebrachten in Theilen der ganzen Röhrenweite ausgedrückten Erweiterung gleich. *Die Geschwindigkeit der Wellen nimmt also sowohl mit der Weite der Röhre, als auch mit der Elasticität ihrer Wände zu und ist der Quadratwurzel beider Grössen proportional.* Die Grösse des Druckes hat hiernach an sich keinen unmittelbaren Einfluss auf die Geschwindigkeit der Wellen, sondern nur einen mittelbaren durch die damit verbundene Erweiterung der Röhre und durch die mit dieser Erweiterung (wenn sie gross ist im Vergleich mit der ganzen Weite) bisweilen verbundene Aenderung des Elasticitäts-Modulus der Röhre, falls der letztere bei verschiedenen Ausdehnungen der Röhre nicht genau derselbe bleibt, wie es im Gesetze der vollkommenen Elasticität angenommen wird.

§ 7. Zur Prüfung dieser auf das Gesetz der Elasticität und dem allgemeinen Bewegungsgesetze begründeten Theorie an der Erfahrung liegen folgende schon vorher ausgeführte Messungen über die Geschwindigkeit, mit welcher die Wasserwellen in einer langen Röhre von vulkanisirtem Kautschuk fortgepflanzt wurden, vor.

Die Röhre, in welcher die Wellenfortpflanzung beobachtet wurde, war horizontal und an ihrem einen Ende mit einer vertikalen Röhre verbunden, welche 3500 Millimeter hoch mit Wasser gefüllt war. Multiplicirt man diese Druckhöhe mit der Dichtigkeit der drückenden Flüssigkeit $= 1$ und mit dem Maasse der Schwere $g = 9811$ (wenn Millimeter und Sekunde als Raum- und Zeitmaass zum Grunde gelegt werden), so erhält man den Druck p:

$$p = 3500 \,.\, 9811 = 34\,338\,500.$$

Es war nun die durch diesen Druck hervorgebrachte Erweiterung der Röhre gemessen und die Vergrösserung ihres Halbmessers gefunden worden:

$$\varepsilon = 2{,}75 \text{ Millimeter,}$$

wobei

$$r = 16{,}5 \text{ Millimeter}$$

war. Es folgt hieraus

$$a = \frac{\varepsilon}{p} = \frac{2{,}75}{34\,338\,500} = \frac{1}{12\,486\,700},$$

also, da die Dichtigkeit des Wassers $\varrho = 1$ ist, die Geschwindigkeit, mit welcher sich die Wellen bei der Weite und Elasticität der gegebenen Röhre fortpflanzen sollen,

$$= \sqrt{\frac{r}{2a\varrho}} = \sqrt{\frac{16{,}5 \cdot 12\,486\,700}{2}} = 10\,033.$$

Die unmittelbare Messung dieser Geschwindigkeit hat ergeben, dass die

Wellen einen 9860 Millimeter langen Weg in 0,876 Sekunden zurücklegten, d. i. mit einer Geschwindigkeit von

11 255

Millimeter in 1 Sekunde, welche mit der berechneten so weit übereinstimmt, als bei den mit der Messung der kleinen Erweiterung $\varepsilon = 2{,}75$ Millimeter und des kleinen Zeitraumes von 0,876 Sekunden erreichbaren Genauigkeit irgend erwartet werden kann.[1])

[1]) Die hier von mir mitgetheilte Theorie der durch Wasser in elastischen Röhren fortgepflanzten Wellen wurde auf meinen Wunsch von W. Weber im Jahre 1850 entwickelt, nachdem ich diesen Gegenstand durch eine, gemeinschaftlich mit Theodor Weber ausgeführte, Experimentaluntersuchung aufzuklären gesucht hatte (siehe diese Berichte 1850, pag. 173—181) und es bezieht sich daher § 7 auf jene Experimentaluntersuchung.

E. H. Weber.

XIV.

Ueber Konstruktion des Bohnenberger'schen Reversionspendels,

zur Bestimmung der Pendellänge für eine bestimmte Schwingungsdauer im Verhältniss zu einem gegebenen Längenmaass.[1])

Von

Wilhelm Weber.

[Berichte der Kgl. Sächs. Ges. d. Wiss. math.-phys. Klasse, XXII, p. 7—17, 1883.]

Ausser Entfernungsmessungen auf der Erdoberfläche, welche für die Erdbewohner die wichtigsten sind, giebt es noch viele andere fast ebenso wichtige Längenmessungen, von denen die *Pendelmessungen* besonders hervorgehoben zu werden pflegen. Man versteht darunter die Messungen der an verschiedenen Punkten der Erdoberfläche verschiedenen Sekundenpendellänge.

Diese *Sekundenpendellänge* (für einen bestimmten Punkt der Erdoberfläche) ist sogar selbst, statt des Meters oder der Seemeile, zum *Längenmaass* vorgeschlagen und empfohlen worden.

Ein über die ganze Erdoberfläche sich erstreckendes System von Pendellängenmessungen ist aber niemals wirklich ausgeführt worden, und nur selten ist ein wirkliches Sekundenpendel an irgend einem Orte hergestellt und seine Länge genau gemessen worden; vielmehr pflegt nur ein Pendel von *unveränderlicher* Länge an verschiedene Stellen der Erdoberfläche versetzt und seine *Schwingungsdauer* überall beobachtet zu werden, die, wenn sie auch an einem Orte genau 1 Sekunde beträgt, an den meisten anderen Orten der Erdoberfläche mehr oder weniger davon verschieden ist. Es handelte sich also bei diesen Pendelmessungen an verschiedenen Stellen der Erdoberfläche wesentlich um Messung *verschiedener Schwingungsdauern* bei gleicher Pendellänge, nicht um *verschiedene Pendellängen* bei gleicher Schwingungsdauer.

Was aber die einzige hiernach zu messende Pendellänge betrifft,

[1]) Vorgelegt und übergeben in der Sitzung am 29. Januar 1883.

so kommt genau genommen nichts darauf an, dass sie selbst unmittelbar messbar sei, sondern nur darauf, dass sie zu einer an einem *physischen Pendel* (dessen Schwingungsdauer beobachtet worden ist) recht genau messbaren Länge in bekanntem Verhältnisse stehe.

Es ist nun zu diesen Messungen vorzugsweise das BOHNENBERGER'sche Reversionspendel nach KATER's *Konstruktion* gebraucht worden, woran zwei parallele Schneiden sich befinden, welche abwechselnd als Drehungsaxen dienen, deren zu messender Abstand *die Pendellänge für die beobachtete Schwingungsdauer* darstellt, wenn letztere für beide Schneiden als Drehungsaxen gleich gefunden worden ist. Doch hat BESSEL gegen diese Benutzung des Schneidenabstandes zur Bestimmung der Pendellänge gewichtige Bedenken erhoben.

Theorie des BOHNENBERGER'*schen Reversionspendels.*

Aus der Theorie des *physischen* Pendels ist bekannt, dass das Verhältniss der Direktionskraft zum Trägheitsmoment gleich dem Verhältniss von $\pi\pi$ zum Quadrat der Schwingungsdauer ist, d. i.

$$\frac{gmx}{K} = \frac{\pi^2}{t^2},$$

wenn gm das Gewicht, K das Trägheitsmoment und t die Schwingungsdauer des Pendels, x aber den Abstand des Schwerpunktes von der Drehungsaxe bezeichnet.

Für das *mathematische* Pendel wird x gleich der Pendellänge l und das Trägheitsmoment $K = mll$; folglich

$$\frac{g}{l} = \frac{\pi^2}{t^2} \text{ oder } l = \frac{g}{\pi^2} \cdot t^2.$$

Aus dieser Theorie des physischen Pendels folgt die Theorie des Reversionspendels, wenn man beachtet, dass die Differenz des *wirklichen* Trägheitsmoments und *desjenigen*, welches dem Pendel zukommen würde, wenn seine Masse im Schwerpunkte vereinigt wäre, d. i. $K = mx^2$, gleich dem Trägheitsmomente ist, welches dem Pendel zukommen würde, wenn die Drehungsaxe durch den Schwerpunkt ginge. Setzt man das letztere Drehungsmoment $= ma^2$, wonach

$$K - mx^2 = ma^2,$$

so erhält man die Gleichung des physischen Pendels

$$\frac{gmx}{ma^2 + mx^2} = \frac{\pi^2}{t^2},$$

oder, wenn darin $\frac{g}{\pi^2} t^2 = l$ gesetzt wird,

$$l = x + \frac{a^2}{x}.$$

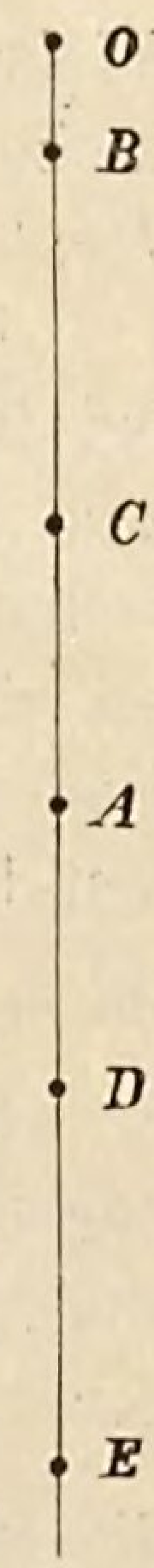
Hierin sind unter l und x die Vertikalabstände zu verstehen, in denen bei ruhenden Pendeln die koncentrirte Masse des mathematischen Pendels und der Schwerpunkt des physischen Pendels, dem dieselbe Schwingungsdauer zukommt, unter ihren Drehungsaxen liegen. Es folgt hieraus, dass l und x in obiger Gleichung beide *positiv* sind, vorausgesetzt, dass dasjenige Ende des physischen Pendels, welches zum Anfangspunkt genommen wird, der oberste Punkt des Pendels ist; wollte man den untersten Punkt dazu nehmen, so müssten beide, l sowohl als x, *negativ* gesetzt werden.

Es ergeben sich hiernach, wenn bei gegebenem Werthe von t für x der Werth x' genügt, noch drei andere gleichfalls genügende Werthe für x, nämlich:

$$x'' = \frac{a^2}{x'}$$

$$x''' = -\frac{a^2}{x'}$$

$$x^{\mathrm{IV}} = -x'.$$



Stellt hierneben A den Schwerpunkt des ruhenden Pendels dar, und wird $BA = x'$, $CA = x''$, $DA = x'''$ und $EA = x^{\mathrm{IV}}$ gemacht, so ergiebt sich:

$$BD = BA + AD = x' - x''' = x' + \frac{a^2}{x'} = l$$

$$CE = CA + AE = x'' - x^{\mathrm{IV}} = \frac{a^2}{x'} + x' = l,$$

wo B, C, D, E die vier verschiedenen Lagen der Drehungsaxe bezeichnen, für welche die Schwingungsdauer des Pendels gleich ist.

Für die Aufgabe: „Die Länge des mathematischen Pendels für irgend eine Schwingungsdauer t eines gegebenen physischen Pendels aus Beobachtungen derjenigen Versetzungen der Drehungsaxe des physischen Pendels zu bestimmen, durch welche diese Schwingungsdauer nicht geändert wird", ergiebt sich hieraus folgende Auflösung:

> Man suche eine zweite parallele Axe in einer durch die gegebene Axe und den Schwerpunkt des Pendels gelegten Ebene, welche auf *entgegengesetzter* Seite vom Schwerpunkt und *nicht symmetrisch* zu demselben liegt, für welche die Schwingungsdauer gleich ist, nämlich $= t$, so ist die gesuchte Länge des mathematischen Pendels für diese Schwingungsdauer t dem Abstande dieser beiden Axen von einander gleich.

Der Lösung dieser *allgemeinen* Aufgabe, nämlich die *Pendellänge* für irgend eine gegebene Schwingungsdauer zu bestimmen, ist nun noch die Lösung der *besonderen* Aufgabe hinzuzufügen, nämlich: „diejenige *Schwin-*

gungsdauer t zu bestimmen, für welche die Bestimmung der Pendellänge auf die angegebene Weise die *grösste Genauigkeit* gestattet“.

Bei obiger allgemeinen Aufgabe war nämlich der Abstand der *ersten* Axe vom Schwerpunkt des Pendels nicht bestimmt, und war als beliebig anzusehen, so lange als die Schwingungsdauer t unbestimmt blieb; wird nun aber durch Lösung der *besonderen* Aufgabe t, und dadurch die Lage der *ersten* Axe, bestimmt, und wird ferner durch Lösung der *allgemeinen* Aufgabe auch die Lage der *zweiten* Axe gefunden, so ist durch den Abstand beider Axen die Pendellänge vollkommen bestimmt und kann *mit grösster Genauigkeit*, wenn nicht durch direkte Messung dieses Abstandes, durch Messung einer mit diesem Abstande in einem genau bekannten Verhältniss stehenden Länge, gefunden werden.

Es leuchtet nun aber ein, dass die Pendellänge l auf die angegebene Weise am genauesten dann müsse bestimmt werden können, wenn ein kleiner Beobachtungsfehler dt der Schwingungsdauer t des *physischen Pendels* den *geringsten Einfluss* auf die Bestimmung von l hat.

Ein solcher Beobachtungsfehler dt kann aber Statt finden *erstens* bei Beobachtung der Pendelschwingungen um die *Axe B* (wobei das zum Anfangspunkt genommene Ende O der *oberste* Punkt des in Ruhe befindlichen Pendels ist), und *zweitens* bei Beobachtung der Pendelschwingungen um die Axe D (wobei das zum Anfangspunkt genommene Ende O der *unterste* Punkt des in Ruhe befindlichen Pendels ist). Für den Fehler dt ist der Einfluss auf die Bestimmung von $l = x' - x'''$ im *ersteren* Falle $= \frac{dx'}{dt}\,dt$, in letzterem Falle $= -\frac{dx'''}{dt}\,dt$.

Beachtet man, dass in beiden Fällen gleiche Fehler, und in jedem der beiden Fälle possitive und negative Fehler gleich wahrscheinlich sind, so ergiebt sich, dass der Einfluss dieser Fehler auf die Bestimmung der Pendellänge l der Wahrscheinlichkeit nach am geringsten sei, wenn *die Summe* $\left(\frac{dx'}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dx'''}{dt}\right)^2$ *ein Minimum* ist.

Für $x = x'$ (wo x' positiv sein soll und folglich auch l) haben wir nun folgende Gleichung:

$$l = \frac{a^2}{x'} + x' = \frac{g}{\pi^2}\,t^2,$$

woraus durch Differentiation erhalten wird:

$$\frac{dx'}{dt} = \frac{2g}{\pi^2}\,t \cdot \frac{x'^2}{x'^2 - a^2}.$$

Für $x = x''' = -\frac{a^2}{x'}$ (wo wenn x' wiederum positiv sein soll, l negativ zu setzen, oder $-\,l$ für $+\,l$ zu schreiben ist) wird ebenso folgende Gleichung erhalten:

$$-l = \frac{a^2}{x'''} + x''' = -\frac{g}{\pi^2}\, t^2,$$

woraus sich durch Differentiation ergiebt:

$$\frac{dx'''}{dt} = -\frac{2g}{\pi^2}\, t \cdot \frac{x'''^2}{x'''^2 - a^2},$$

oder, weil $x''' = -\frac{a^2}{x'}$ ist,

$$\frac{dx'''}{dt} = -\frac{2g}{\pi^2}\, t \cdot \frac{a^4}{a^4 - a^2 x'^2}.$$

Substituirt man nun in obiger Gleichung

$$\left(\frac{dx'}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dx'''}{dt}\right)^2 = \text{Minimum},$$

die soeben für $\frac{dx'}{dt}$ und $\frac{dx'''}{dt}$ gefundenen Werthe, so erhält man

$$\frac{4g^2t^2}{\pi^4}\left(\left(\frac{x'^2}{x'^2 - a^2}\right)^2 + \left(\frac{a^4}{a^4 - a^2 x'^2}\right)^2\right) = \text{Minimum}$$

oder, weil $\frac{4g}{\pi^2}$ ein konstanter Faktor und $\frac{gt^2}{\pi^2} = l = x' + \frac{a^2}{x'}$ ist,

$$\left(x' + \frac{a^2}{x'}\right)\left(\frac{x'^4 + a^4}{(x'^2 - a^2)^2}\right) = \text{Minimum}.$$

Setzt man $\frac{x'^2}{a^2} = z$, so erhält man

$$\frac{(z+1)(z^2+1)}{(z-1)^2\sqrt{z}} = \text{Minimum}$$

und hieraus die Gleichung:

$$z^4 + 1 = 6z(z^2 + z + 1).$$

Diese Gleichung hat zwei reelle Wurzeln, nämlich:

$$z = 6{,}97\,984 \text{ und } z = \frac{1}{6{,}97\,984},$$

und zwei imaginäre Wurzeln, nämlich:

$$z = -0{,}561\,555 \pm 0{,}83\,346 \,.\, \sqrt{-1}.$$

Da $z = \frac{x'^2}{a^2}$ war, so ergeben sich vier reelle Werthe für $\frac{x'}{a}$, nämlich:

$$\frac{x'}{a} = +\,2{,}64\,194$$

$$\frac{x''}{a} = +\,0{,}37\,851$$

$$\frac{x'''}{a} = -\,0{,}37\,851$$

$$\frac{x^{IV}}{a} = -2{,}64\,194,$$

folglich

$$l = x' - x''' = x'' - x^{IV} = 3{,}02\,045\, a = \frac{gt^2}{\pi^2}$$

und

$$t = \pi \sqrt{3{,}02\,045 \cdot \frac{a}{g}},$$

d. i. diejenige Schwingungsdauer, für welche die Pendellänge l am genauesten bestimmbar ist.

Bei einem langen, homogenen und genau cylindrischen Stabe kann der Werth von a, welcher von der *Länge* und dem *Halbmesser* des Stabes abhängt, als bekannt vorausgesetzt werden. Bezeichnet man nämlich mit ϱ die Dichtigkeit, mit r den Halbmesser und mit x den Abstand eines kreisscheibenförmigen Elements von der Stabmitte, und bezeichnet man ferner mit α den Winkel, welchen irgend ein Radius r der Scheibe mit ihrem der Schwingungsaxe parallelen Durchmesser bildet, so lassen sich für jeden Werth von α alle in gleicher Entfernung von jenem Durchmesser, nämlich in der Entfernung $r \sin \alpha$, liegenden Scheibenpunkte, die zusammen zwei Sehnen des Kreises bilden und die Länge $= 4r \cos \alpha$ besitzen, von den übrigen unterscheiden. Bezeichnet x die Entfernung des Scheibendurchmessers von dem damit parallelen, durch den Schwerpunkt des Stabes gehenden Durchmesser, so ist der Abstand aller jener Sehnenpunkte von diesem letzteren Durchmesser $= \sqrt{x^2 + r^2 \sin^2 \alpha}$.

Legt man jenen beiden Sehnen einen kleinen Querschnitt $= r \cos \alpha \,.\, d\alpha dx$ bei, so wird der ihnen entsprechende Theil der Grösse $m\alpha\alpha$ ausgedrückt durch $4\varrho\, r^2 \cos^2 \alpha \,.\, (x^2 + r^2 \sin^2 \alpha)\, d\alpha dx$, wo ϱ die Dichtigkeit der Stabmasse bezeichnet; der dem ganzen Querschnitt entsprechende Theil ist

$$= 4\varrho r^2 dx \int_0^{\frac{1}{2}\pi} (x^2 + r^2 \sin^2 \alpha) \cos^2 \alpha d\alpha,$$

und der dem ganzen Stabe entsprechende Werth von

$$m a^2 = 8\varrho r^2 \int_0^{\frac{1}{2}L} dx \int_0^{2\pi} (x^2 + r^2 \sin^2 \alpha) \cos^2 \alpha d\alpha.$$

Nun ist $\int_0^{2\pi} (x^2 + r^2 \sin^2 \alpha) \cos^2 \alpha d\alpha =$

$$= x^2 \int_0^{2\pi} \cos^2 a da + \frac{1}{8} r^2 \int_0^{2\pi} (\sin 2a)^2 d(2a) = \frac{\pi x^2}{4} + \frac{\pi r^2}{16};$$

folglich

$$m a^2 = 8 \varrho r^2 \int_0^{\frac{1}{2}L} \left(\frac{\pi x^2}{4} + \frac{\pi r^2}{16}\right) dx = \pi \varrho r^2 L \left(\frac{1}{12} L^2 + \frac{1}{4} r^2\right).$$

Nun ist $m = \pi \varrho r^2 L$, folglich

$$a^2 = \frac{1}{12} L^2 + \frac{1}{4} r^2,$$

wo L die ganze Stablänge bezeichnet.

Es geht hieraus hervor, dass, unter Voraussetzung eines im Verhältniss zu seiner Dicke r sehr langen, genau cylindrischen und homogenen Stabes L (wobei der kleine Bruch $\frac{r}{L}$ ebenfalls genau bestimmbar sei), der Werth von a nahezu mit gleicher Genauigkeit wie der Werth von L bestimmbar sein werde.

Nun ist aber oben gefunden worden, dass a zur Pendellänge l in einem genau bestimmten Verhältniss stehe, nämlich:

$$a : l = 1 : 3{,}02\,045;$$

also folgt hieraus, dass auch die Stablänge L (von der vorausgesetzt werden darf, dass sie entweder selbst als Originalmaassstab à bout gegeben, oder mit einem solchen auf das Genaueste verglichen worden sei) mit der Pendellänge l in einem genau bestimmten Verhältniss stehe, nämlich nach obiger Gleichung, wenn darin für a sein Werth aus folgender Gleichung gesetzt wird:

$$a^2 = \frac{1}{12} L^2 + \frac{1}{4} r^2.$$

Mit l ist aber die der Schwingungsdauer t, nach der Gleichung $\frac{g}{\pi^2} t^2 = l$, entsprechende Pendellänge bezeichnet worden, wo t, wie oben gezeigt worden ist, aus Schwingungsbeobachtungen des Stabes L sehr genau gefunden werden kann.

Ist also t aus den mit dem Stabe L, dessen Länge genau gegeben und bekannt ist, gemachten, oben beschriebenen Schwingungsbeobachtungen bestimmt worden, und kann ferner a aus L (unter Hinzufügung einer kleinen von r abhängigen Korrektion) sehr genau bestimmt werden, nämlich aus der Gleichung $a^2 = \frac{1}{12} L^2 + \frac{1}{4} r^2$, und ist endlich $l = 3{,}02\,045 \,.\, a$ gegeben, so ist der Zweck der Pendelmessung vollkommen erreicht, ohne dass es dazu einer direkten Messung von l, d. i.

der Entfernungen der an L angebrachten Schwingungsaxen x' von x''' oder x'' von x^{IV} bedürfte, welche, wie Bessel gezeigt hat, keiner genauen Bestimmung überhaupt fähig ist.

Die an dem Stabe L anzubringenden vier Schwingungsaxen x', x'', x''' und x^{IV} sollen hiernach nur noch dazu dienen, die Schwingungsdauer t zu bestimmen. Es ist aber dabei zu bemerken, dass zwei von diesen Schwingungsaxen, nämlich x' und x^{IV}, an einem homogenen cylindrischen Stabe L, wie hier angenommen worden ist, gar nicht angebracht werden können. Die mit x' und x^{IV} bezeichneten Entfernungen dieser beiden Axen vom Schwerpunkte, d. i. von der Mitte des Stabes L, sind nämlich bestimmt worden:

$$x' = + 2{,}64194 \,.\, a$$
$$x^{IV} = - 2{,}64194 \,.\, a,$$

das ist, wenn $\frac{r}{L}$ ein sehr kleiner Bruch ist, nahezu

$$x' = + 0{,}7627 \,.\, L$$
$$x^{IV} = - 0{,}7627 \,.\, L,$$

das heisst, diese beiden Axen liegen in den Verlängerungen des Stabes nach beiden Seiten um mehr als um den vierten Theil der ganzen Stablänge von den Stabenden entfernt.

Da solche Axen, ohne feste Verbindung mit L, nicht existiren können, so bleiben nur die Axen x'' und x''' übrig, die sich wirklich darstellen lassen und deren jede zu Beobachtungen der Schwingungsdauer t benutzt werden kann.

Es geht daraus also hervor, dass, wenn ein *homogener cylindrischer Stab* zum Pendel benutzt werden soll darum, weil durch seine *Länge* und *Dicke* eine genaue Kenntniss von der *Grösse* a gewonnen würde, andererseits mit dieser Benutzung der Nachtheil verbunden zu sein scheint, dass die Bohnenberger'sche Methode (mit Einschluss der oben angegebenen Lagenbestimmung der vier Schwingungsaxen) illusorisch werden würde, insofern nämlich *zwei* von jenen vier Axen an einem solchen Stabe gar nicht angebracht werden könnten (sie würden nämlich nach obiger Lagenbestimmung über die Grenzen des Stabes hinaus liegen), und die beiden anderen allein zur Bestimmung der Pendellänge nicht geeignet wären.

Da nun aber, wie gezeigt worden ist, die gesuchte Pendellänge l bei einem homogenen cylindrischen Stabe, unabhängig von Axen und Schwingungsbeobachtungen, aus der Stablänge und Dicke sehr genau bestimmt werden kann, so sind Schwingungsbeobachtungen nur zur Bestimmung der Schwingungsdauer t erforderlich, wozu jede von den angegebenen vier Axen dienen kann, und es ist dabei gleichgültig, ob

eine gleiche Zahl von Schwingungsbeobachtungen mit gleicher Genauigkeit alle an einer Axe oder an mehreren Axen vertheilt ausgeführt werden. Es bedarf also dazu der Axen x' und x^{IV} gar nicht und es genügen dazu vollkommen die beiden Axen x'' und x'''.

Es bleibt noch übrig, an einem solchen homogenen und cylindrischen Stabe die beiden Axen x'' und x''' so anzubringen, dass dadurch der Geauigkeit der Bestimmung der Grösse a (aus Stablänge und Dicke) kein Eintrag geschieht. Es soll vorausgesetzt werden, dass die Axe von der Kante eines gehärteten, feingeschliffenen und polirten Stahlprismas gebildet wird. Soll der Stab an der Stelle der Axe nicht quer durchbohrt werden, um das Prisma durch den Stab hindurchzuführen, so kann das Prisma mit zwei Stahlspitzen vertauscht werden, welche symmetrisch zu beiden Seiten des Stabes so befestigt werden, dass eine durch die beiden Spitzen gezogene Gerade genau die Stelle der Axe einnimmt. Unter der abwärts gekehrten Prismenkante oder unter den beiden Stahlspitzen werden zu beiden Seiten des Stabes auf festem Fundamente polirte Stahl- oder Achatplatten befestigt, deren Oberflächen genau in derselben Horizontalebene liegen müssen.

Bei Stäben von grösserem Gewichte verdient das Prisma als Axe den Vorzug, und wenn dieses Prisma quer durch den Stab hindurchgeführt werden soll, wozu der Stab durchbohrt werden muss, so steht es frei, *entweder* das Prisma mit dem Stabe fest zu verbinden und mit den ausserhalb des Stabes liegenden beiden Enden seiner nach unten gekehrten Kante auf die von polirtem Stahle oder von Achatplatten gebildete feste horizontale Unterlage zu stellen, *oder* es steht frei, die cylindrische Durchbohrung des Stabes (zumal wenn der Stab selbst aus feinem gezogenem Stahle besteht) fein auszupoliren, sodann das Stahlprisma frei durch diese Durchbohrung durchzuführen, seine zur Axe bestimmte Kante nach oben zu kehren und horizontal gerichtet an seinen Enden ausserhalb des Stabes zu befestigen, was den Vorzug hat, dass dadurch am Stabe selbst am wenigsten geändert wird und der Genauigkeit der Bestimmung der Grösse a (nämlich aus der Länge und Dicke des Stabes) kein merklicher Eintrag geschieht. Nur muss *erstens* mit grösster Genauigkeit die *Horizontalität* der cylindrischen Durchbohrung bei senkrechter Stellung des Stabes hergestellt werden, *zweitens* im Fall von zwei Durchbohrungen, nämlich für die Axen x'' und x''', muss genauer Parallelismus derselben hergestellt werden, und *drittens* muss die Cylinderoberfläche der Durchbohrung so zu liegen kommen, dass sie die Axe x'' oder x''' enthalte, indem diese Axe mit derjenigen auf der Cylinderfläche mit der Cylinderaxe parallel gezogenen Linie zusammenfällt, welche von dem Schwerpunkt des Stabes am entferntesten ist.

Es wird hierdurch am Stabe sonst gar nichts geändert, als durch Wegnahme des Stahls aus dem Raume der beiden Durchbohrungen, an den Axen x'' und x'''. Ein kleiner Planspiegel mit einem in die Durchbohrung passenden Holzzapfen, welcher das Gewicht des die Durchbohrung füllenden Stahls besässe, würde sich leicht herstellen lassen, und dazu dienen können, bei den Schwingungsbeobachtungen allemal in die offen bleibende Durchbohrung gesteckt zu werden, wodurch das durch die Durchbohrung veränderte Trägheitsmoment des schwingenden Stabes wieder hergestellt und zugleich die Beobachtung der Schwingungen im Spiegelbilde einer entfernten Skala ermöglicht werden würde.

Was die Herstellung eines cylindrischen Stabes, wie hierzu erfordert wird, betrifft, so kann dieselbe in grösster Vollkommenheit nach bekannter Methode bewerkstelligt werden, indem nämlich, während der Stab um seine Längenaxe gedreht wird, ein Stück desselben von einer aus zwei mit halbcylindrischen Vertiefungen gebildeten Kapsel umschlossen wird, welche, nachdem feiner Schmirgel zwischen die halbcylindrischen Kapselwände und die Staboberfläche gebracht worden ist, an dem sich drehenden Stabe schnell hin und her geschoben wird.

XV.

[Ueber das von Gauss berechnete und von Steinheil ausgeführte Fernrohrobjektiv.]

[Göttinger Nachrichten, 1861, No. 7, p. 75—86.]

Herr Ministerialrath STEINHEIL in München hat der dortigen Königl. Akademie der Wissenschaften über die in seinem optischen Institute glücklich gelungene Ausführung des von GAUSS schon vor fast 40 Jahren berechneten Fernrohrobjektivs vor Kurzem Bericht erstattet, und hat die Güte gehabt, unter Mittheilung dieses Berichtes, Referenten in den Stand zu setzen, der Königl. Societät ein mit einem solchen Objektiv versehenes Fernrohr nebst einigen Zusätzen zu seinem Berichte vorzulegen.

Es ist dieses Fernrohr auf hiesiger Sternwarte von Herrn Assessor Dr. KLINKERFUES geprüft worden, und es haben sich durch die besonders an Doppelsternen gemachten Beobachtungen die von Herrn STEINHEIL über die Leistungen des Instruments gemachten Angaben vollkommen bestätigt.

Herr Dr. KLINKERFUES hat dabei dieses Instrument, von etwa 80 Millimeter Oeffnung und 1200 Millimeter Brennweite, mit einem MERZ'schen Fernrohre von 110 Millimeter Oeffnung und 1920 Millimeter Brennweite verglichen. Kastor wurde mit beiden Fernröhren schon bei schwächster Vergrösserung doppelt erkannt, die aber bei dem neuen Fernrohre nur eine 40malige, bei dem MERZ'schen eine 80malige war. Bei γ Leonis (Distanz 2,7″) wurde die Duplicität wenigstens angedeutet, was, da die beiden Komponenten 2 und 3,4 Grösse sind, eine sehr grosse Präcision des Bildes erfordert; bei Anwendung der drei nächst stärkeren Vergrösserungen (nahe 60, 100, 180) aber wurde die vollkommene Trennung erreicht. Dasselbe leistete das MERZ'sche Fernrohr mit den Vergrösserungen 80 und 160; bei beiden treten die Sterne auseinander. ζ Orionis (Distanz 2,5″) erschien in beiden Fernröhren gleich gut, ebenso ε Bootis (Distanz 2,7″). ζ Cancri erscheint, bei allen eben angeführten, wegen Mangels eines hinreichend soliden Stativs allein anwendbaren Vergrösserungen, von der schwächsten an, doppelt, aber nicht

dreifach. Mehr leistet auch das andere Fernrohr bei 160maliger Vergrösserung nicht. Endlich zeigten beide Instrumente den schwachen Begleiter von β Orionis, welcher in Fernröhren, welche nicht sehr scharfe Bilder, mit hinreichend koncentirtem Lichte, geben, wegen des sehr hellen Hauptsterns, nur äusserst schwer zu sehen ist; z. B. hat ihn derselbe Beobachter mit einem fünffüssigen Fraunhofer in Marburg nie sehen können. — Bei Einstellung auf einen so hellen Stern wie Sirius, erscheint der Stern in beiden Fernröhren mit einem blau-violetten Saume umgeben; verdeckt man aber eine Hälfte des Objektivs, so wird auf dieser Seite der Saum roth, doch zeigt sich dies beim Steinheil'schen Fernrohr in entschieden geringerem Grade.

Hiermit stimmen auch folgende von Herrn Prof. Listing gütigst mitgetheilten Bemerkungen überein: „Durch Prüfung an Gestirnen und künstlichen Objekten, sowie durch Vergleichung mit dem vorzüglichen Fraunhofer'schen Fernrohr des mathematisch-physikalischen Instituts fand ich die von Herrn Steinheil im Vorstehenden mitgetheilten Angaben wesentlich bestätigt. Die Versuche mit den stärksten Okularen konnten wegen Mangels definitiver Aufstellungsweise nicht als massgebend betrachtet werden. Die hierbei wahrnehmbare Vergrösserung lichtstarker Fixsterne, wie Sirius, ist übrigens die bekannte (Herschel'sche) Diffraktionswirkung der kreisförmigen Objektivöffnung und keineswegs eine Unvollkommenheit des Linsensystems. Dagegen lieferte besonders die Prüfung mittelst des dritten der beigegebenen Okulare, mit ungefähr 100facher Vergrösserung, bei Tage wie bei Nacht die vortheilhaftesten Zeugnisse für das neue Objektiv. Die Verdeckung der halben Oeffnung gab eine Spur eines chromatischen Restes im Sinne der Ueberkorrektion, welche sich durch die neue Fassungsweise erforderlichen Falls aufs Schärfste heben liesse, übrigens aber vielleicht ganz der diffraktiven Wirkung des diametralen Schirmrandes zur Last fällt. Die atmosphärische Dispersion von Sternen in 35 bis 40 Grad Höhe (α und γ Orionis, α und β Geminorum) liess sich dadurch mittelst Ausschlusses der unteren Objektivhälfte kompensiren. Zur Prüfung koncentrischer Zonen des Objektivs verdeckte ich abwechselnd die einzelnen Drittel der 80 Millimeter weiten Oeffnung, welche durch Kreise von 44 und 64 Millimeter im Durchmesser begrenzt waren. Der Achromatismus des centralen und des Randdrittels zeigte sich an künstlichen Objekten, wobei die Entfernung etwa die 140fache Brennweite, nahe 170 Meter war, in noch vollkommenerer Uebereinstimmung als der Aplanatismus. Eben so vollkommen stellte sich die Uebereinstimmung in dem (gewissermassen noch kritischeren) mittleren Drittel heraus. Diese Proben fallen bei dem Gauss'schen Objektive um so mehr ins Gewicht, als seine beiden Bestandtheile Menisken sind, mit zum Theil so stark gekrümmten Flächen,

dass im vorliegenden Falle die Oeffnung dem halben Krümmungsradius nahe kommt".

Bei dem Interesse, welches eine so erfolgreiche Anwendung theoretischer Untersuchungen als Leitfaden, den höchsten praktischen Anforderungen zu genügen, hat, zumal wenn die aus der Theorie entlehnten Vorschriften von allen durch die bisherige Erfahrung erprobten so ganz verschieden sind, wie es hier in Betreff der Halbmesser für die Oberflächen beider Objektivlinsen (Kronglas und Flintglas) der Fall ist, schliessen wir obigen Bemerkungen über die Leistungen des Fernrohrs am Schlusse noch den von Herrn Steinheil selbst gegebenen kurzen Bericht an, welcher darlegt, worauf die lang entbehrte erfolgreiche Ausführung dieses Fernrohrobjektivs wesentlich beruht, nebst den schon erwähnten, die weitere Verfolgung des Gegenstandes betreffenden Zusätzen.

Herr Steinheil stellt in Aussicht, dass auf die Art und Weise, wie er die Gauss'schen Vorschriften zur praktischen Ausführung gebracht hat, es auch gelingen werde, die grössten Refraktoren darzustellen, welche die Fraunhofer'schen noch an Vollkommenheit übertreffen würden, wobei es von höchster Wichtigkeit wäre, dass für gleich grosse Oeffnung eine beträchtliche Verkürzung des Fernrohrs erreicht werden könnte. Referent kann dabei nur den Wunsch aussprechen, dass ein solcher Refraktor einst bestimmt sein möge, eine vorhandene Lücke unserer Sternwarte auszufüllen und den seit ihrer Erbauung dazu vorbehaltenen Platz, welcher für einen Refraktor mit so grosser Brennweite, wie auf manchen anderen Observatorien, nicht genügen würde, mit einem noch vollkommeneren Instrumente von etwas kürzerer Brennweite auszustatten, wie ein solches nur nach dem Leitfaden der Gauss'schen Berechnung zu Stande gebracht werden kann.

Herrn Steinheil's Bericht ist folgender:

„Das von Gauss berechnete und in Bohnenberger's Zeitschrift für Astronomie, 4. Bd. XXX, S. 346 bis 351, veröffentlichte Objektiv ist meines Wissens nur einmal in England, aber mit sehr schlechtem Erfolge ausgeführt worden. Gauss hatte durch seine Rechnung gezeigt, dass es möglich ist, ein Objektiv zu konstruiren, welches Strahlen von zweierlei Brechbarkeit und zwar solche, welche der Axe unendlich nahe und solche, welche am Rande des Objektivs einfallen, in aller Strenge in einem Punkte vereinigt. Alle anders konstruirten Doppelobjektive leisten dieses nicht, sondern sie vereinigen nur die mittleren Strahlen und dann noch einen Strahl von anderer Brechbarkeit, z. B. den des Randes, oder den der Axe, und es entsteht daher in unseren gegenwärtigen Objektiven eine Farbenabweichung, die um so fühlbarer wird, je grösser die Oeffnung des Objektivs im Verhältniss zur Brennweite, und je grösser die Dimensionen überhaupt sind.

Es war daher von hohem Belang, eine Konstruktion zu geben, welche diesen Uebelstand beseitigt, und das war erreicht durch die Arbeit von Gauss. Allein es hatten sich mehrfache Skrupel gegen diese erhoben. Einmal waren die Krümmungshalbmesser viel kürzer als bei Fraunhofer, ja kleiner als $^1/_{10}$ Brennweite, während bei Fraunhofer der kürzeste Halbmesser nahe $^1/_3$ Brennweite misst. Man fürchtete also, durch so sehr gekrümmte Gläser andere ausser der Rechnung liegende und doch wesentliche Bedingungen, z. B. Gesichtsfeld etc. nicht erfüllt zu sehen. Auf die grösste Bedenklichkeit hatte aber Gauss selbst aufmerksam gemacht. Diese besteht darin, dass für die mittleren Strahlen zwischen Mittelpunkt und Rand des Objektivs wieder eine Abweichung hervortritt, die in $^2/_3$ ihr Maximum erreicht, so dass also wohl die Strahlen von Rand und Axe, aber nicht alle dazwischen liegenden vereinigt waren. Diesem Umstande wurde es zugeschrieben, dass der Effekt des Gauss'schen Objektivs nicht besser ausgefallen ist, und so blieb diese schöne Arbeit des grossen Meisters an 40 Jahre ohne Erfolg.

Ein näheres Eingehen in die Sache zeigt jedoch leicht, dass die Gauss'sche Rechnung direkt gar nicht ausführbar war, weil Gauss für die Grenzen des Spektrums gerechnet hatte, also gerade die Hauptmasse der Strahlen unberücksichtigt liess. Es war dies durchaus kein Versehen von Gauss; im Gegentheil lag es nur in seiner Absicht zu zeigen, dass sich Strahlen von zweierlei Brechbarkeit vereinigen lassen und er wählte die Grenzwerthe, weil er wusste, dass, wenn sich diese vereinigen lassen, dies auch für die Zwischenwerthe gilt. Es war nur ein Versehen, dass man glaubte, diese Rechnung direkt realisiren zu können.

Was nun die Abweichung der Strahlen in $^2/_3$ der Oeffnung anbetrifft, so wusste ich aus den Rechnungen meines Sohnes Dr. Adolph Steinheil über Mikroskopobjektive, dass sich solche Abweichungen durch die Dicken der Linsen oder durch kleine in der Ordnung der Dicken liegende Abstände heben lassen, und veranlasste ihn daher, das Objektiv, was ich heute die Ehre habe der Klasse vorzuzeigen, zu berechnen.

Die Ausführung selbst bietet keine Schwierigkeit, wenn man im Besitze der Hülfsmittel ist, die gestatten, einen Halbmesser auf fünf Zifferstellen genau herzustellen und Abweichungen der siebenten Zifferstelle in der Sphäre zu erkennen. Allein es zeigte sich, dass die jetzt übliche Art, die Objektive zu fassen, nicht ausreichend ist, um einen bestmöglichen Effekt zu erlangen.

Ich habe daher dem Objektive eine neue Art Montirung gegeben, welche gestattet, jede Linse oder beide zusammen gegen die optische Axe zu neigen, die Mittelpunkte der Linse gegen einander zu verstellen und endlich den Abstand der Linsen zu verändern. Man erlangt damit

durch Versuche den bestmöglichen Effekt, der sich bei den gegebenen Flächen des Objektivs erzielen lässt.

Der erste Blick durch das Fernrohr wird jedem Kenner sagen, dass es von ungewöhnlicher Schärfe und Farblosigkeit ist. Auf hellbeleuchtete Objekte erträgt das Objektiv von 36‴ Oeffnung und 46″ Brennweite eine 300—360malige Vergrösserung ganz gut.

Dennoch glaube ich durchaus nicht, dass bei diesem ersten Versuch die möglichst grosse Vollkommenheit erreicht ist. Im Gegentheil müsste der Effekt noch besser sein, wenn die Farben so gelegt wären, dass die Brennweite 2 bis 3 Linien länger würde, wenn die eine Linse ungeändert bliebe. Ich glaubte es aber schon so, wie es ist, vorlegen zu dürfen, weil es in der Leistung die besten mir zugänglichen Instrumente dieser Dimensionen übertrifft, und weil wir schon hieraus ersehen, dass auch diese Idee von Gauss, die an 40 Jahre verkannt und unberücksichtigt blieb, ihre Früchte tragen wird.

Zum Schluss füge ich nur noch bei, dass ich jetzt die Grenze untersuche, bis zu welcher die Oeffnung des Gauss'schen Objektivs im Verhältniss zur Brennweite vergrössert werden kann. Es unterliegt keinem Zweifel, dass wir auch darin weiter kommen, als bei dem Fraunhofer'schen Objektive, weil die Farben erster Ordnung über das ganze Objektiv vernichtet sind. Es ist jetzt ein Objektiv in Arbeit, welches 54‴ Oeffnung bei 48″ Brennweite bekömmt. Ist auch für diese Oeffnung das Bild genügend und das Gesichtsfeld noch gut wie jetzt, dann ist der Hoffnung Raum gegeben, bessere grosse Refraktoren herzustellen, als dies bis jetzt möglich war“.

Zu diesem Berichte hat endlich Herr Steinheil noch folgende Zusätze brieflich mitzutheilen die Güte gehabt:

Zusatz 1. Von dem Dasein der primären Farben kann man sich bei allen jetzigen Objektiven dadurch überzeugen, dass man das Fernrohr nach einem hell erleuchteten Objekte auf schwarzem Grunde richtet und nun das Objektiv diametral halb verdeckt. Hierbei entstehen Farbensäume senkrecht auf den Durchschnitt der Verdeckung. Diese Farben wechseln die Ordnung der spektralen Reihenfolge, wenn die andere Hälfte verdeckt wird, woraus erklärlich, dass sie sich im Bilde des ganzen Objektivs wieder grösstentheils aufheben. Wenn aber auch die Farbenerscheinung dabei verschwindet, so wird doch die Grösse des Bildes eines Lichtpunktes hierdurch grösser als für die mittleren Strahlen; d. h. das Bild ist nicht möglichst deutlich. Diese Erscheinung ist auch Ursache, dass man bei grossen Objektiven die Oeffnung im Verhältniss zur Länge weit mehr beschränken muss, als es wegen des Hervortretens der Abweichung der mittleren Strahlen in $^2/_3$ der Oeffnung erforderlich wäre.

Zusatz 2. Mittlerweile ist das Objektiv S. 567 fertig geworden und zeigt thatsächlich, dass die verhältnissmässig grössere Oeffnung weder das Gesichtsfeld benachtheiligt, noch die Schärfe des Bildes vermindert. Allerdings treten hier Farben hervor, aber diese sind nur sekundär, von sehr geringer Intensität und unbeträchtlicher Ausdehnung, so dass sie die Deutlichkeit durchaus nicht stören. Dass diese Farben nicht von der ersten Ordnung sind, wie bei den jetzigen Objektiven, sieht man wieder durch Verdecken des Objektivs zur Hälfte, womit beim Gauss'schen Objektive keine Farbensäume entstehen. Dieses Fernrohr zeigt helle Sterne mit kleinerem Durchmesser als irgend ein Fernrohr derselben Oeffnung und ist daher vollkommener.

Zu dem ausserordentlichen Effekte, welchen dieses Objektiv giebt, gehört aber wesentlich die Art der Fassung. Diese ist principiell von der Fraunhofer'schen verschieden. Während Fraunhofer darauf ausging, die Gestalten möglichst vollkommen, die Lagen möglichst centrisch herzustellen, um einen besten Effekt zu erzielen, habe ich gefunden, dass die Prüfung eines Fernrohres beim Hindurchsehen nach einem Sterne noch Abweichungen erkennen lässt, während die allergenauesten Prüfungsmittel der Ausführung keine Fehler mehr zeigen. Dies heisst mit anderen Worten: Das Durchsehen durch ein Fernrohr ist das genaueste Prüfungsmittel. Man muss also die letzte Berichtigung jedes Objektivs nach dem Durchsehen reguliren, was die obige Fassung ermöglicht. Diese Berichtigung bezieht sich nicht blos auf ein scharfes Centriren, sondern sie umfasst auch die letzte und vollständige Hebung der Kugelgestaltabweichung. Sie schliesst auch noch die Fehler des Okulars mit ein und hebt sogar gewisse Gestaltfehler des Auges, die nicht selten bei Beobachtern vorkommen — wenn der Beobachter sein Fernrohr selbst berichtigt. Die starke Wölbung der beiden Linsen scheint auf den ersten Blick ein Nachtheil des Objektivs, weil die Linsen aus dickeren Gläsern ausgearbeitet oder in entsprechenden Fernen ramulirt werden müssen. Sie bildet aber für grosse Objektive gerade einen sehr wesentlichen Vortheil, indem die Linsen sich durch ihre Schwere viel weniger durchbiegen als flache Linsen. — Fasst man alle Vortheile, die thatsächlich jetzt erwiesen sind, zusammen, so kann man sagen, dass das Gauss'sche Objektiv viel bessere und kürzere grosse Refraktoren liefern wird, als die jetzigen nach Fraunhofer'scher Konstruktion.

XVI.

Ueber die specifische Wärme fester Körper, insbesondere der Metalle.[1])

Von

Wilhelm Weber.

[Poggendorff's Annalen, XX, p. 177—213, 1830.]

Während von der Messung der *Temperatur* fast ununterbrochener Gebrauch gemacht wird, im Leben wie bei wissenschaftlichen Beschäftigungen, und manche Schriftsteller sogar bei allen Versuchen den Temperaturgrad anmerken, selbst bei solchen, auf deren Resultate der Temperaturgrad keinen oder einen nicht wahrnehmbaren Einfluss hat; könnte es auffallend erscheinen, dass von einer anderen Messung, welche uns die Wärmelehre an die Hand giebt, von der Messung der *Wärmemenge*, nicht einmal alle der Gebrauch gemacht wird, der von ihr mit Nutzen gemacht werden könnte. Die Messung der Wärmemengen wird bei vielen wissenschaftlichen Betrachtungen immer mehr zum Bedürfniss und kann sogar in der Praxis häufig mit Nutzen angewendet werden.

Man misst seit zwei Jahrhunderten die *Temperaturen* der Körper in der Voraussetzung, dass benachbarte Körper, wenn sie eine Zeit lang sich in Ruhe befunden haben und von Aussen keine verschiedenen Einflüsse der Wärme erleiden, ihre Temperaturen ausgleichen, so dass man durch die Temperatur des einen dieser Körper die Temperatur aller übrigen erfahren kann.

Man misst seit fast einem Jahrhundert die *Wärmemengen* in der Voraussetzung, dass die Wärme ein Fluidum sei, welches in die Körper ein- und von den Körpern ausströme, und dass in ein 2 Pfund wiegendes Stück Eis von 0^0 Temperatur doppelt so viel von diesem Wärmefluidum, als in ein 1 Pfund wiegendes Stück Eis einströmen müsse, um beide in Wasser von 0^0 Temperatur zu verwandeln.

Beide Verfahren, sowohl zur Messung der Temperatur, als zur Messung der Wärmemenge, könnten nun *gemeinschaftlich* angewendet

[1]) [Hierzu Tafel XIII.]

werden, um bei allen einzelnen Körpern die *Wärmemengen* zu bestimmen, welche zur Hervorbringung einer gewissen Temperaturerhöhung in sie eindringen müssen, und man könnte die verschiedenen Wärmemengen bestimmen, welche zur Hervorbringung einer gewissen Temperaturerhöhung in demselben Körper *unter verschiedenen äusseren Umständen* einströmen müssen.

Auf diese ganze Gattung von Untersuchungen (Untersuchungen über die *specifische Wärme* im Allgemeinen — über *specifische* Wärme bei *konstantem Druck* — bei *konstantem* Volumen) ist zwar die Aufmerksamkeit schon gewandt; aber man ist noch weit davon entfernt, diese Untersuchungen erschöpft und alle aus ihnen zu ziehende Vortheile gewonnen zu haben. Welchen Gewinn würde man in vielen Fällen für die Praxis haben, wenn man die Temperatur, welche man nicht mit dem Thermometer messen kann, berechnen könnte!

Wie wichtig ist es z. B., da beim Aus- und Einströmen von Luft (oder Dampf) aus der und in die Glocke einer Luftpumpe die Temperatur der strömenden und der in der Glocke befindlichen Luft nicht mit einem Thermometer gemessen werden kann, sie aus der gemessenen specifischen Wärme der Luft berechnen zu können! Wie viele Körper giebt es in den Maschinen, die sich bei ihrer Bewegung erwärmen, zu denen man aber nicht mit einem Thermometer gelangen kann, und deren Temperatur zu wissen von Wichtigkeit wäre! Jeder kleine Beitrag, welcher bei solchen Berechnungen der Temperaturen von Nutzen sein kann, scheint unserer Aufmerksamkeit würdig zu sein.

Diese Rücksicht und das allgemeine wissenschaftliche Interesse, welche die genauere Untersuchung einer so wichtigen Eigenschaft der Körper, wie ihre specifische Wärme ist, besitzt, treibt mich an, eine von mir vor Kurzem gemachte Beobachtung hier mitzutheilen, und was sich aus derselben für die specifische Wärme einiger festen Körper folgern lasse, aus einander zu setzen.

Ich nahm einen Eisendraht und spannte ihn plötzlich in einem Grade, dass seine Länge beträchtlich zunahm. Die beiden Enden des so verlängerten Drahtes klemmte ich so fest ein, dass, was auch mit dem Drahte vorgehen mochte, seine Länge sich nicht ändern konnte. — Durch die Verlängerung war der Draht gespannt worden; denn es ist bekannt, dass *bei gleicher Temperatur* bei jeder Spannung der Draht verlängert wird, und dass man aus der Zunahme der Länge die Spannung, und aus der Zunahme der Spannung die Verlängerung berechnen kann. Umgekehrt ist aber auch bekannt, dass *bei gleicher Länge* der Draht bei Erkaltung an Spannung gewinnt, bei Erwärmung an Spannung verliert, und dass man aus der Erkaltung oder Erwärmung die

Zunahme oder Abnahme der Spannung, aus der Zunahme oder Abnahme der Spannung aber die Erkaltung oder Erwärmung berechnen könne.

Nachdem ich an dem Drahte die beschriebene Operation vorgenommen hatte, ihn nämlich verlängert und in diesem Zustande festgehalten hatte, beobachtete ich während der sechs ersten Sekunden, die darauf folgten, eine *Abnahme der Spannung* des Drahtes.

Wenn man nach dem Vorausgegangenen annimmt, dass die Abnahme der Spannung des Eisendrahtes, bei unverändertem Aggregatzustande desselben, entweder von einer Abnahme seiner Länge, oder von der Zunahme seiner Temperatur herrühren müsse, und wenn man bedenkt, dass nach der Einrichtung des Versuchs die Länge des Drahtes unveränderlich war, so wird man dahin geleitet, aus dieser *Abnahme der Spannung* auf eine *Zunahme der Temperatur* des Drahtes zu schliessen.

Ungeachtet man auch in unzähligen anderen Versuchen, wie bei diesem, aus einer Ausdehnung oder aus einer Abnahme der Spannung auf eine Temperaturerhöhung schliesst, so weicht dieser Fall doch darin von anderen Fällen ab, dass man bei diesem Versuche keine äussere Ursache einsieht, welche in dem Drahte diese Temperaturerhöhung verursachte. Da wir keine *äussere* Ursache wissen, sage ich nun, der wir diese Temperaturerhöhung des Drahtes zuschreiben können, so müssen wir uns vorstellen, dass im Drahte selbst eine *innere* Ursache oder eine innere diese Temperaturerhöhung hervorbringende Wärmequelle enthalten sei, und dass diese innere Wärmequelle daher entspringe, dass eine und dieselbe Wärmemenge, die in dem Drahte vorhanden ist, bei verschiedenen Spannungen des Drahtes verschiedene Temperaturen erzeugen könne. Man sagt aber von einem Körper, in welchem durch gleiche Wärmemengen unter verschiedenen Umständen *verschiedene Temperaturen* entstehen, dass seine *specifische Wärme* von diesen Umständen abhänge und *nicht immer gleich gross* sei.

Durch die angeführte Erscheinung nun, die einer ausführlichen Beschreibung bedarf, und durch die angeführte Schlussfolge, welche weiter erörtert werden muss, bin ich auf die *specifische Wärme fester Körper* geführt worden, und werde versuchen, über dieselben einige neue Messungen mitzutheilen.

I. *Beschreibung der Versuche.*

Wir haben gesehen, dass in unserem Versuche ein Draht *ab* dazu bestimmt war, eine plötzliche *Verlängerung* zu erhalten, und, festgehalten in diesem verlängerten Zustande, beobachtet und geprüft zu werden, ob er in der ersten darauf folgenden Zeit eine *Abnahme seiner Span-*

nung erleiden würde, die nur von einer Erhöhung seiner Temperatur herrühren könnte, und welche wir messen wollten.

Zur Hervorbringung einer plötzlichen *Verlängerung* des Drahtes haben wir eine grosse Menge Hülfsmittel; Hebel, Schraube, Rolle, Federn, Gewichte u. s. w., die wir aber nicht alle, wegen der zugleich anzustellenden Messungen, gebrauchen können. Wir wollen daher aus den verschiedenen zur Verlängerung eines Drahtes dienenden Hülfsmitteln ein solches auswählen, das für unsere und ähnliche Versuche am angemessensten zu sein scheint.

Wenn man einen Draht in eine geradlinige Lage bringen und in dieser Lage durch äussere Kräfte verlängern oder verkürzen will, so pflegt man ihn gewöhnlich, wie die Saiten in einem Pianoforte, aufzuspannen; man fixirt nämlich das eine Ende und das andere windet man um einen runden Stift — Wirbel genannt — durch dessen Drehung vorwärts oder rückwärts der Draht verlängert, verkürzt, gespannt und abgespannt wird.

Es giebt noch viele Vorrichtungen, die zu demselben Zweck angewendet werden können, und es ist zu wünschen, dass mehrere derselben in Gebrauch kämen, weil dadurch die kleinen Verlängerungen und Verkürzungen starker Drähte, die mit grosser Kraft und Regelmässigkeit erfolgen, auf verschiedene Dinge angewendet und dadurch nützlich werden würden.

Es werden zwar diese kleinen Verlängerungen und Verkürzungen fester, elastischer Körper, wie Drähte, Streifen, Stäbe, in *einer* Art schon ausserordentlich viel benutzt, nämlich bei *Stahlfedern:* zum Treiben der Uhren, zum Schlagen der Stunden (statt der Glocken), zu Waagen und zu allen Mechanismen, die wir haben. Diese Kraft der Stahlfedern nämlich beruht blos auf einer geringen Verlängerung ihrer einen Seite bei einer geringen Verkürzung ihrer anderen Seite, wodurch eine Beugung oder Krümmung entsteht, die aber verschwindet, sobald die Feder sich selbst überlassen bleibt, und die kleine Verlängerung und Verkürzung ihrer beiden Seiten sich ausgleicht.

Wenn diese kleinen, aber kraftvollen Verlängerungen und Verkürzungen fester, elastischer Körper bei Stahl- und anderen Federn von so grossem Nutzen sind, so wäre es wunderbar, wenn dieselben nicht auch auf andere Weise, ohne Beugung und Krümmung des Körpers, wie bei Pianofortesaiten, Anwendung finden sollten.

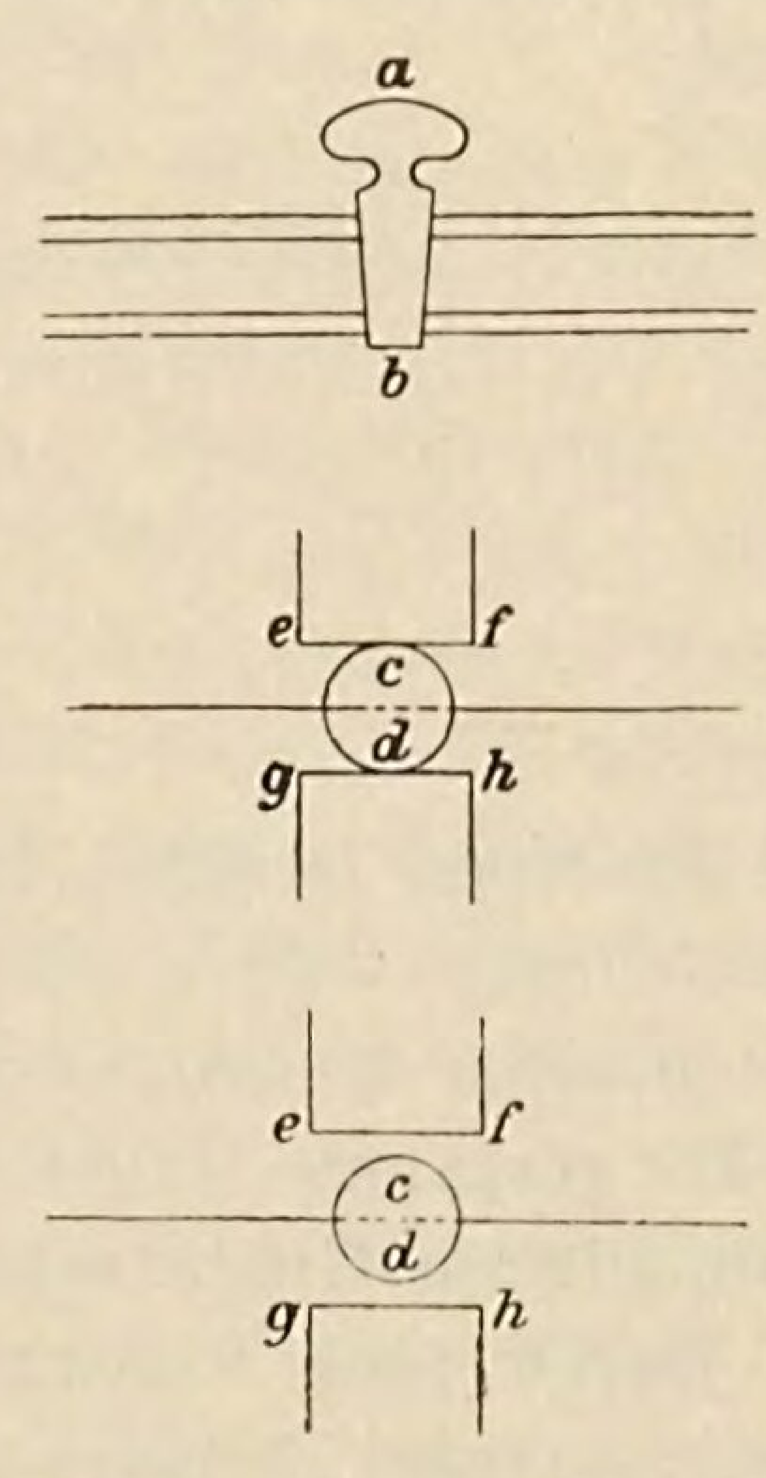
Um die zwar kleinen, aber kraftvollen und regelmässigen Bewegungen eines sich verlängernden oder verkürzenden Drahtes zu benutzen, muss man noch andere Mittel zu ihrer Hervorbringung ausfindig machen, als z. B. auf dem Pianoforte angewendet werden. Man muss suchen, die

Grösse der Kraft, mit welcher die Verlängerung oder Verkürzung geschieht, und die Verlängerung selbst zu *messen*.

Kann ich z. B. den Draht in senkrechte Lage bringen, so kann ich durch Anhängen von Gewichten an sein unteres Ende ihn verlängern, und weil ich weiss, dass diese Verlängerung zwar sehr gering, aber in allen Theilen des Drahtes mit grösster Gleichförmigkeit erfolgt, so kann ich durch kleine Gewichtsvermehrungen beliebig kleine Verlängerungen (zumal an einer dem Aufhängepunkte nahe liegenden Stelle des Drahtes) hervorbringen, die ich zu den feinsten mikrometrischen Messungen, gleich einer Mikrometerplatte oder Mikrometerschraube, gebrauchen, und sogar zur Prüfung der beiden letzteren anwenden kann.

Ein anderes Mittel, welches statt der Wirbel des Pianofortes und statt eines frei herabhängenden Gewichtes zu kleinen Verlängerungen eines Drahtes benutzt werden kann, bietet ein ähnlicher, *schon gespannter* Draht dar, der mit einer grossen Gewalt sich abzuspannen und zu *verkürzen* strebt, und diese Kraft des sich *verkürzenden* Drahtes kann man zur *Verlängerung* eines anderen Drahtes benutzen, gleich wie man die Kraft einer schon gespannten Feder zur Anspannung einer noch ungespannten benutzen kann, oder wie man in manchen zweistiefligen Luftpumpen die Expansivkraft der verdichteten Luft zur Hervorbringung eines verdünnten Luftraumes benutzt.

Diese *Mittheilung der Spannung* von einem stärker gespannten Körper an einen schwächer gespannten durch augenblickliche Herstellung einer freien Kommunikation zwischen beiden, hat sich überhaupt bei Luft und dampfförmigen Körpern so ausserordentlich bewährt, dass man bei Apparaten zur Untersuchung der Luft und bei Dampfmaschinen keinen Apparat so oft angebracht findet, als einen Hahn oder ein Ventil, durch welche ein Gefäss mit *verdichteter* Luft oder Dampf mit einem Gefässe mit *verdünnter* Luft oder Dampf in Verbindung gebracht wird, damit beide ihre Spannkräfte gegenseitig ausgleichen. Dieses letzte Mittel kann nun, wie ich glaube, sehr gut von der Luft und von dem Dampfe auf feste, elastische Körper übertragen werden, indem man in die Mitte eines Drahtes, wie in die Mitte eines Luft- oder Dampfkanales, statt des Kegels *ab* eine Kugel *cd* befestigt, und statt den Kegel *ab* zu durchbohren, die Kugel *cd* zwischen zwei beweglichen Flächen *ef*, *gh* einschliesst. Wie nun durch Drehung des Hahnes die beiden Luftbehälter bald frei kom-

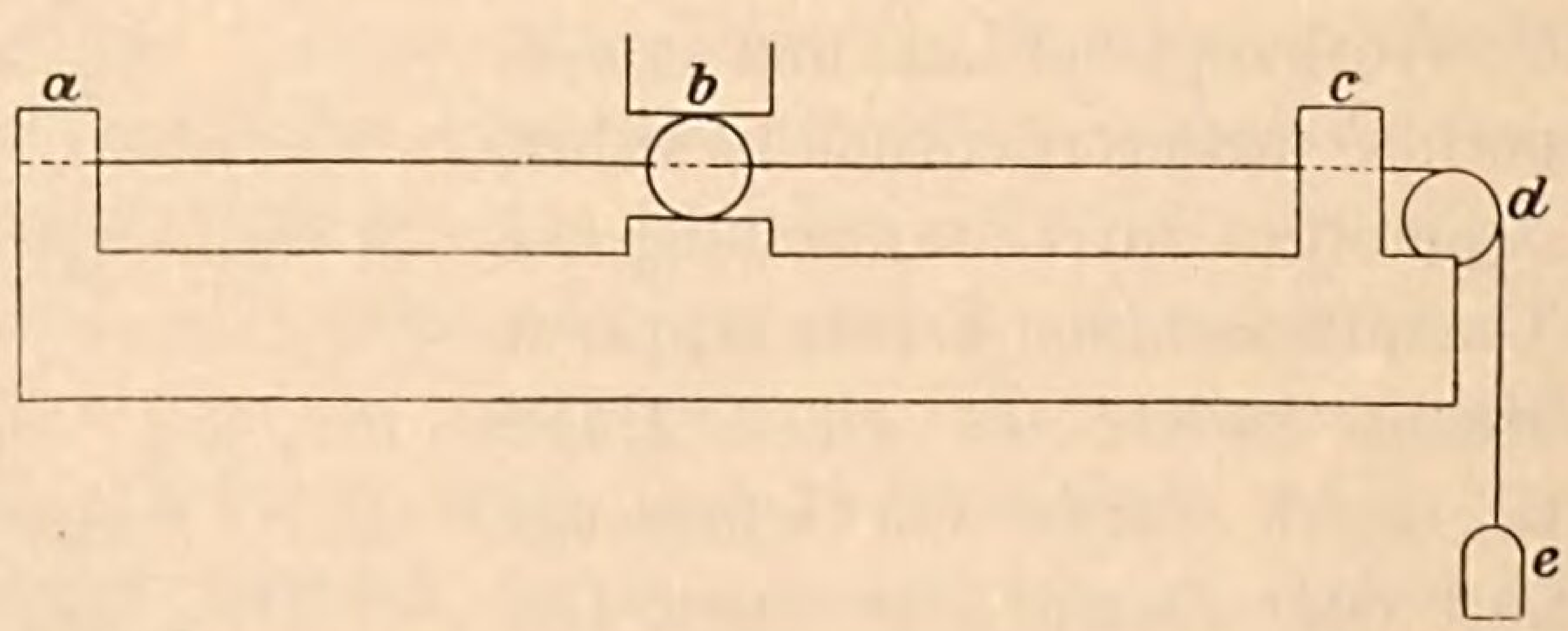


municiren, bald separirt sind, so nähere ich bald, bald entferne ich die Flächen *ef, gh* der Kugel *cd*, so dass die Kugel bald frei schwebt und der Spannung der Drähte frei folgt, bald bei der verschiedensten Spannung beider Drähte zwischen beiden unverrückbar fest steht.

Von allen Mitteln, einen Draht zu verlängern, ist die Verlängerung durch die auf die beschriebene Weise ihm von einem anderen Drahte mitgetheilte Spannung zu unseren Versuchen allein tauglich gewesen, und ich werde von dieser Vorrichtung noch bei anderen Versuchen über feste Körper, wie ich hoffe, mit Erfolg Gebrauch machen.

Die plötzliche Verlängerung des zu unseren Versuchen anzuwendenden Drahtes *ab* darf nicht unmittelbar durch die Drehung eines *runden Stiftes* oder Wirbels, wie im Pianoforte, bewirkt werden, weil man dabei wegen der Friktion die dazu anzuwendende Kraft nicht genau kennt, — noch unmittelbar durch die Spannung eines *Gewichtes*, welches man plötzlich sinken und sich selbst überlässt, weil es nicht sogleich in Ruhe kommt, sondern in eine Schwankung auf- und abwärts geräth, wobei der Draht bald zu lang und bald zu kurz sein würde, welches eine genaue Fixirung des unteren Endes des Drahtes durch eine Klemme in demjenigen verlängerten Zustande des Drahtes hindert, welcher der Kraft des Gewichtes entspricht.

Statt eines Wirbels oder Gewichtes wendete ich daher zur Spannung meines Drahtes die Kommunikation mit einem *schon gespannten Drahte* an: Ich liess die zwei ungleich gespannten Hälften *ab, bc* eines



und desselben Drahtes durch eine Kugel, die ich zwischen zwei gegenüberstehende Wände fest drücken oder frei schweben lassen konnte, mit einander kommuniciren, wobei im letzteren Falle nothwendig die stärker gespannte Hälfte des Drahtes die schwächer gespannte in einem bestimmbaren Grade verlängern, sich selbst aber verkürzen musste.

Durch diese Vorrichtung gewann ich so viel, dass ich die *Verlängerung* von *ab* bestimmen konnte, — dass ich die *Spannung* von *ab* sowohl im Augenblicke der Verlängerung, als auch bald nachher, messen konnte, — dass ich den Versuch *doppelt* anstellen konnte, sowohl mit *ab*, als auch mit *bc*, indem die beiden Drähte durch Mittheilung der Spannung in Wechselwirkung treten, so dass der eine so viel verlor, als

der andere gewann, und umgekehrt, und folglich die Verlängerung von *ab* der Verkürzung von *bc* gleich war, und umgekehrt, und folglich mit einiger Wahrscheinlichkeit erwartet werden konnte, dass was an *ab*, auch an *bc*, nur vielleicht auf eine entgegengesetzte Weise, beobachtet werden würde. Es war zu vermuthen, dass *bc* eine gleich grosse Zunahme, als *ab* eine Abnahme, der Spannung erleide, ihre beiderseitige Differenz folglich um das Doppelte wachsen und daher genauer zu messen sein werde, als jede einzeln.

Dass endlich *ab* und *bc* durch die Operationen, die während des Versuches vorgenommen werden müssen, auf keine Weise *verletzt* und *beschädigt* werden, indem die Klemme *b*, welche häufig geöffnet und geschlossen werden muss, nicht den Draht selbst zusammendrückt, sondern blos eine Kugel berührt, die den Draht in einem cylindrischen Kanale eingeschlossen und immer mit gleicher Kraft festgedrückt enthält.

Die Klemme *a* des beschriebenen Apparates blieb während aller Beobachtungen, die mit *einem* Drahte gemacht wurden, stets geschlossen, und man konnte also auf die Unveränderlichkeit des Drahtes von *a* bis *b*, während der Versuche, vollkommen sich verlassen. — Eben so fand keine Gefahr Statt, dass dasjenige Stück des Drahtes, welches in *b* selbst sich befand, einen Eindruck oder eine Beschädigung seiner Oberfläche oder eine Verminderung seiner Dicke im Laufe der Versuche erlitte; denn, wie oben gesagt worden ist, ungeachtet die Klemme *b* im Laufe der Versuche oft geöffnet und geschlossen werden musste, so drückte diese Klemme doch nicht den Draht selbst zusammen, sondern berührte blos die Oberfläche der Kugel, durch deren cylindrischen Kanal der Draht hindurch ging. So hatten wir auch für das Stück des Drahtes von *b* bis *c* während der Beobachtungen keine Beschädigung zu fürchten. — Aber auch die Klemme *c* ward im Laufe der Versuche häufig geöffnet und geschlossen. Auch diese Klemme durfte den Draht nicht unmittelbar berühren, sondern der Draht musste auf eine ähnliche Weise, wie in der Mitte, durch einen cylindrischen Kanal eines festen Körpers hindurch geleitet werden, und dieser feste Körper musste sich statt des Drahtes in der Klemme *c* befestigen lassen. Dieser mit einem cylindrischen Kanale versehene Körper, welchen ich zu diesem Zwecke angewendet habe, ist Fig. 4, Taf. XIII, abgebildet.

Nachdem der Draht *ab* eine *Verlängerung* erhalten und in diesem verlängerten Zustande festgehalten worden war, sollte nun ferner beobachtet und geprüft werden, ob er in der ersten darauf folgenden Zeit eine *Abnahme seiner Spannung* erleiden würde.

Nun hatte unser Apparat eine solche Einrichtung, dass wir die Spannung, welche der Draht *ab* in seinem verlängerten Zustand *im ersten Augenblicke* hatte, leicht berechnen konnten. Bezeichnen wir

nämlich mit P die Spannung des Drahtes ab vor seiner Verlängerung, und mit Q dasselbe für den Draht bc, so ist im Augenblicke, wo sich die Spannung beider Drähte ausgeglichen hat, ihre gemeinschaftliche mittlere Spannung $\frac{P+Q}{2}$, und auf diese mittlere Spannung hat im ersten Augenblicke, wie nachher, wenn ich die Resultate unserer Versuche mittheilen werde, bewiesen werden soll, der Temperaturwechsel der Drähte keinen Einfluss. — Wir brauchen also blos noch die Spannung zu messen, welche der Draht ab *nach* Verlauf *eines kürzeren* oder *längeren Zeitraumes* annimmt.

Ich setzte den Draht ab in Schwingung. Weil die Geschwindigkeit dieser Schwingungen von der Spannung abhängt, so kann man sowohl aus der Spannung die Geschwindigkeit der Schwingungen, als auch aus der Geschwindigkeit der Schwingungen die Spannung berechnen. Den Ton, welchen diese Schwingungen des Drahtes ab hervorbrachten, verglich ich mit dem Tone einer Stimmgabel, die ich so gewählt hatte, dass beide fast harmonirten und nur wenige sogenannte Schwebungen, Pulsationen oder koincidirende Schwingungen, hervorbrachten (siehe diese Annalen Bd. XIV, S. 399). Durch Zählung dieser Schwebungen oder Pulsationen, welche durch die ungleiche Geschwindigkeit der schwingenden Stimmgabel und des schwingenden Drahtes ab entstanden, hatte ich ein Mittel, die Spannung des Drahtes ab sehr genau zu bestimmen.

Nachdem ich diese Spannung, welche der Draht durch Erhöhung seiner Temperatur angenommen hatte, dadurch gemessen hatte, dass ich z. B. 18 Schwebungen in fünf Sekunden gezählt hatte, konnte ich leicht die anfängliche Spannung $\frac{P+Q}{2}$ wieder herstellen, indem ich blos die Klemme b von Neuem öffnete, und konnte alsdann mit denselben Hülfsmitteln die Messung der Spannung wiederholen, wobei ich z. B. 22 Schwebungen in fünf Sekunden zählte, so dass jetzt also der Draht in fünf Sekunden vier Schwingungen mehr machte als früher.

Dieses war der Versuch, den ich mit dem Drahte ab anstellte. Nun ist aber der Draht bc dem Drahte ab ganz gleich, nur dass in dem Augenblicke, wo dieser beträchtlich verlängert wird, jener um gleich viel verkürzt wird. Denselben Versuch, den ich mit ab anstellte, konnte ich nun mit bc wiederholen; ich zählte z. B. 14 Schwebungen, als ich bei dem Drahte ab 18 gezählt hatte, und 10 Schwebungen, als ich bei dem Drahte ab 22 gezählt hatte, so dass der Draht bc vier Schwingungen in fünf Sekunden *weniger* machte, als der Draht ab vier Schwingungen *mehr* machte, woraus sich ergiebt, dass der Draht bc in der nämlichen Zeit eine *Erniedrigung* seiner Temperatur erlitten hatte, als der Draht ab eine *Temperaturerhöhung* erhielt, und dass beide

Temperaturänderungen zwar *entgegengesetzt*, aber von *gleicher Grösse* gewesen waren, da sie zwar entgegengesetzte, aber gleiche Aenderungen der Spannung hervorgebracht hatten.

Da die Drähte *ab* und *bc* gleich lang waren, und der eine eine eben so grosse *Temperaturerhöhung*, als der andere eine *Temperaturerniedrigung* erlitten hatte, so haben beide Temperaturänderungen zusammengenommen auf die mittlere Spannung des Drahtes in dem Augenblicke, wo die Klemme *b* offen ist, *keinen Einfluss*, und diese mittlere Spannung wird daher, wie wir oben berechnet haben, $\frac{P+Q}{2}$ sein.

Die viermalige Zählung der Schwebungen oder koincidirenden Schwingungen, welche ich oben angeführt habe, und woraus sich ergab, dass der Draht *bc* erst 18 und später 22 Schwebungen weniger, der Draht *ab* erst 14 und später nur 10 Schwebungen weniger, als die mit ihnen verglichene Stimmgabel machte, war mit einem Eisendraht vorgenommen worden. Dieselben Messungen, welche ich vom Eisendraht angeführt habe, lassen sich nun mit vielen anderen Drähten machen.

Ich habe wirklich diese Messungen bis jetzt mit *Eisendraht*, *Kupferdraht*, *Silberdraht*, *Platindraht*, und mit jedem dieser Metalle mehrmals gemacht, und werde die vier bei jedem Drahte und bei jeder Wiederholung gemachten Zählungen zur Uebersicht zusammenstellen.

Uebersicht der Versuche.

1. Mit Eisendraht:
 $ab = 257$ Linien,
 $bc = 257$ Linien,
 ein Stück von 1300 Linien Länge wog 2,878 Gramm,
 $P = 1000$ Gramm,
 $Q = 7000$ Gramm,
 bei 4000 Gramm Spannung war der Ton des Eisendrahtes etwas *tiefer* als der Ton einer *f*-Stimmgabel.

No.	Draht.	Seine mit der *f*-Stimmgabel koincidirenden Schwingungen f. 5 Sek. *nach momentaner Kommunikation.*	Seine mit der *f*-Stimmgabel koincidirenden Schwingungen f. 5 Sek. *nach längerer Kommunikation.*	Vermehrung der koincidirenden Schwingungen.	Mittel aus allen Versuchen.
1.	*ab*	$7\frac{1}{4}$	$3\frac{3}{4}$	$-3\frac{1}{2}$	$-3\frac{3}{8}$
	bc	$9\frac{3}{4}$	$12\frac{3}{4}$	$+3$	$+3\frac{1}{4}$
2.	*ab*	$11\frac{1}{16}$	$8\frac{5}{8}$	$-2\frac{7}{16}$	
	bc	$15\frac{11}{16}$	$18\frac{7}{8}$	$+3\frac{3}{16}$	
3.	*ab*	$8\frac{3}{8}$	$4\frac{7}{32}$	$-4\frac{5}{32}$	
	bc	$10\frac{1}{4}$	$13\frac{25}{32}$	$+3\frac{17}{32}$	

2. Mit Kupferdraht:

$ab = 240$ Linien,
$bc = 240$ Linien,
ein Stück von 1300 Linien Länge wog 3,332 Gramm,
$P = 1700$ Gramm,
$Q = 5700$ Gramm,
bei 3700 Gramm Spannung war der Ton des Kupferdrahtes etwas *tiefer* als der Ton einer *f*-Stimmgabel.

No.	Draht.	Seine mit der *f*-Stimmgabel koincidirenden Schwingungen f. 5 Sek. *nach momentaner Kommunikation.*	Seine mit der *f*-Stimmgabel koincidirenden Schwingungen f. 5 Sek. *nach längerer Kommunikation.*	Vermehrung der koincidirenden Schwingungen.	Mittel aus allen Versuchen.
1.	*ab*	19	$14\frac{19}{32}$	$-4\frac{13}{32}$	$-3\frac{1}{3}$
	bc	17	$20\frac{25}{32}$	$+3\frac{25}{32}$	$+3\frac{1}{32}$
2.	*ab*	$14\frac{1}{4}$	$10\frac{13}{16}$	$-3\frac{7}{16}$	
	bc	$13\frac{3}{4}$	$16\frac{7}{16}$	$+2\frac{11}{16}$	
3.	*ab*	$18\frac{3}{16}$	$15\frac{31}{32}$	$-2\frac{7}{32}$	
	bc	$20\frac{3}{4}$	$23\frac{13}{32}$	$+2\frac{21}{32}$	

3. Mit Silberdraht:

$ab = 184$ Linien,
$bc = 184$ Linien,
ein Stück von 1300 Linien Länge wog 4,4815 Gramm,
$P = 1000$ Gramm,
$Q = 5000$ Gramm,
bei 3000 Gramm Spannung war der Ton des Silberdrahtes etwas *tiefer* als der Ton einer *f*-Stimmgabel.

No.	Draht.	Seine mit der *f*-Stimmgabel koincidirenden Schwingungen f. 5 Sek. *nach momentaner Kommunikation.*	Seine mit der *f*-Stimmgabel koincidirenden Schwingungen f. 5 Sek. *nach längerer Kommunikation.*	Vermehrung der koincidirenden Schwingungen.	Mittel aus allen Versuchen.
1.	*ab*	$18\frac{3}{4}$	$16\frac{1}{4}$	$-2\frac{1}{2}$	$-2\frac{5}{16}$
	bc	$14\frac{3}{4}$	$17\frac{1}{2}$	$+2\frac{3}{4}$	$+3$
2.	*ab*	$20\frac{5}{16}$	$17\frac{1}{2}$	$-2\frac{13}{16}$	
	bc	$14\frac{15}{16}$	$16\frac{3}{4}$	$+1\frac{13}{16}$	
3.	*ab*	$19\frac{1}{32}$	$15\frac{3}{8}$	$-3\frac{21}{32}$	
	bc	$16\frac{7}{32}$	$18\frac{5}{8}$	$+2\frac{13}{32}$	

4. Mit Platindraht:

$ab = 113$ Linien,
$bc = 113$ Linien,
ein Stück von 800 Linien Länge wog 6,253 Gramm,

$P = 800$ Gramm,
$Q = 4000$ Gramm,
bei 2400 Gramm Spannung war der Ton des Platindrahtes etwas *tiefer* als der Ton einer *f*-Stimmgabel.

No.	Draht.	Seine mit der *f*-Stimmgabel koincidirenden Schwingungen f. 5 Sek. *nach momentaner Kommunikation.*	Seine mit der *f*-Stimmgabel koincidirenden Schwingungen f. 5 Sek. *nach längerer Kommunikation.*	Vermehrung der koincidirenden Schwingungen.	Mittel aus allen Versuchen.
1.	*ab*	21	12	-9	-8
	bc	$\frac{1}{2}$	8	$+7\frac{1}{2}$	$+7\frac{1}{3}$
2.	*ab*	$46\frac{3}{4}$	39	$-7\frac{3}{4}$	
	bc	$23\frac{1}{4}$	31	$+7\frac{3}{4}$	
3.	*ab*	$45\frac{1}{2}$	$38\frac{1}{4}$	$-7\frac{1}{4}$	
	bc	$23\frac{1}{4}$	30	$+6\frac{3}{4}$	

II. *Theoretische Folgerungen.*

§ 1.

1. *Die zu den Versuchen im vorigen Abschnitt angewendeten Drähte erleiden, wenn sie beträchtlich verlängert worden sind und in diesem Zustande festgehalten werden, eine Abnahme ihrer Spannung.*

2. *Die zu den Versuchen im vorigen Abschnitt angewendeten Drähte erleiden, wenn sie beträchtlich verkürzt worden sind und in diesem Zustande festgehalten werden, eine Zunahme ihrer Spannung.*

Wir wollen alle Spannungen, welche *ab, bc* bei unseren Versuchen successive erhalten haben, mit Buchstaben bezeichnen:

mit P, Q ihre *ursprünglichen* Spannungen,

mit p, q *nach momentaner Kommunikation*, im Augenblicke, wo die Klemme b sich schliesst,

mit p', q' *nach momentaner Kommunikation*, längere Zeit, nachdem die Klemme b sich geschlossen hat,

mit p'', q'' *nach längerer Kommunikation.*

Aus der Natur der Sache leuchtet ein, dass

$$p'' = q'' = \frac{P + Q}{2}.$$

Da wir ferner, S. 576, bewiesen haben, dass auf p, q die *Temperatur keinen* Einfluss hat, so muss, *wenn Gleichgewicht vorhanden ist,* auch

$$p = q = \frac{P + Q}{2}.$$

Die Beobachtungen in der vorhergehenden Tabelle beweisen, dass *ab* bei

p' Spannung *weniger* Schwingungen als bei p'' Spannung, bc bei q' Spannung *mehr* Schwingungen als bei q'' Spannung machte; folglich:

$$p' < p''$$
$$q' > q'',$$

folglich, *wenn immer Gleichgewicht vorhanden war*,

$$p' < p$$
$$q' > q,$$

folglich haben wir, unter der Voraussetzung, dass immer Gleichgewicht vorhanden war, bewiesen, dass *die Spannung des verlängerten und in diesem Zustande festgehaltenen Drahtes ab um*

$$p - p' = \frac{P + Q}{2} - p'$$

abgenommen, die Spannung des verkürzten und in diesem Zustande festgehaltenen Drahtes bc um

$$q' - q = q' - \frac{P + Q}{2}$$

zugenommen hat.

Bisher haben wir *vorausgesetzt*, dass *immer Gleichgewicht vorhanden war.* Ich habe auch *wirklich* bei Anstellung der Versuche *so lange gewartet*, dass ich das Gleichgewicht herstellen konnte, und wegen der *Länge* des abzuwartenden Zeitraumes einige Versuche gemacht.

In dem Augenblicke nämlich, wo ab verlängert und bc verkürzt wird, wird allerdings das Gleichgewicht aller ihrer Theile gestört, und weil jene Verlängerungen und Verkürzungen beträchtlich sein, und schnell von Statten gehen sollen, so ist nicht zu vermeiden, ungeachtet die beiden äussersten Enden der Drähte fixirt sind, dass in ihrer Mitte kleine *Wellen* entstehen, oder Schwingungen, die längs dem Drahte hin und her laufen, und in partiellen Verdichtungen und Verdünnungen bestehen, welche zwar an Intensität allmählig abnehmen, doch aber zum gänzlichen Verschwinden einiger Zeit bedürfen. Schlösse man die Klemme b in einem Augenblicke, wo sich an dieser Stelle eine *verdichtende* Welle befände, so würde man für die nachherige Spannung p', q' andere Resultate erhalten, als wenn man die Klemme b in einem Augenblicke schlösse, wo sich an der nämlichen Stelle eine *verdünnende* Welle befände.

Zur Vermeidung beider Abweichungen muss man mit der Schliessung der Klemme b so lange anstehen, bis der zum Verschwinden der Wellen erforderliche Zeitraum verflossen ist. Dieser Zeitraum ist bei der grossen Geschwindigkeit, mit der die Verdichtungs- und Verdünnungswellen am Drahte hin- und herlaufen, sehr klein, und ich habe durch Versuche mich überzeugt, dass er die Dauer von $^1/_4$ Sekunde in unseren Versuchen

nicht überstieg.[1]) Bei allen oben angeführten Versuchen habe ich diesen kurzen Zeitraum vor Schliessung der Klemme *b* abgewartet.

Uebrigens habe ich einige besondere Versuche gemacht, wo ich *absichtlich* jenen Zeitraum von $^1/_4$ Sekunde *nicht* abwartete, und habe dann allerdings von den Wellen hervorgebrachte Störungen in der Spannung der Drähte beobachtet, die aber bald *gross*, bald *klein*, bald *positiv*, bald *negativ* keiner Regel unterworfen, und mit unserer gesetzmässigen Abnahme und Zunahme der Spannung *nicht zu verwechseln waren.*

§ 2.

Die Abnahme der Spannung der zu den Versuchen im vorigen Abschnitt angewendeten Drähte, nachdem sie verlängert und in diesem Zustand festgehalten worden waren, und die Zunahme ihrer Spannung, nachdem sie verkürzt und in diesem Zustande festgehalten worden waren, entstand aus einer anderen Ursache, als aus der Ziehbarkeit oder Duktibilität der Metalle.

Es ist bekannt, dass man *Ziehbarkeit* oder *Duktibilität* der festen Körper, insbesondere der Metalle, die Eigenthümlichkeit derselben nennt, dass, wenn sie gewaltsam ausgedehnt oder gebeugt werden, und die ausdehnende oder beugende Kraft zu wirken aufhört, die durch dieselbe entstandene Verlängerung oder Beugung nur zum Theil verschwindet, zum Theil bleibt. Der erstere Theil der Ausdehnung oder Beugung, welcher wieder verschwindet, ist die Wirkung der *Elasticität* des Körpers; der letztere Theil der Ausdehnung oder Beugung, welcher von nun an für immer dem Körper eigen bleibt, ohne dass es einer Kraft zu seiner Erhaltung bedarf, ist als eine geringe *Aenderung im Aggregatzustand* des Körpers zu betrachten und ist die Wirkung seiner *Ziehbarkeit* oder *Duktibilität.* — Diese Wirkung der Ziehbarkeit oder Duktibilität der

[1]) Oeffnet man die Kommunikation zwischen zwei durch eine Schleusse verbundenen Theilen eines Kanals, in denen das Niveau des Wassers verschieden ist, so wird eine lange Zeit vergehen, ehe die Niveaus beider Wasserbehälter sich ausgleichen, und Ruhe und Gleichgewicht hergestellt wird; denn die Mittheilung der transversalen Bewegung von Wassertheilchen zu Wassertheilchen geht langsam vor sich. — Oeffnet man die Kommunikation zwischen zwei Theilen einer Röhre, in deren einem Theile die Luft durch einen Stempel verdichtet oder verdünnt war, so gleicht sich der Barometerdruck in beiden Theilen der Röhre schnell aus, und es verschwinden schnell alle Luftwellen, welche dabei entstanden waren; denn die Mittheilung der Bewegung von Lufttheilchen zu Lufttheilchen geht rasch von Statten. — Oeffnet man die Kommunikation zwischen zwei Metalldrähten, welche verschieden gespannt worden sind, so gleichen sich ihre Spannungen am schnellsten aus, und die dabei entstandenen Verdichtungs- und Verdünnungswellen verschwinden am schnellsten, denn die Mittheilung der Bewegung von Metalltheilchen zu Metalltheilchen ist am schnellsten, ungefähr 10 bis 17 Mal schneller, als von Lufttheilchen zu Lufttheilchen.

Körper ist nach Verschiedenheit der Umstände verschieden. Man kann z. B. ein *grosses* Gewicht anwenden, um einen Metalldraht durch dasselbe auszudehnen: wenn nur das Gewicht *nicht lange* auf den Draht wirkt, so wird doch der Draht nach Wegnahme des Gewichtes wieder genau oder fast genau seine *ursprüngliche* Ausdehnung annehmen, und folglich in dieser *kurzen* Zeit der Anspannung *keine* oder fast keine Wirkung seiner *Ziehbarkeit* erlitten haben. Die Wirkung seiner *Ziehbarkeit wächst* aber bis auf einen gewissen Punkt, wenn die Anspannung *länger* dauert, wenn sie mehrere Stunden, mehrere Tage lang währt, woraus eine Verschiedenheit der Ausdehnung der Metalldrähte, nach einer plötzlichen, einen Augenblick dauernden Anspannung, und nach einer lang dauernden Anspannung entstehen muss, die auf den ersten Anblick als einzige Ursache oder als Mitursache der von uns beobachteten Erscheinungen betrachtet werden könnte.

Durch folgende Betrachtungen soll dargethan werden, dass die Ziehbarkeit der Metalle nicht die Ursache der beschriebenen Erscheinung ist.

Erstens. Im XVII. Bande dieser Annalen, S. 227 [1]), habe ich einige Versuche mitgetheilt, welche ich seit dieser Zeit mehrfach wiederholt und bestätigt gefunden habe, aus denen sich eine Methode ergiebt, die Metalldrähte so zu präpariren, dass die Wirkung ihrer Ziehbarkeit sich in sehr vielen Fällen (bei lang dauernder Anspannung, wie bei kurz dauernder) auf Null reducirt. Diese Präparation der Drähte besteht in der grössten Anspannung, welche sie, ohne zu zerreissen, vertragen, und in ihrem Verharren, während einiger Zeit, in diesem Zustande. Die Drähte, welche ich zu meinen Versuchen gebraucht habe, waren vorher dieser Präparation unterworfen worden, wodurch ich mich also in allen meinen Versuchen vor allen Wirkungen der Ziehbarkeit sicher gestellt hatte. Folglich ist die beschriebene Erscheinung keine Wirkung der Ziehbarkeit, was zu beweisen war.

Zweitens. Wenn sich durch das angegebene Verfahren die Wirkung der Ziehbarkeit nicht hätte beseitigen lassen, so würde sich durch die *Dauer* ihrer Wirkung, was von ihr her herrühre, haben erkennen lassen. Die Wirkung der Ziehbarkeit (wenn eine solche vorhanden ist) dauert bei verschiedenen Metallen und unter verschiedenen Umständen verschieden lang, mehrere Tage, mehrere Stunden, selten blos mehrere Minuten lang. — Ich habe die Klemme *b* bei einigen der im vorigen Abschnitte beschriebenen Versuche sechs Sekunden lang nach der Verlängerung von *ab* offen gelassen und dann geschlossen, und darauf keine Abnahme der Spannung des Drahtes *ab* beobachtet. — Da nun eine in Folge der Ziehbarkeit der Metalle entstehende Abspannung stets länger

[1]) [W. Weber's Werke I, p. 317.]

als sechs Sekunden anhält, so ergiebt sich hieraus, dass die durch die Versuche im vorigen Abschnitt nachgewiesene Abnahme der Spannung des Drahtes *ab* aus einer anderen Ursache, als aus der Ziehbarkeit oder Duktibilität der Metalle herrührte, was zu beweisen war.

Drittens. Die Ziehbarkeit der Metalle, wenn sie bei unseren Versuchen eingewirkt hätte, würde, wie eben nachgewiesen, die *Abnahme* der Spannung des verlängerten Drahtes *ab* nicht hinreichend erklärt haben; sie würde aber, ihrer Natur nach, noch weit weniger die *Zunahme* der Spannung des verkürzten Drahtes *bc* erklärt haben, denn sie kann unter *keinen* Verhältnissen die Spannung *vermehren.*

§ 3.

1. *Die Abnahme der Spannung, welche die zu den Versuchen im vorigen Abschnitt angewendeten Drähte erlitten, wenn sie beträchtlich verlängert und in diesem Zustande fest gehalten wurden, entstand durch eine Temperaturerhöhung des Drahtes.*

2. *Die Zunahme der Spannung, welche die zu den Versuchen im vorigen Abschnitt angewendeten Drähte erlitten, wenn sie beträchtlich verkürzt und in diesem Zustande festgehalten wurden, entstand durch eine Temperaturerniedrigung.*

Durch die bisher gemachten Erfahrungen ist man in der Physik zu der Ueberzeugung gelangt, dass die Spannung eines Körpers im Allgemeinen von dreierlei abhänge: 1. von seiner Temperatur; 2. von seinen Dimensionen in allen einzelnen Richtungen; 3. von seiner Ziehbarkeit oder Duktibilität, in dem Falle, dass so grosse äussere Kräfte auf ihn wirken, dass seine natürliche Form und Dichtigkeit eine Aenderung erleidet.

Nun leuchtet aus der Einrichtung unseres Apparates, wie schon in § 1 ausgesprochen worden ist, ein, dass die Abnahme der Spannung eines verlängerten Drahtes und die Zunahme der Spannung eines verkürzten Drahtes nicht die Folge seiner *Ausdehnung* oder *Zusammenziehung* war, da eine solche gar nicht Statt fand; sie waren aber auch nicht, nach § 2, die Folge der *Ziehbarkeit* oder *Duktibilität;* folglich müssen sie eine Folge der *Temperatur* des Drahtes gewesen sein, und es muss die *Temperatur* des Drahtes in dem einen Falle gestiegen, in dem anderen Falle *gesunken* sein, was zu beweisen war.

§ 4.

Das im vorigen Paragraph nachgewiesene Steigen und Fallen der Temperatur des Drahtes rührt von einer Ungleichheit in der Temperatur des Drahtes und der umgebenden Luft her, die durch die Verlängerung und Verkürzung des Drahtes verursacht worden ist, und zwar ist die

Temperatur des Drahtes durch die Verlängerung unter die der Luft erniedrigt, durch die Verkürzung über die der Luft erhöht worden.

Wir wollen

1. beweisen, dass die Verlängerung und Verkürzung die *Ursache* der Temperaturänderungen im Drahte waren;
2. dass durch die *Verlängerung* eine *Temperaturerniedrigung*, durch die *Verkürzung* eine Temperaturerhöhung des Drahtes entstand.

1. Wenn die Temperatur eines Drahtes steigt oder sinkt, so muss das Gleichgewicht der Wärme gestört worden sein. Das Gleichgewicht der Wärme konnte aber im Drahte und der ihn umgebenden Luft weder *vor* noch *nach* seiner Verlängerung gestört worden sein; denn weder vorher noch nachher war ihm Wärme von *aussen* mitgetheilt worden, weder vorher noch nachher hatte er in seiner inneren Konstitution eine Aenderung erlitten, durch die eine *innere* Wärmequelle hätte eröffnet werden können. Das Gleichgewicht der Wärme war folglich während der Verlängerung und Verkürzung des Drahtes selbst gestört worden. Da nun die Temperatur des Drahtes bei der Verlängerung und Verkürzung durch keinen *äusseren* Einfluss gestört worden war, so musste *durch die Verlängerung und Verkürzung* selbst eine *innere* Wärmequelle eröffnet worden sein, was zu beweisen war.

2. Aus den Gesetzen der Fortpflanzung der Wärme wissen wir, dass ein Körper, dessen Temperatur über die Temperatur der umgebenden Körper erhöhet, oder unter dieselbe erniedrigt worden ist, wenn keine neue Störung erfolgt, in Kurzem *die Temperatur der umgebenden Körper* annimmt.

Darnach mussten auch unsere Drähte, als sie ungestört sich selbst überlassen wurden, in Kurzem *die Temperatur der sie umgebenden Luft* und eine dieser Temperatur entsprechende konstante Spannung annehmen. — Wirklich haben wir gesehen, dass die Drähte schon nach sechs Sekunden eine solche konstante Spannung annahmen. — Weil aber während dieser sechs Sekunden die Spannung des Drahtes nach einer *Verlängerung abgenommen*, nach einer *Verkürzung zugenommen* hatte, so musste der Draht im Augenblicke der *Verlängerung* eine *niedrigere* Temperatur, im Augenblicke der *Verkürzung* eine *höhere* Temperatur erhalten haben.

Anmerkung. Aus dem Vorhergehenden ergiebt sich, dass die Ursache der Abnahme und Zunahme der Spannung des Drahtes nach seiner Verlängerung und Verkürzung denselben Gesetzen der *Fortpflanzung*, wie die *Wärme,* unterworfen ist. Wollte man daher jene Abnahme und Zunahme der Spannungen von einer noch *unbekannten* Ursache ableiten (wenn man ausser Temperatur, Elasticität und Ziehbarkeit oder Duktibilität eine solche zulassen wollte), so müsste man von dieser neuen

Ursache annehmen, dass sie von der Wärme zwar *verschieden* sei, aber dennoch der Wärme ganz *analog* wirke, in welchem Falle für uns kein hinreichender Grund vorhanden zu sein scheint, sie von der Wärme zu scheiden. Sie ist nämlich, wie die *Wärme,* eine Ursache der Spannung, die, nachdem sie eine Vermehrung oder Verminderung der Spannung in irgend einem Körper, ohne eine entsprechende Vermehrung oder Verminderung in der der umgebenden Körper, hervorgebracht hat, gleich wie nach den Gesetzen, nach denen sich die *Wärme* fortpflanzt, aus dem *ersteren* Körper bald verschwindet.

§ 5.

Die Anzahl t der Grade nach der 100theiligen Skale zu berechnen, um welche die Temperatur des Drahtes 1. in unseren Versuchen, 2. überhaupt nach r maliger Verlängerung und nach r maliger Verkürzung fällt und steigt.

Wenn die Spannung der Drähte ab und bc ausgeglichen und $=\frac{P+Q}{2}$ (nach Seite 579), so sei n die Zahl der Schwingungen von ab in einer Sekunde und n' für bc.[1])

$n-\mu$ sei die Zahl der Schwingungen von ab nach Abnahme seiner Spannung,

$n'+\mu'$ sei die Zahl der Schwingungen von bc nach Zunahme seiner Spannung,

so erhalten wir für n, n', $n-\mu$, $n'+\mu'$

nach den Gesetzen schwingender Saiten folgende Gleichungen:

$$n=\frac{1}{l}\sqrt{\frac{2g}{\pi}}\sqrt{\frac{P+Q}{2}}$$

$$n'=\frac{1}{l'}\sqrt{\frac{2g}{\pi'}}\sqrt{\frac{P+Q}{2}}$$

$$n-\mu=\frac{1}{l}\sqrt{\frac{2g}{\pi}}\sqrt{\frac{P+Q}{2}-p}$$

$$n'+\mu'=\frac{1}{l'}\sqrt{\frac{2g}{\pi'}}\sqrt{\frac{P+Q}{2}+p'},$$

wo l und l' die Länge von ab und bc;

p und p' die Abnahme und Zunahme ihrer Spannung;

π und π' das Gewicht eines Stückes von ab und bc von der Grösse der Längeneinheit,

[1]) Wenn die Drähte ab und bc von gleicher Materie, Länge und Dicke sind, ist $n=n'$.

g die Länge des Fallraumes im leeren Raume für die erste Sekunde. Daraus folgt:

$$p = \frac{n^2 l^2 \pi}{2g} - \frac{(n-\mu)^2 l^2 \pi}{2g} = \frac{n\mu l^2 \pi}{g} - \frac{\mu^2 l^2 \pi}{2g}$$

$$p' = \frac{(n'+\mu')^2 l'^2 \pi'}{2g} - \frac{n'^2 l'^2 \pi'}{2g} = \frac{n'\mu' l'^2 \pi'}{g} + \frac{\mu'^2 l'^2 \pi'}{2g}.$$

Da l und l', π und π', μ und μ' fast gleich oder ganz gleich sind, und μ im Verhältniss zu n sehr klein, so kann man für p und p' den einfacheren Ausdruck setzen:

$$p = p' = \frac{n\mu l^2 \pi}{g}.$$

Wie gross muss eine Temperaturerhöhung oder Erniedrigung gewesen sein, um die Spannung um $\frac{n\mu l^2 \pi}{g}$ zu vermindern oder zu vermehren?

Eine Kraft, welche die Spannung um $\frac{n\mu l^2 \pi}{g}$ verminderte, würde bei *konstanter* Spannung den Draht um $dl = \frac{n\mu l^2 \pi}{g} \cdot a$ ausgedehnt haben, wo a *konstant* ist; denn Spannung und Ausdehnung elastischer Körper sind einander *proportional*.

Zur Bestimmung von a (der Ausdehnung des Drahtes bei Zunahme seiner Spannung um eine Gewichtseinheit) giebt Poisson in seiner Abhandlung über die Elasticität fester Körper in den *Mémoir. de l'Acad. Paris 1829, T. VIII, p. 430.*

$$a = \frac{2l}{5k\omega},$$

wo k ein Maass der elastischen Kraft der Materie, ω die Grösse der Durchschnittsfläche des Drahtes. Folglich:

$$dl = \frac{n\mu l^2 \pi}{g} \cdot \frac{2l}{5k\omega}$$

und

$$\frac{dl}{l} = \frac{2n\mu l^2 \pi}{5gk\omega}.$$

Eine Temperaturerhöhung von t'^0, welche den Draht um $\frac{2n\mu l^2 \pi}{5gk\omega}$ Theile seiner Länge ausdehnt, beträgt in Graden der 100theiligen Skale:

$$t' = \frac{1}{k'} \cdot \frac{2n\mu l^2 \pi}{5gk\omega},$$

wo k' der von Lavoisier und Laplace gemessene *Ausdehnungskoëfficient* fester Körper für 1^0 Temperaturerhöhung in Theilen seiner Länge ausgedrückt bezeichnet.

Folglich war die Temperatur von *ab* durch eine von $\frac{Q-P}{2}$ [1]) hervorgebrachte Verlängerung $\frac{2}{5k\omega}\cdot\frac{Q-P}{2}$ um

$$t' = \frac{2n\mu l^2\pi}{5gkk'\omega} \qquad (1)$$

Grade der 100theiligen Skale erniedrigt worden. Durch eine rmalige Verlängerung würde sie um

$$\frac{5k\omega}{Q-P}\cdot r$$

mal so viel Grade erniedrigt worden sein; folglich:

$$t = \frac{5k\omega}{Q-P}\cdot r\cdot\frac{2\mu nl^2\pi}{5gkk'\omega} = \frac{2\mu nl^2\pi}{gk'(Q-P)}\cdot r. \qquad (2)$$

Für den anderen Draht *bc* ist der Werth von μ eben so gross, nach unseren Beobachtungen (siehe S. 576), aber negativ; folglich ist der Werth von t für *bc* eben so gross als für *ab*, giebt aber für *bc* eine Temperaturerhöhung, statt der Temperaturerniedrigung für *ab*.

§ 6.

Die Anzahl t' der Grade nach der 100theiligen Skale zu berechnen, um welche die Temperatur des Drahtes ab in den Seite 577 bis 579 angeführten Versuchen fiel und die des Drahtes bc stieg.

Nach § 5 ist die gesuchte Anzahl Grade nach Formel (1):

$$t' = \frac{2n\mu l^2\pi}{5gkk'\omega}$$

zu berechnen, worin für n, μ, l, π, g, k, k', ω ihre Werthe zu setzen sind. — Der Werth von n, μ, l ist für jeden Draht verschieden, und kann aus den Versuchen S. 577 bis 579 und nach der Formel für n S. 585, angegeben und berechnet werden, wodurch man folgende Werthe erhält:

für Eisen

$$n = \frac{1}{l}\sqrt{\frac{2g}{\pi}}\sqrt{\frac{P+Q}{2}} = \frac{1}{257}\sqrt{\frac{4348\,.\,1300}{2{,}878}}\sqrt{4000} = 345$$

$$\mu = \tfrac{1}{5}\,.\,7\tfrac{1}{8} = 1{,}425\,^{2)}$$

$$l = 257 \text{ Linien;}$$

[1]) Vor der Verlängerung war *ab* durch P gespannt; bei der Verlängerung durch $\frac{Q+P}{2}$ (siehe S. 576), folglich war die Spannung um $\frac{Q+P}{2} - P = \frac{Q-P}{2}$ vermehrt worden.

[2]) Der Werth von μ ist auf folgende Weise berechnet. Es wurden die beiden Zahlen in den letzten Kolumnen der Tabellen, S. 577 bis 579, ohne Rücksicht auf

für Kupfer

$$n = \frac{1}{240}\sqrt{\frac{4348 \,.\, 1300}{3{,}332}}\sqrt{3700} = 330$$

$$\mu = \tfrac{1}{5} \,.\, 6\tfrac{1}{3} = 1{,}267$$

$l =$ 240 Linien;

für Silber

$$n = \frac{1}{184}\sqrt{\frac{4348 \,.\, 1300}{4{,}4815}}\sqrt{3000} = 334$$

$$\mu = \tfrac{1}{5} \,.\, 5\tfrac{5}{16} = 1{,}063$$

$l =$ 184 Linien;

für Platin

$$n = \frac{1}{113}\sqrt{\frac{4348 \,.\, 800}{6{,}253}}\sqrt{2400} = 323$$

$$\mu = \tfrac{1}{5} \,.\, 15\tfrac{1}{3} = 3\tfrac{1}{15}$$

$l =$ 113 Linien.

k' nehmen wir aus der von LAVOISIER und LAPLACE gegebenen Tabelle

für Eisen $k' = \frac{1}{81157}$
„ Kupfer $k' = \frac{1}{58200}$
„ Silber $k' = \frac{1}{52363}$
„ Platin $k' = \frac{1}{116748}$.

g ist für alle Drähte und für alle Versuche = 2174 Linien, $\frac{\pi}{\omega}$ ist (da π das Gewicht eines Stückes Draht ist, dessen Volumen $= \omega$) das specifische Gewicht des Drahtes

für Eisen $\frac{\pi}{\omega} = 7{,}79 \,.\, a$

„ Kupfer $\frac{\pi}{\omega} = 8{,}88 \,.\, a$

„ Silber $\frac{\pi}{\omega} = 10{,}48 \,.\, a$

„ Platin $\frac{\pi}{\omega} = 21{,}04 \,.\, a$,

ihr Vorzeichen summirt, und durch 5 getheilt. Wir können nämlich für nachgewiesen ansehen, dass die Schwingungen von ab um gleich viel sich vermindern, als die von bc sich vermehren; daher die Mittelzahl aus ihnen beiden genommen wird. Diese Mittelzahl muss aber verdoppelt werden, weil in unseren Versuchen nach Schwebungen gerechnet wurde; *jede Schwebung* aber, wie bekannt ist, einer Doppelschwingung oder *zwei einfachen* Schwingungen entspricht. Durch 5 muss endlich das Resultat getheilt werden, um die Schwingungen für eine Sekunde zu erhalten, während die Beobachtungen auf 5 Sekunden sich beziehen.

wo a das Gewicht einer Kubikeinheit Wasser ist. Da wir die Pariser Linie zur Einheit nehmen, so ist:

$$a = 0{,}01\,148 \text{ Gramm.}$$

Zur Bestimmung des Koëfficienten k endlich, der für jedes Metall verschieden ist und von der Elasticität desselben abhängt, habe ich mit den nämlichen Drahtstücken, die zu den Versuchen S. 577 bis 579 dienten, besondere Messungen angestellt, und habe daraus

für Eisen $k = 39\,800\,000$
„ Kupfer $k = 29\,800\,000$
„ Silber $k = 14\,500\,000$
„ Platin $k = 31\,600\,000$

gefunden.[1])

Substituiren wir diese Werthe in der Formel:

$$t' = \frac{2n\mu l^2 \pi}{5gkk'\omega},$$

so finden wir die Anzahl t' der Grade nach der 100theiligen Skale, um welche die Temperatur des Drahtes ab in den S. 577 bis 579 mitgetheilten Versuchen fiel, und die des Drahtes bc stieg, nämlich:

für Eisen $1{,}092^0$
„ Kupfer $0{,}883^0$
„ Silber $0{,}960^0$
„ Platin $2{,}073^0$,

[1]) Ich fand:

für Eisen die Verlängerung $\alpha = 4{,}05$ Linien,
für eine Spannung $p = 7660$ Gramm,
bei einer Länge $l = 1300$ Linien;

für Kupfer $\alpha = 3{,}76$ Linien,
$p = 5410$ Gramm,
$l = 1300$ Linien;
für Silber $\alpha = 4{,}63$ Linien,
$p = 3700$ Gramm,
$l = 1300$ Linien;
für Platin $\alpha = 1{,}016$ Linien,
$p = 2000$ Gramm,
$l = 1300$ Linien;

woraus sich nach Poisson's Formel $k = \frac{2lp}{5\alpha\omega}$ (siehe *Mém. de l'Acad. Paris 1829, T. VIII, p. 430*) die oben angeführten Werthe von k ergeben, wenn man für ω der Reihe nach folgende Werthe setzt:

$$\frac{2{,}878}{1300 \,.\, 7{,}79 \,.\, a}, \quad \frac{3{,}332}{1300 \,.\, 8{,}88 \,.\, a}, \quad \frac{4{,}4815}{1300 \,.\, 10{,}48 \,.\, a}, \quad \frac{6{,}253}{800 \,.\, 21{,}04 \,.\, a}.$$

§ 7.

Die Verlängerung oder Verkürzung zu berechnen, welche erforderlich ist, um die Temperatur des Drahtes um 100° zu erniedrigen oder zu erhöhen.

Nach § 5 ist die gesuchte Verlängerung oder Verkürzung r nach der Formel (2) zu berechnen:

$$100 = \frac{2n\mu l^2\pi}{gk'(Q-P)} \cdot r$$

$$\text{oder } r = \frac{gk'(Q-P)}{2\mu n l^2 \pi} \cdot 100,$$

oder, wenn man nach § 5 t' an die Stelle von

$$\frac{2n\mu l^2\pi}{5gkk'\omega}$$

setzt,

$$r = \frac{Q-P}{5k\omega} \cdot \frac{100}{t'}.$$

Hieraus ergiebt sich:

für Eisen $r = 0{,}112$
„ Kupfer $r = 0{,}121$
„ Silber $r = 0{,}200$
„ Platin $r = 0{,}030$

§ 8.

Die Temperatur eines Drahtes im Augenblicke einer Verlängerung oder Verkürzung ändert sich vermöge der Volumenänderung, welche der Draht dabei erleidet, nicht aber wegen der Friktion bei Verschiebung seiner Theile.

Die flüssigen Körper, besonders die luftförmigen Körper, kann man auf eine Weise zusammendrücken, dass alle ihre Theile einander genähert werden, das Volumen der flüssigen Masse daher verkleinert wird, ohne dabei die gegenseitige Lage der Theile zu ändern. Man kann dabei die dadurch hervorgebrachten Temperaturänderungen beobachten, welche dann offenbar einzig und allein die Folge der Volumenänderungen sind. — Wollte man dasselbe Verfahren auf feste Körper anwenden, so würde man zwar ebenfalls ihr Volumen etwas vermindern können, ohne die gegenseitige Lage ihre Theile abzuändern; aber man würde nicht im Stande sein, die dadurch hervorgebrachten Temperaturänderungen zu beobachten. Das einzige Mittel, welches wir kennen, um die durch plötzliche Kompression hervorgebrachte Temperaturänderung zu beobachten,

ist das in dieser Abhandlung auseinandergesetzte Verfahren, wobei die Ausdehnung oder Verlängerung des Drahtes nicht ausschliessend durch eine *Volumenzunahme* seiner Materie, sondern zum Theil auch durch eine gleichzeitige *Verschiebung* seiner Theile effektuirt wird.[1]) — Es fragt sich, werden bei diesem *doppelten* Vorgange (bei diesen in festen Körpern mit einander verbundenen Aenderungen der *Lage* und der *Dichtigkeit* der Metalltheilchen) die in den vorigen Paragraphen nachgewiesenen und berechneten Temperaturdifferenzen durch die *Volumenänderung*, oder durch die *Friktion* der Theilchen an einander bei ihrer Verschiebung, oder durch *beides* zugleich hervorgebracht.

Aus dem Gesetze, dem die Temperaturänderung bei Verlängerung und Verkürzung des Drahtes unterworfen ist, geht hervor, dass die *Friktion* nicht die einzige Ursache der ausgemittelten Temperaturänderungen sein könne, und auch an diesen Temperaturänderungen keinen Theil haben könne. Es ist nämlich durch unsere Versuche nachgewiesen worden, dass die mit der Verlängerung und die mit der Verkürzung eines Drahtes verbundenen Temperaturänderungen *gleich* und *entgegengesetzt sind.* Nun ist nach unserer Vorstellung von der Friktion der Theilchen an einander im Wesen der Friktion und in ihren Wirkungen kein Unterschied, je nachdem die die Friktion veranlassende Bewegung vorwärts oder rückwärts geschieht. Da folglich bei *gleich intensiven*, aber *entgegengesetzten* Verschiebungen die Friktion dieselbe ist und *gleiche* Wirkungen hervorbringt, so kann dieselbe nicht in dem *einen* dieser beiden Fälle Ursache der *Temperaturerhöhung*, in dem *anderen* Ursache der *Temperaturerniedrigung* sein, sondern die gleichzeitige *Volumenänderung* (welche in dem *einen* Falle eine *Volumenverminderung*, in dem *anderen* Falle eine *Volumenvermehrung* ist) muss in dem *einen* dieser Fälle die *Temperaturerhöhung*, in dem *anderen* die *Temperaturerniedrigung* erzeugen, was zu beweisen war.

Da nach Poisson (diese Annalen Bd. XIII, S. 394) mit einer rmaligen Verlängerung oder Verkürzung eines Drahtes eine $\frac{r}{2}$malige Verdünnung oder Verdichtung verbunden ist, so ergiebt sich hieraus und aus dem vorhergehenden Paragraph, dass die Temperatur bei folgenden Metallen um 100° steigt oder fällt, wenn

Eisen um $\frac{1}{18}$
Kupfer um $\frac{1}{16}$
Silber um $\frac{1}{10}$
Platin um $\frac{1}{67}$

komprimirt oder dilatirt werden.

[1]) Diese Annalen, Bd. XIII, S. 394.

§ 10.

Die specifische Wärme der Metalle bei konstantem Volumen ist verschieden von ihrer specifischen Wärme bei konstantem Drucke.

Es ist aus Versuchen mit den Gasen und Dämpfen bekannt, dass ein Körper *gleiche Wärmemenge* enthalten und dabei doch *verschiedene Temperaturen* annehmen, oder *gleiche Temperatur* enthalten und dabei doch *verschiedene Wärmemengen* in sich aufnehmen kann, je nachdem er in einen *grösseren* oder *kleineren Raum* zusammengedrängt wird.

Es ist dies eine von der Luft, allen Gasen und Dämpfen nachgewiesene Eigenschaft (diese Annalen Bd. XVI, S. 438); sie alle können bei jeder *Vergrösserung* oder *Verkleinerung* ihres *Volumens*

ihre *Wärme* beibehalten, müssen aber dann eine niedere oder höhere Temperatur annehmen; oder

ihre *Temperatur* beibehalten, müssen aber dann von Aussen etwas Wärme in sich aufnehmen oder von Innen etwas Wärme herausgeben.

Angenommen nun, dass der Körper seine *Temperatur* beibehielte, so heisse a die Wärme, welche der Körper bei r maliger Vergrösserung oder Verkleinerung seines Volumens in sich aufnehmen oder herausgeben muss. — Ferner heisse β die *Wärme*, welche ein Körper, um eine 1^0 höhere Temperatur zu erhalten, in sich aufnehmen muss. Nun ist mit der Erhöhung der Temperatur um 1^0 zugleich eine $3k'$ malige Vergrösserung des *Volumens* verbunden, wenn k' die Längenausdehnung ist. — Wenn wir die der $3k'$ maligen Vergrösserung des *Volumens* entsprechende Wärme, $= \frac{3k'}{r} \cdot a$, von β abziehen, so erhalten wir die Wärme $\beta - \frac{3k'}{r}$, welche der Körper, um eine 1^0 höhere Temperatur zu erhalten, in sich aufnehmen muss, *wenn sein Volumen konstant ist.*

Die Wärme β pflegt man die specifische Wärme des Körpers *bei konstantem Drucke*, die Wärme $\beta - \frac{3k'}{r} a$ die specifische Wärme *bei konstantem Volumen* zu nennen.[1])

[1]) Für alle Gase, welche *chemische Elemente* sind, hat Dulong nachgewiesen, dass die *Wärme*, welche sie bei konstanter Temperatur, in Folge einer 0,00375 maligen Vergrösserung ihres Volumens in sich aufnehmen müssen, zur *Wärme*, welche sie, bei konstantem Volumen, zur Erzeugung einer 1^0 höheren Temperatur in sich aufnehmen müssen, sich verhalte, wie

$$0{,}42 : 1;$$

folglich die beiden specifischen Wärmen, wie

$$1{,}42 : 1.$$

Wenn ein Körper bei *grösserem* Volumen eine *grössere* Quantität Wärme bedarf und in sich aufnimmt, als bei kleinerem Volumen, so ist bei plötzlicher Verminderung seines Volumens ein Theil der von ihm aufgenommenen Wärme *überflüssig*, und dieser Ueberschuss an Wärme bringt eine fernere *Erhöhung seiner Temperatur* hervor.

Da wir nun umgekehrt bei mehreren *festen* Körpern beobachtet haben, dass bei plötzlicher Verminderung ihres Volumens eine *Erhöhung ihrer Temperatur* entstand, folglich ein *Ueberschuss an Wärme* vorhanden war: so schliessen wir daraus, dass diese festen Körper bei einem *grösseren* Volumen eine *grössere* Quantität Wärme, bei *kleinerem* Volumen eine *kleinere* Quantität Wärme bedürfen und in sich aufnehmen; folglich, mit anderen Worten, dass ihre specifische Wärme bei *konstantem Drucke* grösser als bei *konstantem Volumen* sei, was zu beweisen war.

§ 11.

Die specifische Wärme β *der festen Körper bei konstantem Drucke ist bekannt, und sie beträgt nach* DULONG's *Versuchen*

für Eisen $\beta = 0{,}1100$,
„ Kupfer $\beta = 0{,}0949$,
„ Silber $\beta = 0{,}0557$,
„ Platin $\beta = 0{,}0314$,

wenn die des Wassers = 1 *genommen wird* (s. Annalen, Bd. VI, S. 394).

§ 12.

Die specifische Wärme β' *fester Körper bei konstantem Volumen zu berechnen.*

Nach § 10 ist

$$\beta' = \beta - \frac{3k'}{r}\,a,$$

wo a die *Wärme* bezeichnet, welche ein Körper, der seine Temperatur beibehält, in Folge einer r-maligen Vergrösserung des Volumens in sich aufnehmen muss. — In Folge derselben r-maligen Vergrösserung des Volumens, haben wir § 5 bewiesen, sinkt, wenn er *keine Wärme* in sich aufnimmt, noch heraus giebt, seine Temperatur um

$$t^0 = \frac{2n\mu l^2\pi}{gk'(Q-P)} : r.$$

Folglich musste a, wenn es das Sinken der Temperatur um t^0 hindern sollte, sein:

$$a = t\left(\beta - \frac{k'}{2r}a\right),$$[1]

$$a = \frac{2rt}{2r + k't} \cdot \beta;$$

folglich:

$$\beta' = \beta\left(1 - \frac{3k't}{r + \frac{1}{2}k't}\right),$$

und wenn wir hierin für β, k', t, r, die in den vorhergehenden Paragraphen erhaltenen Werthe substituiren, so erhalten wir

für Eisen $\beta' = 0{,}1026$,
„ Kupfer $\beta' = 0{,}0872$,
„ Silber $\beta' = 0{,}0525$,
„ Platin $\beta' = 0{,}0259$.

Erklärung der Tafel XIII.

Fig. 1 ist die Klemme a zur Befestigung des Endes a des Drahtes ab. Diese Klemme wird im Laufe der Versuche nicht geöffnet. Damit sie keinen zu tiefen Eindruck in den Draht ab mache, ist mit dem Drahte zugleich ein Stückchen Blech a eingeklemmt worden.

Fig. 2 ist die Kugel b, durch welche ab, bc in Verbindung stehen. Aus glashartem Stahle hat Herr Oertling in Berlin eine Kugel von $8^1/_2$ Linien Durchmesser verfertigt, die aus zwei von einander zu nehmenden Halbkugeln besteht. In eine Furche $\alpha\beta$ der einen Halbkugel wurde ein Stahldraht von der anzuwendenden Dicke gelegt, und auf den Stahldraht die andere gleichfalls mit einer Furche versehene Halbkugel; während die beiden Halbkugeln zusammengedrückt wurden, wurde der Draht mit Schmirgel in die Furchen eingeschliffen, so dass diese Furchen eine platte, halbcylindrische Form erhielten. Zur Befestigung beider

[1]) Wäre die Temperatur um t^0 gefallen und hätte sich der Körper zugleich um $3k't$ zusammengezogen, so wäre

$$a = t\,.\,\beta;$$

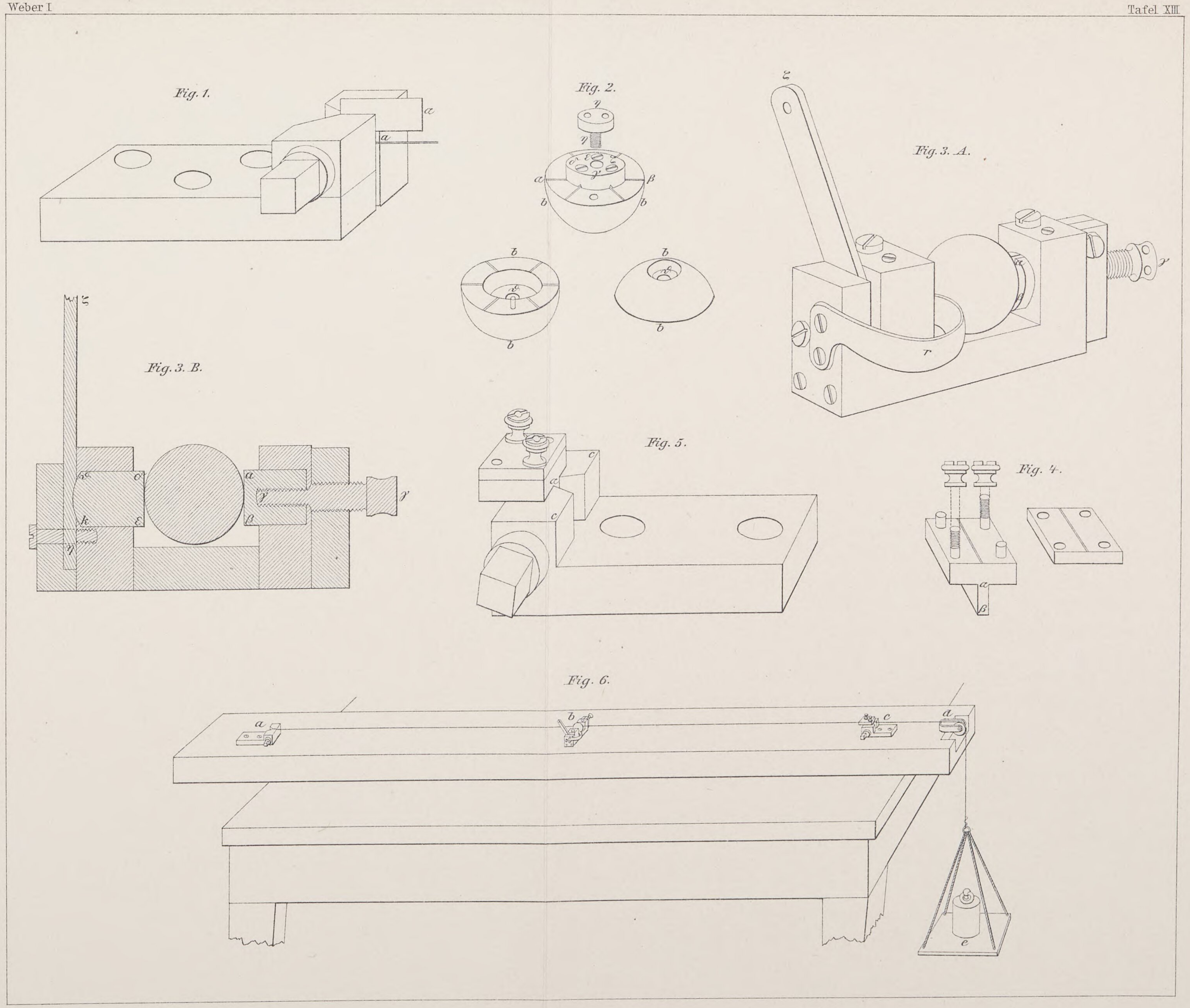
hätte sich der Körper um 0 zusammengezogen, so wäre

$$a = t\,.\,\beta - 3k't\,.\,\frac{a}{r}\,.$$

In der That kann man sich vorstellen, dass der Draht um $3k't$ sich zusammenzog, dass er aber zugleich durch Spannung um $k't$ *verlängert* wurde, wobei sein Volumen um $\frac{1}{2}k't$ zunahm (siehe Annalen, Bd. XIII, S. 394), so dass die Zusammenziehung

$$= 3k't - \tfrac{1}{2}k't = \tfrac{5}{2}k't$$

war, woraus sich der oben genannte Werth von a ergiebt.


Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3. A.
Fig. 3. B.
Fig. 5.
Fig. 4.
Fig. 6.

Halbkugeln an einander ist über der Furche, auf der einen Halbkugel, ein Steg $\gamma\delta\varepsilon\zeta$ aufgeschraubt worden, unter welchem der Draht weggeleitet werden kann, und in welchen von oben eine Schraube $\eta\eta$ der anderen Halbkugel in die Oeffnung ϑ eingreift. Durch diese Vorrichtung können die beiden Halbkugeln, und mit ihnen der durchgezogene Draht, so fest eingeklemmt werden, dass er sich nicht verschiebt, auch wenn man eine Kraft anwendet, bei welcher der Draht zerreisst. Ausserdem wird der Draht hierbei gar nicht beschädigt, er behält seine Cylinderform und erhält nicht einmal einen sichtbaren Eindruck.

Fig. 3. *A* stellt die Klemme *b*, oder die beiden Flächen dar, welche der eben beschriebenen Kugel von entgegengesetzten Seiten genähert und an sie gedrückt werden können. Und zwar wird die Fläche $\alpha\beta$ durch die Schraube γ, die Fläche $\delta\varepsilon$ durch den Hebel $\zeta\eta$ bewegt. — Die Wirkung des Hebels $\zeta\eta$ zur Verschiebung der Fläche $\delta\varepsilon$ ist bei *B* der Deutlichkeit wegen besonders dargestellt. $\delta\varepsilon\vartheta k$ liegt in einer Vertiefung des Hebels bei ϑk, und wird darin durch eine Feder *r* zurückgehalten. Wird der Hebel vorwärts oder rückwärts gedreht, so wird $\delta\varepsilon\vartheta k$ aus dieser Vertiefung herausgetrieben und vorwärts geschoben.

Fig. 4 stellt den S. 575 erwähnten, festen, durchbohrten Körper dar, durch welchen der Draht hindurchgeht, um nicht von der Klemme *c* beschädigt zu werden. Er besteht aus zwei Hälften, die zusammengeschraubt werden können, und zwischen welchen der Draht in eine Furche eingeschliffen worden ist. Das eine Stück hat einen rechtwinkligen Ansatz $\alpha\beta$, welcher in die Klemme *c* festgeklemmt wird.

Fig. 5 stellt die Verbindung des Apparats Fig. 4 mit der Klemme *c* dar.

Fig. 6 stellt den ganzen Apparat in 10maliger Verkleinerung dar, während die einzelnen Stücke in den fünf ersten Figuren in natürlicher Grösse gezeichnet worden sind.

Anhang.

Versuche über die Abnahme der Schwingungsbögen eines an einem Seidenfaden aufgehangenen Gewichts.

[Aus dem Nachlass.]

Die Abnahme der Schwingungsbögen eines an einem Seidenfaden aufgehangenen Gewichts rührt theils von der umgebenden Luft, theils vom Seidenfaden selbst her. Durch folgende Versuche soll sowohl die Grösse der ganzen Abnahme, als auch die Grösse jedes Theiles, dessen, der von der Luft, und dessen, der vom Faden herrührt, gemessen werden.

Erster Versuch.

Ueber den Widerstand, durch welchen die Reibung der Luft den Schwingungsbogen verkleinert.

Vor einem an einem Seidenfaden aufgehangenen, mit einem kleinen Spiegel versehenen Messingcylinder wurde ein Licht und ein Fernrohr aufgestellt, und durch letzteres die Augenblicke beobachtet, wo bei Drehung des Cylinders das Bild des Lichtes im Fernrohr erschien. Aus diesen Beobachtungen ergaben sich folgende Angaben über die Schwingungsdauer und über die Schwingungsbögen des Cylinders, erstere vom Beginn der ersten Schwingung gerechnet, letztere nach ganzen Umdrehungen berechnet. Um aus diesen Angaben die Reibung der Luft berechnen zu können, wurde eine Einrichtung getroffen, wodurch die reibende Fläche verkleinert und vergrössert werden konnte. Der Messingcylinder wurde nämlich mit einer Messingbüchse umgeben, von der er bei der ersten Reihe von Versuchen ganz eingeschlossen, aus der er aber bei der zweiten Reihe von Versuchen um $^4/_5$ seiner Länge herausgezogen wurde.

Erste Reihe.

No.	Schwingungsdauer.	Schwingungsbogen.	No.	Schwingungsdauer.	Schwingungsbogen.
0.	2′ 10,50″	34,37	11.	25′ 54,50″	8,67
1.	4′ 19,75″	30,31	12.	28′ 2,50″	7,64
2.	6′ 29,75″	26,50	13.	30′ 10,25″	6,83
3.	8′ 40,00″	23,40	14.	32′ 20,50″	6,18
4.	10′ 49,00″	20,54	15.	34′ 30,25″	5,37
5.	12′ 57,75″	18,11	16.	36′ 38,00″	4,67
6.	15′ 7,30″	16,01	17.	38′ 49,25″	4,33
7.	17′ 17,00″	14,17	18.	41′ 0,25″	4,02
8.	19′ 26,50″	12,47	19.	43′ 14,25″	3,72
9.	21′ 35,25″	11,05	20.	45′ 25,25″	3,46
10.	23′ 44′50″	9,80			

Zweite Reihe.

No.	Schwingungsdauer.	Schwingungsbogen.	No.	Schwingungsdauer.	Schwingungsbogen.
0.	2′ 9,35″	29,90	6.	15′ 4,60″	11,78
1.	4′ 18,65″	25,84	7.	17′ 13,85″	10,30
2.	6′ 29,35″	21,96	8.	19′ 21,60″	8,91
3.	8′ 38,35″	18,74	9.	21′ 31,35″	7,50
4.	10′ 47,10″	16,10	10.	23′ 41,85″	6,37
5.	12′ 56,35″	13,87	11.	25′ 50,85″	5,49

Aus der ersten Versuchsreihe ergiebt sich das decrementum logarithmicum des Bogens für jede Schwingung

$$= 0{,}05\,331;$$

aus der zweiten Versuchsreihe

$$= 0{,}06\,658.$$

Der Unterschied beider

$$= 0{,}01\,327$$

rührt von der zugleich mit der Cylinderoberfläche vergrösserten Reibung der Luft her.

Eine Wiederholung der Versuche ergab für diesen Unterschied

$$0{,}015\,359,$$

wonach also dieser, von der Reibung der Luft herrührende Unterschied im decremento logarithmico des Bogens im Mittel

$$= 0{,}014\,315.$$

Nun war aber die Grösse der den Cylinder einschliessenden Messingbüchse

20,5 mm Höhe,
10,5 „ Durchmesser.

Die Vergrösserung durch Auszug des Cylinders aus der Büchse in der zweiten Versuchsreihe betrug

16,1 mm Höhe,
9,8 „ Durchmesser.

Hieraus ergiebt sich:

der Umring des hinzugekommenen Theiles $= \frac{9,8}{10,5}$ vom Umring der Büchse,

die Geschwindigkeit der Bewegung desselben $= \frac{9,8}{10,5}$ von der Geschwindigkeit der Büchse;

folglich der Widerstand, den die Reibung der Luft am hinzugekommenen Theile ausübt

$$= \left(\frac{9,8}{10,5}\right)^2 \cdot \frac{16,1}{20,5} \text{ vom Widerstande an der Büchse.}$$

Folglich war der Widerstand, den die Reibung der Luft an der Büchse ausübte

$$= \left(\frac{10,5}{9,8}\right)^2 \cdot \frac{20,5}{16,1} \cdot 0,014\,315 = 0,020\,923.$$

Zu diesem Widerstande ist noch derjenige beizufügen, den die Endflächen des Cylinders durch Reibung der Luft erleiden, welcher dem eines Stückes der Cylinderfläche gleichzuschätzen ist, das zwei Drittel des Halbmessers zur Höhe hat

$$= \frac{2}{3} \cdot \frac{5,75}{20,5} \cdot 0,020\,923 = 0,003\,573.$$

Die Reibung der Luft an der ganzen Oberfläche wird daher gemessen durch die Zahl

$$0,024\,496.$$

Zweiter Versuch.

Ueber den Widerstand, durch welchen der Druck der Luft auf den Spiegel den Schwingungsbogen verkleinert.

Um den Einfluss des Druckes der Luft auf den Spiegel zur Verminderung des Schwingungsbogens durch Versuche zu finden, war die Einrichtung getroffen, dass auch der Spiegel aus seiner Fassung herausgezogen und dadurch die Druckfläche in der zweiten Versuchsreihe vergrössert werden konnte.

Erste Reihe.

No.	Schwingungsdauer.	Schwingungsbogen.	No.	Schwingungsdauer.	Schwingungsbogen.
0.	2′ 9,50″	44,71	6.	15′ 8,50″	17,73
1.	4′ 19,70″	38,42	7.	17′ 17,65″	15,40
2.	6′ 29,75″	32,86	8.	19′ 26,50″	13,11
3.	8′ 39,75″	27,58	9.	21′ 36,25″	11,18
4.	10′ 49,50″	24,28	10.	23′ 46,50″	9,40
5.	12′ 59,50″	20,61			

Zweite Reihe.

No.	Schwingungsdauer.	Schwingungsbogen.	No.	Schwingungsdauer.	Schwingungsbogen.
0.	2′ 10,75″	49,26	8.	19′ 32,50″	13,15
1.	4′ 20,75″	41,45	9.	21′ 42,50″	11,16
2.	6′ 31,07″	34,33	10.	23′ 53,00″	9,51
3.	8′ 42,00″	29,51	11.	26′ 1,25″	8,04
4.	10′ 51,75″	25,04	12.	28′ 10,00″	7,01
5.	13′ 2,00″	20,88	13.	30′ 20,00″	5,92
6.	15′ 12,00″	17,71	14.	32′ 29,50″	5,21
7.	17′ 22,00″	15,09	15.	34′ 40,50″	4,60

Aus der ersten Versuchsreihe ergiebt sich das decrementum logarithmicum des Bogens für jede Schwingung

$$= 0{,}067\,044,$$

aus der zweiten Versuchsreihe

$$= 0{,}071\,427.$$

Der Unterschied beider

$$= 0{,}004\,383$$

rührt von der zugleich mit der Spiegeloberfläche vergrösserten Druckkraft der Luft her.

Nun war aber die Grösse des Spiegels in der Fassung:

11 mm Höhe,
7,2 „ Breite.

Die Vergrösserung seiner Oberfläche durch Auszug aus der Fassung betrug

7,8 mm Höhe,
6,0 „ Breite.

Hieraus ergiebt sich, dass der Widerstand, den der Luftdruck dem hinzugekommenen Theile der Spiegeloberfläche entgegensetzt $= \left(\frac{6}{7{,}2}\right)^2 \cdot \frac{7{,}8}{11}$ von dem Widerstande, den der Luftdruck dem Spiegel in seiner Fassung leistet, betrage. Folglich war der Widerstand, den der Luftdruck dem Spiegel leistete

$$= \left(\frac{7{,}2}{6}\right)^2 \cdot \frac{11}{7{,}8} \cdot 0{,}004\,383 = 0{,}008\,901.$$

Dritter Versuch.

Ueber die vom Seidenfaden selbst herrührende Abnahme der Schwingungsbögen.

Es wurde die ganze Abnahme des Schwingungsbogens gemessen und davon der aus den vorhergehenden Versuchen bekannte, von der Luft herrührende Theil derselben in Abzug gebracht: der Rest der Bogenabnahme ist eine Wirkung des Seidenfadens selbst.

No.	Schwingungsdauer.	Schwingungsbogen.	No.	Schwingungsdauer.	Schwingungsbogen.
0.	2′ 9,90″	58,33	12.	28′ 6,75″	14,10
1.	4′ 19,75″	50,81	13.	30′ 16,25″	12,60
2.	6′ 29,75″	44,96	14.	32′ 25,75″	11,26
3.	8′ 39,75″	40,05	15.	34′ 35,75″	10,06
4.	10′ 49,25″	35,53	16.	36′ 45,25″	9,04
5.	12′ 58,75″	31,60	17.	38′ 54,75″	8,10
6.	15′ 8,50″	28,09	18.	41′ 5,75″	7,16
7.	17′ 18,25″	25,13	19.	43′ 15,75″	6,37
8.	19′ 28,00″	22,35	20.	45′ 25,25″	5,55
9.	21′ 38,25″	19,96	21.	47′ 34,75″	4,94
10.	23′ 47,25″	17,72	22.	49′ 43,75″	4,44
11.	25′ 56,75″	15,85	23.	51′ 52,75″	4,06

Aus dieser Versuchsreihe ergiebt sich das ganze decrementum logarithmicum des Bogens für jede Schwingung

$$= 0{,}05\,122.$$

Bringt man nun hiervon den in den vorhergehenden Versuchen ermittelten Theil der Abnahme, welcher von der Luft herrührt, in Abrechnung, so ist der Rest

$$= 0{,}017\,823$$

das decrementum logarithmicum der vom Seidenfaden selbst herrührenden Bogenabnahme, d. i. im luftleeren Raume nimmt der Schwingungsbogen ab während jeder Schwingung um

4,2 Procent.

sieben Schriften von Wilhelm Weber über die *Elektrodynamischen Maassbestimmungen,* sowie denjenigen der in ihren Berichten erschienenen kleineren Aufsätze genehmigt. Die Erben von Rudolph Kohlrausch haben der Aufnahme der mit jenem gemeinsam verfassten Arbeiten gern zugestimmt.

Nach dem im Juni 1891 erfolgten Tode Wilhelm Weber's sind dessen Papiere durchgesehen worden, und es hat sich literarischer Nachlass vorgefunden, welcher die *Elektrodynamik* betrifft. Derselbe wird bei den zugehörigen Untersuchungen in den gesammelten Werken veröffentlicht werden.

Wilhelm Weber's gesammelte Werke werden in 6 Bänden erscheinen, und zwar wird enthalten:

Band I: **Akustik, Mechanik, Optik und Wärmelehre.** Besorgt durch Woldemar Voigt (Göttingen).

Band II: **Magnetismus.** Besorgt durch Eduard Riecke (Göttingen).

Band III und IV: **Galvanismus und Elektrodynamik.** Besorgt durch Heinrich Weber (Braunschweig).

Band V: **Wellenlehre auf Experimente gegründet.** Besorgt durch Eduard Riecke (Göttingen).

Band VI: **Mechanik der menschlichen Gehwerkzeuge.** Besorgt durch Friedrich Merkel (Göttingen).

Die Kommission

für die Herausgabe der Werke Wilhelm Weber's.

E. Schering, Vorsitzender.

Verlag von Julius Springer in Berlin N.

Michael Faraday:

Experimental-Untersuchungen über Elektricität. Deutsche Uebersetzung von Dr. S. Kalischer, Privatdocenten an der Technischen Hochschule zu Berlin. In 3 Bänden. Mit in den Text gedruckten Abbildungen und Tafeln.
I. Band. Preis M. 12,—; geb. M. 13.20. II. Band. Preis M. 8,—; geb. M. 9,20. III. Band. Preis M. 16,—; geb. M. 17,20.

M. Fourier:

Analytische Theorie der Wärme. Deutsche Ausgabe von Dr. B. Weinstein. Mit 21 in den Text gedruckten Holzschnitten. Preis M. 12,—; geb. M. 13,20.

Carl Friedrich Gauss:

Untersuchungen über höhere Arithmetik. (Disquisitiones arithmeticae. Theorematis arithmetici demonstratio nova. Summatio quarumdam serierum singularium. Theorematis fundamentalis in doctrina de residuis quadraticis demonstrationes et ampliationes novae. Theoria residuorum biquadraticorum, commentatio prima et secunda. Etc.) Deutsch herausgegeben von H. Maser. Preis M. 14,—; geb. M. 15,40.

Allgemeine Untersuchungen über die unendliche Reihe

$$1 + \frac{\alpha\beta}{1 \cdot \gamma}x + \frac{\alpha(\alpha+1)\beta(\beta+1)}{1 \cdot 2 \cdot \gamma(\gamma+1)}xx + \frac{\alpha(\alpha+1)(\alpha+2)\beta(\beta+1)(\beta+2)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \gamma(\gamma+1)(\gamma+2)}x^3 + \text{u. s. w.}$$

Mit Einschluss der nachgelassenen Fortsetzung aus dem Lateinischen übersetzt von Dr. Heinrich Simon. Preis M. 3,—.

J. L. Lagrange:

Analytische Mechanik. Deutsch herausgegeben von Dr. H. Servus. Preis M. 16,—; geb. M. 17,20.

E. Mascart und J. Joubert:

Lehrbuch der Elektricität und des Magnetismus. Autorisirte deutsche Uebersetzung von Dr. Leopold Levy. In 2 Bänden. Mit zahlreichen in den Text gedruckten Abbildungen. Preis M. 30,—; geb. M. 32,40.

Émile Mathieu:

Theorie des Potentials und ihre Anwendungen auf Elektrostatik und Magnetismus. Autorisirte deutsche Ausgabe von H. Maser. Mit 18 in den Text gedruckten Figuren. Preis M. 10,—.

James Clerk Maxwell:

Lehrbuch der Elektricität und des Magnetismus. Autorisirte deutsche Uebersetzung von Dr. B. Weinstein. In 2 Bänden. Mit zahlreichen Holzschnitten und 21 Tafeln. Preis M. 26,—; geb. M. 28,40.

H. Poincaré:

Elektricität und Optik. Vorlesungen. Autorisirte deutsche Ausgabe von Dr. W. Jaeger und Dr. E. Gumlich. In 2 Bänden. Band I: Die Maxwell'schen Theorien und die elektromagnetische Lichttheorie. Mit 39 in den Text gedruckten Figuren. Preis M. 8,—.
Band II: Die Theorien von Ampère und Weber. Die Theorie von Helmholtz und die Versuche von Hertz. Mit 15 in den Text gedruckten Figuren. Preis M. 7,—.

H. A. Schwarz:

Gesammelte mathematische Abhandlungen. In zwei Bänden. Mit zahlreichen Textfiguren und 4 Tafeln. Preis M. 25,—; geb. M. 28,—.

Werner Siemens:

Wissenschaftliche und technische Arbeiten. I. Band: Wissenschaftliche Abhandlungen und Vorträge. Mit in den Text gedruckten Abbildungen und dem Bildniss des Verfassers. Zweite Auflage. Preis M. 5,—; geb. M. 6,20.
II. Band: Technische Arbeiten. Mit 204 in den Text gedruckten Abbildungen. Zweite Auflage. Preis M. 7,—; geb. M. 8,20.

William Thomson:

Gesammelte Abhandlungen zur Lehre von der Elektricität und dem Magnetismus. (Reprint of Papers on Electrostatics and Magnetism.) Autorisirte deutsche Ausgabe von Dr. L. Levy und Dr. B. Weinstein. Mit 59 in den Text gedruckten Abbildungen und 3 Tafeln. Preis M. 14,—; geb. M. 15,20.

J. Violle:

Lehrbuch der Physik. Deutsche Ausgabe von Dr. E. Gumlich, Dr. L. Holborn, Dr. W. Jaeger, Dr. D. Kreichgauer, Dr. St. Lindeck. Mit zahlreichen in den Text gedruckten Figuren.
I. Theil: Mechanik. Erster Band: Allgemeine Mechanik und Mechanik der festen Körper. Preis M. 10,—; geb. M. 11,20.
(Band II: „Mechanik der flüssigen und gasförmigen Körper“ befindet sich unter der Presse.)

Karl Weierstrass:

Abhandlungen aus der Functionenlehre. Preis M. 12,—; geb. M. 13,20.

— *Zu beziehen durch jede Buchhandlung.* —

Druck von Oscar Brandstetter in Leipzig.

Bayerische Staatsbibliothek München

Z U P P A
Buchbinderei
MÜNCHEN

Weber, Wilhelm,

Werke Herausgegeben von der K. Gesellschaft der Wissenschaften zur Gö
ttingen

Bd.: 1

1892

4 Phys.g. 178 s-1
urn:nbn:de:bvb:12-bsb11521557-2